

Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH
Kongressbericht

Band: 2 (1936)

Artikel: Dickwandige Eisenbetonleitungen: Vorschläge zur Verbesserung ihres statistischen Wirkungsgrades

Autor: Olszak , W.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-2862>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 30.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

VI 6

Dickwandige Eisenbetonleitungen. Vorschläge zur Verbesserung ihres statischen Wirkungsgrades.

Tuyaux de béton armé à parois épaisses. Propositions en vue d'améliorer leur rendement statique.

Thick-Walled Reinforced Concrete Pipes: Proposals for Increasing their Static Efficiency.

Dr. Ing. Dr. techn. W. Olszak,
Zivilingenieur, Cieszyn (Polen).

Es ist charakteristisch für dickwandige Konstruktionen, die durch gleichmäßige längs ihrer Berandung verteilte Normalkräfte belastet werden (vgl. Fig 1) — gleichgültig ob sie bewehrt oder unbewehrt sind —, daß die Ausnützung ihres Baustoffes nur sehr mangelhaft ist. Dies kommt deutlich zum Ausdruck in den bekannten *Lamé'schen* Formeln, die den Spannungszustand in derartigen dickwandigen Gebilden, unter Voraussetzung ihres elastisch-isotropen Verhaltens, definieren. Wird der Querschnitt einer dickwandigen Rohrleitung, eines ähnlichen Tunnel-, Druckstollen- oder bergmännischen Ausbaues derart dimensioniert, daß die größten *Spannungen* gewisse Werte, die eben noch als „zulässig“ erachtet werden, nicht überschreiten sollen — ein Verfahren, welches noch in den meisten offiziellen Vorschriften als Grundlage der statischen Berechnung vorgeschrieben wird —, dann ist es ohne weiteres ersichtlich, daß infolge der am Innenrande auftretenden Spannungsspitze im Verlauf der Umfangs- (Tangential-) Spannungen σ'_t , die dann höchstens gerade noch den zulässigen Wert erreichen darf, $\sigma'_{t\max} \leq \sigma_{zul}$, die übrigen Querschnittspartien nur in einem sehr geringfügigen Bruchteil ihres Tragvermögens zur Geltung kommen (vgl. Fig. 2).¹

Wird hingegen der Dimensionierung nicht die Einhaltung der zulässigen Spannungen zugrunde gelegt, sondern das Maß der noch zulässigen *Anstrengung*

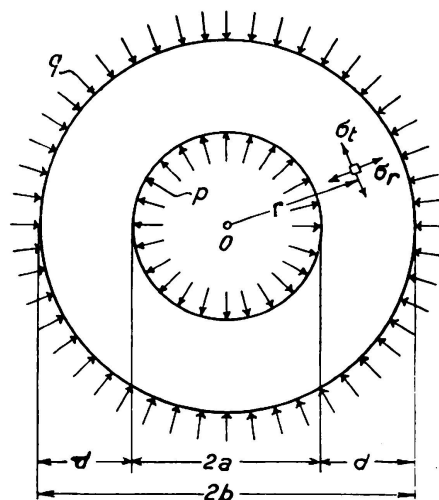


Fig. 1.

Allgemeine Anordnung.

¹ Die Radialspannungen σ'_r werden hier und später noch öfters, als weniger interessant, übergangen.

— ein Vorgehen, welches in statischer Beziehung dem ersteren überlegen erscheint —, dann gestalten sich die Verhältnisse in den betrachteten Fällen u. U. noch merklich ungünstiger. Das Maß der Anstrengung σ'_{red} (vgl. Fig. 2) ist nämlich bei durch hydrostatischen Innendruck p beanspruchten Bauten durch einen noch steileren Linienzug gegeben, als die Verteilung der Umfangsspannungen σ'_t , was man ohne weiteres einsieht, wenn man sich den zugehörigen Verlauf der Radialspannungen σ'_r vergegenwärtigt. Die so bedingte gewaltige Anstrengungsspitze $\sigma'_{red\ max}$ am Innenrande ist eine sehr unliebsame, nicht nur für den statischen Bestand der Konstruktion, sondern, so insbesondere bei Druckrohrleitungen, auch für deren klaglosen Betrieb sehr gefährliche Erscheinung.

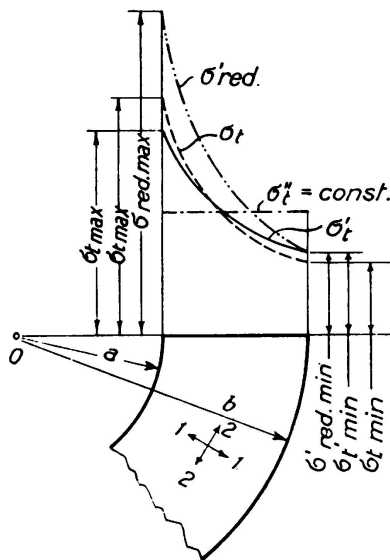


Fig. 2.

Verteilung der Tangential- (Umfangs-) Spannungen:

- σ'_t bei isotroper Materialstruktur ($E_1 = E_2$)
- - - σ_t bei (polar- bzw. zylinder-) orthotroper Materialstruktur ($E_2 > E_1$)
- · - · $\sigma''_t = \text{const.}$ bei verbesserter Ausführung (inhomogen orthotrope Materialstruktur (E_2 veränd.))
- - - - σ'_{red} Anstrengung bei isotroper Materialstruktur

da unmittelbar von hier aus (bei eventuellen Überschreitungen der angenommenen Belastung, verursacht etwa durch Wasserstöße usw.) die Rißbildung und sonstige Zerstörungsvorgänge einsetzen müssen.

Solche Verhältnisse finden wir bereits bei *unbewehrten* Rohren und verwandten dickwandigen Betonkonstruktionen vor, die als *isotrope* Bauwerke gelten können: es sind dann in ihnen alle Richtungen elastisch gleichwertig und der Anwendung der bekannten, bereits erwähnten *Lamé'schen* Formeln steht nichts im Wege. Unangenehmer werden noch diese Erscheinungen fühlbar, sobald man den Querschnitt durch eine Stahlarmierung verstärkt. Diese Anordnung wird vorgesehen, wenn man z. B. bei Druckleitungen den Zugspannungen mit Sicherheit begegnen will; sie ist unerläßlich stets dann, wenn der Betriebsinnendruck p (oder der Außendruck q) bedeutende Werte annimmt: mit der Verstärkung der Wanddicke darf man nämlich nicht zu weit gehen, zunächst aus rein praktischen Gründen; man würde es sonst mit zu unhandlichen und zu schweren Konstruktionselementen zu tun bekommen; dann aber auch deswegen, weil der Festigkeitseffekt nicht proportional dem Wandstärkenzuwachs ist, sondern mit (im Verhältnis zum Rohrdurchmesser) zunehmender Wandstärke immer langsamer steigt. Der benötigte Zuwachs an Widerstandsfähigkeit gegen innere (oder äußere) Normalkräfte würde nur dann mit der Wanddicke proportional gehen, wenn die Spannungsverteilung derart wäre, daß die mittleren, über den Querschnitt genommenen Umfangsspannungen σ''_t für jede beliebige Wanddicke

