

Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH
Kongressbericht

Band: 2 (1936)

Rubrik: IIa. Einfluss dauernder und wiederholter Belastung

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 16.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

II a 1

Zulässige Betondruckspannungen in rechteckigen Eisenbetonquerschnitten bei außermittigem Druck.

Contraintes de compression admissibles dans les sections de béton armé rectangulaires sollicitées excentriquement.

Permissible Concrete Stresses in Rectangular Reinforced Concrete Sections under Eccentric Loading.

Dr. techn. A. Brandtzaeg,
Professor an der Technischen Hochschule Trondheim.

Trotz erheblichen Einwänden mehrerer Fachleute wird die bisher übliche Rechnungsweise zur Bemessung von Eisenbetonquerschnitten unter Biegung oder außermittigem Druck (die Rechnung nach „Zustand II“) immer noch allgemein verwendet, und liegt den Eisenbetonbestimmungen fast aller Länder zugrunde.

Verfasser hat in früheren Veröffentlichungen^{1 2} eine Rechnungsweise angegeben, nach der die *Bruchmomente* oder *Bruchlasten* von rechteckigen Eisenbetonquerschnitten in guter Übereinstimmung mit Versuchsergebnissen errechnet werden können. Auf Grund der so ermittelten *Tragfähigkeit* eines jeden Rechteckquerschnittes lässt sich beurteilen, in wie weit die übliche Rechnung nach „Zustand II“ der Hauptforderung entspricht, daß dieselben erwünschten *Sicherheitsgrade* bei verschiedenen Betongüten, verschiedenen Bewehrungsverhältnissen und verschiedenen Außermittigkeiten der Last gewährleistet werden können, und welche zulässigen Spannungen dafür zu wählen sind. Früher ist die Untersuchung besonders für den Fall reiner Biegung durchgeführt worden,³ hier wird auf den Fall des außermittigen Druckes näher eingegangen. Der Einfluß des Knickens wird nicht berücksichtigt.

1. Rechnerische Ermittlung der Bruchlasten.

Es ist bekanntlich zwischen *überbewehrten* und *normalbewehrten* Querschnitten zu unterscheiden. Bei den erstenen wird der Bruch in der Druckzone eingeleitet; Fließen der Zugbewehrung tritt nicht ein. Bei normalbewehrten Querschnitten

¹ A. Brandtzaeg: „Der Bruchspannungszustand und der Sicherheitsgrad von rechteckigen Eisenbetonquerschnitten unter Biegung oder außermittigem Druck.“ Norges Tekniske Høiskole, Avhandlinger til 25-ars jubileet 1935, F. Bruns Bokhandel, Trondheim, S. 677 bis 764.

² Wie ¹, Det kgl. norske Videnskabers Selskabs Skrifter 1935, Nr. 31, F. Bruns Bokhandel, Trondheim.

³ A. Brandtzaeg: „Die Bruchspannungen und die zulässigen Randspannungen in rechteckigen Eisenbetonbalken.“ Beton und Eisen, 35. Jahrg., Heft 13, 5. Juli 1936, S. 219 bis 222.

beginnt der Bruch mit Fließen der Zugeisen, nachträglich zerbricht die wegen Klaffen des Bruchrisses verminderte Druckzone. In Übergangsfällen übergreifen sich die beiden Brucharten. Während bei reiner Biegung die Bruchart ausschließlich durch die Baustoffeigenschaften und das Bewehrungsverhältnis bestimmt ist, hängt sie bei Biegung mit Längskraft auch von der Außermittigkeit der Last ab.

a) Überbewehrte Querschnitte.

Bei Biegung und außermittigem Druck ergibt sich am Druckrand eine Bruchstauchung, die diejenige eines Prismas unter mittigem Druck, ϵ_o , erheblich überschreitet. Diese *Bruchrandstauchung*, ϵ_{rB} , beeinflusst die Tragfähigkeit des Querschnittes. Sie lässt sich durch den *Bruchstauchungsgrad*, $\eta = \frac{\epsilon_{rB}}{\epsilon_o}$, angeben.

Für den gebogenen oder außermittig gedrückten Querschnitt im Bruchzustand wird die folgende Spannungsverteilung angenommen (Fig. 1): Bei

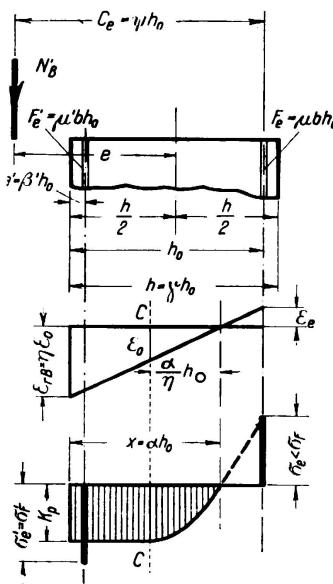


Fig. 1.

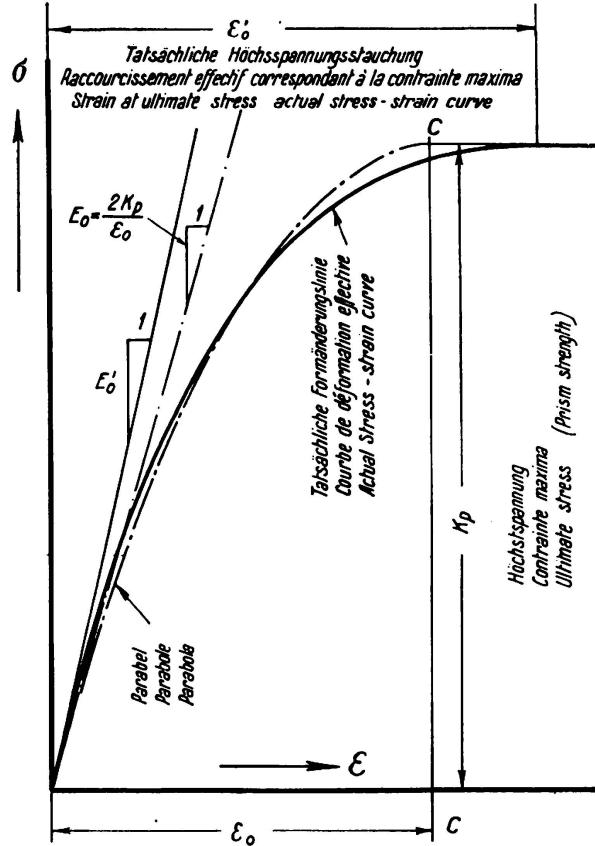


Fig. 2.

Stauchungen geringer als ϵ_o , die Stauchung bei der ein Prisma desselben Betons unter mittigem Druck seine Bruchspannung, K_p , erreicht (Fig. 2), ergeben sich die Druckspannungen im Beton aus der Formänderungslinie des Prismas (rechts von der Linie C—C, Fig. 1 und 3). Bei größeren Stauchungen

ist die Spannung gleich der Prismenfestigkeit K_p . Die Eisenspannungen ergeben sich aus den Formänderungen; Druckeisen aus gewöhnlichem Stahl werden vor dem Bruch die Fließgrenze überschritten haben. Zugspannungen im Beton werden nicht berücksichtigt.

Die Richtigkeit der angenommenen Spannungsverteilung wird durch Versuche des Verfassers bestätigt (1, Seite 728 bis 735 und 2, Seite 54 bis 61). Saliger hat auf Grund seiner Versuche ähnliche Annahmen gemacht.⁴

Für die Rechnung wird die tatsächliche Formänderungslinie des Prismas durch die Talbot'sche Parabellinie ersetzt:

$$\sigma = E_o \epsilon \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\epsilon}{\epsilon_0}\right) \quad (1)$$

Hier ist σ die Normalspannung und ϵ die entsprechende Stauchung; ϵ_0 ist die Abszisse des Parabelscheitelpunktes (Fig. 2) und E_o gibt die Neigung der Parabeltangente im Nullpunkt an. Die Parabellinie ist durch zweckmäßige Wahl von ϵ_0 oder E_o dem ganzen Verlauf der tatsächlichen Formänderungslinie möglichst gut anzupassen (Fig. 2). Im Allgemeinen ist E_o etwas geringer als der tatsächliche Elastizitätsmodul E'_o des Betons, und ϵ_0 etwas geringer als die tatsächliche Höchstspannungsstauchung ϵ'_o des Prismenbetons zu wählen (1, Seite 138 bis 139 und 2, Seite 64 bis 65).

Andere Linien, wie die von v. Emperger angegebene,⁵ stimmen mit der tatsächlichen Formänderungslinie etwas besser überein, sind aber für die Rechnung weniger einfach. Für den vorliegenden Zweck scheint die Talbot'sche Linie ausreichend genau. Der bei der Verwendung dieser Linie statt der tatsächlichen entstehende Fehler ergab sich in neun Versuchen des Verfassers bei Ermittlung der Bruchlast zu — 4,6 % bis + 1,0 %, im Mittel — 0,48 %, und bei Ermittlung des Bruchmomentes zu — 0,7 % bis + 0,7 %, im Mittel + 0,13 % (1, Seite 732 und 2, Seite 58, Zusammenstellung 8, Spalte 13 und 14).

Der Rechnungsgang wird verschieden, je nachdem die Nulllinie im Bruchzustande innerhalb oder außerhalb des Querschnittes fällt.

Im ersten Falle ergibt sich der Nulllinienbeiwert, $a = \frac{x}{h_0}$, aus der folgenden Gleichung:

$$\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{3\eta} + \frac{1}{12\eta^2} \right] a^3 - (1 - \psi) \frac{3\eta - 1}{3\eta} a^2 + [2n\eta\psi\mu - (1 - \psi - \beta') m'\mu'] a - 2n\eta\psi\mu = 0 \quad (2)$$

Hier ist $n = \frac{E_o}{E_e}$ (E_e = Elastizitätsmodul der Zugbewehrung) und $m' = \frac{\sigma'_F}{K_p}$ [σ'_F = Fließgrenze der Druckbewehrung]. Die übrigen Bezeichnungen sind in Fig. 1 und 3 angegeben.

⁴ R. Saliger: „Versuche über zielsichere Betonbildung und an druckbewehrten Balken.“ Beton und Eisen, 34. Jahrg. 1935, Heft 1 und 2, 5. und 20. Januar, S. 12 bis 18 und 26 bis 29.

⁵ F. v. Emperger: „Die Formänderung des Betons unter Druck.“ Internationaler Verband für Materialprüfung, Kongreß in Zürich 1931, S. 1149 bis 1159. — Siehe auch Beton und Eisen, 35. Jahrg. 1936, Heft 10, 20. Mai, S. 179.

Die Bruchlast beträgt:

$$N'_B = \frac{1}{\psi} \left[\alpha \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) - \frac{\alpha}{3\eta} \left(1 - \alpha + \frac{\alpha}{4\eta}\right) + m'\mu' (1 - \beta') \right] b h_0 K_P \quad (3)$$

Die Spannung in der Zugbewehrung ergibt sich zu

$$\sigma_e = 2n\eta \frac{1-\alpha}{\alpha} K_P \quad (4)$$

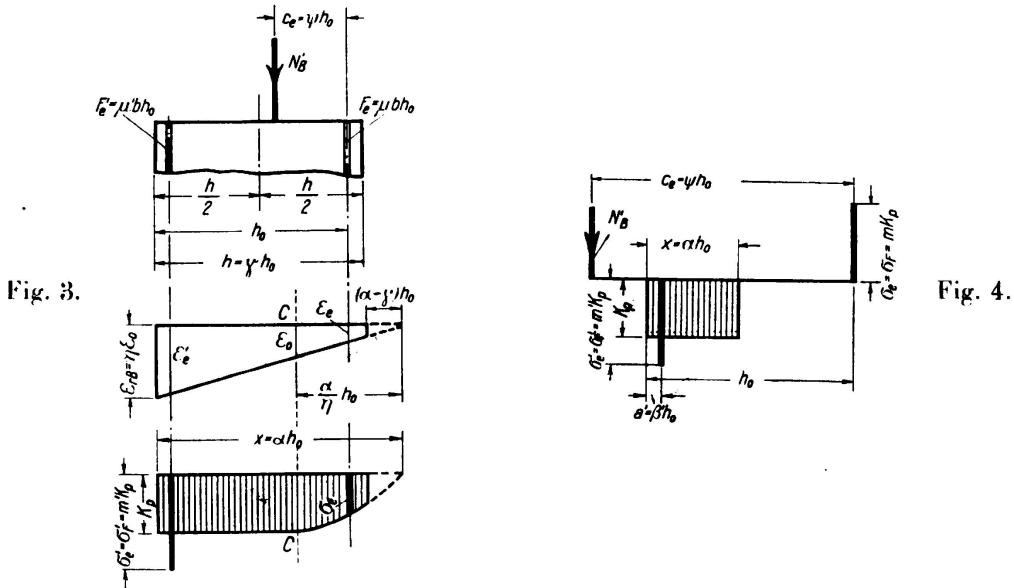
Für den zweiten Fall, $\alpha > 1$, Fig. 3, ergeben sich zwei Gleichungen für die Bruchlast, nämlich wegen des Gleichgewichtes der Längskräfte:

$$N'_B = \left[\frac{3\eta - 1}{3\eta} \alpha - \frac{\eta}{\alpha} (\alpha - \gamma)^2 \left(1 - \frac{\eta}{3\alpha} (\alpha - \gamma)\right) + m'\mu' + 2n\eta\mu \frac{\alpha - 1}{\alpha} \right] b h_0 K_P \quad (5a)$$

und wegen des Gleichgewichtes der Momente um den Mittelpunkt der Zugbewehrung:

$$N'_B = \frac{1}{\psi} \left\{ \alpha \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) - \frac{\alpha}{3\eta} \left(1 - \alpha + \frac{\alpha}{4\eta}\right) + m'\mu' (1 - \beta') + \frac{\eta}{\alpha} (\alpha - \gamma)^2 \left[\frac{\alpha + 2\gamma}{3} - 1 + \frac{\eta}{3} \left(1 - \frac{\alpha + 2\gamma}{4}\right) - \gamma \frac{\eta}{\alpha} \left(\frac{1}{3} - \frac{\gamma}{4}\right) \right] \right\} b h_0 K_P \quad (5b)$$

Aus den Gleichungen sind N'_B und α am einfachsten graphisch zu ermitteln.



b) Normalbewehrte Querschnitte.

Für den eigentlichen Bruchbereich, in unmittelbarer Nähe des klaffenden Bruchrisses, wird eine rechteckige Druckspannungsfläche im Beton angenommen (Fig. 4). Der dadurch entstehende Fehler ist sehr gering (1, Seite 698 und 2, Seite 24). Die Spannung in der Zugbewehrung wird gleichgesetzt der Fließgrenze σ_F (siehe 3, Abschnitte 4 und 6). Nach Beginn des Fließens kann sich

im Bruchriß kein Einfluß des Schwindens oder der Betonzugspannungen bemerkbar machen. Der Nulllinienbeiwert und die Bruchlast ergeben sich zu:

$$\alpha = -(\psi - 1) + \sqrt{(\psi - 1)^2 + 2m\mu\psi - 2m'\mu'(\psi - 1 + \beta')} \quad (6)$$

$$N'_B = \frac{1}{\psi} \left[\alpha \left(1 - \frac{\alpha}{2} \right) + m'\mu'(1 - \beta') \right] b h_0 K_P \cdot \\ \left(m = \frac{\sigma_F}{K_P} \right). \quad (7)$$

Bei Lastangriff innerhalb des Querschnittes gibt Gleichung (7) ziemlich hohe Werte von N'_B , die mit abnehmender Außermittigkeit und zunehmendem Bewehrungsverhältnis sehr rasch anwachsen. Für $\psi < 1$ sind somit in der Tat fast alle praktisch verwendbaren Querschnitte als *vollbewehrt* anzusehen, siehe unten, Abschnitt 5 und Fig. 6.

2. Die Festwerte K_P , n und η .

Die oben angegebenen Gleichungen ermöglichen die Ermittlung der Tragfähigkeit eines jeden außermittig gedrückten Rechteckquerschnittes, für welches die Materialfestwerte K_P , n (E_o) und η bekannt sind. Allgemein verwendbar sind die Gleichungen erst, wenn die Festwerte in eindeutiger Beziehung zu einer für jeden Beton bekannten Kennzahl der Betongüte, wie die Würfelfestigkeit K_w , angegeben werden können. Eine solche allgemein gültige Beziehung lässt sich aber für keinen der Festwerte angeben. Das Verhältnis von Prismenfestigkeit, Elastizitätsmodul und Bruchstauchungsgrad zu der Würfelfestigkeit ist abhängig von vielen Faktoren, wie dem Feuchtigkeitszustand und der Porosität des Betons, der Art des Zementes und der Zuschläge, usw. Es lassen sich aber Beziehungen angeben, die in gewöhnlichen Fällen für die allgemeine Beurteilung der gesetzmäßigen Änderung der Tragfähigkeit eines Querschnittes mit der Betongüte, dem Bewehrungsverhältnis und der Außermittigkeit der Last ausreichend genau sind. Um bessere Übereinstimmung mit Versuchsergebnissen in Einzelfällen zu erreichen, empfiehlt es sich, wenigstens K_P und E_o durch Versuche festzulegen. Hier werden auf Grund eigener und anderer Versuche die folgenden Beziehungen benutzt, für Beton mit $K_w = 100 \text{ kg/cm}^2$ bis 300 kg/cm^2 :

$$K_P = 0,77 K_w \quad (8)$$

$$E_o = 95\,500 + 390 K_w \quad (9)$$

$$\eta = 1,25 + \frac{400}{K_w} - \frac{K_w}{400} \quad (10)$$

Die Gleichung (10) gibt die *Mindestwerte des Bruchstauchungsgrades* an, die aus den eigenen und den Saliger'schen⁴ Versuchen ermittelt wurden. Die weitere Gültigkeit dieser Beziehung kann natürlich erst an Hand von vielen Versuchen beurteilt werden. Grundsätzlich wichtig ist es zu erkennen, daß der Bruchstauchungsgrad mit zunehmender Betonfestigkeit abnimmt (3, Seite 221). Es ist vielleicht naheliegend anzunehmen, daß η mit der Außermittigkeit der

Last abnehmen werde. Die Versuche haben aber keine gesetzmäßige Änderung von η mit der Außermittigkeit gezeigt (1, Seite 739 und 2, Seite 65, Zusammenstellung 9, Spalte 9).

3. Vergleich der errechneten mit den tatsächlichen Bruchlasten.

Die in Abhandlungen 1 und 2 beschriebenen Versuche umfaßten neun überbewehrte und vier normalbewehrte Versuchskörper unter außermittigem Druck, einseitig bewehrt, mit $\mu = 0,70\%$ bis $4,64\%$ und $\psi = 0,661$ bis $1,855$. Der Beton dieser Versuche zeigte ziemlich ungewöhnliche Werte von K_p/K_w . Wenn mit den durch Versuch ermittelten Prismenfestigkeiten, und auch mit den tatsächlichen Werten von E_o und η [die jedoch mit den Gleichungen (9) und (10) nahe übereinstimmen] gerechnet wird, stimmen die errechneten mit den tatsächlichen Bruchlasten für zwei der drei Gruppen von überbewehrten Versuchskörpern gut überein. Die größte Abweichung ist 12% , die mittlere Abweichung für die betreffenden sechs Versuchskörper beträgt 5% (1, Seite 744 und 2, Seite 70, Zusammenstellung 10). Wegen Ungleichheiten der Verdichtung des Betons verschiedener Versuchskörper lässt sich mit den Versuchswerten der dritten Gruppe überbewehrter Körper ein solcher Vergleich nicht durchführen. Auch für diese Gruppe scheint jedoch der Einfluß von Änderungen in der Außermittigkeit der Last und dem Bewehrungsverhältnis auf die Bruchlasten durch die Gleichungen in Abschnitt 1 richtig zum Ausdruck zu kommen.

Für die vier normalbewehrten Versuchskörper ist die tatsächliche Bruchlast im Mittel um $8,8\%$ größer als die errechnete, wenn mit dem tatsächlichen Wert vom K_p gerechnet wird. Wenn statt der Prismenfestigkeit die Würfelfestigkeit in den Gleichungen (6) und (7) eingeführt wird, so ist die tatsächliche Bruchlast im Mittel $1,7\%$ kleiner als die errechnete. Es scheint wahrscheinlich, daß die Betonspannung in dem örtlich sehr begrenzten Bruchgebiet eines normalbewehrten Körpers die Würfelfestigkeit erreichen kann, sicherheitshalber wird aber mit der Prismenfestigkeit gerechnet.

Die vollständigsten dem Verfasser bekannten Versuche mit Eisenbetonkörpern unter außermittigem Druck sind diejenigen von *Bach* und *Graf*.⁶ In Zusammenstellung 1, Spalte 14, sind die mittleren Bruchlasten der 15 Gruppen von Versuchskörpern angegeben. In den Spalten 2 bis 12 sind die mittleren Abmessungen, Bewehrungsverhältnisse und Außermittigkeiten der Last verzeichnet. Die Zahlen sind dem Versuchsbericht⁶ entnommen. Die mittlere Würfelfestigkeit des Betons war $K_w = 225 \text{ kg/cm}^2$. Daraus ergibt sich $K_p = 0,77$ $K_w = 173 \text{ kg/cm}^2$, was mit dem Versuchswert für unbewehrte mittig gedrückte Körper übereinstimmt (6, Zusammenstellung 24). Nach den Gleichungen (9) und (10) sind dann $n = \text{rund } 11,5$ und $\eta = \text{rund } 2,5$. In 6, Zusammenstellung 3, sind die Fließgrenzen der Zug- und Druckbewehrung angegeben, daraus wurden m und m' bestimmt. Mit den so ermittelten Festwerten wurden die Bruchlasten der 15 Gruppen von Versuchskörpern errechnet, und in Zusammenstellung 1, Spalte 13, angegeben. Wie aus Spalte 15 zu ersehen ist, stimmen die errechneten

⁶ C. Bach und O. Graf: „Versuche mit bewehrten und unbewehrten Betonkörpern, die durch zentrischen und exzentrischen Druck belastet wurden.“ Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens, Heft 166 bis 169, 1914.

Zusammenstellung I.

Errechnete und tatsächliche Bruchlasten bei außermittigem Druck nach Versuchen von Bach und Graf 1914.

