

Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH
Kongressbericht

Band: 2 (1936)

Artikel: Die Stabilität der Stegbleche vollwandiger Träger bei Berücksichtigung
örtlicher Lastangriffe

Autor: Girkmann, K.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-2848>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 16.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Die Stabilität der Stegbleche vollwandiger Träger bei Berücksichtigung örtlicher Lastangriffe.

La stabilité des âmes de poutres pleines en tenant compte des charges locales.

Stability of the Webs of Plate Girders Taking Account of Concentrated Loads.

Dr. Ing. K. Girkmann,

Privatdozent an der Technischen Hochschule, Wien.

Blechträger haben zuweilen Lasten aufzunehmen, die zwischen den Querstreifen am Druckgurt angreifen. Solche Lastangriffe treten beispielsweise an Kranbahnträgern, an den Längsträgern von Eisenbahnbrücken sowie auch an den Hauptträgern dieser Brücken auf, sofern sie unmittelbar die Querschwellen tragen.

Eine Stabilitätsuntersuchung für die Stegbleche derart belasteter Blechträger habe ich erstmalig in einer Abhandlung „*Stegblechbeulung unter örtlichem Lastangriff*“¹ durchgeführt. Im Folgenden werden zunächst die Grundlagen dieser Untersuchung kurz besprochen, um dann über ein vereinfachtes Verfahren berichten zu können.

Die schärfere Ermittlung der *Stabilitätsgrenze* des Stegbleches würde in jedem einzelnen Falle umfangreiche Berechnungen erfordern. Um die Rechenarbeit einzuschränken und um zu allgemeineren Ergebnissen zu gelangen, mußten daher verschiedene Näherungen durchgeführt werden. So habe ich vor allem die *Lastverteilung* längs des Stegblechrandes, die durch den biegungssteifen Lastgurt, unter Mitwirkung der Querstreifen, zustandekommt, *getrennt* und unter vereinfachenden Annahmen berechnet. In Fig. 1a und 1b sind solche Lastverteilungen $p(x)$ dargestellt. Fig. 1a zeigt eine Verteilung, bei der die Querstreifen praktisch unwirksam blieben; es handelt sich hier um einen Blechträger, dessen Lastgurt geringe Biegesteifigkeit besitzt (oder dessen Querstreifen in größeren Entfernungen angeordnet sind). Fig. 1b hingegen zeigt die Verteilung für einen Träger mit starkem Lastgurt und eng liegenden Querstreifen; die Steifen bewirken hier eine wesentliche Entlastung des Stegblechrandes, indem sie unmittelbar einen Lastanteil des Gurtes übernehmen, den sie an weniger beulgefährdete Teile des Stegbleches abgeben. Ich habe diese Mitwirkung der Querstreifen näherungsweise erfaßt — der Gurt wurde dabei als Stab, das Steg-

¹ Sitzungs-Berichte der Akademie der Wissenschaften in Wien, math.-nat. Kl., Abt. IIa, 145. Bd., Heft 1 und 2, 1936.

blech als Scheibe in Rechnung gestellt — und für die Randbelastung $p(x)$ des Stegbleches den folgenden Ausdruck

$$p(x) = \sum p_n \cos \frac{n\pi x}{3a} \quad (n = 1, 3, 5 \dots) \quad (1)$$

mit den Beiwerten

$$p_n = \frac{2P}{3a} \cdot \frac{1}{1 + \frac{2J_0}{t} \left(\frac{\pi}{3a}\right)^3 n^3} \quad (2)$$

$$\left\{ \frac{\sum_{m=1,3,\dots} \frac{3a}{n\pi c} \sin \frac{n\pi c}{3a} - \cos \frac{n\pi}{6} \cdot \frac{\sum_{m=1,3,\dots} \frac{3a}{m\pi c} \sin \frac{m\pi c}{3a} \cdot \cos \frac{m\pi}{6} \cdot \frac{1}{1 + \frac{2J_0}{t} \left(\frac{\pi}{3a}\right)^3 m^3}}{\sum_{m=1,3,\dots} \cos^2 \frac{m\pi}{6} \cdot \frac{1}{1 + \frac{2J_0}{t} \left(\frac{\pi}{3a}\right)^3 m^3}} \right\}$$