($\alpha = \frac{a}{b} = \text{beliebig}$, unter Berücksichtigung der in Fig. 1 eingeführten Bezeichnungen) denselben Wert beihalte (beim Festhalten von $\sigma'_{t \max}$, etwa $\sigma'_{t \max} = \sigma_{zul}$). Nun wissen wir aber, daß σ''_t mit zunehmender Wandstärke rapid abnimmt. Um dies zahlenmäßig zu erfassen, genügt es, die mittlere, über den ganzen Querschnitt genommene Umfangsspannung zum größten im Querschnitt auftretenden Spannungswert ins Verhältnis zu bringen

$$\sigma''_t = \eta' \sigma'_{t \max}. \quad (1)$$

Für isotrope dickwandige Rohre ist

$$\eta' = \frac{\sigma''_t}{\sigma'_{t \max}} = \left(\frac{ap}{b-a} \right) : \left(\frac{a^2 + b^2}{b^2 - a^2} p \right) = \alpha \frac{1 + \alpha}{1 + \alpha^2}, \quad (2)$$

wenn, der Einfachheit halber, nur der innere Normaldruck p als alleinige Belastung vorausgesetzt wird, wenn also gleichzeitig $q = 0$.

Die „Ausnützungsziffer“ η' , oder auch der „statische Wirkungsgrad“ der Konstruktion, wie ich diese charakteristische Zahl im Weiteren nennen will, ist in der nebenstehenden Zahlentafel I für verschiedene Verhältnisse $\alpha = \frac{a}{b}$ ausgerechnet. Diese Zusammenstellung beweist, daß der Werkstoff bei zunehmender

Zahlentafel I.

α	0,0	0,2	0,4	0,5	0,6	0,8	1,0
η'	0,00	0,23	0,48	0,60	0,71	0,88	1,00

Wandstärke immer schlechter ausgenutzt, daß also die Konstruktion immer unwirtschaftlicher wird. Wie ersichtlich, wird bereits bei nicht allzu kräftigen Wandungen der Baustoff hochgradig verschwenderisch vergeudet.

Auch bleibt außerdem zu bemerken, daß sobald $p > \sigma_{zul}$ (beziehungsweise $q > \frac{\sigma_{zul}}{2}$) eine unbewehrte Konstruktion überhaupt unmöglich wird, da auch bei einer unendlich großen Querschnittsstärke ($\alpha = \frac{a}{b} = 0$) die Spannungsspitze nie unter den Wert $\sigma'_{t \max} = p$ (beziehungsweise $\sigma'_{t \max} = -2q$) herabgedrückt werden kann.

Man greift also in der Praxis zu dem erprobten Behelf der Stahlbewehrung, die man in mehrere (gewöhnlich mindestens zwei), konzentrische Ringe aufzuteilen pflegt. Man drückt damit die Betonzug- (oder Druck)-Spannung etwa im Verhältnis $\frac{100}{100 + n F_2}$ herab, wenn mit F_2 der Umfangsbewehrungssatz in Prozent, mit n hingegen das Verhältnis der Young'schen Elastizitätsmoduli von Stahl und Beton, $n = \frac{E_e}{E_b}$, bezeichnet wird, bewirkt aber dabei gleichzeitig, durch die auf diese Art verkleinerte elastische Nachgiebigkeit des Bauelements in dessen Umfangsrichtung, also dessen *Anisotropie*, eine gerade entgegengesetzte Er-

scheinung, nämlich die sehr unliebsame weitere Steigerung der Ungleichmäßigkeit in der Spannungsverteilung über die Wanddicke, also die Steilerstellung der σ_t -Linie (vgl. Fig. 2), somit u. a. auch die Erhöhung der gefährlichen Spannungsspitze am Innenrande des Rohres, wodurch so zum Teil die günstige Wirkung der Bewehrung wieder vereitelt wird.

Die rechnerische Erfassung dieses soeben erwähnten Einflusses bietet keine besonderen Schwierigkeiten. Die durch die Stahlbewehrung herbeigeführte Anisotropie (Aeolotropie) des Verbundkörpers kommt darin zum Ausdruck, daß in den für dickwandige Rohrleitungen und ähnlichen Eisenbetonkonstruktionen maßgebenden drei Hauptrichtungen voneinander abweichendes elastisches Verhalten des Materials zu Tage tritt. Diese drei Richtungen sind gegeben: 1) durch die Richtung des Radiusvektors r (Bewehrungsprozente F_1 , Elastizitätskonstanten E_1 und m_1), 2) durch die (Umfangs-)Tangente t an die konzentrischen Kreise, die um die Rohrachse als Nullpunkt gezogen werden (F_2 ; E_2 , m_2) und 3) durch die Längsausdehnung z der zylindrischen Konstruktion (F_3 ; E_3 , m_3). Es herrscht also — im Gegensatz zur geradlinig-rechtwinkeligen Anisotropie, oder auch „Orthotropie“, wie man diese zu nennen pflegt, — eine krummlinige Anisotropie, für die ich die Bezeichnungen „polare Orthotropie“ (bei dünnen Scheiben) und „zylindrische Orthotropie“ (bei endlich langen oder unendlich ausgestreckten Rohren und Zylindern) einführe.²

Die Young'schen Elastizitätsmoduli in diesen drei Richtungen (E_1 , E_2 , E_3) können u. U. stark voneinander abweichen, ebenso die Poisson'schen Zahlen, beziehungsweise, richtiger gesprochen, die Querdehnungskoeffizienten (m_1 , m_2 , m_3). Diese Konstanten sind jedoch voneinander nicht unabhängig, vielmehr besteht zwischen ihnen die einfache Doppelbeziehung

$$m_1 E_1 = m_2 E_2 = m_3 E_3. \quad (3)$$

Der Wert dieser konstanten Produkte wird weiterhin abgekürzt mit M bezeichnet. Die Schubmoduli G sind demgegenüber für die nachstehend ins Auge gefaßten Betrachtungen ohne Bedeutung.

Die verschiedenen Werte der elastischen Konstanten in den drei Hauptrichtungen werden durch die Herstellungsart der Rohre (z. B. das Schleuderverfahren), vor allem aber durch den verschieden starken Grad der Stahlarmierung verursacht.

Wird der Prozentsatz der Bewehrung in einer der Richtungen i , ($i = 1, 2, 3$), mit F_i bezeichnet, dann können wir den Elastizitätsmodul des Verbundkörpers in dieser Richtung in Übereinstimmung mit Prof. Dr. Ing. M. T. Huber setzen³

$$E_i = E_b \lambda_i, \quad \text{worin} \quad \lambda_i = 1 + (n - 1) \frac{F_i}{100}, \quad (4)$$

² Ursprünglich war es beabsichtigt, den ganzen Fragenkomplex der polarorthotropen Scheiben und zylinderorthotropen Rohre in diesem Diskussionsbeitrag zu behandeln. Die später eingetretene Einschränkung des Umfanges einzelner Beiträge veranlaßte mich, die eingehende Besprechung dieses Themas einer eigenen Veröffentlichung („Beiträge zur Statik von polarorthotropen Scheiben und zylinderorthotropen Rohren“, Der Bauingenieur 1936, Nr. 31/32) zu überlassen. Auf diese wird im jetzigen Beitrag unter der abkürzenden Bezeichnung (WO 17) öfters Bezug genommen.