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
|---------------------|-----------|---|----------------------|------|-----|-------|------|----------------------------------|--------------------|------------------------------|-------|-------------|--------------------|-------------------------------|--------------------------|
| Versuchs-körper Nr. | Bewehrung | Außermittigkeit der Last von Körperlänge gemessen | Mittlere Abmessungen | | | | | Mittlere Bewehrungs-verhältnisse | | Lage der Last (Fig. 1, 3, 4) | | Bruchlasten | | | Anmerkungen |
| | | | | | | | | c_e | $\psi = c_e / h_0$ | | | | Er-rech-net N'_B | Mittlere Versuchs-werte N_B | $\frac{N'_B - N_B}{N_B}$ |
| | | | b | h | a | h_0 | a' | | | cm | % | cm | tons | tons | % |
| cm | cm | cm | cm | cm | cm | cm | cm | cm | | tons | tons | cm | tons | tons | % |
| 75, 88, 142 | 0 | 10 | 40,1 | 40,2 | 0 | 40,2 | 0 | 0 | 0 | 30,1 | 0,749 | 138,0 | 136,0 | + 1,47 | Unbewehrt |
| 76, 89, 143 | 0 | 15 | 40,1 | 40,1 | 0 | 40,1 | 0 | 0 | 0 | 35,05 | 0,874 | 69,3 | 81,8 | - 15,30 | " |
| 82, 90, 97 | 4 ø 16 | 0 | 40,1 | 40,1 | 3,4 | 36,7 | 0 | 0,559 | 0 | 16,65 | 0,454 | 277,0 | 280,3 | - 1,18 | Überbewehrt |
| 85, 91, 94 | " | 20 | 39,9 | 40,1 | 3,6 | 36,5 | 0 | 0,564 | 0 | 36,45 | 0,999 | 93,6 | 93,0 | + 0,65 | Normalbewehrt |
| 86, 92, 95 | " | 30 | 40,0 | 40,1 | 3,6 | 36,5 | 0 | 0,567 | 0 | 46,45 | 1,272 | 57,9 | 60,3 | - 3,98 | " |
| 87, 93, 96 | " | 50 | 40,0 | 40,1 | 3,9 | 36,2 | 0 | 0,570 | 0 | 66,15 | 1,830 | 28,9 | 30,0 | - 3,67 | " |
| 107, 108 | 8 ø 16 | 10 | 40,0 | 40,1 | 3,7 | 36,4 | 3,1 | 0,558 | 0,560 | 26,35 | 0,724 | 198,3 | 202,5 | - 2,07 | Überbewehrt |
| 99, 102, 118 | " | 20 | 40,1 | 40,1 | 3,6 | 36,5 | 3,3 | 0,558 | 0,556 | 36,45 | 0,999 | 119,3 | 124,0 | - 3,79 | Normalbewehrt |
| 119, 120, 121 | " | 20 | 40,1 | 40,2 | 3,6 | 36,6 | 3,3 | 0,558 | 0,555 | 36,50 | 0,998 | 119,0 | 123,3 | - 3,49 | " |
| 100, 103 | " | 30 | 40,1 | 40,3 | 3,5 | 36,8 | 3,3 | 0,554 | 0,552 | 46,65 | 1,269 | 69,3 | 69,6 | - 0,43 | " |
| 101, 104 | " | 50 | 40,2 | 40,2 | 3,6 | 36,6 | 3,3 | 0,558 | 0,552 | 66,50 | 1,818 | 33,3 | 32,4 | + 2,78 | " |
| 140, 141 | 8 ø 22 | 10 | 40,0 | 40,3 | 3,7 | 36,6 | 3,8 | 1,045 | 1,043 | 26,45 | 0,723 | 236,6 | 225,0 | + 5,15 | Überbewehrt |
| 63, 122, 137 | " | 20 | 40,1 | 40,1 | 3,8 | 36,3 | 3,7 | 1,047 | 1,050 | 36,25 | 0,999 | 164,8 | 157,5 | + 4,63 | " |
| 123, 138 | " | 30 | 40,1 | 40,1 | 3,7 | 36,4 | 3,8 | 1,044 | 1,045 | 46,35 | 1,272 | 105,5 | 105,0 | + 0,48 | Normalbewehrt |
| 65, 124, 139 | " | 50 | 40,1 | 40,1 | 3,8 | 36,3 | 3,7 | 1,050 | 1,048 | 66,25 | 1,825 | 55,1 | 53,5 | + 3,00 | " |

Materialfestwerte: $\eta = 2,5$; $n = 11,5$. Für 16 mm Rundseisen: $\sigma_F = 3773 \text{ kg/cm}^2$, $\sigma'_F = 3680 \text{ kg/cm}^2$, $K_p = 173 \text{ kg/cm}^2$.

Für 22 mm Rundseisen: $\sigma_F = 3672 \text{ kg/cm}^2$, $\sigma'_F = 3754 \text{ kg/cm}^2$.

Lasten sehr gut mit den tatsächlichen überein. Für die eine Gruppe von unbewehrten Körpern war die errechnete Last um 15,3 % kleiner als die tatsächliche, sonst schwanken die Abweichungen zwischen — 3,98 % und + 5,15 %. Im Mittel sind für sämtliche 15 Gruppen die errechneten Bruchlasten um 1,13 % kleiner als die tatsächlichen.

Slater und *Lyse* haben zwei unbewehrte Prismen unter außermittigem Druck geprüft.⁷ Die Abmessungen der Prismen waren $20,3 \times 20,3 \times 30,5$ cm, die Prismenfestigkeit des Betons war $K_p = 285$ kg/cm² und die wahrscheinliche Würfelfestigkeit somit $K_w =$ rund 370 kg/cm². Wenn η aus Gleichung (10), α aus Gleichung (2) mit $\mu = \mu' = 0$ und N_B' aus Gleichung (3) mit $\mu = 0$ ermittelt werden, ergibt sich $N_B' = 74,4$ t; die tatsächliche mittlere Bruchlast war $N_B = 70,5$ t, also 5,3 % kleiner als die errechnete.

In den hier untersuchten Fällen stimmen also die nach den angegebenen Gleichungen ermittelten Bruchlasten mit den Versuchswerten ziemlich genau überein. Die Gleichungen können auf jeden Fall als Grundlage einer allgemeinen Untersuchung der Veränderlichkeit der Bruchlast von außermittig gedrückten Körpern mit dem Bewehrungsverhältnis und der Außermittigkeit der Last dienen.

4. Der Sicherheitsgrad.

Aus den Bruchlasten lassen sich die *zulässigen Lasten* durch Division mit dem *Sicherheitsgrad* ermitteln. Die zweckmäßige Bemessung des Sicherheitsgrades ist in früheren Veröffentlichungen ausführlich besprochen (1, Seite 688 bis 693; 2, Seite 14 bis 19 und 3, Seite 221 bis 222). Wird eine tatsächliche Gebrauchssicherheit von 2 erwünscht, so ist der nominelle Sicherheitsgrad für Beton wegen des Einflusses dauernder oder wiederholter Belastung und wegen des Unterschiedes zwischen den Festigkeiten in kleineren Probestücken und in größeren Konstruktionsteilen auf 3,3 bis 3,4 zu erhöhen. Für mittigen Druck berücksichtigt der *Entwurf der neuen norwegischen Bestimmungen für Eisenbeton, NS 427*, wovon der erste Teil im Herbst 1935 zur Diskussion veröffentlicht wurde,⁸ Sicherheitsgrade von 4,13, 3,85, 3,65 bzw. 3,60 für die vier Betonklassen A bis D mit Würfelfestigkeiten von 290 kg/cm², 230 kg/cm², 180 kg/cm² bzw. 140 kg/cm².

Beobachtungen des verschiedenen Bruchvorganges in Körpern unter mittigem und außermittigem Druck lassen es wünschenswert erscheinen, bei Biegung und außermittigem Druck mit 10 % höheren Sicherheitsgraden zu rechnen, als bei mittigem Druck (1, Seite 751 bis 754, 2, Seite 77 bis 80 und 3, Seite 222). Die entsprechenden Sicherheitsgrade für Biegung und außermittigen Druck ergeben sich dann zu 4,54, 4,24, 4,02 bzw. 3,96 für Betonklassen A bis D. Mit diesen Werten wird unten gerechnet.

Für die Bewehrung besteht nicht derselbe Unterschied zwischen tatsächlicher Gebrauchssicherheit und nominellem Sicherheitsgrad, weil die unter Lastwiederholungen dauernd vorhandene Zugfestigkeit der Bewehrung für Stahl St. 37

⁷ *W. A. Slater* und *Inge Lyse*: „Compressive Strength of Concrete in Flexure as Determined from Tests of Reinforced Beams.“ Proceedings of the American Concrete Institute, Bd. 26, 1930, besonders die Seiten 852 bis 859.

⁸ „Forslag til Norsk Standard. Regler for utførelse av arbeider i armert betong, NS 427, utarbeidet av Den norske Ingeniørforening.“ Beilage zu Teknisk Ukeblad, Nr. 38, 1935.

praktisch der Fließgrenze gleich gesetzt werden kann, die eben der Berechnung der Bruchlast von normalbewehrten Körpern nach Gleichung (6) und (7) zugrunde liegt. Der nominelle Sicherheitsgrad darf deshalb der erwünschten tatsächlichen Gebrauchssicherheit gleich gesetzt werden. Unten wird mit einem Sicherheitsgrad von 1,8 für normalbewehrte Querschnitte gerechnet: dies sollte als tatsächliche Gebrauchssicherheit für einen gleichmäßigen Baustoff wie Stahl genügen.

5. Zulässige Lasten und Grenzpunkte.

In Fig. 5 sind zwei Beispiele der nach den obigen Ausführungen ermittelten zulässigen Lasten dargestellt, links für einseitige, rechts für symmetrische Bewehrung. Die Voraussetzungen sind: Lastangriff 1,5 h_0 von der Zugbewehrung (Hebelarmverhältnis, $\psi = 1,5$), $\gamma = 1,08$ und $\beta' = 0,08$ (Fig. 1 und 3). Beton mit $K_w = 180 \text{ kg/cm}^2$, $\eta = 3,03$ und $n = 12,7$ (Beton C nach NS 427) und Fließgrenze der Bewehrung $\sigma_F = \sigma'_F = 2000 \text{ kg/cm}^2$, $m = m' = 14,4$ (Handelseisen). Die auf $b h_0$ bezogene zulässige Last $\frac{N_{zul}}{b h_0}$, ist gegen das Bewehrungsverhältnis als Abszisse sowohl für überbewehrte Querschnitte [Gleichungen (2) bis (5)] als auch für normalbewehrte Querschnitte [Gleichungen (6) und (7)] aufgezeichnet. Maßgebend ist natürlich bei jedem Wert von μ der geringere der beiden entsprechenden Werte von N_{zul} (die dick gezogenen Linien).

Der Schnittpunkt G der beiden Linien ist der *Grenzpunkt* zwischen Querschnitten, für welche die Bewehrungsstärke die zulässige Last bestimmen, *teilbewehrten* Querschnitten, und *vollbewehrten* Querschnitten, für welche die zulässige Last hauptsächlich von der Betonfestigkeit abhängt.

Linien, wie die in Fig. 5 gezogenen, wären eigentlich ein recht geeignetes Hilfsmittel für die Bemessung von Eisenbetonquerschnitten unter außermittigem Druck. Die Bemessung kann aber auch mittels Rechnung nach „Zustand II“ geschehen, wenn nur die zulässigen Spannungen so gewählt werden, daß die Rechnung die richtigen zulässigen Lasten ergibt. Dies läßt sich für den Bereich der Teilbewehrung mit einem einzigen Wert der zulässigen Eisenspannung ziemlich genau erreichen. Für vollbewehrte Querschnitte, dagegen, ergibt die Rechnung nach „Zustand II“ mit einem festen Wert $\sigma_{b,zul}$ zulässige Lasten, die

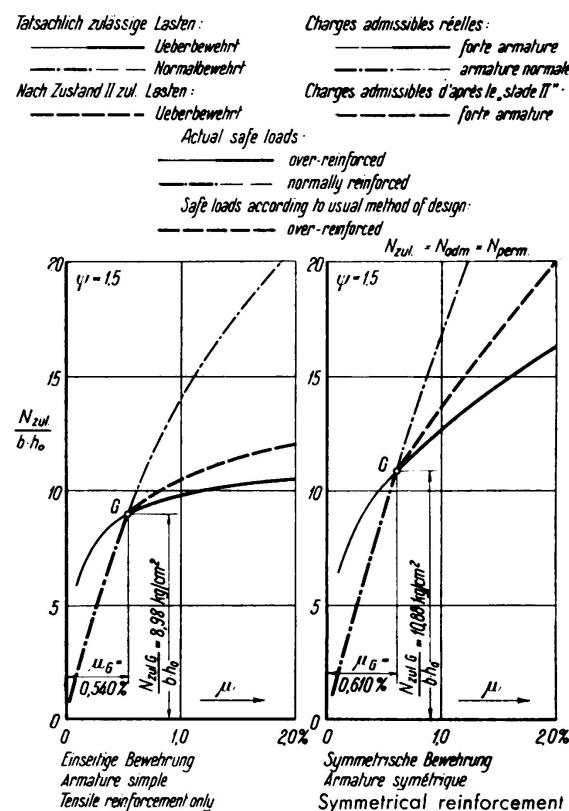


Fig. 5.
Tatsächliche und nach „Zustand II“ zulässige
Lasten für Beton C mit $\psi = 1,5$.

erheblich rascher mit dem Bewehrungsverhältnis wachsen, als die tatsächlichen. Dies ist aus der Fig. 5 zu sehen, und auch aus der Fig. 6, wo die tatsächlichen und die nach „Zustand II“ errechneten zulässigen Lasten für verschiedene Werte von ψ angegeben sind, unter Voraussetzungen wie für Fig. 5, links. Es ergibt sich also, daß ein gegebener Sicherheitsgrad sich bei vollbewehrten Querschnitten nur dann streng aufrechterhalten lässt, wenn für jedes Bewehrungsverhältnis eine eigene zulässige Betondruckspannung eingeführt wird.

Für reine Biegung lässt sich feststellen, daß die richtige zulässige Betondruckspannung mit Bezug auf den Grenzpunkt zu ermitteln ist (¹, Seite 688,

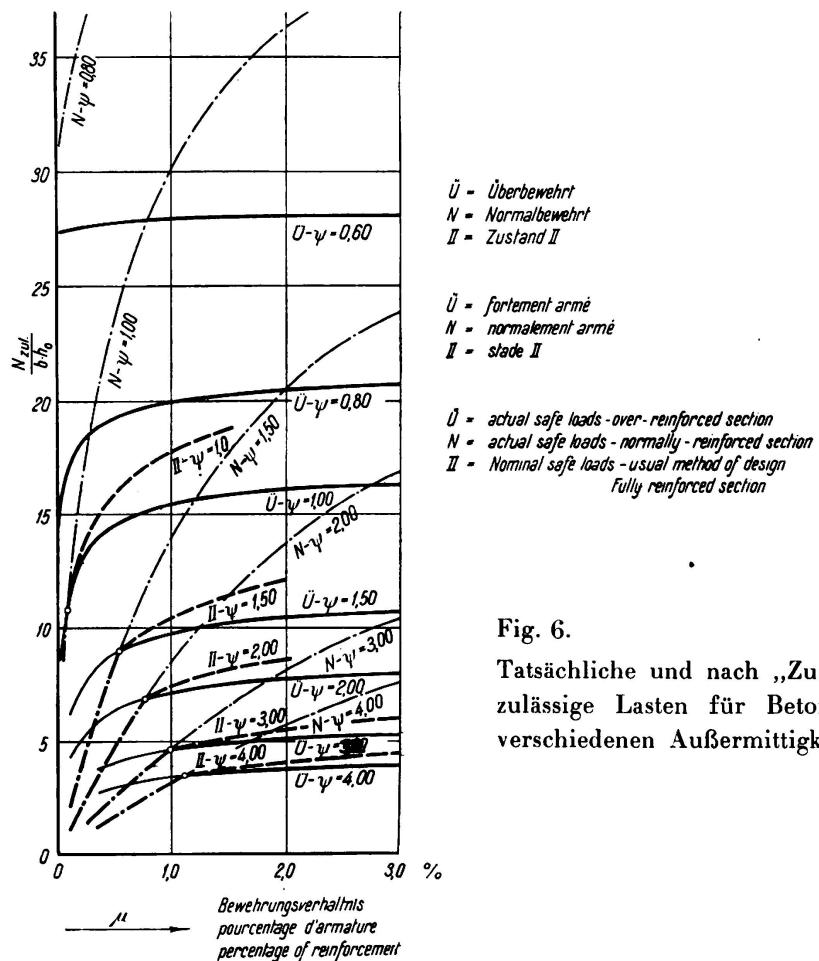


Fig. 6.

Tatsächliche und nach „Zustand II“ zulässige Lasten für Beton C bei verschiedenen Außermittigkeiten.

², Seite 14 und ³, Seite 222). Dasselbe ist auch bei außermittigem Druck der Fall, wenn die Außermittigkeit der Last groß ist. Bei geringeren Außermittigkeiten aber stellt sich die Sache anders, einerseits weil sich bei Lastangriff innerhalb des Querschnittes meist kein Grenzpunkt finden lässt, fast alle Querschnitte sind vollbewehrt (siehe oben, Abschnitt 1, b und Fig. 6), und andererseits, weil auch bei Lastangriff erheblich außerhalb des Querschnittes dem Grenzpunkt so geringe Bewehrungsverhältnisse entsprechen, daß in der Praxis sehr oft größere Bewehrung verwendet werden muß (Fig. 6).

6. Zulässige Betondruckspannungen.

Auf Grund der nach den obigen Ausführungen ermittelten zulässigen Lasten lässt sich für jedes Bewehrungsverhältnis und jede Außermittigkeit der Last die

entsprechende für die Rechnung nach „Zustand II“ richtige zulässige Betondruckspannung bestimmen. In Fig. 7 und 8 sind Linien der unter den oben genannten Voraussetzungen für den Beton C ermittelten zulässigen Spannungen gegen das Hebelarmverhältnis $\psi = \frac{c_e}{h_0}$ als Abszisse aufgezeichnet. Die Voraussetzungen sind wie in Abschnitt 5 angegeben. Außerdem ist eine Linie der nach dem vorigen Abschnitt ermittelten Grenzpunktspannungen eingezeichnet. Die über diese Linie gehenden zulässigen Betondruckspannungen sind ohne Bedeutung, denn sie gehören dem Bereich der Teilbewehrung, wo die Betonspannungen nicht ausgenutzt werden können.

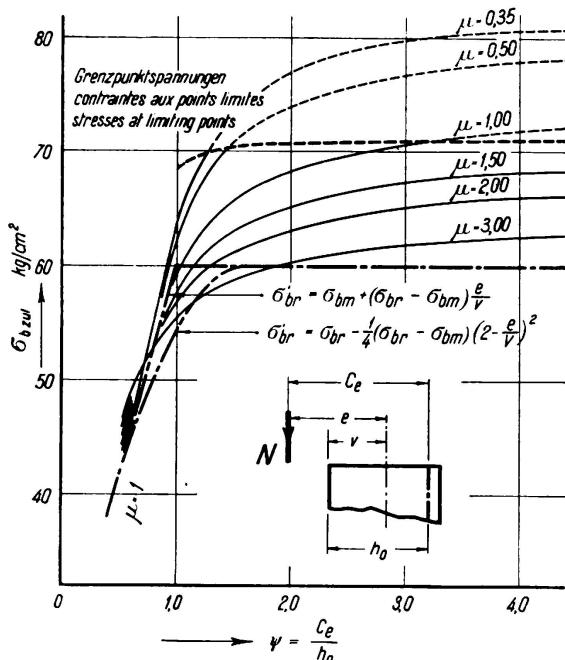


Fig. 7.

Richtige zulässige Spannungen für Beton C bei verschiedenen Außermittigkeiten und einseitiger Bewehrung.

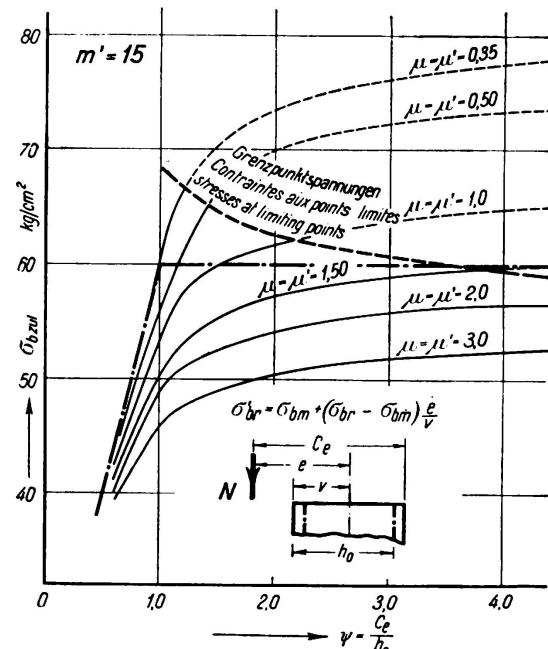


Fig. 8.

Richtige zulässige Spannungen für Beton C bei verschiedenen Außermittigkeiten und symmetrischer Bewehrung (Errechnet mit $m' = 15$).

Aus den Figuren ersieht man, wie ohnehin zu erwarten ist, daß die richtigen zulässigen Betondruckspannungen mit der Außermittigkeit der Last sehr rasch abnehmen, und bei Lastangriff nahe der Querschnittsmitte sich den für mittigen Druck gültigen Werten nähern.

So ergeben sich zum Beispiel unter den genannten Voraussetzungen für Beton C die folgenden richtigen zulässigen Spannungen für einseitig bewehrte Querschnitte:

Bei reiner Biegung, Grenzpunktspannung: $\sigma_{b,zul,1} = 71 \text{ kg/cm}^2$.

Bei außermittigem Druck, mit 1,0 % Bewehrung:

Mit Lastangriff am Querschnittsrand

$$\sigma_{b,zul} = 59,6 \text{ kg/cm}^2 = 0,84 \sigma_{b,zul,1} \quad (\psi = 1,0)$$

Mit Lastangriff im Kernpunkt

$$\sigma_{b,zul} = 49,0 \text{ kg/cm}^2 = 0,69 \sigma_{b,zul,1} \quad (\psi = 0,63)$$

Mit Lastangriff 0,135 h_0 vom Schwerpunkt des Querschnittes

$$\sigma_{b \text{ zul}} = 44,8 \text{ kg/cm}^2 = 0,63 \sigma_{b \text{ zul 1}} \quad (\psi = 0,54)$$

Wird in allen diesen Fällen mit *derselben* zulässigen Spannung gerechnet, so ergeben sich bei kleinen Außermittigkeiten viel geringere Sicherheitsgrade als bei reiner Biegung.

7. Berücksichtigung der Druckbewehrung.

Aus den Fig. 7 und 8 ist zu ersehen, daß bei symmetrisch bewehrten Querschnitten die richtigen zulässigen Spannungen kleiner ausfallen, als bei einseitiger Bewehrung. Dasselbe ist auch bei reiner Biegung der Fall, was aus der gestrichelten Linie der Fig. 9 ersichtlich ist; die richtige zulässige Spannung

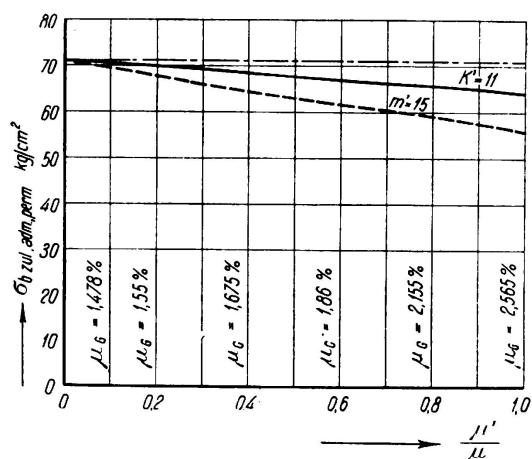


Fig. 9.

Richtige zulässige Spannungen für Beton C bei reiner Biegung, mit verschiedener Stärke der Druckbewehrung.
(Errechnet teils mit $m' = 15$ und teils mit $k' = 11$).

(Grenzpunktspannung) ist für Beton C bei symmetrischer Bewehrung etwa 21 % geringer als bei einseitiger Bewehrung.

Bei der Ermittlung der richtigen zulässigen Spannungen wurde dabei die gewöhnliche Rechnung nach „Zustand II“ zugrunde gelegt, wonach die Spannung in der Druckbewehrung durch Gleichung (11) bestimmt ist (Fig. 10):

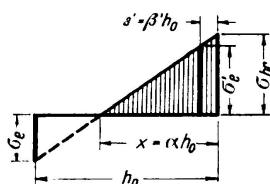


Fig. 10.

$$\sigma'_e = m' \sigma_{b \text{ br}} \frac{\alpha - \beta'}{\alpha} \quad (11)$$

wo $\sigma_{b \text{ br}}$ die zulässige *Biegendruckspannung* im Beton bedeutet. In Gleichung (11) ist dann mit $m' = n = 15$ gerechnet worden, was mit den Bestimmungen der meisten Länder übereinstimmt, wenigstens für die hier vorausgesetzte Betongüte ($K_w = 180 \text{ kg/cm}^2$ oder $K_p \cong 140 \text{ kg/cm}^2$, Zylinderfestigkeit, $f_c' \cong 2000 \text{ lb pro Quadratzoll}$ in englischem Maß).