erhalten. Hierin bedeuten: a die Entfernung der Quersteifen, t die Stegblechstärke, c die halbe Lastbreite und J_0 das Trägheitsmoment des belasteten Gurtes, bezogen auf seine waagrechte Schwerachse. Das zweite Klammerglied in Gl. (2) stellt den Einfluß der Quersteifen dar, der sich häufig als vernachlässigbar klein ergibt. (Die Gl. (2) ist hier so angeschrieben, daß der Übergang auf $c = 0$ unmittelbar bewerkstelligt werden kann.) Ähnliche Beziehungen wie die Gl. (2) lassen sich auch für den Fall entwickeln, daß im betrachteten Felde *mehrere* Lasten in symmetrischer Lage zur y -Achse wirksam sind.

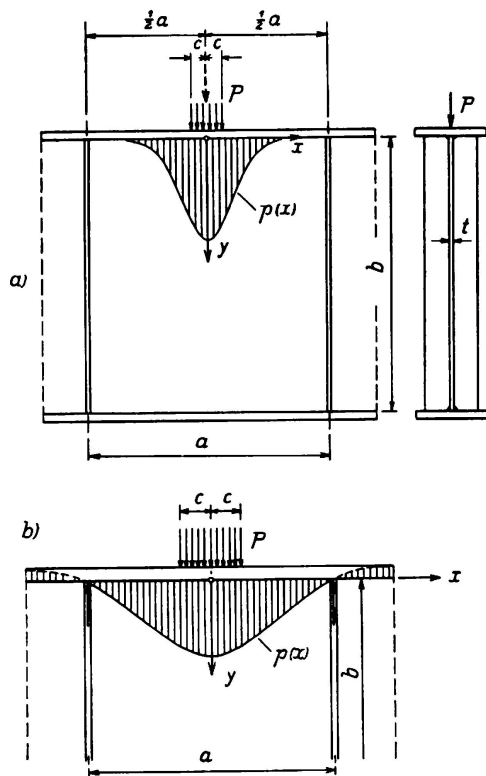


Fig. 1 a und b.

Mit Hilfe der Verteilung $p(x)$ können nun die Spannungen des jeweils in Untersuchung gezogenen Stegblechfeldes berechnet werden. In meiner eingangs zitierten Abhandlung habe ich diese Spannungen aus zwei Teilbeträgen zusammengesetzt: aus elementar berechneten Spannungen σ_{x1} und τ_1 und aus Scheibenspannungen σ_{x2} , σ_y und τ_2 , die zufolge der Randbelastung $p(x)$ entstehen. Die Schubspannungen τ_1 wurden in der Folge außer Betracht gelassen und es wurde ein zur y -Achse symmetrischer Spannungszustand des Blechfeldes der Stabilitätsuntersuchung zugrunde gelegt. Zur

Bestimmung der kritischen Spannungs- und Lastwerte habe ich das „Energiekriterium der Knicksicherheit“ herangezogen.

Nun hat sich bei der Ausrechnung der potentiellen Energie der ausgebogenen Stegblechplatte gezeigt, daß ein Teil des Energiebeitrages der Spannungen σ_{x2}

durch den bezüglichen Beitrag der Spannungen τ_2 weggehoben wird. Es war daher naheliegend, die Scheibenspannungen σ_{x2} und τ_2 erst gar nicht in die Stabilitätsuntersuchung einzubeziehen, die Spannungen σ_x vielmehr zur Gänze nach der „Technischen Biegelehre“ zu bestimmen und lediglich die elementar nicht erfaßbaren Spannungen σ_y wieder aus der Spannungsfunktion der Stegblechscheibe zu berechnen. Vergleichsrechnungen haben ergeben, daß die so ermittelten kritischen Spannungswerte tatsächlich nur wenig von jenen abweichen, die unter Berücksichtigung aller aus der „lokalen Wirkung“ entspringenden Spannungen nach dem strengerem Verfahren¹ erhalten wurden.