³ M. T. Huber: Probleme der Statik technisch wichtiger orthotroper Platten. Akademie der technischen Wissenschaften, Warszawa 1929 (in deutscher Sprache), S. 13.

mit dem früher schon definierten Verhältniswert $n = \frac{E_e}{E_b}$. Freilich wird auf diese Art der unstetig anisotrope Verbundkörper durch ein ideal stetig orthotropes Modell ersetzt; diese Vereinfachung jedoch, die für die übersichtliche Durchführung der weiteren Betrachtungen und deren einfache zahlenmäßige Erfassung ausschlaggebend ist, trifft um so besser zu, je dichter die Strukturelemente (Stahleinlagen) im Vergleich zu den übrigen Körperabmessungen liegen. Bei späterer Übertragung der auf dieser Basis gewonnenen Ergebnisse in die Wirklichkeit muß auf diesen Umstand entsprechend Bedacht genommen werden.⁴

Schwieriger ist die Erfassung der Querdehnungskoeffizienten m_i ($i = 1, 2, 3$), zumal das hierfür maßgebende Versuchsmaterial z. Zt. noch sehr spärlich ist. Wie diese Werte m_i , die, wie wir gleich sehen werden, für die Ermittlung des Spannungszustandes und des Anstrengungsmaßes der hier betrachteten, anisotropen Verbundbauweise von Bedeutung werden, abzuschätzen sind, wird vom Verfasser an einer anderen Stelle (WO 17) gezeigt.

Der Formänderungs- und Spannungszustand einer unter gleichmäßigen Innen- und Außendruck befindlichen zylindrischen Konstruktion ist von der laufenden Koordinate z unabhängig; es liegt somit das s. g. „ebene Problem“ der Elastizitätstheorie vor. Wegen der hier vorausgesetzten Kreissymmetrie sowohl der geometrischen Gestaltung des Querschnittes als auch der äußeren Lasten, wird außerdem der Formänderungs- und Spannungszustand vom Zentriwinkel φ unabhängig, so daß das gesamte Spannungsfeld nur von einer einzigen Variablen, dem Radiusvektor r , beeinflußt wird. An Stelle von partiellen Ableitungen treten totale Differentialquotienten.

Gleich vorweggenommen sei das bemerkenswerte Ergebnis, daß bei anisotroper Materialstruktur der ebene *Formänderungszustand* und der ebene *Spannungszustand* *nicht* miteinander verwechselt werden dürfen — im prinzipiellen Gegensatz zu isotropem Materialaufbau. In letzterem Falle ist es bekanntlich in vielen Fällen gleichgültig, ob eine Scheibe aus dem Inneren eines (unendlich) langen Zylinders herausgeschnitten wird, so daß, infolge des Zwanges der angrenzenden Partien, die Vorder- und Hinterfläche einer solchen ebenen Lamelle sich nur in sich selbst deformieren können, oder ob eine ähnliche Scheibe, jedoch einem freien Zylinderende entnommen, also mit vollkommen ungehinderter Deformationsfreiheit ausgerüstet, betrachtet wird. In diesen beiden Fällen sind die Spannungsverhältnisse in den zugeordneten isotropen Scheibenebenen (abgesehen von jenen Anordnungen, bei denen die Materialkonstanten in die Lösungen mit hineinkommen) stets identisch. Man kann bei isotropen Medien diese beiden Fälle stets gemeinsam rechnerisch behandeln.⁵

⁴ Diese Diskontinuität elastizitätstheoretisch genau zu erfassen, wäre nur dann möglich, wenn man das einfachere, homogene, anisotrope Modell verließ, um die Aufgabe als ein räumliches (achsensymmetrisches) Problem der inhomogenen Verbindung von zwei isotropen Bestandkomponenten zu behandeln, etwa in einer ähnlichen Art, wie Dr. Ing. A. Freudenthal („Verbundstützen für hohe Lasten“, Berlin 1933) umschnürte Säulen studiert; für Interessierte, die Zeit- und Arbeitsaufwand nicht scheuen, gewiß eine verdienstvolle und aufschlußreiche Beschäftigung.

⁵ vgl. z. B. des Verfassers „Der ebene Formänderungs- und Spannungszustand der Elastizitätstheorie“, Zeitschrift des Österr. Ingenieur- und Architektenvereines 1936, Heft 15/16, worin gezeigt wird, daß die erwähnten beiden ebenen Grenzfälle bei isotroper Struktur *immer* eine

Nicht so bei anisotroper Struktur. Hier ist nicht nur die *prinzipielle* Unterscheidung zwischen ebenem Formänderungszustand und ebenem Spannungszustand unerläßlich, sondern es weichen auch die einander zugeordneten Spannungsfelder *effektiv* voneinander ab. Allerdings kann diese Differenz, zahlenmäßig betrachtet, in *praktischen* Ingenieuraufgaben ohne Bedenken übergangen werden, was daraus hervorgeht, daß in den Gleichungsgruppen für die Radial- und Tangentialspannungen, σ_r und σ_t , diese Differenz, wie wir gleich unten sehen werden, einzig nur durch die wenig voneinander abweichenden, in diesen Ausdrücken auftretenden „Strukturzahlen“ s und t gegeben ist. Immerhin muß das ebene anisotrope Problem aufgespaltet werden in die Betrachtung der dünnen Ringscheibe des endlich langen und des unendlich lang ausgestreckten Rohres. Diese Aufgaben sind auch rechnerisch voneinander getrennt zu untersuchen.

Es ist aus Raummangel nicht möglich, hier diesen Rechnungsgang für die sich damit ergebenden Varianten und Fälle besonders vorzuführen. Es muß hierin auf die in Fußnote ² erwähnte Arbeit (WO 17) verwiesen werden. Immerhin soll für den einfachsten Fall der Kreisringscheibe von geringer Dicke (Tiefe) der Gedankengang zur besseren Orientierung im Aufbau der Endergebnisse kurz angedeutet werden.

Ausgegangen wird von der Gleichgewichtsbedingung

$$\sigma_t = \frac{d}{dr} [r\sigma_r] \quad (5)$$

eines Ringelementes, welches durch zwei benachbarte Radialschnitte und zwei benachbarte konzentrische Kreise aus der Ringscheibe ausgesondert wird.

Da die Ringscheibe in den in der Praxis vorkommenden Fällen eine Stahlverstärkung vor allem in der Umfangsrichtung erhalten wird, wird der Elastizitätsmodul in dieser Richtung, E_2 , stets größer sein, als der Elastizitätsmodul E_1 in Richtung des Radiusvektors r , also $E_2 > E_1$, wobei man sich bei Errechnung von E_2 der Gleichungen (4) zu bedienen hat. (Sollten indessen andere Verhältnisse vorliegen, wie z. B. bei Schwungrädern, wo auch eine radiale Armierung in Frage kommen kann, dann bliebe der nachstehende Gedankengang auch in diesem Falle prinzipiell derselbe, wobei sich jedoch die zahlenmäßigen Ergebnisse entsprechend verschieben würden). Wie sich die besonderen Betonherstellungs- und -einbringungsprozesse, wie etwa das Vibrations- oder Schleuderverfahren, auf das Verhältnis $\frac{E_2}{E_1}$, auf welches es ankommen wird, auswirken, bleibt wegen Mangel an jeglichen experimentell festgestellten Anhaltspunkten vorerhand offen.