Nun ist aber beim Bruch des Balkens die tatsächliche Spannung in der Druckbewehrung der Quetschgrenze, gleich σ'_F , die hier mit dem bei Handels-eisen noch vorkommenden Mindestwert von 2000 kg/cm^2 angenommen ist. $\sigma'_F = 2000 \text{ kg/cm}^2$ entspricht ungefähr dem m' -fachen (15-fachen) der *Prismenfestigkeit* K_p . Soll nun in den beiden Materialien der Druckzone derselbe

Sicherheitsgrad bestehen, dann ist die Spannung der Druckbewehrung unter der Gebrauchslast nicht wie in Gleichung (11) mit beinahe dem m' -fachen der zulässigen *Biegendruckspannung* einzuführen, sondern mit dem m' -fachen der zulässigen Druckspannung für *mittigen Druck*. Anstatt m' ist deshalb ein geringerer Beiwert

$$k' = m' \frac{\sigma_{bm}}{\sigma_{br}} \cdot \frac{\alpha}{\alpha - \beta'} \quad (12)$$

in Gleichung (11) einzuführen, wo σ_{bm} die für mittigen Druck zulässige Betondruckspannung bedeutet.

In dem (noch nicht veröffentlichten) letzten Teil des Entwurfs der neuen norwegischen Bestimmungen ist eine entsprechende Vorschrift enthalten. Bei mittigem Druck ist die Spannung der Druckbewehrung mit dem m' -fachen, bei Biegung und außermittigem dagegen mit dem 0,75 m' -fachen der Betonspannung in die Rechnung einzuführen.

In Fig. 9 sind die mit $k' = 11$ ermittelten richtigen zulässigen Betondruckspannungen bei reiner Biegung mit der voll ausgezogenen Linie angegeben, und in Fig. 11 die zulässigen Betonspannungen bei außermittigem Druck und

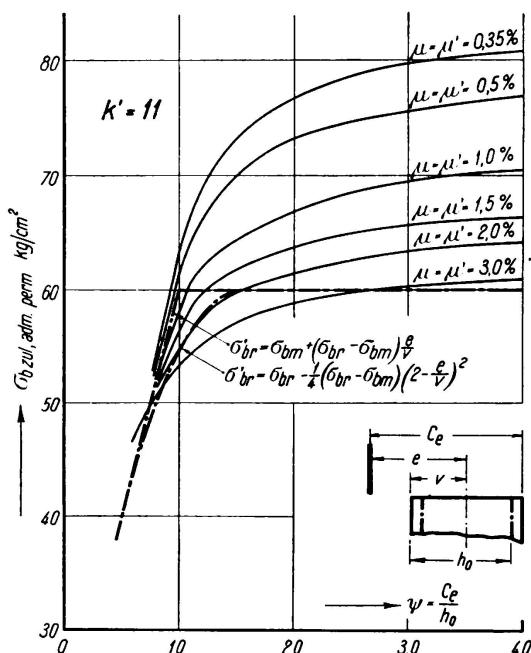


Fig. 11.

Richtige zulässige Spannungen für Beton C bei verschiedenen Außermittigkeiten und symmetrischer Bewehrung,
(Errechnet mit $k' = 11$ anstatt
 $m' = 15$).
(Vergleiche Fig. 8).

symmetrischer Bewehrung. Man sieht, daß ein großer Teil des Unterschiedes zwischen Querschnitten mit und ohne Druckbewehrung durch die Einführung des Beiwertes $k' = 11$ anstatt $m' = 15$ ausgeglichen worden ist, der Beitrag der Druckbewehrung zur Tragfähigkeit des Querschnittes wird also mit dem Beiwert k' richtiger berücksichtigt. Daß ein Einfluß der Stärke der Druckbewehrung auf die Höhe der richtigen zulässigen Spannungen noch zu sehen ist, beruht hauptsächlich darauf, daß in Gleichung (12) mit dem nach NS 427 gültigen Wert von $\sigma_{br} = 60 \text{ kg}/\text{cm}^2$ gerechnet worden ist, während der nach unseren Ausführungen richtige Wert $\sigma_{br} = 71 \text{ kg}/\text{cm}^2$ wäre.

8. Die in Eisenbetonbestimmungen angegebenen zulässigen Betondruckspannungen.

Die aus den Fig. 7, 8 und 11 ersichtliche große Abhängigkeit der „richtigen“ zulässigen Betondruckspannungen bei außermittigem Druck von der Größe der Außermittigkeit der Last, wird in den Eisenbetonbestimmungen der meisten Länder nur wenig berücksichtigt. So enthalten viele Bestimmungen lediglich die Vorschrift, daß bei außermittigem Druck die für mittigen Druck zulässige Spannung nicht überschritten werden darf, wenn die Last als mittig wirkend gerechnet wird. Sonst darf mit der vollen zulässigen Biegedruckspannung gerechnet werden. Ist zum Beispiel die zulässige Betondruckspannung bei Biegung $\sigma_{br} = 60 \text{ kg/cm}^2$ und bei mittigem Druck $\sigma_{bm} = 38 \text{ kg/cm}^2$, wie im Entwurf der norwegischen Bestimmungen für Beton C vorgeschrieben ist, dann ist nach der obigen Vorschrift für einen einseitig mit 1,0 % bewehrten Querschnitt schon bei Lastangriff 0,104 h_o vom Schwerpunkt ($\psi = 0,508$) mit der vollen zulässigen Biegedruckspannung zu rechnen. Unter den in Abschnitt 5 und 6 gemachten Voraussetzungen ist bei dieser Außermittigkeit die richtige zulässige Spannung nur rund 43,5 kg/cm^2 , bei reiner Biegung dagegen rund 71 kg/cm^2 . Die Vorschrift ergibt somit für außermittigen Druck bis zu rund 39 % geringere Sicherheitsgrade als bei reiner Biegung tatsächlich vorhanden ist.

Nach den letzten amerikanischen Bestimmungen⁹ darf bei außermittigem Druck die für mittigen Druck zulässige Spannung mit einem Faktor erhöht werden, der zum Beispiel für $\psi = 1,0$ mit 1,0 % Zugbewehrung und 1,0 % Druckbewehrung rund 1,163 beträgt. Wird keine Umschnürung verwendet, ist dann die zulässige Spannung $= 0,154 f'_c \times 1,163 \cong 0,18 f'_c$. [f'_c ist die vorgeschriebene Zylinderdruckfestigkeit des Betons nach 28 Tagen.] Dabei ist die zulässige Biegedruckspannung des Betons mit 0,40 f'_c angegeben. Aus Fig. 8 ergibt sich mit $\psi = 1,0$ und $\mu = \mu' = 1,0\%$ die richtige zulässige Betondruckspannung zu 53,2 kg/cm^2 , oder etwa 75 % der mit demselben Sicherheitsgrad ermittelten bei einseitiger Bewehrung zulässigen Biegedruckspannung (71,0 kg/cm^2). Der Sicherheitsgrad wäre also derselbe wie bei reiner Biegung, wenn im betreffenden Fall eine Betondruckspannung von rund 0,30 f'_c zulässig wäre. Tatsächlich wird nur 0,18 f'_c zugelassen; der Sicherheitsgrad nach den American Concrete Institute-Bestimmungen ist also im betreffenden Fall rund 67 % höher als bei reiner Biegung.

Es ergibt sich also, daß die Vorschriften verschiedener Länder in dieser Beziehung sehr verschiedenartig sind. Nach einigen Bestimmungen ist der Sicherheitsgrad bei außermittigem Druck viel geringer als bei reiner Biegung, nach anderen Bestimmungen dagegen höher.

Im Entwurf zu den neuen norwegischen Bestimmungen NS 427⁸ ist versucht worden, die bei außermittigem Druck zulässigen Spannungen den richtigen Werten etwas besser anzupassen. Die zulässige Randspannung im Beton bei außermittigem Druck ist:

⁹ Building Regulations for Reinforced Concrete (A.C.I. 501 — 36 T), vorläufig angenommen am 25. Februar 1936, Journal, American Concrete Institute, März und April 1936, Bd. 7, S. 407—444.

a) bei Lastangriff innerhalb des Querschnittes ($\psi < 1$):

$$\sigma'_{\text{br}} = \sigma_{\text{bm}} + (\sigma_{\text{br}} - \sigma_{\text{bm}}) \frac{e}{v}; \quad \frac{e}{v} < 1 \quad (13)$$

wo σ_{br} = die zulässige Randspannung bei reiner Biegung,

σ_{bm} = die zulässige Spannung bei mittigem Druck,

e = Außermittigkeit der Last, vom Schwerpunkt des ideellen Querschnittes aus gerechnet, und

v = Entfernung des Schwerpunktes vom Druckrand.

b) Bei Lastangriff außerhalb des Querschnittes:

$$\sigma'_{\text{br}} = \sigma_{\text{br}}; \quad \frac{e}{v} > 1 \quad (14)$$

In Fig. 7 und 11 sind zum Vergleich mit den richtigen zulässigen Spannungen die Linien nach Gleichungen (13) und (14) angegeben. Wenn auch durch die hier vorgeschriebenen zulässigen Spannungen noch kein unveränderlicher Sicherheitsgrad gewährleistet wird, so ergibt sich doch eine ziemlich gute Anpassung an die richtigen zulässigen Spannungen.

Noch besser wäre es, wenn erst bei $\frac{e}{v} = 2$ ($\psi = \text{rund } 1,6$) die volle zulässige Biegungsspannung verwendet werden dürfte, und bei geringeren Außermittigkeiten ein parabolischer statt ein geradliniger Verlauf der zulässigen Spannungen vorgeschrieben wäre, wie nach Gleichung (13).

$$\sigma'_{\text{br}} = \sigma_{\text{br}} - \frac{1}{4} (\sigma_{\text{br}} - \sigma_{\text{bm}}) \left(2 - \frac{e}{v}\right)^2; \quad \frac{e}{v} < 2 \quad (15)$$

Die entsprechenden Linien sind in Fig. 7 und 11 eingezeichnet, sie stimmen ganz gut mit den Mindestwerten der nach den obigen Ausführungen richtigen zulässigen Spannungen überein.

II a 2

Berechnungsverfahren von auf Biegung beanspruchten Eisenbetonquerschnitten.

Les méthodes de calcul des sections de béton armé sollicitées à la flexion.

The Calculation of Reinforced Concrete Sections Subject to Bending.

Dr. techn. Ing. E. Friedrich,
Dresden.

A. Die deutschen und österreichischen Vorschriften.

1. Die Bestimmungen des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton.

1. Die Tragfähigkeit.

Nach den Deutschen Bestimmungen 1932, § 17, sind Eisenbetonquerschnitte bei Biegung unter der Annahme zu berechnen, daß sich die Dehnungen wie die Abstände von der Nulllinie verhalten, von der Mitwirkung des Betons auf der Zugseite wird ganz abgesehen (Rechnung nach Stadium IIb) Fig. 1. Das Verhältnis

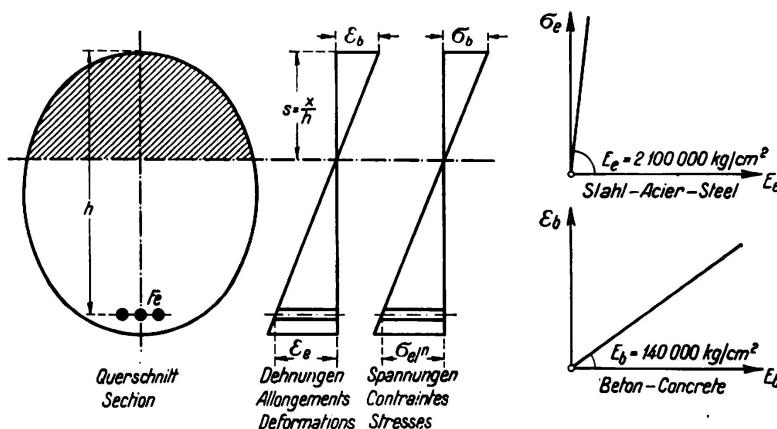


Fig. 1.
Deutsche
Vorschriften.

der Elastizitätsmaße von Stahl und Beton ist mit $n = 15$ anzunehmen. Der Zusammenhang von Spannung und Dehnung wird sowohl für den Stahl, als auch für Beton geradlinig angenommen (*Hooke'sches Gesetz*).

Im Folgenden wird mit Tragfähigkeit

$$T = \frac{M \cdot h}{J_i} \quad (J_i = \text{ideelles Trägheitsmoment})$$

bezeichnet. Der Ausdruck $\frac{J_i}{h}$ ist von der Querschnittsform des Balkens unabhängig und entspricht bei homogenen Querschnitten dem Widerstandsmoment W und stellt die Summe von Betonspannung und $\frac{1}{n}$ fache Eisenspannung dar. Eine übersichtliche Darstellung der Tragfähigkeit von Eisenbetonquerschnitten erhält man, wenn man T als Funktion vom Nulllinienabstand $s = \frac{x}{h}$ aufträgt. Die Teilung auf der Abszissenachse wählt man zweckmäßig so, daß die aufeinanderfolgenden Werte $\frac{1}{s}$ in gleichen Abständen erscheinen. Man erhält nach der bisherigen Rechnung nach Stadium IIb im Betonbereich die Tragfähigkeit zu:

$$T = \frac{W_b}{s} \quad (W_b = \text{Würfelfestigkeit des Betons})$$

und im Stahlbereich zu:

$$T = \frac{\sigma_s}{n} \cdot \frac{1}{1-s} \quad (\sigma_s = \text{Streckgrenze des Stahles}).$$

Die Tragfähigkeitslinie (T -s-Linie) ergibt sich im gewählten Koordinatensystem im Betonbereich zu einer Geraden und im Stahlbereich zu einer Hyperbel.¹

2. Vergleich mit den Versuchen.

In Fig. 2 sind Versuche mit Rechteckquerschnitten, bewehrt mit St. 37 angegeben, bei denen nach Möglichkeit die Würfelfestigkeit des Betons

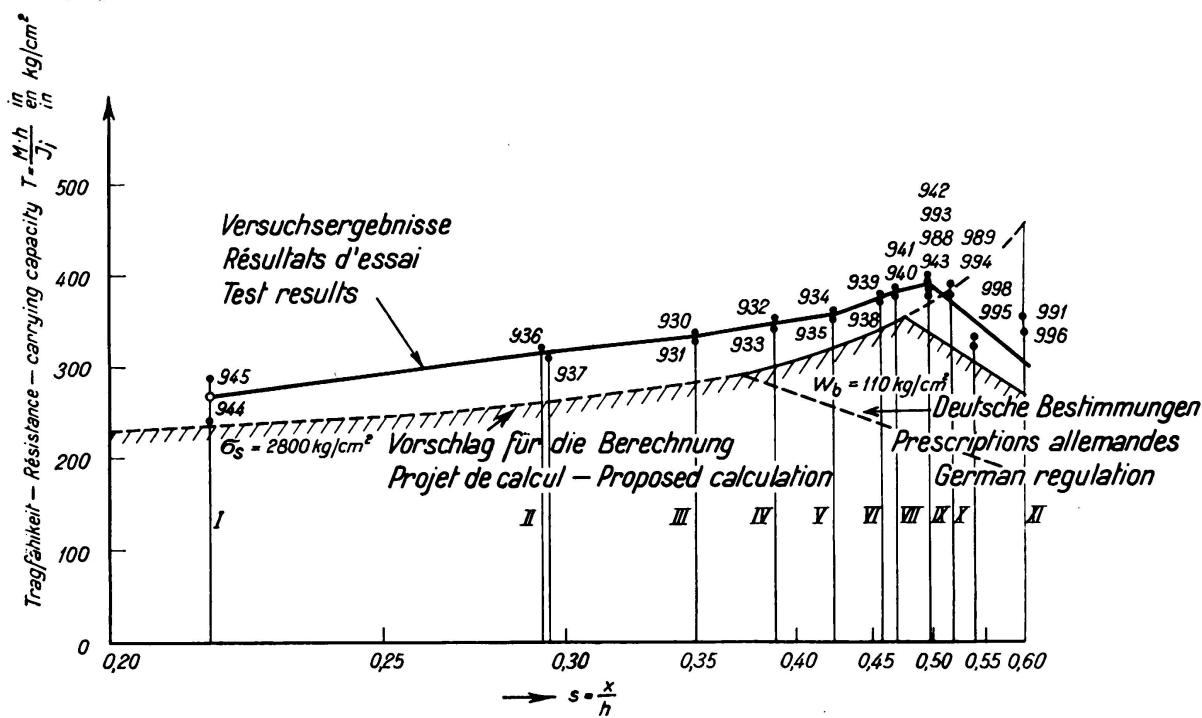


Fig. 2.

Tragfähigkeitslinie nach Versuch und Rechnung (gestrichelte Linie) und nach Vorschlag für St. 37 (schraffierter Rand).

¹ E. Friedrich: „Über die Tragfähigkeit von Eisenbetonquerschnitten.“ Beton und Eisen, 1936, Heft 9.

$W_b = 110 \text{ kg/cm}^2$ eingehalten wurde und die Streckgrenze des Stahles $\sigma_s = 2800 \text{ kg/cm}^2$ war. Die Querschnitte wurden so abgewandelt, daß die Tragfähigkeit für einen großen s-Bereich angegeben werden konnte. In Fig. 2 sind die rechnungsmäßigen Tragfähigkeiten (gestrichelte Linie, Deutsche Bestimmungen) und die nach Versuchen bestimmten Tragfähigkeiten einander gegenübergestellt.

Der Vergleich zeigt:

- a) Im Bereich, in dem die Streckgrenze des Stahles für den Bruch maßgebend ist:
 - a) Die Versuchswerte liegen durchwegs um etwa 10 % höher, als die nach der Rechnung gefundenen Werte.
 - β) Der Verlauf der Tragfähigkeitslinie nach Rechnung und Versuch ist durchaus ähnlich. Man wird sich zu einer Erhöhung der zulässigen Spannung im Stahlbereich, auch wegen der Rißgefahr, nicht entschließen können. Eine Veranlassung zur Änderung der Berechnungsweise im Bereich a) liegt nicht vor.
- b) In dem Bereich, in dem die Festigkeit des Betons für den Bruch maßgebend ist:
 - a) Zunächst ergibt sich, daß die Tragfähigkeitslinie bis zu einem viel höheren Bewehrungsgehalt (bzw. in Fig. 2 bis zu höheren s-Werten) der Stahl-Tragfähigkeitslinie folgt.
 - β) Die Tragfähigkeit nach den Versuchswerten liegt im ganzen zweiten Bereich viel höher, als die Rechnungswerte.

II. Die österreichischen Vorschriften.

Die österreichischen Vorschriften versuchen, die früher angegebenen Mängel der Berechnung zu beseitigen. Nach dem von Oberbaurat *F. v. Emperger* und Sektions-Chef *Haberkalt* ausgearbeiteten Vorschlag ist die Grenze von Stahl- und Betonbereich so hinaufgesetzt worden, daß sie einer zulässigen Betonspannung entspricht, die um 15—25 % höher als die bisherige zulässige Spannung liegt. Man hat jedoch die zulässigen Spannungen beibehalten, wodurch sich ergibt, daß in der Tragfähigkeitslinie an der Bewehrungsgrenze ein Sprung ist. Dabei treten zwei Nachteile auf:

- a) Es können Fälle eintreten, wo bei Zugabe von Bewehrungseisen die rechnungsmäßige Tragfähigkeit sinkt.
- b) Die Vorschläge gelten, da die Bewehrungsgrenze vom Bewehrungsgehalt abhängig gemacht worden ist, nur für Rechteckquerschnitte.

Fig. 3 zeigt die nach der österreichischen Vorschrift aufgetragene Tragfähigkeitslinie.

B. Neuer Vorschlag für die Berechnung von Eisenbetonquerschnitten bei Biegung.

Das Bestreben im Eisenbeton ist, sowohl im Hochbau als auch im Brückenbau, möglichst ohne Schrägen auszukommen und eine Druckbewehrung zu vermeiden.

Es wird nun ein Vorschlag gebracht, wie man diesen Forderungen unter Beibehaltung der gleichen tatsächlichen Sicherheit, also unter Berücksichtigung von Versuchsergebnissen, nachkommen kann.

I. Im Bereich, in dem die Streckgrenze des Stahles für den Bruch maßgebend ist:

Die bisherige Rechnungsvorschrift soll in diesem Bereich beibehalten werden. Wenn die geforderte Würfelfestigkeit eingehalten wird, kann der Nachweis der Betonspannung unterbleiben.

II. Im Bereich, in dem die Festigkeit des Betons für den Bruch maßgebend ist:

1. Berechnungsgrundlagen.

a) Die Bestimmung der Nulllinie.

Bei niedrigen Momenten wird sich der Zustand IIb einstellen, der der bisherigen Rechnung zugrunde gelegt wurde, also der Beton auf der Zugzone

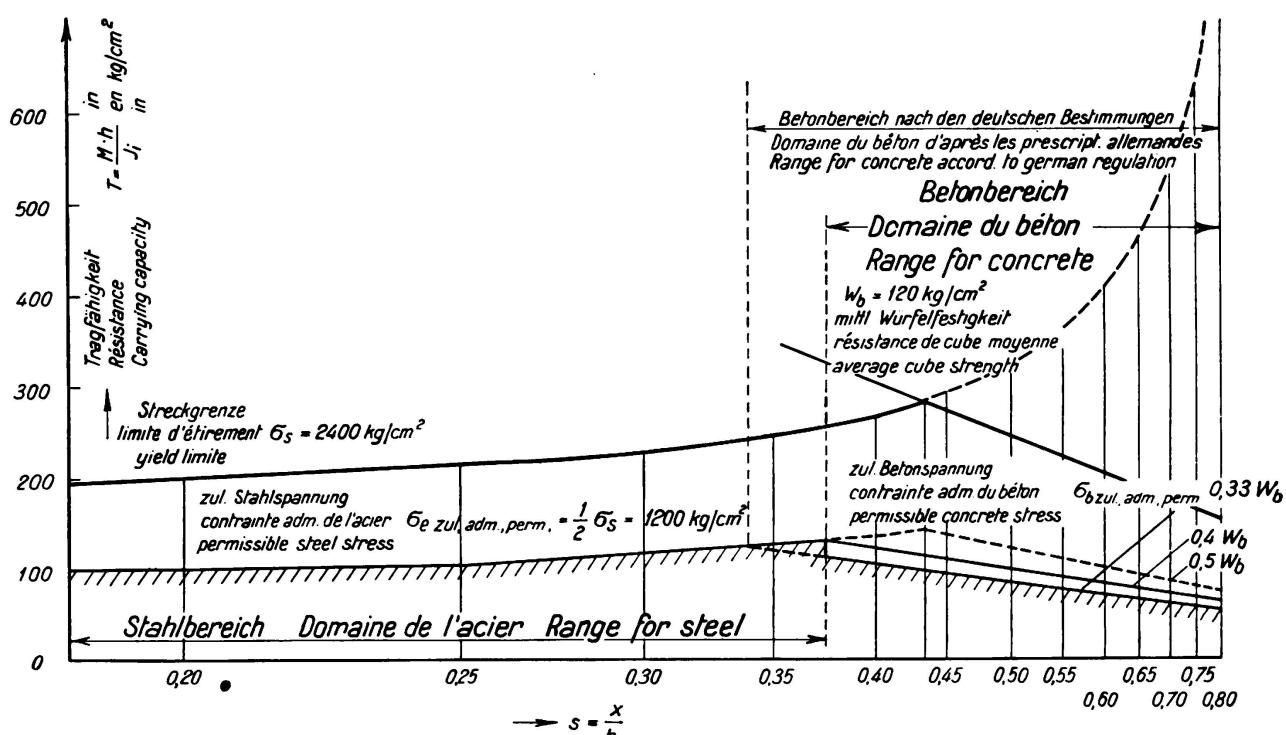


Fig. 3.

Tragfähigkeitslinie nach den österreichischen Vorschriften.

reißen. Wenn die äußerste Faser des Betons die Druckfestigkeit (wofür hier die Prismendruckfestigkeit σ_p angenommen werden soll) erreicht hat, tritt noch nicht der Bruch des Balkens ein (so wie die bisherige Rechnung annimmt), sondern der Zustand IIb geht in einen neuen Zustand IIc über, der dadurch gekennzeichnet ist, daß der Beton auf der Druckseite plastisch wird. Die Nulllinie bleibt erhalten. Der Nulllinienabstand wird daher am besten nach den bisherigen Rechnungsannahmen ermittelt.¹

$$s^2 + 2s\varphi - 2\psi = 0 \quad (1)$$

(wobei $\varphi = \frac{f}{b \cdot h}$, $\psi = \frac{\gamma}{b \cdot h^2}$ mit $f = n F_e + n F'_e$, $\gamma = n F_e h + n F'_e h'$ ist).

b) Die Spannungs-Dehnungs-Linie des Stahles.