Im Folgenden werden die Stegblechspannungen nach diesem vereinfachten Verfahren berechnet. Bedeutet b die Höhe des Stegbleches (bei genieteten Trägern zwischen den Nietrißlinien der Gurtwinkel gemessen) und σ_0 die von allen Trägerlasten hervorgerufene, elementar ermittelte Randspannung in der Mitte ($x = 0$) des jeweils zu untersuchenden Blechfeldes EF (Fig. 2a), so ist die Biegespannung dieses Querschnittes

$$\sigma_x = -\sigma_0 \left(1 - \frac{2y}{b}\right). \quad (3)$$

Derselbe Ausdruck wird auch für die Biegespannung aller übrigen Blechquerschnitte innerhalb EF in Rechnung gestellt.

Zur Ermittlung der Spannungen σ_y wird bloß das Trägerstück CD (Fig. 2b) mit der Feldlast P in Untersuchung gezogen. Die Länge dieses Trägereiles ist gleich der dreifachen Steifenentfernung a und daher groß genug, um innerhalb EF die Spannungen σ_y bereits genügend genau erfassen zu können. Aus der bekannten Airyschen Spannungsfunktion für den Parallelstreifen — entwickelt so wie die Randlast $p(x)$ für die Länge $CD = 3a$ als Halbperiode — erhält man

$$\begin{aligned} \sigma_y = - \sum_{n=1, 3, \dots} \left\{ c_{1,n} \cdot e^{\frac{n\pi y}{3a}} + \right. \\ \left. + c_{2,n} \cdot e^{-\frac{n\pi y}{3a}} + c_{3,n} \cdot \frac{n\pi y}{3a} e^{\frac{n\pi y}{3a}} + c_{4,n} \cdot \frac{n\pi y}{3a} e^{-\frac{n\pi y}{3a}} \right\} \cos \frac{n\pi x}{3a}. \end{aligned} \quad (4)$$

Die Konstanten $c_{1,n} \dots c_{4,n}$ sind aus den Randbedingungen des Stegbleches zu ermitteln. Da bloß die Spannungen σ_y aus der Spannungsfunktion berechnet werden, kann hierbei auf die strenge Erfüllung der Übergangsbedingungen (Verbundwirkung) verzichtet werden; damit wird nicht bloß eine Abkürzung der Rechnung erzielt, sondern es ist auch möglich, die Ergebnisse allgemeiner zu gestalten.

Die Stabilitätsuntersuchung wird wieder feldweise durchgeführt und die Herleitung der Beulgleichungen erfolgt unter der Annahme, daß die Ränder des Stegbleches längs der Gurte und der Querstreifen „frei gestützt“ seien. Gurte und Querstreifen werden in Bezug auf Ausbiegungen senkrecht zur Blechebene als starr angesehen. Ferner wird für das in Untersuchung gezogene Blechfeld EF (Fig. 2) eine Beulform vorausgesetzt, die in der Trägerlängsrichtung bloß eine Halbwelle bildet. Die Ergebnisse sind dann sicher für $a \leq 0,9b$ brauchbar. Wäre nämlich keine örtliche Belastung des Stegbleches vorhanden, dann würde dieses unter der Einwirkung der Biegespannungen σ_x solange in einer Halbwelle ausbeulen, als $a < 0,9b$ ist. Tritt nun die lokale Wirkung, die stets eine zur y -Achse

symmetrische Beulung anstrebt, hinzu, so wird auch bei größeren a/b zunächst noch Ausbeulen in einer (wenn auch anders geformten) Halbwelle stattfinden. Eine genauere Untersuchung dieser Zusammenhänge war wegen des Umfangs der erforderlichen Entwicklungen nicht möglich, weshalb hier als Grenze $a = 0,9b$ beibehalten wird.