Unter Beachtung des in den zwei gegenseitig krummlinig orthogonalen Hauptrichtungen „1“ und „2“ verschiedenen elastischen Verhaltens des Werkstoffes kann man nun die grundlegenden Beziehungen zwischen den Verzerrungs- und Spannungskomponenten, auf die hier eingegangen werden muß und worin die

gemeinsame formale Behandlung zulassen, auch dann, wenn es sich um mehrfach zusammenhängende Gebiete handelt, oder wenn als Randbedingungen Verschiebungen (also nicht Spannungen) vorgeschrieben werden.

statische Unbestimmtheit des elastischen Problems eines jeden kontinuierlichen Mediums zum Ausdrucke kommt, in der folgenden Form anschreiben

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_r = \frac{du}{dr} &= + \frac{1}{E_1} \sigma_r - \frac{1}{m_2} \frac{1}{E_2} \sigma_t, \\ \varepsilon_t = \frac{u}{r} &= - \frac{1}{m_1} \frac{1}{E_1} \sigma_r + \frac{1}{E_2} \sigma_t, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

wenn hierin u die Vergrößerung des Radius bedeutet.

Wie ersichtlich, wurde hierin die Spannungskomponente σ_z gänzlich übergangen, $\sigma_z = 0$, was für den soeben behandelten Fall des ebenen Spannungszustandes (oder auch quasiebenen Spannungszustandes, wie ihn manche Autoren zu nennen pflegen⁶) der Platte (Scheibe) von kleiner Dicke (Tiefe) wesentlich und charakteristisch ist. Dieser Zustand wird in Wirklichkeit um so genauer zutreffen, je dünner die Scheibe im Verhältnis zu ihren sonstigen Abmessungen ist. Zu beachten bleibt, daß sowohl sämtliche Spannungsgrößen (σ , τ) wie auch die Verzerrungskomponenten (ε) nur Mittelwerte, genommen über die Scheibendicke, bleiben.

Die Auflösung der Gleichungsgruppe (6) nach den Spannungskomponenten führt zu den nachstehenden Spannungs-Dehnungs-Gleichungen

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{M}{m_1 m_2 - 1} \left[\frac{u}{r} + m_2 \frac{du}{dr} \right], \\ \sigma_t &= \frac{M}{m_1 m_2 - 1} \left[m_1 \frac{u}{r} + \frac{du}{dr} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Nun bleibt nur noch ein Schritt zu tun: die soeben ermittelten Werte (7) in die Gleichgewichtsbedingung (5) zu substituieren, wodurch man zu der Differentialgleichung

$$\frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \frac{m_1}{m_2} \frac{u}{r^2} = 0 \quad (8)$$

für die radiale Verschiebung u gelangt. Deren Integral

$$u = Ar^s + Br^{-s}, \quad (9)$$

worin

$$s = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} = \sqrt{\frac{E_2}{E_1}} \quad (10)$$

bedeutet, muß noch den vorgeschriebenen Randbedingungen

$$\sigma_r = \begin{cases} -p \\ -q \end{cases} \quad \text{für } r = \begin{cases} a \\ b \end{cases} \quad (11)$$

angepaßt werden.

Nach einer längeren Zwischenrechnung gelangt man schließlich, nach Einführung der unbenannten (dimensionslosen) „reduzierten“ radialen Koordinate

⁶ vgl. z. B. H. Reißner und Fr. Strauch: Ringplatte und Augenstab. Ing.-Archiv, 1933, S. 483.

$\rho = \frac{r}{b}$, zu den gesuchten Spannungswerten selbst, die in der Form von

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{1}{1 - \alpha^{2s}} \left\{ \rho^{s-1} [p\alpha^{s+1} - q] - \left(\frac{\alpha}{\rho}\right)^{s+1} [p - q\alpha^{s-1}] \right\}, \\ \sigma_t &= \frac{s}{1 - \alpha^{2s}} \left\{ \rho^{s-1} [p\alpha^{s+1} - q] + \left(\frac{\alpha}{\rho}\right)^{s+1} [p - q\alpha^{s-1}] \right\}, \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

erhalten werden.⁷ Hierin bedeutet α das schon früher eingeführte Verhältnis von Innen- zu Außenradius, $\alpha = \frac{a}{b}$, welches eindeutig die Querschnittsgestalt festlegt.

Es ist leicht festzustellen, daß durch die Sonderfestlegung $E_1 = E_2$, also $s = 1$, der Übergang zu den für isotrope Körper geltenden *Lamé'schen* Formeln, die somit in der hier betrachteten Anordnung als ein Spezialfall mitenthalten sind, hergestellt wird.

Der in besonderem Maße hier interessierende Fall des allein auftretenden, gleichmäßig verteilten Innendruckes p (wobei gleichzeitig $q = 0$), führt zu den Ausdrücken

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{1}{1 - \alpha^{2s}} \left(\frac{\alpha}{\rho}\right)^{s+1} [\rho^{2s} - 1], \\ \sigma_t &= \frac{s}{1 - \alpha^{2s}} \left(\frac{\alpha}{\rho}\right)^{s+1} [\rho^{2s} + 1], \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

die mit $s = 1$ (also $E_1 = E_2$) selbstverständlich ebenfalls zu den allgemein bekannten Formeln für dickwandige isotrope Druckleitungen führen.

Als besonders charakteristische Größen der soeben angeschriebenen Spannungskomponenten greifen wir die Randwerte der Umfangsspannungen heraus. Für den Innenrand, $r = a$, erhalten wir mit $\rho = \alpha$ die im Querschnitt überhaupt größte auftretende Spannung vom Betrage

$$\sigma_{t, r=a} = s \frac{1 + \alpha^{2s}}{1 - \alpha^{2s}} p, \quad \left(\sigma'_{t, r=a} = \frac{1 + \alpha^2}{1 - \alpha^2} p \right), \quad (14)$$

der stets positiv ist, also Zug bedeutet. Für die Außenfaser, $r = b$, gilt mit $\rho = 1$

$$\sigma_{t, r=b} = 2s \frac{\alpha^{s+1}}{1 - \alpha^{2s}} p, \quad \left(\sigma'_{t, r=b} = 2 \frac{\alpha^2}{1 - \alpha^2} p \right). \quad (15)$$

Vergleicht man die so erhaltenen Ergebnisse mit den für isotropen⁸ Körperaufbau gültigen Randwerten, die zur leichteren Gegenüberstellung in den entsprechenden Zeilen eingeklammert wiedergegeben wurden, so ist festzustellen, daß die Außenfaser samt Umgebung beim armierten, also orthotropen Rohr, im

⁷ Dieselben Ergebnisse kann man auf etwas anderem Wege durch Einführung einer sog. Spannungsfunktion, aus der sämtliche Spannungskomponenten lediglich durch Differentiationen hervorgehen, bestätigt finden.

⁸ Die ungestrichenen Funktionswerte gelten für orthotrope Struktur, die einmal gestrichenen hingegen, zwecks Auseinanderhaltung der Ergebnisse, für isotropen Materialaufbau. Die schon in den Gleichungen (1) und (2) und noch später oft benützten doppelten Striche beziehen sich auf den Idealfall G der gleichförmig über jeden Radialschnitt verteilten Umfangsspannungen und seine charakteristischen Größen.