Der Berechnung wird das *Hooke'sche Gesetz*:

$$\sigma_s = E_e \cdot \epsilon_e$$

zugrunde gelegt (Fig. 4).

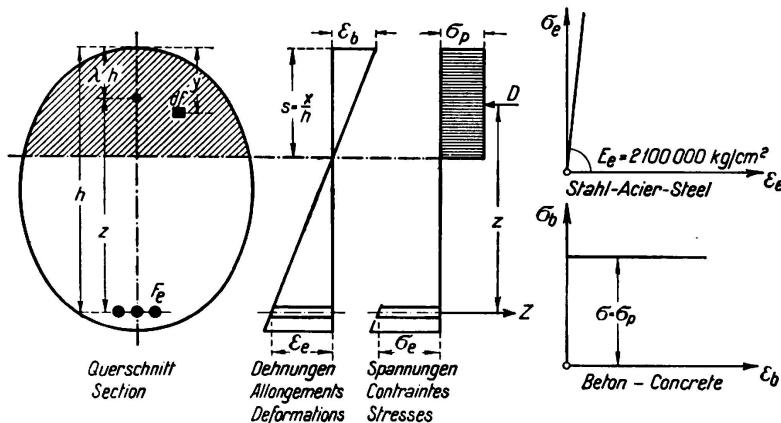


Fig. 4.

Berechnungsannahmen nach Vorschlag für die Berechnung im Betonbereich.

c) Die Spannungs-Dehnungs-Linie des Betons.

Der Berechnung wird das Plastizitäts-Gesetz

$$\sigma_p = \text{const.} \quad (\text{unabhängig von } \epsilon)$$

zugrunde gelegt.

d) Annahme von *Navier*.

In der Berechnung wird vorausgesetzt, daß die Querschnitte eben bleiben.

e) Gleichgewicht.

In jedem Querschnitt muß Gleichgewicht zwischen den äußeren und inneren Kräften bestehen.

2. Die Rechnung.

Nach den unter 1. angegebenen Annahmen kann man die Spannungen bzw. die Tragfähigkeit von Eisenbetonquerschnitten berechnen. Man erhält die Druckkraft D aus der Gleichung

$$D = \int_{\text{wirks. Betonfl.}} \sigma_p \cdot df = \sigma_p \int_{\text{df}} = \sigma_p \cdot F_w,$$

wobei F_w die wirksame Betonfläche ist.

Die Zugkraft wird:

$$Z = F_e \cdot \sigma_e.$$

Da Gleichgewicht sein muß, besteht die Gleichung

$$Z = D \quad \text{oder}$$

$$F_e \cdot \sigma_e = F_w \cdot \sigma_p,$$

also

$$\sigma_e = \sigma_p \cdot \frac{F_w}{F_e}. \quad (2)$$

Das statische Moment der wirksamen Betonfläche in Bezug auf die obere Faser ist:

$$S_w = \int y \cdot df,$$

woraus sich der Abstand des Schwerpunktes $\lambda \cdot h$ der wirksamen Betonfläche ergibt:

$$\lambda \cdot h \cdot F_w = S_w.$$

Der Hebelarm der inneren Kräfte ist:

$$z = h - \lambda \cdot h = h \frac{h \cdot F_w - S_w}{h F_w}.$$

Das Moment der inneren Kräfte muß gleich sein dem äußeren Moment M , daher:

$$\begin{aligned} D \cdot z &= M \\ \sigma_p \cdot F_w \cdot h \cdot \frac{h \cdot F_w - S_w}{h F_w} &= M \\ \frac{S_w}{h} - F_w + \frac{M}{h \sigma_p} &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Gleichung (1) gibt die Nulllinie an. Aus Gleichung (3) kann man das Tragmoment M berechnen.

3. Vergleich mit den Versuchen.

Mit den in 2. angegebenen Formeln sollen die in Fig. 2 angegebenen Versuche mit Rechteckbalken, bewehrt mit St. 37, überprüft werden.

Für die Rechteckquerschnitte ergibt sich:

$$\begin{aligned} F_w &= s \cdot b \cdot h \\ S_w &= s^2 \cdot h^2 \cdot \frac{b}{2}. \end{aligned}$$

Um das hier angegebene Rechnungsverfahren mit den bisherigen zu vergleichen, soll wiederum der Wert

$$T = \frac{M \cdot h}{J_i}$$

berechnet werden.

Für einfach bewehrte Rechteckquerschnitte wird:

$$\frac{J_i}{h} = b h^2 \frac{\left(1 - \frac{s}{3}\right) \cdot s^2}{2}$$

und dadurch wird aus Gleichung (3)

$$T = \frac{M \cdot h}{J_i} = 2 \frac{\sigma_p}{s} \cdot \frac{1 - s/2}{1 - s/3}.$$

In Fig. 2 ist auch der Vorschlag für die neue Berechnung (schraffierter Rand), eingetragen. Außerdem ist in Fig. 5 eine zweite Versuchsreihe mit Baustahl mit hoher Streckgrenze (Istegstahl $\sigma_s = 4093 \text{ kg/cm}^2$) aufgetragen. Die Prismenfestigkeit wurde bei den Versuchen zu $\sigma_p = 94 \text{ kg/cm}^2$ ermittelt. Der Vergleich mit der bisherigen Rechnung zeigt, daß der neue Vorschlag eine wesentlich

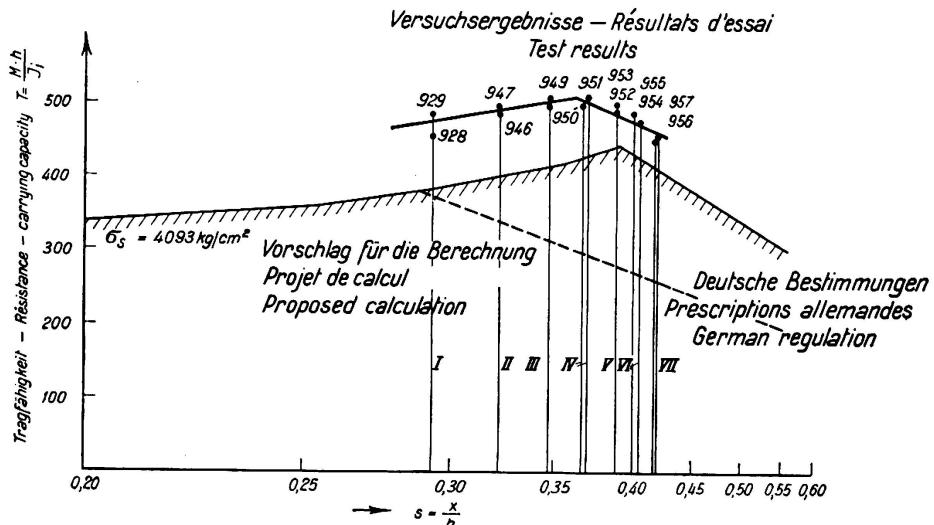


Fig. 5.

Tragfähigkeitslinie nach Vorschlag für hochwertigen Betonstahl.

bessere Übereinstimmung bringt. Fig. 6 ist das Bruchbild des Balkens Nr. 957 (Bruch im Betonbereich). Fig. 7 ist das Bruchbild des Balkens Nr. 947 (Bruch im Stahlbereich). Aus diesen beiden Abbildungen kann man die beiden Bereiche klar erkennen.

C. Vorschläge für die Bestimmungen.

Nachdem man erkannt hat, in welcher Weise man die tatsächliche Tragfähigkeit und die rechnungsmäßige Tragfähigkeit in Übereinstimmung bringen kann, sollen nun Vorschläge für die Bestimmungen gemacht werden.

1. Stahlspannung.

Die zulässige Stahlspannung soll wie bisher $\sigma_{e\ zul} = \frac{\sigma_s}{2}$ sein, wenn nicht die Forderung wegen der Rißgefahr kleinere Werte für zulässig erscheinen läßt.

2. Betonspannung.

Es soll wie bisher dreifache Sicherheit gegenüber Erreichen der Betonfestigkeit W_b gewählt werden. Da aber als auftretende Betonspannung die Prismenfestigkeit in Rechnung zu stellen ist, muß die zulässige Betonspannung gegenüber den bisherigen Festsetzungen herabgesetzt werden. Allgemein kann man die Prismenfestigkeit mit $0,75^2$ der Würzelfestigkeit annehmen. Man erhält somit die zulässige Betonspannung zu $\sigma_{b\ zul} = \frac{1}{4} W_b$.

² Übertragungszahl von Würzelfestigkeit auf dauernd ruhende Belastung.

Bei $W_b = 120 \text{ kg/cm}^2$ wird $\sigma_{b,zul} = 30 \text{ kg/cm}^2$

Bei $W_b = 160$ „ wird $\sigma_{b,zul} = 40$ „

Bei $W_b = 225$ „ wird $\sigma_{b,zul} = 56$ „

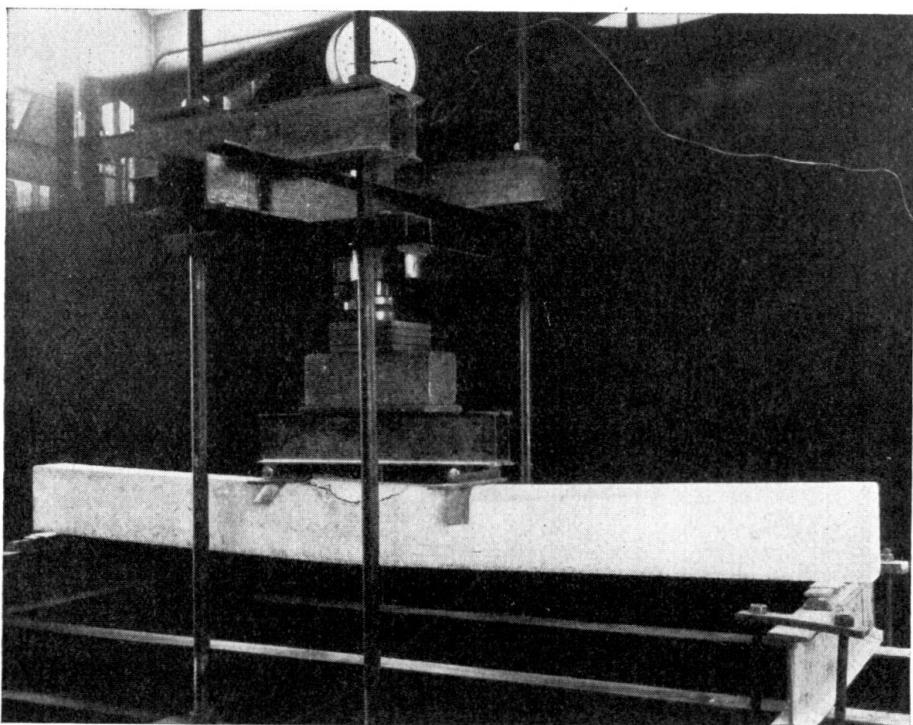


Fig. 6.

Bruchbild des Balkens Nr. 957 (durch Erreichen der Festigkeit des Betons gebrochen).

3. Die Bewehrungsgrenze für Rechteckquerschnitte.

Durch Gleichsetzen der Tragfähigkeit im Stahlbereich mit der Tragfähigkeit im Betonbereich erhält man die Bewehrungsgrenze.

Die Tragfähigkeit im Stahlbereich ist:

$$\frac{M \cdot h}{J_i} = \frac{\sigma_s}{n} \cdot \frac{1}{1-s};$$

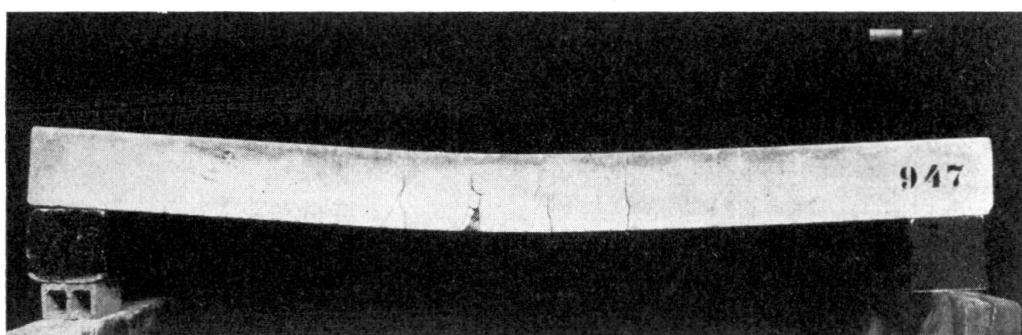


Fig. 7.

Bruchbild des Balkens Nr. 947 (durch Erreichen der Streckgrenze des Stahles gebrochen).

die Tragfähigkeit im Betonbereich:

$$\frac{M \cdot h}{J_i} = 2 \cdot \frac{\sigma_p}{s} \cdot \frac{1 - s/2}{1 - s/3}.$$

Setzt man:

$$k = \frac{\sigma_s}{n \sigma_p},$$

so erhält man s_G aus der Gleichung

$$s_G = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{3(1+3k)}{3+k}}. \quad (4)$$

Schlussbemerkung.

Zahlreich sind bereits die Vorschläge, die gemacht wurden, um Rechnung und Versuch in Übereinstimmung zu bringen. Wenn die Vorschläge jedoch für die Bestimmungen maßgebend sein sollen, so müssen sie durch Versuche einwandfrei belegt werden. Für die Bestimmung der Bewehrungsgrenze bei Rechteckquerschnitten, mit Stahl St. 37 bewehrt, scheint der besprochene Vorschlag genügend belegt. Für hochwertigen Betonstahl sind Versuche eingeleitet worden.

In diese Versuchsreihen sind auch Balken mit Druckbewehrung mit aufgenommen worden, um die Änderung der Tragfähigkeit bei Rechteckquerschnitten mit und ohne Druckbewehrung zu bestimmen.

Der Vorschlag bringt eine wesentlich gleichmäßigeren Ausnutzung der Baustoffe mit sich. Da danach vielfach Schrägen und Druckbewehrung vermieden werden können, gibt sich eine bessere Anpassung des Eisenbetons an die neuzeitlichen Forderungen der Gestaltung (z. B. im Hochbau ebene Untersichten bei Decken über mehreren Stützen aus Eisenbeton oder Balken mit gleicher Dicke im Brückenbau usw.). Gleichzeitig ergeben sich auch, da an Schalung und Eisen gespart werden kann, wirtschaftliche Vorteile für den Eisenbetonbau.

II a 3

Neue Eisenbetonbalkenversuche.

Nouveaux essais effectués sur des poutres de béton armé.

New Experiments on Reinforced Concrete Beams.

**Ministerialrat Dozent Dr. Ing. F. Gebauer,
Wien.**

Vergleichsversuche mit verschiedenen hohen Eisenüberdeckungen und verschiedenen Bügelanordnungen, sowie Versuche mit sehr stark bewehrten Balken.

Der Sicherheitsgrad eines Eisenbetontragwerkes kann bei Berechnung desselben nach dem n-Verfahren nicht richtig beurteilt werden.¹ Die Versuchsergebnisse zeigen große Abweichungen des wirklichen Sicherheitsgrades gegenüber dem rechnungsmäßig angenommenen bzw. gegenüber dem gewünschten Sicherheitsgrad.² Wenn die Baustoffanspruchnahmen aus den Bruchmomenten mit Hilfe des n-Verfahrens berechnet werden, ergeben sich hiefür Werte, welche von den für die Tragfähigkeit der Balken als maßgebend anzusehenden Werten der Baustoffeigenschaften — nämlich der Würffelfestigkeit des Betons und der Streckengrenze des Stahles — nach beiden Richtungen wesentlich abweichen.³ Insbesondere zeigt die Betrachtung der Eisendehnungs- und Betonstauchungslinien der Eisenbetonbalken, daß dem n-Verfahren keinerlei Berechtigung zugesprochen werden kann.⁴

Zur Fortsetzung des Nachweises der Richtigkeit seiner Anschauungen hat der Verfasser eine weitere Reihe von Balkenversuchen ausgeführt. Bei einer Reihe wurden Balken mit verschieden hohen Eisenüberdeckungen ($e = 2$ bzw. 5 cm) der vergleichsweisen Prüfung unterzogen. Ferner wurden Balken mit gewöhnlichen Querbügeln solchen mit unter 45° geneigten Bügeln gegenübergestellt.⁵

Die Balkenabmessungen betragen $b:h = 20:20$ cm. Die Bewehrung bestand aus drei Rundeisen St. 37 von 10 mm Durchmesser. Das Bewehrungsverhältnis betrug somit 0,59 %. Die Würffelfestigkeit des Betons betrug 416 bis 425 kg/cm²,

¹ *Stüssi*: Über die Sicherheit einfacher bewehrter Rechteckbalken. Abhandlungen der I.V.B.H., Bd. 1, Zürich 1932.

² *Abeles*: Über die Verwendung hochwertiger Baustoffe im Eisenbetonbau. B. u. E. 1935, Heft 8 und 9.

³ *Gebauer*: Berechnung der Eisenbetonbalken unter Berücksichtigung der Schwindspannungen im Eisen. B. u. E. 1934, Heft 9.

⁴ *Gebauer*: Das alte n-Verfahren und die neuen n-freien Berechnungsweisen des Eisenbetonbalkens. B. u. E. 1936, H. 2.

⁵ *Gebauer*: Vergleichsversuche über den Einfluß der Dicke der Eisenüberdeckung und den Einfluß der Bügellage auf das Tragvermögen von Eisenbetonbalken. B. u. E. 1937, Heft 8.

die Streckgrenze der Rundeisen 2859 bis 2959 kg/cm², die Balkenstützweite 2,00 m. Die Balken von 22 cm Gesamthöhe ergaben bei Belastung mit zwei Einzellasten in 80 cm Abstand eine mittlere Bruchlast von 5,725 t und jene von 25 cm Gesamthöhe eine solche von 6,06 t. Unter Mitberücksichtigung der Schwindspannungen in den Eiseneinlagen ergeben sich rechnerisch Bruchlasten von 5,70 bzw. 5,93 t. Ohne Berücksichtigung der Eisenschwindspannungen und mit Außerachtlassung der Betonzugspannungen ergeben sich bei Berücksichtigung der tatsächlichen Balkenabmessungen rechnerische Bruchlasten von 4,50 bis 4,57 t. Während die wirklichen Bruchlasten von den rechnerisch ermittelten Werten bei der ersten Berechnungsweise nur um +0,4 bzw. -2,1 % abweichen, betragen die Abweichungen bei der letzteren Berechnungsweise -21 bis -25 %. Nach der Berechnung mit Hilfe des n-Verfahrens müßte die Streckgrenze des Rundeisens ohne Rücksicht auf die verschiedenen Höhen der Eisenüberdeckung bei 4,05 t Belastung erreicht werden. Der Unterschied gegenüber den wirklichen Bruchlasten beträgt in diesem Falle sogar -29 bis -33 %.

Die Druckgurthöhe nach dem n-Verfahren berechnet ergibt $x = 6,82$ cm, während die Risse der Versuchsbalken bis auf etwa 1 cm an die Druckkante heranreichen. Die rechnerische Druckhöhe nach dem n-freien Verfahren berechnet beträgt $x = 0,82$ cm.

Das Steuermannsche Berechnungsverfahren⁶ gibt — unabhängig von der Eisenüberdeckungshöhe — infolge der Annahme eines dreieckigen Betondruckspannungsbildes ebenfalls bedeutend größere Druckgurthöhen als der Balkenbiegeversuch. Z. B. ist für $\sigma_{bz} = 25$ kg/cm² $x = 2,66$ cm und die Bruchlast 6,27 t. Da die Zugfestigkeit des Betons im vorliegenden Falle nicht bestimmt wurde, kann ein genauerer Vergleich hier nicht durchgeführt werden.

Besonders deutlich zeigt der Verlauf der Eisendehnungslinien und der Betonstauchungslinien auch in den vorliegenden Fällen,⁵ daß das n-Verfahren nicht als ein maßgebendes Berechnungsverfahren angesehen werden kann und zwar weder für den Bruchzustand, noch viel weniger aber für die Spannungsberechnung unter der Gebrauchslast.

Eine weitere Reihe von Versuchsbalken hat der Verfasser der Erforschung des Verhaltens außergewöhnlich stark bewehrter Balken gewidmet.⁷ Ausgeführt wurden drei Balkenpaare mit Bewehrungen von 3,14, 4,91 und 6,53 %. Die Abmessungen waren $b : h = 20 : 20$ cm, Gesamthöhe 25 cm, Stützweite 2,00 m. Die Bewehrung bestand aus St. 37 und zwar aus 4 Rundeisen von 20 mm, 4 Rundeisen von 25 mm und im letzten Fall 3 Rundeisen von 30 mm und 1 Rundeisen von 25 mm Stärke. Um zu verhindern, daß die Balken an den Scheerspannungen vorzeitig zugrunde gehen, waren in den Endstrecken der Balken nebst den schräg aufgebogenen Hauptzugeisen noch kräftige Schrägbügel angeordnet. Die Streckgrenze der Eiseneinlagen betrug ohne wesentliche Abweichungen im Mittel 2,580 kg/cm². Je einer der Balken jedes Paars wurde nach 4 Wochen und je einer nach 6 Wochen erprobt. Die Betonfestigkeiten betrugen nach

⁶ Steuermann: Das Widerstandsmoment eines Eisenbetonquerschnittes. B. u. E. 1933, Heft 4 und 5.

⁷ Siehe auch Gebauer: Neue Balkenversuche zur Klärung der Schwindspannungsfrage und des Verhaltens von Balken bei außergewöhnlich starken Bewehrungen: Monatsnachrichten d. österr. Betonvereines 1937, Heft 5.

4 Wochen 466, 458 und 410 kg/cm² und nach 6 Wochen 473, 512 und 514 kg/cm². Die Bruchlasten der Balken betrugen in der vorne aufgezählten Reihenfolge 22,0 und 22,0 t, 28,9 und 29,9 t bzw. 32,9 und 36,0 t. Der ausschlaggebende Einfluß der Betonfestigkeit ist aus den Bruchlasten klar erkennbar.

Die im n-freien Rechenverfahren unter Zugrundelegung der Eisenstreckgrenze, der Betonwürzelfestigkeit und einer gleichmäßigen Druckspannungsverteilung mit (bzw. ohne) Einrechnung der Schwindspannungen ermittelten Bruchlasten der einzelnen Balken sind bei vierwöchiger Erhärtung 21,5 (20,0) 30,8 (28,7) und 33,1 (34,7) t, bei sechswöchiger Erhärtung 22,9 (20,4), 32,8 (29,7) und 40,4 (37,1) t. Der Vergleich der Rechnungsergebnisse mit den Versuchsergebnissen zeigt, daß bei den mit 3,14 % bewehrten Balken die Einbeziehung der Schwindspannungen noch immer eine bessere Übereinstimmung ergibt als deren Vernachlässigung. Im allgemeinen sind die Unterschiede bei den Balken mit mehr als 4 % Bewehrung nicht groß, gleichgültig ob deren Berechnung mit oder ohne Rücksicht auf Schwindspannungen erfolgt. Bei den Balken mit 4,91 % und 6,53 % Bewehrung nähern sich die Versuchsergebnisse mehr den Rechnungsergebnissen ohne Rücksicht auf die Schwindspannungen, obwohl bei Berücksichtigung der Schwindspannungen nur bei einem Balken (Nr. 64) der Unterschied auf 12,2 % ansteigt, also die in der Regel als zulässige Fehlergrenze betrachteten 10 % nur wenig überschritten werden. Bei der Unsicherheit, welche der Berechnung der Schwindspannungen überhaupt noch anhaftet und bei der Schwierigkeit der Ausführung, welche sich bei den ganz stark bewehrten Balken bereits wegen der Engmaschigkeit des Eisengerippes ergeben hat, ist die oben erwähnte Abweichung von 12 % umso eher erklärlich, als unmittelbar vor Eintreten des Bruches ein Nachgeben des Betons bei den Endhaken zu beobachten war, so daß auch aus diesem Grunde die volle Momentenfähigkeit des Balkens nicht erreicht werden konnte.