Unter möglicher Beschränkung der Gliederzahl wird für die Auswölbung $w(x, y)$ des Blechfeldes EF wieder der Ansatz

$$w = \left(A \cdot \sin \frac{\pi y}{b} + B \cdot \sin \frac{2\pi y}{b} + C \cdot \sin \frac{3\pi y}{b} \right) \cos \frac{\pi x}{a} \quad (5)$$

gewählt, der die vorliegenden Randbedingungen in Form der „Navierschen Bedingungen“ erfüllt. Mit diesem dreigliedrigen Ansatz kann die entstehende Blechsauswölbung schon annähernd richtig beschrieben werden, besonders dann,

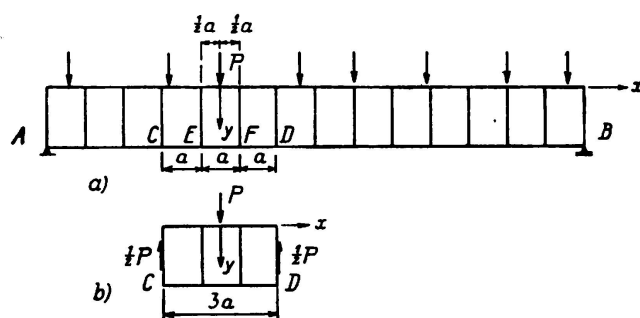


Fig. 2 a und b.

wenn der Einfluß der Spannungen σ_y gegenüber jenem der Spannungen σ_x stärker zurücktritt (also der Ort der größten Blechsauswölbung vom Lastgurt weiter abrückt). Das trifft gerade für die praktisch wichtigeren Anwendungsfälle zu.

Nun wird die potentielle Energie e der gereckten und gebogenen Stegblechplatte EF mit Hilfe der

Gl. (3), (4) und (5) berechnet.² Für jede Variation δw des Formänderungszustandes muß nun $\delta e = 0$ sein. Variiert man der Reihe nach die Konstanten A , B und C des Ansatzes Gl. (5) und bildet man die zugehörigen $\delta e = 0$, so entstehen die folgenden Beulgleichungen

$$\begin{aligned} & A \left[\frac{1}{k} \cdot \frac{\pi^2}{12\beta} (1 + 9\beta^2)^2 - 2\kappa r_1 \right] - B \left[\frac{8}{3}\beta + \kappa r_4 \right] - C \kappa r_5 = 0, \\ & -A \left[\frac{8}{3}\beta + \kappa r_4 \right] + B \left[\frac{1}{k} \cdot \frac{\pi^2}{12\beta} (4 + 9\beta^2)^2 - 2\kappa r_2 \right] - C \left[\frac{72}{25}\beta + \kappa r_6 \right] = 0, \quad (6) \\ & -A \kappa r_5 - B \left[\frac{72}{25}\beta + \kappa r_6 \right] + C \left[\frac{1}{k} \cdot \frac{\pi^2}{\beta} \cdot \frac{27}{4} (1 + \beta^2)^2 - 2\kappa r_3 \right] = 0. \end{aligned}$$

Hierin bedeuten: $\beta = \frac{b}{3a}$, $k = \frac{\sigma_0}{\sigma_e}$, σ_e (Eulerspannung) $= \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2$, $\kappa = \frac{P}{at} \cdot \frac{1}{\sigma_0}$, und die $r_1 \dots r_6$ die folgenden Reihensummen:

$$\begin{aligned} r_1 &= \sum_{n=1,3,\dots} \frac{a p_n}{P} \left[\frac{1}{n^2 \beta^2} + \frac{n^2 \beta^2}{(4 + n^2 \beta^2)^2} \right] \varphi_n, \\ r_2 &= 4 \sum_{n=1,3,\dots} \frac{a p_n}{P} \left[\frac{1}{n^2 \beta^2} + \frac{n^2 \beta^2}{(16 + n^2 \beta^2)^2} \right] \varphi_n, \\ r_3 &= 9 \sum_{n=1,3,\dots} \frac{a p_n}{P} \left[\frac{1}{n^2 \beta^2} + \frac{n^2 \beta^2}{(36 + n^2 \beta^2)^2} \right] \varphi_n, \end{aligned}$$

² A. Nádaí: Elastische Platten, Berlin 1925.