Vergleich zur unbewehrten Konstruktion, entlastet wird ($\sigma_{t,r=b} < \sigma'_{t,r=b}$), wohingegen die ohnehin schon gefährliche Spannungsspitze am Innenrand bei der betrachteten, praktisch häufigsten Art der Anisotropie ($E_2 > E_1$; $s > 1$) um einen u. U. noch erheblichen Betrag hinaufschneilt ($\sigma_{t,r=a} > \sigma'_{t,r=a}$).

So ist es im Falle der soeben untersuchten Ringscheibe von geringer Dicke (Tiefe), also im Falle des ebenen *Spannungszustandes*; noch etwas ungünstiger liegen die Verhältnisse bei einem endlich langen ($\epsilon_z = k = \text{const.} \neq 0$) oder unendlich langgestreckten ($\epsilon_z = k = 0$) Rohr. Ohne auf die rechnerische Erfassung des bei diesem Varianten vorliegenden Spannungs- und Formänderungszustandes einzugehen — aus Raumangel muß hier auf die Abschnitte III und IV der in Fußnote² genannten Arbeit (WO 17) verwiesen werden —, soll hier nur das Ergebnis für diese beiden, soeben genannten Fälle mitgeteilt werden. Durch einen, dem schon oben angedeuteten ähnlichen Gedankengang gelangt man zu der bemerkenswerten Feststellung, welche besagt, daß die Spannungsponenten σ_r und σ_t in genau derselben Form, wie wir sie bereits aus der Gleichungsgruppe (12) kennen, erhalten werden, mit dem einzigen Unterschied, daß die bisher maßgebende, als Faktor und Exponent auftretende Zahl s , gegeben durch den Wert (10), nunmehr jeweils durch den Ausdruck

$$t = \sqrt{\frac{m_1 m_3 - 1}{m_2 m_3 - 1}} \quad (16)$$

ersetzt werden muß.

Hingegen tritt, an Stelle des früher charakteristischen $\sigma_z = 0$, jetzt noch die Funktion

$$\sigma_r = \frac{1}{m_3} (\sigma_r + \sigma_t + k M) \quad (17)$$

auf, welche jene in der Längsrichtung des Zylinders wirkenden Spannungen festlegt, die nun ihrerseits die rein ebene Deformation der einzelnen Lamellen erzwingen.

Da für die in der Ingenieurpraxis vorliegenden Verhältnisse stets die Ungleichungen

$$t \geq s \geq 1 \quad (18)$$

bestehen, sieht man ohne weiteres ein, daß im Falle zylindrischer (beliebig langgestreckter) Konstruktionselemente, also beim Auftreten des ebenen *Formänderungszustandes*, die Ungleichmäßigkeit der Spannungsverteilung noch markanter (wenn auch in einem praktisch kaum bemerkbaren Maße) zu Tage tritt, als bei dünner Ringscheibe, also im Falle des ebenen *Spannungszustandes*.⁹

Die beigefügten Zahlentafeln II und III sollen über die bisher erhaltenen Ergebnisse einen zahlenmäßigen Überblick vermitteln. In der Zahlentafel II sind die für die polar- bzw. zylinderorthotrope Struktur maßgebenden Werte s und t zusammengestellt, wobei $n = \frac{E_e}{E_b} = 10$ angenommen wurde. [Bezüglich der

⁹ Die Sonderfälle, bei denen in den Beziehungen (18) ausnahmsweise die Gleichheitszeichen in Wirksamkeit treten, werden in (WO 17) näher erläutert. Jedenfalls bleibt es ersichtlich, daß die Zahlen s bzw. t als ein Maß für die Abweichung von der isotropen Materialstruktur — dieser ist der Wert 1 zugeordnet — betrachtet werden können; sie werden also zu einer Art von Strukturkennzahlen.

zahlenmäßigen Erfassung von m_1 , m_2 , m_3 vergleiche man (WO 17)]. Ersichtlich ist, daß der Unterschied zwischen s und t *praktisch* belanglos ist (wenn auch, wie schon früher erwähnt, die *begriffliche* Auseinanderhaltung der Fälle unbedingt notwendig ist).

Zahlentafel II.

F_2 in %	λ_2	s	t
0	1,00	1,000	1,000
1	1,09	1,043	1,044
2	1,18	1,086	1,088
3	1,27	1,127	1,130
4	1,36	1,166	1,170
5	1,45	1,204	1,210
7	1,63	1,277	1,286
10	1,90	1,378	1,393

Wichtiger sind die in Zahlentafel III zusammengestellten funktionalen Zusammenhänge. Diese Übersicht ermöglicht einen Vergleich zwischen den Spannungswerten bei isotroper ($S' = \sigma'_t/p$) und bei der hier betrachteten orthotropen ($S = \sigma_t/p$) Struktur, wobei in den letzten Kolonnen noch jener Fall mitberücksichtigt wurde, zu dem wir anschließend sofort übergehen werden und der durch eine vollkommen gleichmäßige Verteilung der Umfangsspannungen $S'' = \sigma''_t/p = \frac{a}{b-a} = \frac{\alpha}{1-\alpha}$ über jeden Radialschnitt gekennzeichnet ist. Vorausgesetzt wurde, daß nur ein hydrostatischer Innendruck p allein auftritt, somit $q = 0$ ist.

Zahlentafel III.

s, t		1,00				1,20				1,50				G	
α	ρ	S'	$D\%$	$A\%$	$U\%$	S	$D\%$	$A\%$	$U\%$	S	$D\%$	$A\%$	$U\%$	S''	$U\%$
0,00	α 1	1,00 0,00	± 0	$+\infty$ ± 0	∞	1,20 0,00	$+\infty$ ± 0	$+\infty$ ± 0	∞	1,50 0,00	$+\infty$ ± 0	$+\infty$ ± 0	∞	0,00	± 0
0,25	α 1	1,13 0,13	± 0	$+\frac{239}{-61}$	300	1,29 0,12	$+\frac{14}{-8}$	$+\frac{287}{-64}$	351	1,55 0,10	$+\frac{37}{-23}$	$+\frac{365}{-70}$	435	0,33	± 0
0,50	α 1	1,67 0,67	± 0	$+\frac{67}{-33}$	100	1,76 0,64	$+\frac{5}{-4}$	$+\frac{76}{-36}$	112	1,93 0,60	$+\frac{16}{-10}$	$+\frac{93}{-40}$	133	1,00	± 0
0,75	α 1	3,57 2,57	± 0	$+\frac{19}{-14}$	33	3,62 2,56	$+\frac{1}{-1}$	$+\frac{21}{-15}$	36	3,69 2,53	$+\frac{3}{-2}$	$+\frac{23}{-16}$	39	3,00	± 0
0,90	α 1	9,54 8,54	± 0	$+\frac{6}{-5}$	11	9,56 8,54	$+\frac{0,2}{\sim 0,0}$	$+\frac{6}{-5}$	11	9,58 8,51	$+\frac{0,4}{-0,4}$	$+\frac{7}{-5}$	12	9,00	± 0
1,00	α 1	∞	± 0	± 0	0	∞	± 0	± 0	0	∞	± 0	± 0	0	∞	± 0