Aus den bisher ausgeführten Versuchen kann auch gefolgert werden, daß bei besonders starken Eiseneinlagen infolge des im Verhältnis zur Querschnittsfläche geringen Umfanges eine geringere Beeinflussung durch Schwindspannungen eintritt, während schwächere Rundesen mit verhältnismäßig größerem Umfang der Berührungsfläche einem größeren Einfluß der Schwindung unterworfen sind.

Gestützt auf die oben besprochenen Versuchsergebnisse beantragte der Verfasser am 2. internationalen Kongreß für Brückenbau und Hochbau in Berlin das Fallenlassen der Berechnung nach dem n-Verfahren, wobei er darauf hinwies, daß auch Prof. Dr. Saliger in dem im Vorberichte des Kongresses abgedruckten Referate den gleichen Standpunkt einnimmt, obwohl er die Schwindspannungen außer Acht läßt und an Stelle der Würzelfestigkeit, die bis um ein Viertel kleinere Prismenfestigkeit des Betons in die Rechnung einführt, wodurch sich rechnungsmäßig etwas kleinere Bruchlasten ergeben als bei den ausgeführten Versuchen.

IIa 4

Das Verhalten von Beton und Eisenbeton unter dauernder Belastung.

Comportement du béton et du béton armé sous l'action des charges permanentes.

The Behaviour of Concrete and Reinforced Concrete under Sustained Loading.

R. Dutron,

Directeur du Groupement professionnel des Fabricants de Ciment Portland Artificiel de Belgique,
Bruxelles.

In dieser kurzen Mitteilung wollen wir ausschließlich den Einfluß dauernd einwirkender Lasten auf Eisenbetonkonstruktionen berücksichtigen. Wir stützen uns dabei auf die zahlreichen Versuchsergebnisse von Prüfungsanstalten über das Verhalten von Beton und Eisenbeton unter dem Einfluß von Druck, Zug und Biegung, die während 2—3 Jahren einwirkten. Wir fügen den Formänderungen infolge Kriechen des Betons unter dauernder Belastung jene, die durch Schwinden oder Schwellen entstehen, hinzu.

Wir stützen uns dabei besonders auf den überragenden Einfluß, den die Lagerungsverhältnisse des Betons auf die Entwicklung dieser Formänderungen ausüben. Wenn man zahlenmäßige Feststellungen über diese Formänderungen und andere Eigenschaften des Betons treffen will, muß man sich zunächst darüber Rechenschaft ablegen, ob das beobachtete Bauwerk unter Wasser liegt oder mit Erde überschüttet ist, ob es Witterungseinflüssen ausgesetzt ist, oder ob es geschlossen und während mehrerer Monaten beheizt wird.

Die Festigkeit R_b , der Elastizitätsmodul E_b , die plastische Formänderung unter dauernd einwirkenden Lasten und schließlich das Schwinden fallen ganz verschieden aus, je nach diesen Standortsbedingungen. Die nachstehende Zusammenstellung enthält zum Vergleich einige Verhältniswerte für Beton, der drei Jahre lang denselben Lagerungsbedingungen ausgesetzt war.

| | unter Wasser | in Luft (Feuchtigkeit 70%) | in trockener Luft (45 bis 50%) |
|-----------------------|--------------|-------------------------------|-----------------------------------|
| R_b | 1,00 | 0,75 | 0,60 |
| E_b | 1,00 | 0,80 bis 0,85 | 0,65 bis 0,70 |
| plastische Verformung | 1,00 | 2,00 bis 2,25 | 3,00 bis 4,00 |
| Schwinden | + 1,00 | -3,50 bis -4,50 | -5,00 bis -6,00 |

Selbstverständlich sind die absoluten Werte dieser Eigenschaften des Betons in Abhängigkeit vom Mischungsverhältnis der Kornzusammensetzung und dem Alter ganz verschieden groß.

Die plastische Verformung — das Kriechen — unter dem Einfluß des Eigen gewichtes und der dauernd einwirkenden Belastungen entwickelt sich so, als ob der Elastizitätsmodul einen kleineren Wert annähme. Bekanntlich ändert sich infolge des Kriechens die Spannungsverteilung zwischen Beton und Eisen. Diese Änderung geht langsam vor sich und, wie die Verformung, strebt sie mit der Zeit einem Grenzwert zu.

Zum Beispiel haben in Eisenbetonkörpern, die in trockener Luft gelagert und entsprechend 22 bis 24 % der Würzelfestigkeit des Betons auf Druck beansprucht wurden, die Druckspannung in den Eiseneinlagen 1500—2000 kg/cm² erreicht, und wenn man dazu noch die Druckvorspannung infolge des Schwindens hinzuzählt, sogar 1900—2700 kg/cm². Erhöht man die Beanspruchung des Betons auf 30—32 % seiner Würzelfestigkeit, so kann man in den Eisen 2000—3000 kg/cm² erreichen und unter bestimmten Lagerungsbedingungen in trockener Luft sogar die Quetschgrenze des gewöhnlichen Eisens merklich überschreiten, wenn man die Druckvorspannung infolge Schwindens miterücksichtigt.

Bei Trägern, die auf Biegung beansprucht sind, verhält sich die Druckzone ganz ähnlich. Bei Lagerung in trockener Luft kann ausnahmsweise die Spannung in der Druckbewehrung unter Einrechnung der Druckvorspannung durch das Schwinden sich der Quetschgrenze des gewöhnlichen Eisens nähern.

Im Gegensatz dazu ist die Erhöhung der Spannung in den Eiseneinlagen in der Zugzone verhältnismäßig klein; daraus folgt, daß trotz der plastischen Verformung des Betons in der Druckzone der Hebelarm der inneren Kräfte nicht viel kleiner wird.

Zu beachten ist, daß die durch das Schwinden hervorgerufene Anfangs druckspannung in den Zugeisen bei dauernder Biegsbeanspruchung des Balkens im Laufe der Zeit verloren geht. Dasselbe hat man an der Bewehrung von Eisenbetonkörpern feststellen können, die lange Zeit hindurch auf einfachen Zug beansprucht waren. Bei allen auf Biegung beanspruchten Balken (Betonbeanspruchung 60 kg/cm² — Stahlbeanspruchung 1200 kg/cm² — $n = 15$), die dauernd in trockener Luft gelagert wurden, sind Risse in der Zugzone des Betons infolge der durch das Schwinden hervorgerufenen Zugvorspannungen bereits beim Aufbringen der Last entstanden. Im Laufe der Dauerbelastung hat die Rißbildung zugenommen, ohne daß jedoch die Risse sich merklich geöffnet hätten.

Nach der langen Zeit der Dauerbelastung sind die Festigkeiten, und zwar sowohl die Druck- und Zugfestigkeiten des nichtbewehrten Betons, als auch die Druck- und Biegefertigkeiten der Eisenbetonkörper, nicht kleiner geworden als die Festigkeiten von Vergleichsstücken, die denselben Lagerungsbedingungen ausgesetzt waren, jedoch unbelastet geblieben sind.

Wenn man die dauernde Belastung unterworfenen Eisenbetonkörper nach zwei oder drei Jahren entlastet und wiederholt belastet, so verhalten sie sich, ausgehend von den im Laufe der Zeit entstandenen bleibenden Formänderungen vollkommen elastisch.

Wir können abschließend feststellen, daß die Festigkeit des Eisenbetons nicht darunter leidet, wenn er eine sehr lange Zeit hindurch dauernd belastet bleibt. Es ist deshalb nicht notwendig, aus Sicherheitsgründen mit einer Verminderung der Bruchfestigkeit des Betons zu rechnen, oder die zulässige Spannung unter den üblichen Wert $0,28 W_b$ herabzusetzen. Obwohl eine Überschreitung der Quetschgrenze bei der Druckbewehrung nicht dieselbe Bedeutung zu haben scheint, wie eine Überschreitung der Streckgrenze in der Zugbewehrung, dürfte es sich doch empfehlen in allen den Fällen als Druckbewehrung Stähle mit hochliegender Streckgrenze zu verwenden, wo die Größe der dauernd einwirkenden Lasten und die Standortsbedingungen im Laufe der Zeit zu großen plastischen Verformungen und infolgedessen zu wesentlichen Spannungserhöhungen in den Bewehrungen führen. In diesen Fällen kommt es noch besonders darauf an, die Lage der Druckeisen durch genügend viele und genügend eng gestellte Bügel zu sichern. Außerdem muß in diesen Fällen die Rißgefahr besonders beachtet werden.

II a 5

Der Einfluß der Plastizität des Betons und des Stahles
auf Stabilität und Dauerhaftigkeit des Eisenbetons.

Rôle de la plasticité du béton et de l'acier sur la
stabilité et la durée du béton armé.

Effect of Plasticity of Concrete and Steel on the Stability
and Endurance of Reinforced Concrete.

R. L'Hermite,

Directeur Adjoint des Laboratoires du Bâtiment et des Travaux Publics, Paris.

Bevor wir den Einfluß der Plastizität der Baustoffe und insbesondere der Bestandteile des Eisenbetons auf die Dauerhaftigkeit der Bauwerke betrachten, scheint es erforderlich, ihr tatsächliches plastisches Verhalten und vor allem, den Einfluß der Belastungsänderungen auf den Eisenbeton zu untersuchen. In einer früheren Abhandlung habe ich versucht, mittels einer einfachen mathematischen Theorie zu zeigen, daß die Größe der elastischen und plastischen Verformungen nicht ausschließlich von der augenblicklichen Belastung, sondern auch von den vorhergegangenen Belastungszuständen, d. h. von der Funktion der Belastung abhängt. Diese Theorie erhebt keineswegs den Anspruch darauf, erschöpfend zu sein. Sie hat nur den Wert einer Reihe von Schlüssen, die leicht von einfachen Grundversuchen ausgehend zu Folgerungen führen, die durch Versuche nur schwer festzustellen sind.

Wenn man einen Stahl über seine Elastizitätsgrenze beansprucht, so erleidet er eine bleibende Formänderung. Diese nimmt, auch wenn die Belastung konstant bleibt, mit der Zeit mehr oder weniger zu und zwar gemäß einem für jede Stahlsorte und für jede Temperatur bestimmten Fließgesetz. Wenn auch das Fließen für Beanspruchungen nahe an der Fließgrenze geringfügig ist, so ist es doch verschieden von Null. In der Tat nimmt die bleibende Formänderung mit der Zeit merklich zu, wenn die Belastung zwischen zwei bestimmten Grenzen schwankt. Diese Erscheinung tritt sogar unterhalb der Fließgrenze auf, vorausgesetzt, daß die obere Belastungsgrenze über der kritischen Ermüdungsbelastung oder der natürlichen Elastizitätsgrenze nach Bauschinger liegt. Dies röhrt von einem Energieaustausch her, der unter der Wirkung der elastischen und der plastischen Hysteresis zwischen der elastischen und der plastischen Formänderung stattfindet. Das rasche Einwirken einer Kraft kann somit entgegengesetzte Wirkungen auslösen, je nach der Art des Angriffes: Verminderung der Plastizität beim Stoß, Erhöhung der Plastizität bei wiederholter Belastung, bei andauernder Schwingung und bei langsam ansteigender Belastung.

Die praktische Bedeutung dieser Erscheinung tritt zutage, wenn man wechselnde oder schwellende Belastungen auf Eisenbetonbauteile einwirken läßt, die nach dem Verfahren von *Freyssinet* vorgespannt sind. Man sieht dann, wie sich die Stahleinlagen langsam dehnen, und wie sich dadurch die Druckvorspannungen des Betons vermindern, so daß schließlich, wenn diese Vorspannung gegenüber den aufgebrachten Kräften nur gering ist, wie im Beton, der auf Zug beansprucht ist, Risse auftreten. Endlich ist die zerstörende Wirkung wiederholter Belastungen auf den Stahl umso größer, als die Stäbe ungewöhnliche Formen haben, kalt gereckt und oxydiert sind. Die Ermüdungsgrenze eines Stab-Endhakens ist viel geringer als die des geraden Teiles des Stabes.

Die allgemeine Form der Formänderungs-Kurve eines Betons läßt sich offenbar im voraus nur auf dem Versuchsweg bestimmen. Dieser Baustoff besitzt keine feste Elastizitätsgrenze; diese schwankt vielmehr mit dem Alter und hängt von der Geschwindigkeit ab, mit der die Kräfte einwirken. Alles was wir über die Plastizität des Stahles aussagten, gilt auch hier, und zwar in noch viel höherem Maße. Die Hysteresis-Konstanten, die die plastische und die elastische Viskosität bestimmen, sind klein und diese Hysteresis selber ist beträchtlich. An sich hat der Begriff des Elastizitätskoeffizienten bei den Berechnungen des Eisenbetons keinen Sinn, wenn man nicht zugleich die Konstanten berücksichtigt, die die Plastizität, die Hysteresis und das Fließen bestimmen. Dies erklärt unter anderem, warum man sich nie über den Wert des Koeffizienten n hat einigen können.

Die Erscheinung beschleunigten Fließens unter wiederholter Belastung besteht auch beim Beton in ausgeprägtem Maße. Beim plastischen Fließen wirken nicht umkehrbare Reibungserscheinungen mit, die sich überlagern und die die Anpassung durch Hinzutreten der plastischen zur elastischen Formänderung beschleunigen, worüber ich in der früheren Abhandlung berichtet habe.¹

Außerdem gesellen sich zu dieser Anpassung alle Faktoren, die gewöhnlich dem Altern anhaften, nämlich Erhöhung der Starrheit und der Festigkeit, die Verminderung des Schwindens usw. Endlich kann der Beton, genau wie Metall, Ermüdungserscheinungen unter wiederholter Belastung aufweisen, z. B. bricht ein Beton mit 350 kg/cm² Bruchfestigkeit, wenn er 500mal in der Minute zwischen 50 und 300 kg wechselnden Belastungen ausgesetzt wird, nach einer Stunde, da sich sein Elastizitätskoeffizient während dieser Zeit geändert hat und die Länge des Probekörpers geringer geworden ist. Es gibt auch für diesen starren Körper noch eine Ermüdungsgrenze, die die schwingende Beanspruchung bestimmt, über der der Probekörper nach einer begrenzten Anzahl Lastwechsel zerbricht. Unterhalb dieser Grenze bewirkt dagegen die wiederholte Belastung eine Erhöhung der statischen Festigkeit.

Im Laboratorium für Bauten und Öffentliche Arbeiten in Paris wurden Versuche mit auf Biegung beanspruchten Balken unter schwingenden Lasten vorgenommen. Auch in diesem Falle wurde das Vorhandensein einer charakteristischen Ermüdungsgrenze festgestellt. Mittels aufeinanderfolgender Versuche mit gleichartigen Balken konnte eine *Wöhler'sche* Kurve ermittelt werden, deren erster Ast viel stärker geneigt ist als bei Beton oder Stahl allein. Endlich

¹ Vergleiche Thema I.

wurde beobachtet, daß die Wirkung wiederholter Belastung vor Allem in einer Beschleunigung der plastischen Formänderungen bestand. Wir haben daraus ein Verfahren zur beschleunigten versuchsmäßigen Erforschung der Anpassung eines Bauteiles aus Eisenbeton abgeleitet, da die wiederholte Belastung tatsächlich eine künstliche Alterung der Bauwerke herbeiführt. Dadurch konnten wir feststellen, daß die Anpassung nicht in gleichem Maße in den auf Zug und in den auf Druck beanspruchten Bauteilen erfolgt. Insbesondere ergab sich, daß die Ermüdungsgrenze des auf Zug beanspruchten Betons, bezogen auf die statische Bruchlast, viel geringer ist als die des gedrückten Betons. Endlich ist noch den gegenseitigen Beanspruchungen von Stahl und Beton Rechnung zu tragen, die die Haftung bewirken. Nach unseren Versuchen scheint die Haftung in der Tat gegenüber wiederholter Beanspruchung sehr empfindlich zu sein. Viele Balken sind nämlich durch Gleiten der Eiseneinlagen zusammengebrochen, da diese sich offenbar der auf die Plastizität zurückzuführenden Formänderung nicht angepaßt hatten; in anderen Fällen rief die Stabilisierung der Einlagen nach anfänglichem Gleiten eine beträchtliche Rißbildung im Beton hervor, ohne daß diese jedoch zum Bruch des Balkens führte.

Diese Feststellungen führen uns zu dem Schluß, daß die Berechnung der Formänderung eines Beton-Bauteiles von elementaren Grundlagen aus recht verwickelt ist. Beim jetzigen Stande unserer Kenntnisse läßt sich diese Berechnung offenbar nur mit grober Annäherung ausführen. Die Möglichkeiten der Anpassung scheinen trotz allem sehr groß zu sein und, wie grob auch immer die Annäherung ist, sie zeigt, daß das Einfühlungsvermögen der ersten Fachleute des Eisenbetons, die den Begriff der teilweisen Kontinuität einführten, der Wirklichkeit wesentlich näher kam als alle Berechnungen statisch^{*} unbestimmter Verhältnisse, die später durchgeführt wurden.

IIa 6

Das Verhalten von Eisenbeton-Rahmenkonstruktionen bei beginnender Zerstörung.

Comportement des portiques en béton armé à l'amorce
de la rupture.

The Behaviour of Reinforced Concrete Framed Structures at Incipient failure.

W. H. Glanville,
D.Sc., Ph.D., M.Inst.C.E., M.I.Struct.E.

F. G. Thomas,
B.Sc., Assoc.M.Inst.C.E., Garston.

Bei üblichen Spannungen ist es wahrscheinlich, daß die Momentenverteilung über eine Eisenbeton-Rahmenkonstruktion sich verhältnismäßig genau mittels der Elastizitätstheorie ermitteln läßt. Bei Versuchen mit Dauerbelastung in der Building Research Station^{1*} und in Amerika² wurde festgestellt, daß das Kriechen des Betons in einem Rahmen bei üblichen Spannungen keinen wesentlichen Einfluß auf die Momentenverteilung hat.

Wenn jedoch in irgend einem Teil der Konstruktion sich beginnende Zerstörung zeigt, werden die plastischen Formänderungen entweder des Stahls an seiner Streckgrenze oder des Betons bei seiner höchsten Beanspruchung so groß, daß die Elastizitätstheorie nicht mehr gültig ist. Die Verformung dieses Teils wird durch die Formänderung der übrigen Konstruktion begrenzt, so daß der Bruch dieses Teiles nicht eher eintreten wird, bevor sich nicht erhebliche elastische Verformungen anderer Teile vollzogen haben. Das heißt, von der Konstruktion können weitere Lasten ohne daß Bruch eintritt, aufgenommen werden, wobei die hohen Spannungen in dem besonders gefährdeten Teil vermutlich praktisch gleichbleiben, während die Momente und die Spannungen in dem übrigen Teil zunehmen. Zur Vereinfachung soll die Veränderung in der Verteilung der Biegemomente gegenüber der in einer rein elastisch wirkenden Rahmenkonstruktion in diesem Aufsatz „Neuverteilung von Biegemomenten“ genannt werden.

Versuche mit kontinuierlichen Trägern auf drei Stützen von Kazinczy³ haben gezeigt, daß, wenn der Stahl für den Bruch maßgebend ist, Änderungen in der Menge der Eiseneinlagen im Felde oder über der Mittelstütze gegenüber der nach der Elastizitätstheorie notwendigen Menge zu einer Neuverteilung der Momente führen, so daß die höchste Tragfähigkeit sowohl in den Feld- wie in den Stützen-Querschnitten voll ausgenutzt wird. Ähnliche Ergebnisse wurden für eingespannte Balken vom Deutschen Ausschuß für Eisenbeton⁴ gefunden für

* Die Ziffern beziehen sich auf das Schrifttumsverzeichnis am Schluß des Aufsatzes.

die Bedingung, daß der Bruch durch Überschreitung der Streckgrenze des Stahls entstand. Solch eine Neuverteilung ist durch die große plastische Verformung des Stahls an seiner Streckgrenze zu erwarten, jedoch ist unbekannt, wie weit man sich hierauf verlassen kann, ohne eine Zerstörung des Betons hervorzurufen. Bisher sind keinerlei Versuche bekannt, bei denen die Wirkung von plastischen Verformungen des Betons bei beginnender Zerstörung auf die äußerste Tragfähigkeit einer Rahmenkonstruktion untersucht worden ist.

Die in dieser Abhandlung beschriebenen Versuche bilden einen Teil einer von der Building Research Station zusammen mit der Reinforced Concrete Association angestellten Untersuchung, um endgültige Aufschlüsse über den Einfluß plastischer Verformungen auf hochbeanspruchte Teile von Eisenbeton-Rahmenkonstruktionen zu gewinnen. Die Untersuchungen schlossen Versuche bis zur Zerstörung ein A. an durchlaufenden Balken auf drei Stützen und B. an Portalrahmen.

A. Versuche bis zur Zerstörung an durchlaufenden Balken auf drei Stützen.

Die Versuche wurden an durchlaufenden Balken auf drei Stützen vorgenommen, die wie folgt hergestellt waren:

1. Schwächung des Querschnitts über der Mittelstütze durch Verwendung einer geringen Menge von Zugeisen.
2. Schwächung des Querschnitts über der Mittelstütze durch Verwendung eines Betons von geringer Festigkeit ohne Verwendung von Druckeisen.
3. wie 2., jedoch unter Verwendung von Druckeisen.
4. wie 2., jedoch bei vergrößerter Spannweite, um die Schubspannungen zu verringern.
5. wie 2., jedoch unter Verwendung eines Betons von geringer Festigkeit, der ein Alter von 6 Monaten statt von 7 Tagen besaß.

Sämtliche Versuche wurden doppelt ausgeführt, und es wurde als Zuschlag durchweg Fluß-Sand und Fluß-Kies verwendet.

1. Die ersten Zerstörungen treten in der Zugbewehrung auf.

Einzelheiten über die Balken und die Laststellungen bei diesen Versuchen zur Bestimmung der Einwirkung einer zu geringen Stahlmenge gegenüber der nach der Elastizitätstheorie erforderlichen Menge sind in Fig. 1 wiedergegeben.