$$r_4 = 4 \sum_{n=1,3,\dots} \frac{ap_n}{P} \left[\frac{1}{(1+n^2\beta^2)^2} + \frac{1}{(9+n^2\beta^2)^2} \right] n^2 \beta^2 \psi_n,$$

$$r_5 = 6 \sum_{n=1,3,\dots} \frac{ap_n}{P} \left[\frac{1}{(4+n^2\beta^2)^2} + \frac{1}{(16+n^2\beta^2)^2} \right] n^2 \beta^2 \varphi_n,$$

$$r_6 = 12 \sum_{n=1,3,\dots} \frac{ap_n}{P} \left[\frac{1}{(1+n^2\beta^2)^2} + \frac{1}{(25+n^2\beta^2)^2} \right] n^2 \beta^2 \psi_n,$$

mit den Hilfsgrößen

$$\varphi_n = \frac{18}{36-n^2} \sin \frac{n\pi}{6} \cdot \frac{1 - e^{-n\pi\beta}}{(1 + e^{-n\pi\beta}) + \frac{2n\pi\beta e^{-n\pi\beta}}{1 - e^{-n\pi\beta}}}$$

und

$$\psi_n = \frac{18}{36-n^2} \sin \frac{n\pi}{6} \cdot \frac{1 + e^{-n\pi\beta}}{(1 - e^{-n\pi\beta}) - \frac{2n\pi\beta e^{-n\pi\beta}}{1 + e^{-n\pi\beta}}}$$

Da die Konstanten A, B und C von Null verschieden sein sollen, muß die Nennerdeterminante der Gl. (6) Null sein. Aus dieser Bedingungsgleichung kann die kleinste, von Null verschiedene Wurzel $k = k_{\min}$ berechnet werden. Die kritische Randspannung des Stegbleches im Felde EF ist dann $\sigma_{o,kr} = k_{\min} \cdot \sigma_e$ und der zugehörige kritische Wert der Feldlast P ist $P_{kr} = \alpha \sigma_{o,kr}$.

Um auch im Falle der unelastischen Beulung die kritischen Spannungs- und Lastwerte abschätzen zu können, werden die für unbeschränkt elastischen Baustoff errechneten Ergebnisse in bekannter Weise, mit Hilfe der Knickspannungen eines Vergleichsstabes, umgerechnet. Bei der Ermittlung der größten Anstrengung des Bleches muß jetzt der aus der lokalen Wirkung sich ergebende Spannungsanteil zu σ_x berücksichtigt werden; man kann ihn durch den etwas größeren Spannungswert $(\sigma_y)_{x=0, y=0}$ ersetzen.

Bei der Beurteilung der Ergebnisse ist zu berücksichtigen, daß für die Auswölbung $w(x, y)$ nur ein Näherungsansatz verwendet wurde, der daher zu große kritische Spannungen liefert. Andererseits sind wieder verschiedene Rechnungsannahmen zu streng; so wurde drehbare Lagerung der Plattenränder vorausgesetzt, während stets elastische Einspannungen vorhanden sind und die Einspannung am Lastgurt die Stabilität des Bleches wesentlich zu steigern vermag. Hinsichtlich der unelastischen Beulung ist auch zu bemerken, daß die größte Anstrengung des Bleches an einem gestützten Rande entsteht, daß sie ferner nur örtlich auftritt, sodaß im Falle plastischer Verformungen ein teilweiser Spannungsausgleich zustandekommen wird. Die *wirkliche* Beullast kann noch beträchtlich über der kritischen liegen. Neben dem Verzerrungswiderstand der benachbarten Blechfelder, der den Fortschritt der Blechsauswölbung behindert, kann vor allem der Biege- und Torsionswiderstand des belasteten Gurtes weitere Laststeigerungen über die Stabilitätsgrenze des Stegbleches hinaus ermöglichen. Schlanke Gurte bedürfen aber selbst der Stützung durch das Stegblech, um nicht in der Tragwandebene auszuknicken.

In einer späteren Abhandlung, die auch Zahlentafeln zur praktischen Anwendung des entwickelten Berechnungsverfahrens enthalten wird, soll das gegenständliche Problem noch eingehender behandelt werden.