Es wurden in der Zusammenstellung III für verschiedene Querschnittsgestaltungen ($\alpha = \frac{a}{b} = 0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{9}{10}, 1$) jeweils in dem oberen Feld die Spannungswerte am Innenrande ($\rho = \alpha$), im unteren jene an der Außenfaser ($\rho = 1$) eingetragen. In den Kolonnen D wurde die prozentuale Differenz gegenüber den nach *Lamé*, also für isotropen Materialaufbau, berechneten Werten notiert, hingegen in den Kolonnen A der positive (+) oder negative (—) prozentuale Ausschlag gegenüber dem Idealfall der vollkommen gleichförmigen Spannungsverteilung S'' . Durch Summierung dieser beiderseits gerichteten Ausschläge A errechnet sich das Ungleichförmigkeitsmaß U, welches in den entsprechenden Kolonnen abzulesen ist und welches guten Aufschluß erteilt über den Grad der sehr ungünstigen Spannungsverteilung in allen dickwandigen Konstruktionen, wenn diese in der bisher stets üblichen Art ausgeführt werden. Ganz besonders kraß trifft diese unliebsame Erscheinung zum Vorschein, wenn die Wandstärke anwächst (d. h. wenn α abnimmt) und die Armierung stark gewählt wird (d. h. wenn s bzw. t groß werden).

Mit zunehmender Wanddicke und Bewehrungsstärke konzentriert sich der innere Kraftfluß in einer zusehends immer schmaler werdenden und dabei gleichzeitig um so mehr beanspruchten inneren Zone; die inneren Kräfte drängen sich also immer intensiver an die Innenkontur heran, wobei gleichzeitig die äußeren Querschnittspartien am Kraftspiel immer mehr unbeteiligt bleiben.

Im Grenzfalle sehr kräftiger (unnachgiebiger) Bewehrung ($\frac{E_2}{E_1} \longrightarrow \infty$) müßte sogar schon die Innenfaser allein, allerdings dann über jedes endliche Maß hinaus beansprucht, die ganze statische Funktion, d. h. den Gesamtwiderstand, übernehmen.

Aus den Kolonnen D ersieht man, wie groß der Fehler ist, der begangen wird, wenn man orthotrope Verbundkonstruktionen nach den einfachen und in der Praxis bisher ausschließlich benützten *Lamé*'schen Formeln berechnet und dimensioniert. Bei Konstruktionen für besondere Zwecke, wie etwa bei den vom Verfasser beschriebenen Eisenbetonrohren für bergmännische Spülversatzbetriebe¹⁰ (Betriebsdrücke von 20 und mehr Atmosphären), bei denen die Wandstärke groß und die Armierung überaus kräftig gehalten werden müssen, kann dieser Fehler u. U. 15, 20, 30 und mehr Prozent betragen. In solchen Fällen ist es nicht mehr zulässig, sich durch vereinfachte aber nicht mehr zutreffende Rechnungsannahmen irreführen zu lassen, zumal wenn dies, wie hier, auf *Kosten* der Bruch- und Rißsicherheit geschieht.

Der statische Wirkungsgrad η von bewehrten Rohrleitungen und verwandten Eisenbetonkonstruktionen ist somit noch merklich schlechter als jener von unbewehrten. Die Zahlen η werden durchweg noch kleiner als die Werte η' , die in Zahlentafel I zusammengestellt wurden.

Die bisherigen Betrachtungen legen uns den Gedanken nahe, zu versuchen, derartige dickwandige Rohre und andere zylindrische, ähnlich beanspruchte Bauwerke zu konstruieren, die die mit der ungleichmäßigen Spannungsverteilung

¹⁰ W. Olszak: Eisenbetonrohre für Spülversatzzwecke. Zement 1935, Nr. 14, 15, 16.

verbundenen Mängel (schlechte Ausnützung des Werkstoffes, erhöhte, von der Innenkante aus ausgehende Reiß- und Bruchgefahr, nicht zu rechtfertigende Baustoffvergeudung usw.) restlos auszuschalten gestatten würden.

In der Tat ist es durch ein einfaches Verfahren möglich, der Verbundkonstruktion von vornherein ein derartiges elastisches Verhalten aufzuzwängen, daß man das soeben gesteckte Ziel in praktisch vollkommener Weise erreicht und somit der bisherigen Ausführung von dickwandigen Konstruktionen eine neuartige, in jeder Beziehung überlegene, verbesserte Herstellungsart gegenüberzustellen in der Lage ist.

Im ersten Augenblick könnte man sich geneigt fühlen, der Verdichtung des Kraftflusses längs der Innenkontur mit der Armierung zu folgen. Dies wäre aber gänzlich verfehlt und falsch. Es ist zwar richtig, daß die Erhöhung der Spannungsspitze am Innenrande mit gleichzeitiger Entlastung der äußeren Partien des dickwandigen Rohres, somit die Steilerstellung der gesamten Verteilungslinie der Umfangsspannungen, eine Verschiebung des Schwerpunktes der Spannungsfläche nach innen zu bewirkt, die ja — wie wir schon andeuten konnten — besonders dann scharf hervortreten kann, wenn eine besonders kräftig armierte, ausgesprochen dickwandige Konstruktion vorliegt.

Aber dieser ungünstigen Spannungsverlagerung durch Änderung der gleichförmigen Verteilung der Umfangsarmierung in dem Sinne begegnen zu wollen, daß man ihre Verdichtung in der Innenzone des ringförmigen Querschnittes herbeiführt, so etwa, daß der Schwerpunkt der Stahleinlagen mit dem Schwerpunkt der Spannungsfläche zur Deckung gelangen würde, hieße, nur noch eine um so stärkere Kraftkonzentration in der Rohrrinnenzone und eine noch weitere Steigerung der ohnehin schon störenden Spannungsspitze herbeiführen, da ja alle statisch unbestimmten Systeme stets so arbeiten, daß ihre „stärkeren“, d. h. weniger nachgiebigen Partien sich stärker am inneren Kraftfluß beteiligen.

Diese Erkenntnis führt uns zu einem anderen Vorgehen, zu einer gerade entgegengesetzten Anordnung: durch Verdichtung der Stahlarmerung nach *außen* hin, also durch stetige Erhöhung des Elastizitätsmoduls E_2 in der äußeren Querschnittszone, wollen wir die letztere zur verstärkten Kraftübertragung derart gewinnen, daß — im Idealfalle — jede Rohrfaser gleichmäßig beansprucht, also etwa bei hydrostatischem Innendruck p , gleichmäßig gezogen wird.

Wir kehren also die sonst übliche Aufgabenstellung gerade um: bisher haben wir stets zu bereits bekannten, im voraus gegebenen elastischen Eigenschaften des Verbundkörpers die zugehörigen statischen Werte, seinen Spannungs- und Formänderungszustand, gesucht. Jetzt schreiben wir einen bestimmten Spannungszustand a priori vor und wollen jene vorläufig noch unbekannten elastischen Eigenschaften feststellen, die mit dieser verlangten, vorgeschriebenen Spannungsverteilung verträglich sind.