Die Bezeichnung in der Tafel von Fig. 1 und in folgenden weiteren Spannungstafeln ist wie folgt:

| | | | |
|-------|---|-----------------|---|
| t | bezeichnet die Spannung in der Längszugbewehrung, | t_w | bezeichnet die Spannung in der Bügelbewehrung, |
| t' | „ die Spannung in der Längsdruckbewehrung, | W | „ die Last, |
| M | „ das Biegemoment, | ξ_B | „ den Abstand des Wendepunktes von B, |
| n | „ den Abstand der neutralen Achse, | ξ_F | „ den Abstand des Wendepunktes vom Stützenrand, |
| a | „ den Abstand des Druckmittelpunkts vom Zugmittelpunkt, | s_E | „ die Haftspannung bei E (untere Eisen). |
| S | „ den gesamten Schub, | R_A, R_B, R_C | bezeichnen die Auflagerdrücke in A, B, C, |
| s | „ die Schubspannung, | | |
| s_b | „ die Haftspannung, | | |

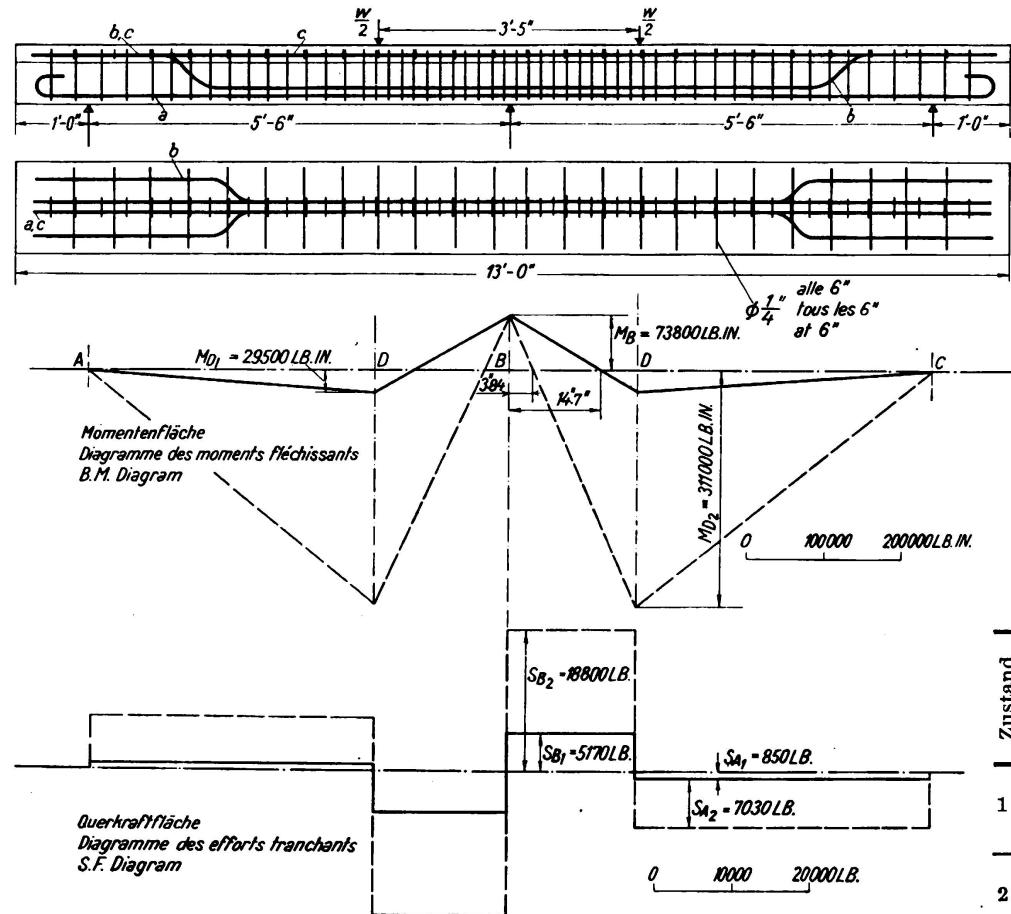
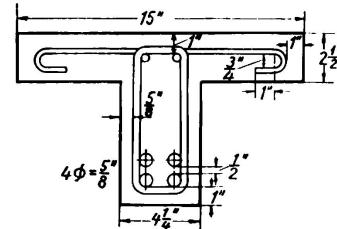


Fig. 1.

R.M.2



| Eisenliste | | - Liste des fers - Bar schedule | |
|-------------------------|---------------|---------------------------------|---|
| Eisen Ammount Bar | \$ | No. | Form - Forme |
| a | $\frac{5}{8}$ | 2 |  |
| b | $\frac{5}{8}$ | 2 |  |
| c | $\frac{3}{8}$ | 2 |  |

Berechnete Spannungen (Einheiten in lb/in²)

Einfluß des Eigengewichts

$$M_B = 3800 \text{ lb in}$$

$$R_A = 204 \text{ lb}$$

$$M_D = 0 \text{ lb in}$$

$$R_B = 476 \text{ lb}$$

$$u = 8000 \text{ lb/in}^2$$

m = 5,5

Man sieht, daß über der Mittelstütze, wo das Moment normalerweise am größten ist, nur zwei Rundeisen von $\frac{3}{8}$ " vorgesehen sind. Bei einer verhältnismäßig niedrigen Last wird daher bereits in den Rundeisen von $\frac{3}{8}$ " vermutlich schon die Streckgrenze erreicht; es mußte angenommen werden, daß das Strecken dieser Eisen zu einer Neuverteilung der Momente führt, wobei der Teil über der Mittelstütze allmählich entlastet wird, wodurch sich die durch das Gesamtsystem aufnehmbare Last weiter vergrößert, bis ein Bruch im Felde eintritt.

Die bei den Versuchen auftretenden tatsächlichen Momente wurden durch Messen der Dehnung in den stählernen Stützquerbalken in einem gewissen Abstand von der Endstütze ermittelt und daraus die Drücke in den Endauflagern mittels einer vorher vorgenommenen Eichung des Stützquerbalkens berechnet. Die Ergebnisse für einen der beiden geprüften Balken sind in Fig. 2 wiedergegeben.

Eine beginnende Zerstörung über der Mittelstütze tritt deutlich durch einen plötzlichen Abfall des Moments in diesem Punkte in Erscheinung, wonach das Moment wiederum etwas zunimmt.

Unter der Annahme, daß das Moment über der Mittelstütze nach dem Beginn des Streckens konstant bleibt, sind die anderen Momente im Felde berechnet worden und die sich ergebenden theoretischen Momentenlinien sind in dem Diagramm angegeben. Es ist klar, daß diese Annahme zu einer ziemlich genauen Schätzung der tatsächlichen Feldmomente bei den vorliegenden Versuchen führt.

Der für diesen Versuch verwendete Beton wurde in dem Mischungsverhältnis 1:1:2 (in Gewicht) zusammengesetzt, wobei frühhochfester Portlandzement verwendet wurde. Der Balken wurde im Alter von 44 Tagen geprüft. Für den zweiten Balken wurde ein Tonerde-Zement für einen Beton 1:2:4 (in Gewicht) benutzt, und der Balken wurde im Alter von 6 Tagen untersucht. Bei dem zweiten Balken ergab sich, daß der Beton wegen der höheren Zugfestigkeit des Betons mit Tonerde-Zement stark an der Aufnahme des Zugs mitwirkte, so daß die Spannung in der Bewehrung über der Mittelstütze, als der erste Riß über der Stütze auftrat, von einem sehr geringen Wert bis zur Streckgrenze anstieg. Außer dieser Erscheinung bestand kein wesentlicher Unterschied im Verhalten, der sich aus der Verwendung der beiden Zementarten ergeben hätte.

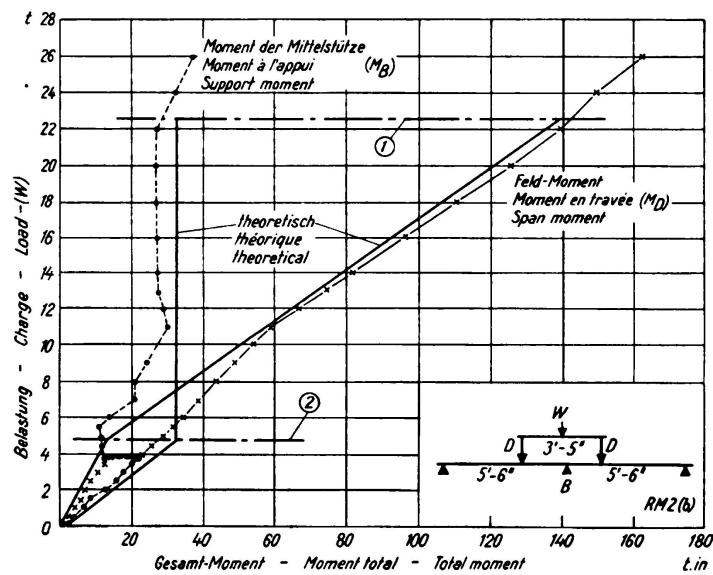


Fig. 2.

Versuche an durchlaufenden Balken. Bruch des Stahles (b). Beton mit frühhochfester Zement-Mischung 1:1:2 (in Gewicht) Wasser-Zementfaktor = 0,44 (in Gewicht). Alter beim Versuch = 44 Tage. Würfelfestigkeit = 6660 lb/in².

① Theoretische Belastung für allgemeinen Bruch.

② Theoretische Belastung für Bruch über der Mittelstütze.

Die Durchbiegungen im Felde im Verhältnis zur Mittelstütze wurden mit Zeigerinstrumenten ermittelt. Es bestand kein wesentlicher Unterschied zwischen den Durchbiegungen der beiden Balken, und bei $\frac{3}{4}$ der Bruchlast betrug die Höchstdurchbiegung nur 0,1 Zoll. Der Stahlstützquerbalken bog sich während des Versuchs durch, und das Absinken der Endauflager gegenüber der Mittelstütze wurde deshalb gleichfalls gemessen. Dieses Absinken beeinflußt die Momente während des elastischen Stadiums des Versuchs und ist deshalb bei Berechnung der in Fig. 1 und 2 wiedergegebenen theoretischen Kurven und Spannungen berücksichtigt.

Die größten Rißweiten, die durch ein tragbares Mikroskop gemessen wurden, sind in Tafel I wiedergegeben.

Tafel I.
Größte Rißbreite an durchlaufenden Balken.

| Reihen | Größte Rißbreite in Zoll $\times 10^{-3}$ | | | | | | | | | | | | |
|---|---|-----|-----|-----|-----|-------------------------------|---------------------------|-----|-----|-----|-----|------------------|-----|
| | Über Mittelstütze Belastung in t | | | | | | Im Feld Belastung in t | | | | | | |
| | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | bei Streckgrenze ¹ | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | bei Streckgrenze | |
| 1. Zerstörung des Stahles | (a) | 0 | 15 | 30 | 42 | 60 | 0 | 0 | 1,3 | 2,3 | 2,6 | 3,8 | 0 |
| | (b) | 6 | 15 | 34 | 55 | 79 | 5 | 0 | 1,5 | 2,6 | 4,6 | 6,6 | 0 |
| 2. Zerstörung des Betons (Keine Druckbewehrung) | (a) ² | 0 | 1,5 | 2,4 | 3,1 | 3,3 | 0,5 | 0 | 1,9 | 3,5 | 6,0 | 10,0 | 0,6 |
| | (b) | 0 | 1,3 | 2,2 | 2,6 | 2,6 | 1,2 | 0 | 1,3 | 2,2 | 3,3 | 3,9 | 0,7 |
| 3. Zerstörung des Betons (Mit Druckbewehrung) | (a) | 1,0 | 3,1 | 3,7 | 4,6 | 5,5 | 3,4 | 0 | 0,9 | 1,6 | 2,4 | 3,5 | 1,3 |
| | (b) | 1,6 | 4,0 | 5,2 | 9,2 | 10,5 | 4,8 | 0 | 1,3 | 1,7 | 2,6 | 5,2 | 1,5 |
| 4. Zerstörung des Betons (Vergrößerte Spannweite) | (a) | 3,3 | 3,7 | — | — | — | 1,6 | 1,5 | 4,0 | — | — | — | 0,8 |
| | (b) | 0,1 | 1,0 | — | — | — | 0 | 1,3 | 4,2 | — | — | — | 0 |
| 5. Zerstörung des Betons (Schwacher Beton im Alter von etwa sechs Monaten) | (a) | 0 | 1,6 | 2,7 | 2,6 | 1,5 | — | 0 | 1,3 | 2,5 | 3,6 | 5,0 | — |
| | (b) | 0 | 0,7 | 1,0 | 1,1 | 1,2 | — | 0 | 1,4 | 2,4 | 3,5 | 7,2 | — |

¹ Die Streckbelastung ist die theoretische Belastung, bei der nach der Elastizitätstheorie die Tragfähigkeit erschöpft ist (vgl. Tafel 2).

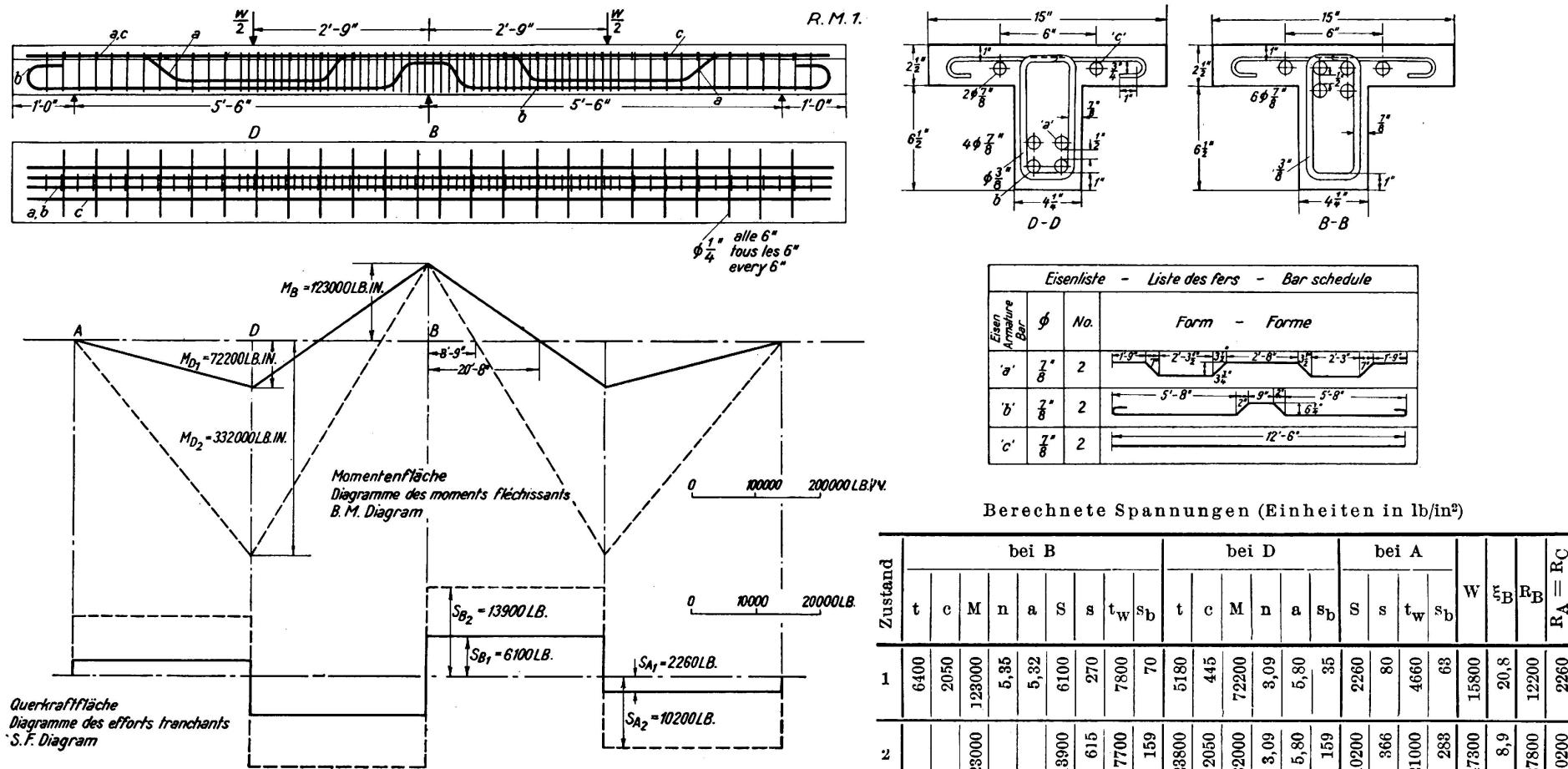
² Die größte Rißbreite im Balken (a) der Reihe 2 wurde in Höhe des höchstbeanspruchten Randes der Zugbewehrung gemessen, bei allen anderen Balken wurden die Messungen in der Mittellinie des höchstbeanspruchten Eisen gemessen.

Die Rißbildung über der Mittelstütze nahm während der zweiten Hälfte des Versuchs erheblich zu, d. h. nachdem der Stahl begonnen hatte, sich zu strecken, und kurz vor dem endgültigen Bruch wiesen die Risse eine Breite von 0,06 bis 0,08 Zoll auf. Diese Risse waren ungefähr 10mal so groß, wie sie im allgemeinen vor Beginn des Streckens des Stahles beobachtet wurden.

In Tafel II ist die berechnete Bruchlast 1. nach der Elastizitätstheorie und 2. auf der Grundlage, daß sowohl die Stützen wie die Feldquerschnitte ihre

Tafel II. Bruchlasten von durchlaufenden Balken.

| Grundlage der Berechnungen der Biegemomente | Grundlage der Berechnungen der Widerstandsmomente | Versuch Nr. | Bruchlasten in t | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---------------------------|----------|---|----------|---|----------|---|----------|--|----------|--|
| | | | 1. Zerstörung des Stahles | | 2. Zerstörung des Betons (keine Druckbewehrung) | | 3. Zerstörung des Betons (Druckbewehrung) | | 4. Zerstörung des Betons (vergrößerte Spannweite) | | 5. Zerstörung des Betons (Alter 5½ Monate) | | |
| | | | RM 2 (a) | RM 2 (b) | RM 1 (a) | RM 1 (b) | RM 3 (a) | RM 3 (b) | RM 4 (a) | RM 4 (b) | RM 5 (a) | RM 5 (b) | |
| Elastizitäts-Theorie d. h.: Keine Neuverteilung von Momenten. Lasten bei Zusammenbruch | Keine Neuverteilung von Spannungen | Bei wirklichen „augenblicklichen“ E-Modulverhältnissen | 4,9 | 4,9 | 7,0 | 7,2 | 13,0 | 14,2 | 2,7 | 2,3 | | | |
| | Neuverteilung von Spannungen | $m = \frac{40000}{\text{Würfelfestigkeit}} = \frac{40000}{u}$ | 5,0 | 4,9 | 7,6 | 7,8 | 19,5 | 19,8 | 3,0 | 2,5 | | | |
| | | Zerstörung des Stahles. Die größte Betonspannung erreicht die Würfelfestigkeit. Bruch des Betons: $m = \frac{80000}{u}$ | 7,8 | 6,5 | 8,0 | 8,2 | 25,4 | 26,2 | 3,2 | 2,7 | | | |
| Theorie der Neuverteilung der Momente d. h.: Gleichzeitiger Bruch über der Mittelstütze und im Feld | Keine Neuverteilung von Spannungen | Bei wirklichen „augenblicklichen“ E-Modulverhältnissen | 22,7 | 22,6 | 20,8 | 21,4 | 25,7 | 28,1 | 9,8 | 8,6 | | | |
| | Neuverteilung von Spannungen | $m = \frac{40000}{u}$ | 23,0 | 22,6 | 27,8 | 28,5 | 35,0 | 36,3 | 13,0 | 11,8 | | | |
| | | Zerstörung des Stahles. Die größte Betonspannung erreicht die Würfelfestigkeit. Bruch des Betons: $m = \frac{80000}{u}$ | 26,1 | 24,0 | 32,6 | 32,8 | 40,1 | 40,5 | 14,2 | 13,9 | | | |
| Tatsächliche Last, bei der sich die ersten Anzeichen einer Zerstörung des Betons zeigten | | | — | — | 20,8 | 24,0 | 23,0 | 24,0 | 9,0 | 9,5 | 18,8 | 16,5 | |
| Tatsächliche Höchstlast des Balkens | | | 29,1 | 28,7 | 27,5 | 28,6 | 27,6 | 28,9 | 13,4 | 13,0 | 33,0 | 27,5 | |



volle Tragfähigkeit nach der Neuverteilung erhalten, zusammen mit den tatsächlichen Bruchlasten aufgeführt. Es ist ersichtlich, daß die Wirkung der Neuverteilung von Momenten auf die Tragfähigkeit eines durchlaufenden Balkens erheblich sein kann, wenn die Bewehrung über der Mittelstütze schwach ist. Indessen ist die Rißsteigerung bei der erhöhten Last sehr groß, so daß in der Praxis aus der Neuverteilung der Momente durch Strecken des Stahls nur dann Vorteil gezogen werden kann, wenn eine erhöhte Rißbildung keine Bedeutung hat.

2. Erste Zerstörung im Beton. Keine Druckeisen über der Mittelstütze.

Bei den Balken, die durch Zerdrücken des Betons zerstört werden sollten, wurden alle Zugeisen im Feld über der Mittelstütze hochgezogen, so daß der Druck in diesem Punkt nur durch den Stegbeton aufgenommen wurde. Nähere Angaben über die Balken, die Spannweiten und die Laststellungen sind in Fig. 3 enthalten. Der Beton wurde mit gewöhnlichem Portlandzement im Mischungsverhältnis $1 : 2\frac{1}{2} : 3\frac{1}{2}$ (in Gewicht) und mit einem Wasserzementfaktor von 0,66 (in Gewicht) hergestellt. Die Versuche wurden im Alter von 7 Tagen vorgenommen, wobei man danach strebte, die durch die Eisenbetonvorschriften geringsten zugelassenen Festigkeiten (2250 Pfund/Quadratzoll) zu erreichen. Tatsächlich war die Festigkeit etwa 10% geringer als dieser Wert (vgl. Anhang 1).

Um die Schubspannungen bei diesem schwachen Beton zu verringern, wurden die Lasten in Feldmitte aufgebracht, statt näher an der Mittelstütze wie bei den vorher geprüften Balken.

Die Ergebnisse sind in Fig. 4 wiedergegeben. Man wird feststellen, daß hierbei kein ausgeprägter Punkt vorhanden ist, wo die Zerstörung über der Stütze anfängt, wie bei den vorigen Balken, bei denen der Stahl nachgab; es tritt vielmehr ein allmählicher Übergang vom elastischen zum plastischen Zustand beim Versuch auf.

Der Beton an der Stütze beteiligte sich in äußerlich unzerstörtem Zustand weiter an der Lastaufnahme lange nachdem die rechnungsmäßige Last aufgebracht war, bei der eine Spannung entsprechend der Würzelfestigkeit erreicht wurde. Tatsächlich zeigte sich kein Anzeichen von Zerstörung über der Mittelstütze, bis die Last auf mehr als das Doppelte angewachsen war.

Das gemessene Feldmoment stand in guter Übereinstimmung mit dem, das unter der Annahme eines gleichbleibenden Stützmomentes nach Überschreiten der elastischen Grenze errechnet war.

Während des ganzen Versuches waren die Rißweiten gering (vgl. Tabelle I), so daß die Neuverteilung des Momentes im Falle von schwachem Beton ohne Rückwirkung auf die Rißbildung zu sein scheint. Die Balkendurchbiegungen waren von derselben Größenordnung wie die bei der ersten Reihe festgestellten.

3. Erste Zerstörung im Beton. Druckeisen über der Mittelstütze.

Bei den Versuchen zur Ermittlung des Verhaltens bei geringer Druckfestigkeit des Betons bei Vorhandensein einer bestimmten Menge von Druckeisen war die Bewehrung dieselbe, wie in den vorhergehenden Balken mit der Ausnahme, daß die unteren Eisen durch den ganzen Balken hindurchliefen und so zur

Druckaufnahme über der Mittelstütze beitragen. Die Betonmischung war wiederum $1:2\frac{1}{2}:3\frac{1}{2}$, wobei gewöhnlicher Portlandzement verwendet wurde, und die Versuche im Alter von 7 Tagen vorgenommen wurden; die Festigkeit (s. Anhang 1) war ein wenig größer als bei den vorhergehenden Versuchen.

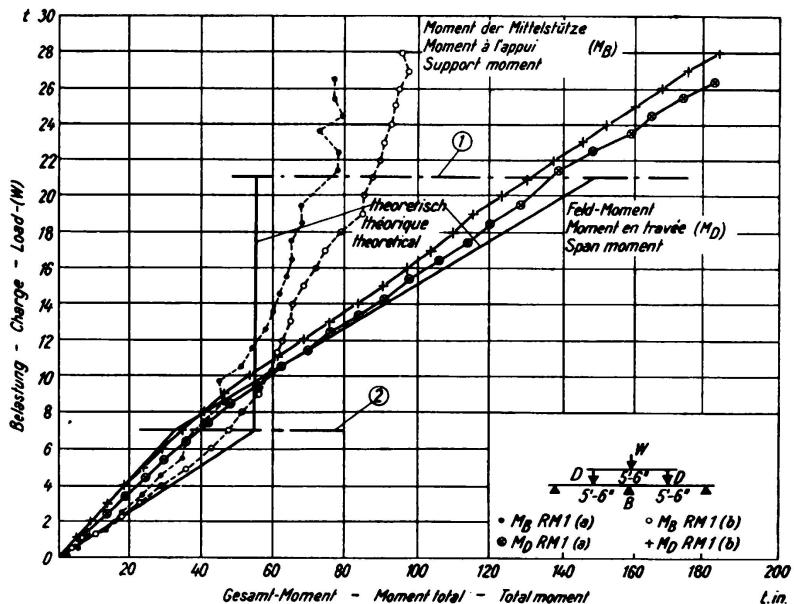


Fig. 4.