Bei Eisenbetonkonstruktionen ist es verhältnismäßig leicht, die elastischen Eigenschaften des Verbundkörpers wunschgemäß zu variieren: man arbeitet ja mit zwei voneinander im elastischen Sinne stark abweichenden Strukturkomponenten, dem Beton und dem Stahl. Durch entsprechende gegenseitige Abstimmung der wirkenden Querschnitte gelangt man in einfacher Weise zu dem erstrebten Ziel, der verbesserten Herstellungsart von Verbundkonstruktionen.

Auch hier ist es nicht möglich, in die Einzelheiten der Rechnung einzugehen,

zumal sich hier mehrere Wege ergeben, die zum Ziele führen. Es kommt nämlich bei der Lösung des Problems weniger auf die absoluten Elastizitätswerte an, als vielmehr auf ihr gegenseitiges Verhältnis, also auf die *veränderliche* Gestaltung von $\frac{E_2}{E_1}$. Hierin kann man aber entweder, bei fixem E_1 , den Wert E_2 veränderlich gestalten, oder das gewünschte gegenseitige Verhältnis durch Beeinflussung von E_1 bei festgehaltenem E_2 erreichen, schließlich aber auch noch beide Werte entsprechend gegenseitig verändern. Der bisher erläuterte Fall der (homogenen) Polar- bzw. Zylinderorthotropie wird also jetzt durch eine ebenfalls krummlinige, jedoch ortsveränderliche, also inhomogene Orthotropie ersetzt werden müssen.

Genauer soll darüber in einer bereits fertig vorliegenden, in Kürze zu veröffentlichenden Arbeit berichtet werden, auf die hier weiterhin mancherorts unter Benützung der Abkürzung (WO 20)¹¹ verwiesen wird. Hier soll nur das Ergebnis für den einfachsten und auch praktisch ohne Schwierigkeit durchführbaren Fall mitgeteilt werden, wonach durch entsprechende Verdichtung der Umfangsarmierung nach außen hin, bei unveränderlich festgehaltenem $E_1 = E_1$, der erwünschte Effekt erreicht wird.

Ausgehend von der nunmehr grundgelegten Forderung nach einer vollkommen ausgeglichenen Verteilung der Umfangsspannungen längs jedes Radialschnittes setzen wir

$$\sigma''_t = \frac{d}{dr} [r \cdot \sigma''_r] = \text{const.} = C = \frac{ap - bq}{b - a}. \quad (19)$$

Daraus erhält man durch einmalige Integration den Verlauf der zugehörigen Radialspannungen

$$\sigma''_r = C + \frac{D}{r}, \quad (20)$$

wobei die Integrationskonstante D den Randbedingungen (11) angepaßt wird. Mit

$$D = ab \frac{q - p}{b - a} \quad (21)$$

genügen wir der Vorschrift (11) an beiden Rändern. Nunmehr betrachten wir den Zusammenhang zwischen Spannungs- und Formänderungszustand. Gehen wir, der Einfachheit halber, zunächst auf den Fall der Ringscheibe von geringer Dicke (Tiefe) ein (also auf den Fall des ebenen *Spannungszustandes*), so können wir die Gleichungsgruppe (6) auch hier als vollauf gültig übernehmen, vorausgesetzt, daß wir darin E_2 nicht mehr als Festwert, sondern als eine Funktion des Radiusvektors, $E_2 = E_2(r)$, behandeln.

Wenn wir weiterhin auch wieder die erste der Beziehungen (3) benützen — eine Annahme übrigens, die für die früher behandelten Fälle der Polar- bzw. Zylinderorthotropie *streng* erfüllt ist, deren Gültigkeit hier aber noch nachzuprüfen wäre, die aber mittlerweile auch für die jetzt untersuchten Aufgaben als hinreichend zutreffend und somit als zulässig erachtet werden kann —, dann steht nichts mehr im Wege, die vorläufig noch unbekannte und noch gesuchte Funktion E_2 zu ermitteln.

¹¹ Inzwischen erschienen in der polnischen Fachzeitschrift „Czasopismo Techniczne“ 1937, Nr. 1, 2, 3, 4, 5, 6. (Anmerkung bei der Korrektur.)

Das Ergebnis lautet einfach:

$$E_2 = E_b \cdot \lambda''_P, \quad (22)$$

worin

$$\lambda''_P = \frac{\rho}{A_P + \rho + \frac{1}{b} \frac{D}{C} \ln \rho}. \quad (23)$$

Wird hingegen ein (unendlich) langes Rohr betrachtet, somit der ebene *Formänderungszustand* der Untersuchung zugrunde gelegt, dann lautet die Lösung

$$E_2 = E_b \cdot \lambda''_R, \quad (24)$$

worin

$$\lambda''_R = \frac{\rho}{A_R + \rho + \frac{1}{b} \frac{D}{C} \left(1 - \frac{1}{m_1 m_3}\right) \ln \rho}. \quad (25)$$

Die Werte A_P und A_R werden darin, um die Aufnahme eines unbequemen unendlichen Doppelreihenausdruckes vermeiden zu können, durch die folgenden, sehr gut zutreffenden [vgl. (WO 20)] Näherungsausdrücke festgelegt:

$$A_P = -\frac{(n-1)F''_2}{100 + (n-1)F''_2} \frac{1+\alpha}{2} - \frac{1}{b} \frac{D}{C} \ln \frac{1+\alpha}{2}, \quad (26)$$

$$A_R = -\frac{(n-1)F''_2}{100 + (n-1)F''_2} \frac{1+\alpha}{2} - \frac{1}{b} \frac{D}{C} \left(1 - \frac{1}{m_1 m_3}\right) \ln \frac{1+\alpha}{2}. \quad (27)$$

Die veränderliche Ringbewehrung f''_2 muß betragen

$$f''_2 = \frac{100}{n-1} (\lambda'' - 1) \quad (28)$$

worin λ'' , nach Maßgabe der Problemstellung, den Wert (23) oder (25) annimmt. Es muß selbstverständlich stets gelten

$$\frac{1}{b-a} \int_a^b f''_2 \cdot dr = F''_2. \quad (29)$$

Natürlich kann die Funktion $E_2 = E_b \cdot \lambda''$ praktisch nicht kleiner werden als E_b (also λ'' nicht kleiner als Eins), denn wir haben es nur in der Hand, den Elastizitätsmodul des Verbundkörpers, durch entsprechende Stahlverstärkungen, im Vergleich zu E_b zu *vergrößern*, also die Verbundkonstruktion zu „verdichten“, nicht aber das Materialgefüge „aufzulockern“; damit wird dem Verfahren auch eine gewisse praktische Grenze gesetzt, die, um hier eine Orientierung zu ermöglichen, mit etwa $\alpha = \frac{a}{b} \geq (0,6 \text{ bis } 0,8)$ (je nach der Bewehrung F''_2) festgelegt wird. Aber noch dickwandigere Konstruktionen, als sie die soeben genannte Ungleichung festlegt, deren Mantelstärke also größer wäre als $(0,4 \text{ bis } 0,2) b$, sind in der Praxis ziemlich selten; außerdem kann dann nötigenfalls noch immer zu dem allerdings schwierigeren Mittel der Veränderung von

E_1 gegriffen werden, so daß wir schließlich zu der Überzeugung gelangen, daß in allen praktisch vorkommenden Fällen wohl stets der günstige gleichmäßige Spannungsausgleich herbeigeführt werden kann.