Versuche an durchlaufenden Balken. Bruch des Betons. (Keine Druckbewehrung). Gewöhnlicher Portland-Zement. Mischung $1:2\frac{1}{2}:3\frac{1}{2}$ (in Gewicht). Wasser-Zementfaktor 0,66 (in Gewicht). Alter beim Versuch = 7 Tage. Würffelfestigkeit des Betons = 2050 lb/in^2 .

① Theoretische Belastung für allgemeinen Bruch.

② Theoretische Belastung für Bruch über der Mittelstütze.

Die Momente wurden im ganzen System gemessen, und es wurde wiederum festgestellt, daß ein allmählicher Übergang zwischen den beiden Versuchsstadien stattfand. Die Höchstlast (vgl. Tabelle 2) ist ziemlich genau dieselbe, wie sie bei den Balken ohne Druckbewehrung war.

Es traten bis kurz vor dem endgültigen Zusammenbruch des Systems keine Druckzerstörungen über der Mittelstütze auf. Der größte Zugriff in diesem Abschnitt schloß sich gegen Ende des Versuches allmählich, bis er sich nur noch ungefähr bis 2 Zoll von der Oberfläche des Balkens erstreckte, was zeigt, daß der gesamte Steg und ein Teil der Platte Druckkräfte übertrugen.

Die größten Rißbreiten sind in Tabelle I angegeben.

4. Erste Zerstörung im Beton. Balken mit vergrößerter Spannweite.

Die Balken der Reihe 2 wurden mit engliegenden Bügeln über der Mittelstütze versehen, um eine Schubzerstörung des schwachen Betons zu verhindern. Es wurde angenommen, daß diese Bewehrung dem Beton einen zusätzlichen Halt gibt, und so seine Fähigkeit, Längsdruck aufzunehmen, vergrößert. Um zu zeigen, ob dies der Fall war, wurden zwei weitere Balken ähnlich denen der Reihe 2 angefertigt, bei denen die Spannweite auf 12 Fuß vergrößert wurde,

so daß das Bruchmoment mit einer geringeren Auflast erzielt wurde, wobei die Menge der Schubbewehrung verringert wurde.

Die Ergebnisse zeigten deutlich, daß der Teil über der Mittelstütze nicht durch den größeren Bügelabstand geschwächt wurde. Die prozentuale Zunahme der Belastung, die auf eine Neuverteilung zurückzuführen war, war ungefähr dieselbe wie vorher (vgl. Tafel II), und das Stützmoment, das zu einem Bruch führte, war tatsächlich größer als bei den vorhergehenden Versuchsreihen (2).

5. Erste Zerstörung im Beton. Betonalter $5\frac{1}{2}$ Monate.

Die vorher ausgeführten Versuche mit schwachem Beton wurden in allen Fällen im Alter von 7 Tagen vorgenommen und obgleich es wahrscheinlich erschien, daß das Maß der Neuverteilung, die sich als Ergebnis einer plastischen Verformung des Betons vollzog, mehr von der Festigkeit als vom Alter des Betons abhing, wurde es doch für zweckmäßig erachtet, zwei ähnliche Balken wie in Reihe 2 (keine Druckbewehrung) in einem höheren Alter zu prüfen. Um nach ungefähr 6 Monaten eine geringe Festigkeit zu erzielen, wurde gewöhnlicher Portlandzement in einem Mischungsverhältnis 1 : 4 : 7 (in Gewicht) für den ersten Balken benutzt; dies Verhältnis wurde für den zweiten Balken in 1 : 5 : 6 abgeändert, da dies mit demselben Wasserzementfaktor von 1,05 eine bessere Mischung ergab. Die in Tafel II angegebenen Bruchlasten waren ebenso groß und in einem Falle größer als vorher. Die Betonfestigkeit war indessen nicht genau bekannt, da die zusammen mit den Balken angefertigten Probewürfel keine genaue Schätzung der Betongüte im Balken bei derartig geringwertigem Beton gestatteten. Aus den Enden der Balken wurden Proben herausgeschnitten und geprüft, und das Ergebnis zeigte, daß, wenn überhaupt, der Beton nur wenig schwächer war als der bei den ersten Versuchen verwendete. Es besteht deshalb kein Zweifel, daß die mit dem fetteren Beton erzielte Neuverteilung nicht der Tatsache zuzuschreiben war, daß er nur eine verhältnismäßig kurze Zeit erhärtet war.

B. Versuche an Portalrahmen.

Um festzustellen, bis zu welchem Maße die Tragfähigkeit eines einfachen Eisenbetonportalrahmens infolge der Neuverteilung von Spannungen und Momenten vergrößert wird, wenn hohe Spannungen am Stützenkopf erreicht werden, wurden Versuche angestellt.

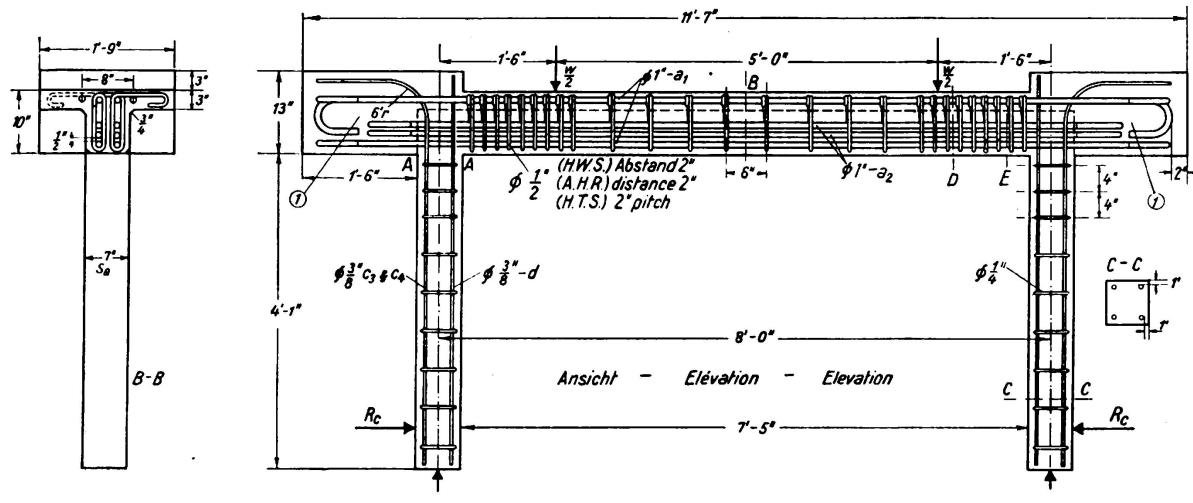
Die Versuchsbedingungen waren:

1. Erste Zerstörung an den Zugeiseneneinlagen in der Stütze.
2. Erste Zerstörung am Druckbeton in der Stütze.

Für jede Bedingung wurden zwei Rahmen geprüft.

1. Erste Zerstörung an den Zugeisenen der Stütze.

Einzelheiten über die Rahmen und die Laststellungen sind in Fig. 5 wiedergegeben. Die Konstruktion der Bewehrung und das Belastungsverfahren war so, daß der Balken erheblich widerstandsfähiger als die Stütze war. Bei beginnender Zerstörung der Stütze war noch eine erhebliche Reserve im Balken vorhanden.



Berechnete Spannungen (Einheiten in lb/in²)

R.M.F.8

| Zustand | Stütze | | | | | | Balken bei B | | | Balken bei D | | | | ξ_F | s_E | W | R _C | |
|---------|----------------|-------|----------------|--------|------|----------------|--------------|-------|----------------|--------------|-------|----------------|----------------|---------|-------|-----|----------------|------|
| | c | t | M _A | S | s | s _b | c | t | M _B | S | s | s _b | t _w | | | | | |
| 1. | I ₁ | 4200 | 47300 | 102000 | 2380 | 65 | 190 | 920 | 7000 | 206000 | 17300 | 415 | 155 | 7600 | 2,6 | 190 | 34500 | 2380 |
| | I ₂ | 4800 | 47300 | 114000 | 2650 | 70 | 210 | 1200 | 9000 | 266000 | 21900 | 525 | 200 | 8700 | 2,3 | 242 | 43700 | 2650 |
| 2. | | 11000 | 47300 | 288000 | 6590 | 175 | 520 | 11000 | 40600 | 1240000 | 86000 | 2120 | 775 | 87600 | 0,2 | - | 172000 | 6590 |

$$u = 11000 \text{ lb/in}^2 \quad m = 5$$

I Trägheitsmomente zur Bestimmung der Momente, berechnet mit vollem Beton-Querschnitt ohne Berücksichtigung der Eiseneinlagen.

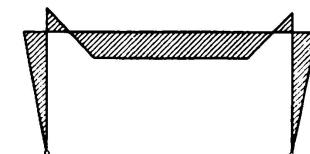
I₂ ditto, berechnet mit vollem Beton-Querschnitt mit Berücksichtigung der Eiseneinlagen.

Fig. 5.

Momentenverteilung in Rahmen. Bruch des Stahles. Alle Haupteisen im Balken 1" ϕ . Überdeckung 1" stark.

① Alle Haken mit 4" innerem ϕ . Gerades Ende 4".

R.M.F.2. & R.M.F.3.



Momentenfläche (nicht massstäblich)
Diagramme des moments (non à l'échelle)
Moment diagram (not to scale)

| Eisenliste | | Liste des fers | | Bar schedule | |
|--------------------------|-----------------|--------------------|--|-----------------------------|--|
| Eisen Armature Bar | ϕ | Masse - Dimensions | | Anzahl Nombre No. OFF | |
| a_1 | 1" | | | 6 | |
| a_2 | 1" | | | 4 | |
| c_3 | $\frac{3}{8}$ " | | | 2 | |
| c_4 | $\frac{3}{8}$ " | | | 2 | |
| d | $\frac{3}{8}$ " | | | 4 | |

Um sicherzustellen, daß der Rahmen durch Biegung zu Bruch ging, und nicht durch Schub oder Gleiten der Eiseneinlagen, war es notwendig, der Konstruktion der Schubbewehrung und der Verankerung der Eisen besondere Aufmerksamkeit zuzuwenden. Es ist klar, daß sich durch die Neuverteilung der Momente die Tragfähigkeit einer Konstruktion nur dann erhöht, wenn die Verbund- und Schubbeanspruchungen, die sich aus einer solchen Neuverteilung ergeben, gut aufgenommen werden. Die großen Blöcke an der Verbindungsstelle von Balken und Stützen wurden allein aus dem Grunde angeordnet, um der Bewehrung der Balken und Stützen eine reichliche Verankerung zu bieten, so daß die Streckengrenze des Stahles erreicht werden konnte.

Für die Versuche wurde ein Tonerde-Zement verwendet; Einzelheiten hierüber sind in Anhang 2 enthalten.

Die horizontale Last wurde durch zwei Spiralzugfedern, die zwischen den Stützenfüßen gespannt waren, hervorgerufen, wobei die Last auf die Ansichtsflächen der Stützen durch Messerschneiden übertragen wurde. Die Last wurde auf den Balken durch Walzenlager und Rollen übertragen, um eine freie Drehung und Verschiebung des Balkens zu ermöglichen. Bei dem ersten Versuch wurde der Stützenfuß auf ähnlichen Lagern aufgesetzt, jedoch stellte sich heraus, daß der Reibungswiderstand der Rollen genügte, um merkbar die horizontale Federlast zu beeinflussen, die notwendig war, um eine Seitwärtsbewegung der Füße zu verhindern. Infolgedessen wurde ein System von Messerschneiden und Bolzen für die folgenden Versuche verwendet.

Während des Versuches wurden Meßinstrumente am Stützenfuß angebracht, um die Auswärtsbewegung zu messen, und die horizontale Belastung aus den Federn wurde dauernd so geregelt, daß die Füße in ihre ursprüngliche Stellung zurückgedrückt wurden. Die Stützbedingungen waren also die eines Zweigelenkrahmens mit unverschiebbaren Auflagern.

Eine Ansicht eines der Rahmen während des Versuches ist in Fig. 6 wiedergegeben. Eine besondere Rahmenkonstruktion wurde angeordnet, um jegliche Drehung oder Seitwärtsbewegung des Stützbalkens gegenüber dem oberen Belastungsbalken zu verhindern, so daß keine Torsions- oder seitliche Biegungsbeanspruchungen in den Stützen entstehen konnten.

Die Hauptergebnisse des zweiten Versuches sind in Fig. 7 enthalten. In dieser Abbildung wurden die aufgewendeten Lasten zusammen mit den horizontalen

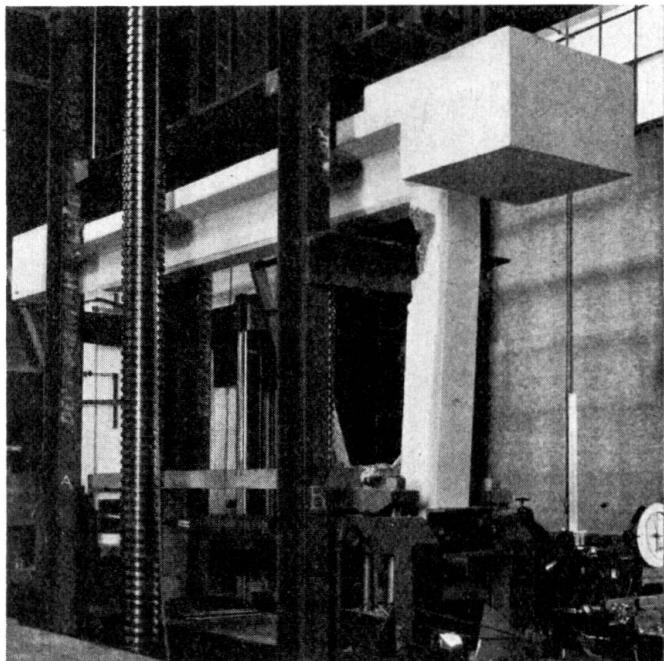


Fig. 6.

Versuch an Eisenbeton-Portalrahmen (Bruch im Beton).

Stützkräften, die proportional den Momenten am Stützenkopf sind, aufgetragen. Einige theoretische Kurven sind gleichfalls wiedergegeben. Eine dieser Kurven zeigt die Beziehungen für die Stützkräfte, die man gemäß einer Berechnung nach der Elastizitätstheorie für den Rahmen erwarten mußte. Eine Reihe von Kurven ist für die Beziehungen zwischen den Lasten und Reaktionen wiedergegeben, welche das Strecken des Stahls unter folgenden Annahmen hervorruft:

1. Das „momentane“ Verhältnis der Elastizitätsmoduln bestimmt die Spannungsverteilung,
2. das Verhältnis der Elastizitätsmoduln wird mit $m = \frac{40000}{u}$ angenommen,
3. die Höchstbetonspannung soll die Würffelfestigkeit (u) erreichen.

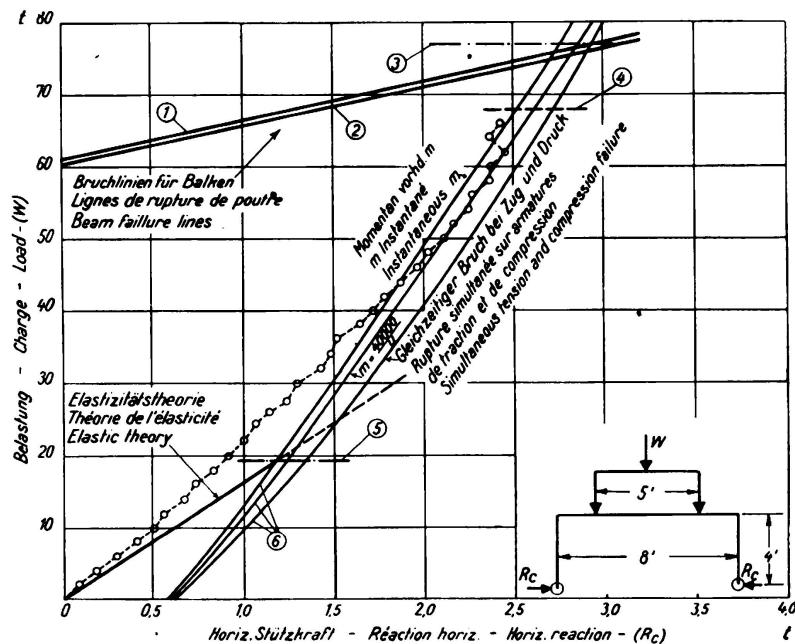


Fig. 7.

Rahmen-Versuch RMF. 3. (Bruch des Stahles). Horizontale Stützkraft. Beton mit Tonerde-Zement-Mischung 1 : 2 : 4 (in Gewicht). Wasser-Zementfaktor = 0,60 (in Gewicht). Alter beim Versuch: 4 Monate. Würffelfestigkeit des Betons 11 000 lb/in².

- (1) Gleichzeitiger Bruch auf der Zug- und Druckseite.
- (2) Momentan vorhandenes m und $m = \frac{40000}{u}$.
- (3) Belastungsgrenze für allgemeinen Bruch. (Neuverteilungstheorie).
- (4) Tatsächliche Bruchlast.
- (5) Belastungsgrenze für Stütze (Elast. Theorie).
- (6) Linien für Stützenbruch inf. Zug.

Der Schnittpunkt, wo die ersterwähnte Kurve jede der durch Strecken des Stahles sich ergebende Kurve schneidet, ergibt die Last, bei der der Rahmen nach der Elastizitätstheorie gebrochen wäre mit oder ohne Berücksichtigung der Neuverteilung der Spannungen, je nachdem, welche Annahme der Kurve zugrunde liegt. Diese Lasten sind in Tafel III angeführt.

Tafel III.
Bruchlasten der Portalrahmen.

| Grundlage der Berechnung der Biegungs- momente | Grundlage der Berechnung der Tragmomente ¹ | Versuch Nr. | Bruchlasten in t | | | |
|--|--|---|---------------------------|--------------------------|-------|-------|
| | | | Zerstörung des Stahles | Zerstörung des Betons | RMF 2 | RMF 3 |
| | | | RMF 4 | RMF 5 | | |
| Elastizitätstheorie d. h.: Keine Neuverteilung der Momente. Bruchlasten für den Stützenkopf | Keine Neuverteilung der Spannungen | Bei wirklichen „augenblicklichen“ E-Modulverhältnissen | 19,5 | 19,5 | 21,2 | 15,0 |
| | | $m = \frac{40000}{\text{Würzelfestigkeit}} = \frac{40000}{u}$ | 21,3 | 21,3 | 24,0 | 18,3 |
| | Neuverteilung der Spannungen | Zerstörung des Stahles. Größte Betonspannung erreicht die Würzelfestigkeit. Bruch des Betons: $m = \frac{80000}{u}$ | 25,0 | 25,0 | 27,5 | 21,4 |
| | | | | | | |
| Theorie der Neuverteilung der Momente d.h.: Gleichzeitiger Bruch am Stützenkopf und im Balken | Keine Neuverteilung der Spannungen | Bei wirklichen „augenblicklichen“ E-Modulverhältnissen | 75,0 | 75,0 | 46,0 | 41,7 |
| | | $m = \frac{40000}{u}$ | 75,5 | 75,5 | 46,8 | 42,6 |
| | Neuverteilung der Spannungen | Zerstörung des Stahles. Größte Betonspannung erreicht die Würzelfestigkeit. Bruch des Betons: $m = \frac{80000}{u}$ | 77,0 | 77,0 | 47,8 | 43,6 |
| | | | | | | |
| Tatsächliche Last, bei der sich die ersten Anzeichen einer Zerstörung des Betons zeigten | | | 65,0 | 64,0 | 40,0 | 38,0 |
| Tatsächliche Höchstlast des Rahmens | | | 65,0 | 67,8 | 47,1 | 43,2 |

¹ Unter Tragmoment wird in diesen Tafeln das größte aufnehmbare Moment des Querschnittes verstanden.

Bei der einfachsten Theorie der Neuverteilung der Momente (d. h. unter der Annahme, daß die Zugbeanspruchung des Stahls in der Stütze dauernd an der Streckgrenze bleibt) werden die horizontalen Stützkräfte und damit die Momente nach dem Strecken der Stützenbewehrung mit der Beziehung übereinstimmen, welche durch eine der Stahlbruchlinien in Fig. 7 gezeigt wird, entsprechend dem sich vollziehenden Ausmaß der Neuverteilung der Spannungen. Die Versuchsergebnisse ergaben horizontale Stützkräfte, die ursprünglich etwas geringer als erwartet waren, wobei die Neuverteilung bei einer ziemlich niedrigen Last einsetzte, bald nachdem sich Risse am Stützenkopf gezeigt hatten. Die Kurve, welche die Versuchsergebnisse zeigt, nähert sich allmählich der Linie für das Nachgeben des Stahles, wenn die Last vergrößert wird und die Linie, die auf der Annahme $m = \frac{40000}{u}$ beruht, kreuzt. Der beginnende Bruch verursachte

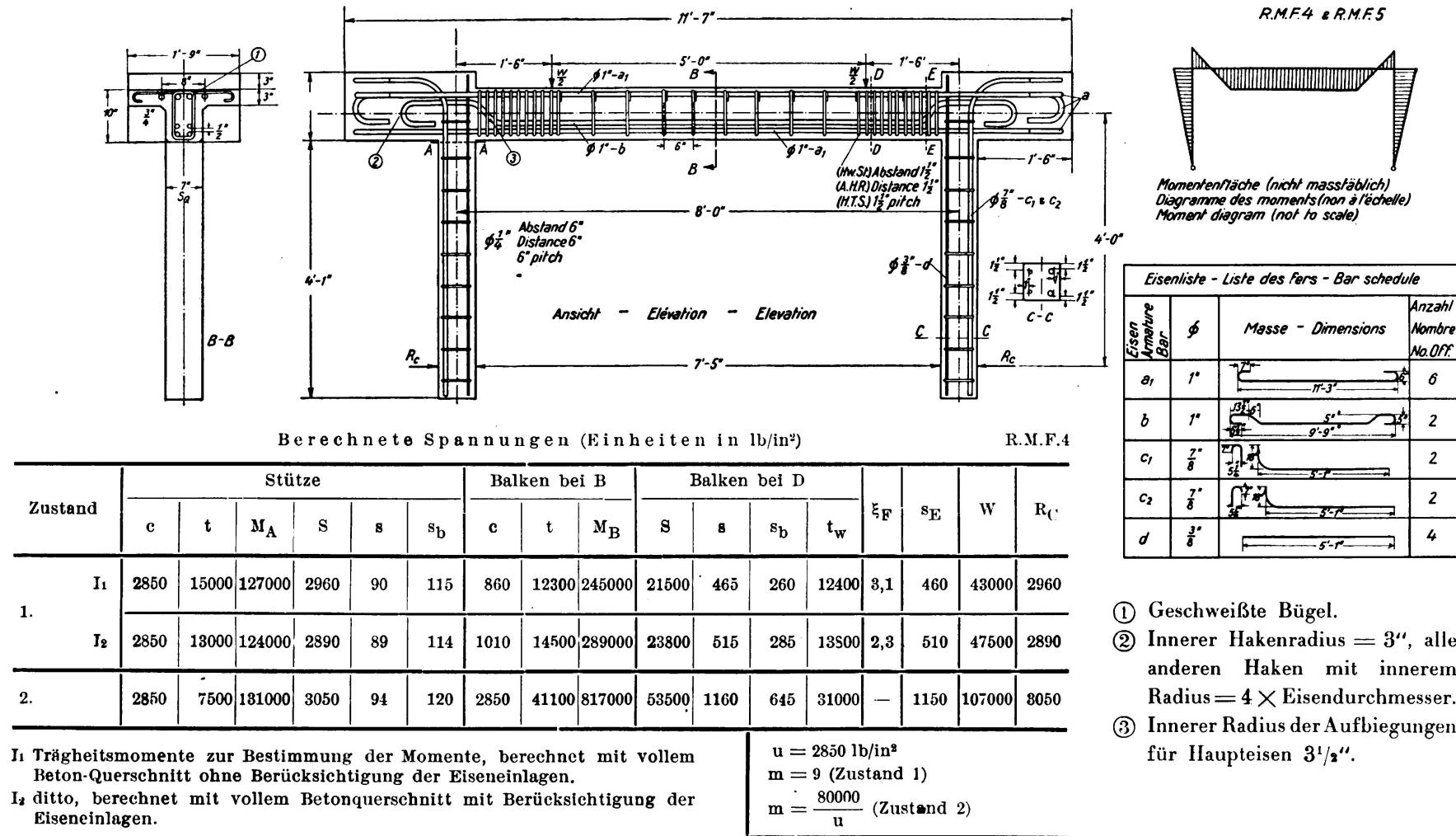


Fig. 8.