Als *Beispiel* sei hier angeführt ein Druckrohr von der Gestalt $\alpha = \frac{a}{b} = 0,6$, welches durch das einfache Mittel einer entsprechenden Verteilung der Umfangsarmierung im verlangten Sinne beeinflusst werden kann.

Es ergibt sich

$$E_2 \cong \frac{\rho}{0,510 + \rho - \ln \rho},$$

$$f''_2 \cong \frac{100}{n-1} \left(\frac{\rho}{0,510 + \rho - \ln \rho} - 1 \right).$$

Es ist dies, wie Fig. 3 zeigt, ein fast geradliniger Zuwachs von E_2 , welches an der Innenkante den Wert $E_{2,r=a} \cong E_b$, annimmt, und seinen Größtwert an der Außenfaser erreicht, $E_{2,r=b} = 2,04 E_b$. Die f''_2 -Linie verläuft ebenfalls fast geradlinig mit den Werten $f''_{2,r=a} = 0$ und $f''_{2,r=b} = 7,4\%$ (wenn $n = 15$

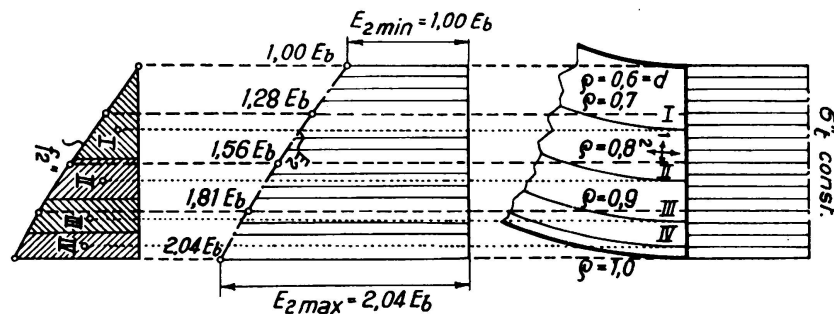


Fig. 3.

Die gleichmäßig verteilten Tangentialspannungen $\sigma''_t = \text{const.}$ werden erzwungen durch entsprechende Veränderung des Umfangsmoduls E_2 . Daraus ergibt sich das Armierungsdiagramm f''_2 , aus welchem die Lage der Bewehrungsringe I, II, III, IV ermittelt wird.

gesetzt wird). Die Schwerpunktslage des f''_2 -Diagramms teilt also die Wandstärke fast genau in drei gleiche Teile; der Schwerpunkt der Armierung muß also in einer Entfernung von $\frac{2}{3}d = \frac{2}{3}(b-a)$ von der Innenkante entfernt liegen.

Die Verteilung der Stahlarmierung wird zweckmäßig in einer ähnlichen Art vorgenommen, die uns von der Aufteilung der Schubbewehrung bei Eisenbetonbalken aus dem Schubkraftdiagramm her bekannt ist. Zweckmäßig wird man möglichst viele und dünne Einlagen wählen, um so eine möglichst stetige Verbundwirkung zu erreichen. Die Bewehrungsringe selbst werden dann in die Schwerpunkte der in entsprechende Teilfelder aufgeteilten f''_2 -Fläche verlegt, wie dies aus Fig. 3 für 4 Einlagen gleichen Durchmessers ersichtlich ist. Näheres über den günstigsten *Gesamtbewehrungssatz* F''_2 (29) ist in (WO 20) zu finden.

Nun kann man noch einen Schritt weitergehen. Bekanntlich ist die zulässige Spannung des Verbundkörpers u. a. von dem Bewehrungssatz abhängig; dieser nimmt aber bei der hier von mir vorgeschlagenen verbesserten Lösung nach außen hin zu. Somit kann man auch gestatten, daß die zulässige Spannung nach außen zu in einem gewissen, dem Bewehrungsgrad entsprechenden Maße zunimmt. Der Fall ist ganz analog wie der soeben betrachtete zu behandeln, nur muß die Grundgleichung (19) durch die nunmehr maßgebende

$$\sigma_t''' = \sigma_{b\text{ zul}} \left[1 + n \frac{f_2'''}{100} \right] = \sigma_{b\text{ zul}} \frac{1}{n-1} \left[n \frac{E_2}{E_1} - 1 \right], \quad (30)$$

wobei

$$E_2 = E_b \cdot \lambda''', \quad f_2''' = \frac{100}{n-1} (\lambda''' - 1),$$

ersetzt werden.

Bei diesem Sonderproblem wollen wir uns indessen nicht länger aufhalten. Wichtiger ist — im Gegensatz zu den bisher behandelten Fällen der Einhaltung von zulässigen Spannungen — die Forderung, daß das Maß der *Anstrengung* der Konstruktion in jedem Punkt das gleiche bleibe, d. h. daß das dickwandige Bauwerk in jedem beliebigen Punkte gegenüber Bruch und Riß denselben Sicherheitsgrad aufweise. Dies wird aber weder durch die Forderung (19), noch durch die zugeschärfte Bedingung (30) erreicht, sondern man muß in diesem Falle von einer bestimmten Anstrengungshypothese ausgehen.

Als solche kommen hier in Frage, entweder die *Guest-Mohr'sche* Schubspannungshypothese oder die *Huber'sche* Gestaltänderungsenergiehypothese. Dann tritt an Stelle von (19) bzw. (30) die Forderung, daß die entsprechenden „reduzierten“ Spannungen unveränderliche Werte annehmen müssen:

$$\sigma_{\text{red}}'''' = \sigma_t'''' - \sigma_r'''' = \text{const}, \quad (31)$$

bzw.

$$\sigma_{\text{red}}'''' = \sqrt{(\sigma_r''''')^2 + (\sigma_t''''')^2 + (\sigma_z''''')^2 - \sigma_r'''' \sigma_t'''' - \sigma_t'''' \sigma_z'''' - \sigma_z'''' \sigma_r''''} = \text{const}. \quad (32)$$

Damit wird aber eine in jeder Beziehung statisch (Bruchsicherheit), betriebstechnisch (Risselfreiheit), wirtschaftlich (Baustoffersparnis)¹² ideale Lösung erreicht. Wie in diesen Fällen das Gesetz $\lambda''' = \frac{E_2}{E_1}$ lautet und wie hier die Armierung zu verteilen ist (Funktion f_2'''), kann im Rahmen dieses Beitrages aus Raummangel nicht mehr mitgeteilt werden und bleibt einer getrennten Veröffentlichung vorbehalten.

Der statische Wirkungsgrad η'' beträgt — im Gegensatz zu den kärglichen Zahlen η und η' — bei den verbesserten Konstruktionen laut obigem Vorschlag stets durchweg $\eta'' = 1 = 100\%$, ganz unabhängig von der Wanddicke, womit auch die in Fußnote 11 angedeutete gewaltige Baustoffersparnis ohne weiteres einleuchtend erscheint.

¹² Vergleichsweise ist bei dickwandigen Leitungen der bisherigen, altherkömmlichen Bauweise der Materialaufwand um 20, 50, 100 und mehr Prozent (je nach dem Dimensionsverhältnis α und dem Bewehrungssatz F_2) größer als der Verbrauch an Baustoff bei der verbesserten Ausführung [vgl. (WO 19)].