Momentenverteilung in Rahmen. Bruch des Betons. (Alle Haupteisen im Balken ø 1", senkrechte Überdeckung 1".)

ein plötzliches Abfallen in dem Ausmaß des Zunehmens des Momentes und der endgültige Bruch wurde durch das Zerpressen des Betons erreicht.

Die Linien für den Bruch des Balkens zeigen die Werte für die aufgewendete Last, bei der der Balkenbruch sich einstellen würde für den Grad der Einspannung, welcher sich durch die verschiedenen horizontalen Stützkräfte ergibt, und es zeigt sich, daß, wenn der Beton in der Stütze nicht zerdrückt wurde, ein leichtes Ansteigen der Last vor dem Balkenbruch erzielt werden konnte.

Während des Versuches wurden Dehnungsmessungen am Stützenkopf vorgenommen. Die Dehnungen wurden an der Ansichtsfläche der Stütze gemessen; am Stahl selbst wurden keine direkten Ablesungen vorgenommen, und die Stahldehnung wurde unter den üblichen Annahmen, daß ebene Querschnitte auch eben bleiben, errechnet. Diese Annahme wird wahrscheinlich keinen sehr großen Fehler ergeben mit Ausnahme im letzten Versuchsstadium. Die Dehnung bei einer Stahlspannung von 47300 Pfund/Quadratzoll (Streckgrenze, vgl. Anhang 2) wurde bei einer Last von etwas über 20 t erreicht, und die Dehnung vergrößerte sich bis über das Vierfache dieses Wertes, bevor der Zusammenbruch eintrat. Die Betondehnung bei den ersten Zeichen des Bruchs betrug ungefähr $32 \cdot 10^{-4}$.

Die Balkendurchbiegung wurde unter Bezug auf die Lastpunkte durch Zeigerinstrumente gemessen. Diese Durchbiegung betrug nur $\frac{1}{1000}$ stel der Spannweite bei ungefähr $\frac{3}{4}$ der Bruchlast. Die Gesamtdehnung an der Unterfläche des Balkens wurde gleichfalls gemessen. Kurz bevor der Bruch des Balkens eintrat, betrug diese Verschiebung etwa $\frac{1}{12}$ Zoll an jedem Stützenkopf. Diese Verschiebung reicht nicht aus, um als zusätzliche Exzentrizität einen merkbaren Einfluß auf die Spannung am Stützenkopf auszuüben.

Die Risse am Stützenkopf entstanden bei einer Last von ungefähr 5 t und erweiterten sich ständig während des Versuches. Kurz vor dem Bruch waren sie ungefähr zweimal so breit als Risse, die sich üblicherweise an der Streckgrenze des Eisens einstellen.

2. Erste Zerstörung im Stützenbeton.

Einzelheiten der Bewehrung für die zweite Rahmenkonstruktion sind in Fig. 8 angegeben. Wiederum war die Konstruktion so, daß sich eine Festigkeitsreserve im Balken ergab. Die Zugeisen in der Stütze wurden verstärkt auf 2 Eisen $\varnothing 7/8''$ anstatt von 2 Eisen $\varnothing 3/8''$. Der verwendete Beton war aus gewöhnlichem Portlandzement im Mischungsverhältnis $1 : 2\frac{1}{2} : 3\frac{1}{2}$ (in Gewicht) hergestellt. Einzelheiten über die Festigkeit des Stahles und des Betons sind in Anhang 2 angegeben.

Das Versuchsverfahren war dasselbe wie bei dem zweiten Rahmen der vorhergehenden Reihe, und die Werte für die horizontalen Stützkräfte für den ersten Rahmen sind in Fig. 9 enthalten. Man wird feststellen, daß das ursprüngliche Verhältnis zwischen der senkrechten Last und der horizontalen Stützkraft gut mit der Rechnung nach der Elastizitätstheorie übereinstimmt. Nach dieser Theorie müßte der Beton bei einer Last von ungefähr 21 t zerdrückt werden, d. h. bei der Last, wo die ursprüngliche Linie in Fig. 9 die Bruchlinie für Druck für ein Elastizitäts-Modulverhältnis von $m = 9$ schneidet, wobei $m = 9$ der richtige Wert für den verwendeten Beton ist, wenn plastische Verformungen un-

berücksichtigt bleiben. Die Kurven, die Bruch infolge Druck darstellen, sind gleichfalls für Elastizitäts-Modulverhältnisse von $\frac{40000}{u}$ und $\frac{80000}{u}$ wiedergegeben. Die

Neuverteilung der Spannungen in dem Querschnitt des Stützenkopfes war noch günstiger als sie sich unter der Annahme der letzten Linie ergibt, vermutlich wegen der größeren durch den Beton aufgenommenen Kräfte, die höher sind als sich bei linearer Verteilung der Spannung von der neutralen Achse zur gedrückten Oberfläche ergibt. Wenn man indessen diese letzte Bruchlinie für Druck als Sicherheitsgrenze annimmt, sieht man, daß, wenn keine Neuverteilung der Momente sich einstellt, sich Zeichen von Zerstörungen im Beton bei einer Last von ungefähr 28 t einstellen müßten. Wenn jedoch eine Neuverteilung

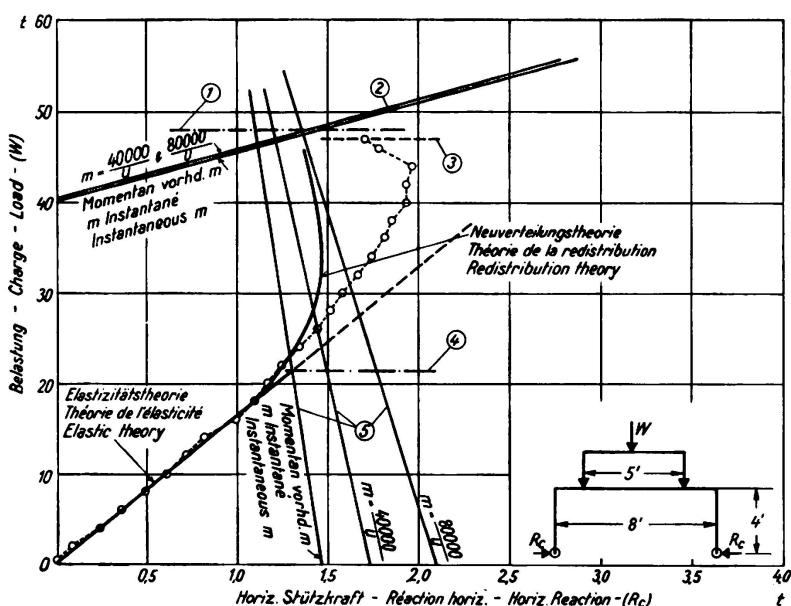


Fig. 9.

Rahmenversuch. RMF. 4 (Bruch des Betons). Horizontale Stützkraft. Beton mit Portland-Zement. Mischung $1 : 2\frac{1}{2} : 3\frac{1}{2}$ (in Gewicht). Wasser-Zementfaktor 0,66 (in Gewicht). Alter beim Versuch = 9 Tage. Würffelfestigkeit des Betons = 2850 lb/in^2 .

- ① Belastungsgrenze für allgemeinen Bruch (Neuverteilungstheorie).
- ② Balkenbruchlinien.
- ③ Tatsächliche Bruchlast.
- ④ Belastungsgrenze für Stützenbruch infolge Druck.
- ⑤ Linien für Stützenbruch infolge Druck.

der Momente stattfindet, wird sich die Last unter gleichzeitiger Herabsetzung der horizontalen Stützkraft erhöhen, bis ein Balkenbruch bei einer Last von ungefähr 48 t einsetzt. Tatsächlich beginnt die Neuverteilung, bevor Zerstörungserscheinungen sichtbar werden. Die angenäherte Veränderung von Last und Moment ist in Fig. 9 wiedergegeben. Die tatsächliche Kurve zeigt, daß die Theorie sich auf der sicheren Seite bewegt, denn die Momente nehmen mehr zu, als man nach der einfachen Theorie der Neuverteilung annehmen konnte,

wobei ein plötzlicher Abfall des Momentes nach den ersten Zerstörungserscheinungen auftrat. Die Bruchlast — 47,1 t — stimmt mit dem erwarteten Wert (vgl. Tafel III) überein, und war das Ergebnis sowohl des Zerdrückens des Betons in der Stütze wie des Streckens des Stahls im Balken.

Die Dehnungen am Stützenkopf wurden wie vorher gemessen. Die dazwischen liegenden Stahldehnungen zeigten, daß die Zugspannungen durchweg niedrig waren, daß die Druckeisen jedoch gegen Ende des Versuchs mit ihrer Strecklast beansprucht wurden. Die Durchbiegung des Balkens und die Ausdehnung der Unterseite waren wiederum gering. Das Reißen der Stütze war also von geringer Bedeutung, während die Balkenrisse sich zu einer Breite von ungefähr 6 bis 7 Tausendstel Zoll vergrößerten, eine Breite, die gewöhnlich mit einer Stahlspannung von ungefähr 40000 Pfund/Quadratzoll verbunden ist.

Bei dem zweiten Rahmen dieser Reihe war die Betonfestigkeit etwas geringer als bei dem ersten Rahmen (vgl. Anhang 2), jedoch mit Ausnahme der geringeren sich aus diesem Grunde ergebenden Belastungs- und Momentenwerte waren die Ergebnisse ziemlich genau dieselben wie die bereits besprochenen. Wiederum führte die Verwendung eines Elastizitäts-Modulverhältnisses von $\frac{80000}{u}$ zusammen mit der Annahme, daß die Stütze sich weiter verformt, und die Momente neu verteilt werden, bis Balkenbruch eintritt, zu einer genauen Berechnung der Bruchbedingungen (vgl. Tafel III).

Besprechung der Ergebnisse.

A. Versuche mit durchlaufenden Balken.

Die tatsächlichen Bruchlasten für den durchlaufenden Balken sind zusammen mit den unter verschiedenen Annahmen dafür berechneten Werten in Tafel II zusammengestellt. Es ist auffällig, daß bei allen Balken die größte aufgenommene Last vor dem Bruch des Systems größer war als die theoretische Last für Bruch nach der Elastizitätstheorie. Diese Vergrößerung der Last kann auf zwei Faktoren zurückgeführt werden, die sich beide aus den plastischen Verformungen, entweder des Betons oder des Stahls ergaben:

1. Die Neuverteilung der Momente über das ganze System bewirkt einen mehrfachen Bruch sowohl an der Mittelstütze wie im Felde.
2. Die Neuverteilung der Spannungen an den höchstbeanspruchten Querschnitten erhöht die von diesen Querschnitten aufnehmbaren Momente gegenüber den Werten, die nach der gewöhnlichen Elastizitätstheorie berechnet sind.

In Tafel II beruhten die berechneten Lasten auf drei Reihen von Widerstandsmomenten. Die erste ergibt sich aus dem wirklichen oder „momentanen“ Elastizitäts-Modulverhältnis, d. h. dem Verhältnis, welches alle plastischen Verformungen des Betons vernachlässigt. Die zweite ergibt sich unter der Annahme, daß die unelastische Verformung des Betons zu einer Vergrößerung des Modul-

verhältnisses führt bis zu einem Werte von $m = \frac{40\,000}{Würfelfestigkeit}$, dem Wert der für die Praxis in dem „Code of Practice for the Use of Reinforced Concrete in Buildings“⁵ empfohlen wird. Die dritte Reihe von Widerstandsmomenten wurde unter folgenden Annahmen berechnet:

a) In dem Falle, wo sich der erste Bruch durch Zugbeanspruchung im Stahl ergibt, wird der Stahl nachgeben bis die höchste Betonspannung den Wert der Würzelfestigkeit des Betons erreicht.

b) In dem Falle, wo zunächst eine Zerstörung des Betons auftritt, wird das Elastizitäts-Modulverhältnis tatsächlich sich auf einen Wert vergrößern, der durch $m = \frac{80\,000}{\text{Würzelfestigkeit}}$ ausgedrückt wird. Wenn jedoch bei Verwendung dieses höheren Wertes ein Strecken der Zugbewehrung eintritt, wird das Widerstandsmoment wie bei a) berechnet. Wenn bei Verwendung eines höheren Modulverhältnisses die berechnete Spannung in der Druckbewehrung die Streckgrenze überschreitet, muß die Berechnung so abgewandelt werden, daß die Druckeisen nicht über die Streckgrenze beansprucht werden.

Aus Tafel II ergibt sich, daß, wenn die Elastizitätstheorie zur Berechnung der Bruchmomente verwendet wird, die theoretische Bruchlast kleiner ist als die tatsächliche Höchstlast, wenn eine Neuverteilung der Spannungen möglich ist.

Wenn man jedoch eine Neuverteilung der Momente berücksichtigt, sind die theoretischen Lasten für gleichzeitigen Bruch über der Mittelstütze und im Felde, wenn keine Neuverteilung der Spannungen berücksichtigt ist, gleichfalls geringer als die tatsächlichen aufnehmbaren Lasten, obgleich der Sicherheitsgrad nicht so groß ist.

Wenn man sowohl für das Moment wie die Spannung eine Neuverteilung zuläßt, führt die Verwendung eines Elastizitäts-Modulverhältnisses von $\frac{40\,000}{u}$

zu theoretischen Lasten, welche sich nicht wesentlich von den tatsächlichen Höchstlasten unterscheiden, ausgenommen bei den Balken, wo eine Druckbewehrung über der Mittelstütze zusammen mit einem schwachen Beton verwendet wurde (Reihe 3). Die Anwendung des dritten Verfahrens des Zulassens einer Neuverteilung der Spannung unter gleichzeitiger Zulassung einer Neuverteilung der Momente ist ausgesprochen unsicher mit Ausnahme des Falles, wo sich die erste Zerstörung am Stahl zeigte, wobei (hieran muß erinnert werden) die Neuverteilung der Momente mit einer Erweiterung der Zugrisse verbunden ist (vgl. Tafel I).

Die Versuchsergebnisse mit den Balken mit Druckbewehrung sind wichtig. Die Verwendung eines sehr hohen Modulverhältnisses zur Schätzung des Widerstandsmomentes eines Querschnittes führt zu höheren rechnerischen Druckspannungen in den Druckeisen, und es scheint nicht ratsam, sich hierauf zu verlassen. Um diese Verhältnisse eingehender zu untersuchen, wurden einige einfache Balkenversuche ausgeführt, um die Widerstandsmomente von Querschnitten zu untersuchen, die den über der Mittelstütze in den Hauptversuchen verwendeten Querschnitten ähnlich waren. Durch diese Versuche wurde festgestellt, daß die Verwendung des höchsten Modulverhältnisses $\frac{80\,000}{u}$ in allen den Fällen zweckmäßig ist, wo der Beton zerstört wird mit Ausnahme dort, wo Druckbewehrung vorhanden ist. In diesem Falle zeigten die einfachen Balkenversuche, daß eine Neuverteilung von Spannungen sich bis zu dem Ausmaß einstellen kann, das durch die Verwendung des niedrigeren Modulverhältnisses

von $\frac{40\,000}{u}$ gekennzeichnet ist, während die bei den Versuchen mit durchlaufenden Balken gemessenen Stützmomente nicht wesentlich größer sind als diejenigen, die auf Grundlage des „momentanen“ Modulverhältnisses errechnet wurden. Es ist indessen möglich, daß die höheren Zugspannungen bei den durchlaufenden Balken mit Druckbewehrung der Grund für das niedrige über der Mittelstütze aufgenommene Moment ist. Es scheint deshalb, daß, wenn eine Druckbewehrung über der Stütze vorhanden ist, ihre Wirkung bei der Berechnung außer acht zu lassen ist, wenn eine Neuverteilung von Momenten in Ansatz gebracht wird. Wenn dies für die vorliegende Balkenreihe (3) geschieht, sind die berechneten Lasten (unter Benutzung eines Modulverhältnisses von $\frac{40\,000}{u}$) 28,9 und 31,6 t, also 5 bzw. 9 % größer als die tatsächlich erreichten. Wenn die Wirkung der Druckbewehrung im Felde gleichfalls vernachlässigt wird, betragen die rechnungsmäßigen Lasten 23,4 bzw. 25,2 t und liegen damit auf der sicheren Seite.

B. Versuche mit Portalrahmen.

Nach diesen Versuchen ist es klar, daß ein erheblicher Unterschied zwischen der tatsächlichen höchsten Tragfähigkeit eines Rahmens und der auf Grund der Elastizitätstheorie berechneten Last vorhanden ist, die eine Spannung in dem Beton oder im Stahl am Stützenkopf hervorruft, die gleich der Höchstfestigkeit des Betons ist oder an der Streckgrenze des Stahles liegt. Es ist wichtig, festzustellen, daß bei diesen Versuchen besondere Vorsichtsmaßnahmen ergriffen wurden, um eine Schubzerstörung zu verhindern, daß hochwertige Stahlbügel in dichten Abständen in dem Balken vorgesehen wurden, und daß besondere Ankerblöcke an den Verbindungsstellen zwischen Balken und Stütze vorhanden waren. Eine Neuverteilung von Momenten kann sich nur vollziehen, wenn die sekundäre Bewehrung und die Verankerung der Eiseneinlagen für die Verhältnisse, die sich aus der Neuverteilung ergeben, ausreichend sind.

In dem Falle, wo die ersten Zerstörungen durch den Stahl verursacht werden, war die Zunahme der aufnehmbaren Last durch die Neuverteilung der Momente und Spannungen über 200 %. Jedoch vollzog sich hierbei keine vollständige Neuverteilung, da der Bruch des Balkens nicht eintrat, weil der Beton der Stütze eher brach, obgleich dessen Würffestigkeit 11 000 Pfund/Quadratzoll betrug. In solchen Fällen ist es z. Zt. noch nicht möglich, genau die Last zu berechnen, unter der der Beton zerstört wird, da diese von der Verformung der Stütze nach dem Strecken der Zugbewehrung abhängt. Da das Ausmaß, bis zu dem sich bei Überschreiten der Streckgrenze des Stahles eine Neuverteilung vollziehen kann, noch nicht völlig geklärt ist, und die Neuverteilung zu einer vermehrten Rißbildung führt, dürfte es klug sein, diese zu vernachlässigen, bis eine weitere versuchsmäßige Klärung erreicht ist.

In dem Falle, wo die ersten Zerstörungen sich im Beton einstellen, erhöht sich wiederum die Höchstlast, die von dem Rahmen als Ergebnis der Neuverteilung von Spannung und Moment aufgenommen werden kann, erheblich. Wenn wir berücksichtigen, daß die nutzbare Belastungsgrenze sich erhöht, wenn Zeichen des Zerdrückens zunächst in den Ansichtsflächen der Stützen erscheinen,

ergibt sich aus Tafel III, daß die Lastzunahme gegenüber dem nach der Elastizitätstheorie errechneten Wert 90 % für den ersten Rahmen und 150 % für den zweiten Rahmen betrug.

In den beiden Fällen war die Zunahme der Balkenträgfähigkeit durch das Stützenmoment weniger als 20 %, während die Stützen, wenn sie achsial belastet sind, der doppelten Last wie sie bei den Rahmenversuchen aufzunehmen hatten, widerstehen konnten. Die Notwendigkeit, das Verbiegen der Stützen zu berücksichtigen, ist offensichtlich.

Es scheint, daß eine Schätzung der Wirkung der Neuverteilung in einfachen Fällen, wo die Betonzerstörung der maßgebende Faktor ist, nach folgenden Annahmen vorgenommen werden kann:

1. Das Elastizitäts-Modulverhältnis kann zu $\frac{80000}{u}$ angenommen werden.
2. Sowohl der Stützenkopf wie das Feld werden bis an die Grenze ihrer Festigkeit beansprucht, ehe sich Zerstörungen des Systems einstellen.

In jedem Falle, wo die Verwendung eines höheren Elastizitäts-Modulverhältnisses höhere rechnungsmäßige Spannungen in der Zugbewehrung als die Streckgrenze ergibt, sollte der besondere Querschnitt unter der Annahme berechnet werden, daß sowohl der Stahl bis zur Streckgrenze und der Beton mit seiner vollen Festigkeit beansprucht wird.

Aus Fig. 9 ist ersichtlich, daß die Neuverteilung der Spannungen im Querschnitt des Stützenkopfes in einem größeren Maße sich vollzog als durch die Verwendung eines Modulverhältnisses von $\frac{80000}{u}$ gerechtfertigt erscheint. Aus

dieser Abbildung und aus Tafel III ist ersichtlich, daß die Wirkung der Neuverteilung der Spannung, wenn die Neuverteilung der Momente nicht berücksichtigt wird, die Bruchlast um ungefähr 30 % für den benutzten Querschnitt erhöhte. Diese Zunahme braucht in anderen Fällen nicht so groß zu sein, z. B. betrug bei den Versuchen mit durchlaufenden Balken, die bereits in diesem Bericht beschrieben wurde, die Zunahme des Widerstandsmomentes durch die Neuverteilung der Spannungen nur 13 % für den Querschnitt an der Mittelstütze der Balken der Reihe 2 und 4. Bei den Stützen der Portalrahmen, die infolge Bruch des Betons zerstört werden sollten, war die Druckbewehrung viel geringer als die Zugbewehrung, während normalerweise der Querschnitt symmetrisch bewehrt sein wird. Im Hinblick auf das geringere Ausmaß der Neuverteilung der Spannungen, das sich bei den Balkenquerschnitten mit Druckbewehrung vollzog, würde es deshalb unklug sein, ein höheres Modulverhältnis zu verwenden und ein Wert von $m = \frac{40000}{u}$ dürfte vermutlich zu befriedigenderen Ergebnissen führen.

Allgemeines.

Es wurde gezeigt, daß sich bei Eisenbetonkonstruktionen gewöhnlich als Ergebnis einer plastischen Verformung entweder des Stahles oder des Betons bei beginnender Zerstörung eine Neuverteilung der Momente vor dem endgültigen Zusammenbruch vollzieht.

Das Ausmaß der möglichen Neuverteilung hängt von verschiedenen Faktoren ab, wird jedoch im weiten Maße von dem Betrag der möglichen Verformung in den schwächeren Querschnitten bestimmt. Wo schwächere Querschnitte in der Lage sind, eine genügende Verformung zu entwickeln, wird die Neuverteilung vollständig sein, und der Bruch gleichzeitig in den Hauptquerschnitten eintreten. Weitere Untersuchungen sind notwendig, um die Sicherheitsgrenzen für die Verformung festzustellen. Solange hierüber keine Klarheit herrscht, dürfte es klug sein, bei der Berechnung nicht von den Annahmen der Elastizitätstheorie wesentlich abzuweichen.

Der Entwurf von Eisenbetonkonstruktionen auf der Grundlage einer Neuverteilung von Momenten müßte die größeren Haft- und Schubspannungen, die die Neuverteilung bedingen, berücksichtigen.

Schrifttumsverzeichnis.

¹ *W. H. Glanville und F. G. Thomas:* "The Redistribution of Moments in Reinforced Concrete Beams and Frames". Journal of the Institution of Civil Engineers 1936, Nr. 7, S. 291—329.

² *F. E. Richart, R. L. Brown und T. G. Taylor:* "The effect of Plastic Flow in Rigid Frames of Reinforced Concrete." Journal Am. Conc. Inst., Vol. 5, pt. 3 (1934), S. 181—95.

³ *G. von Kazinczy:* „Das plastische Verhalten von Eisenbeton.“ Beton und Eisen, Bd. 32, Nr. 5 (1933), S. 74—80.

⁴ *C. Bach und O. Graf:* „Versuche mit eingespannten Eisenbetonbalken.“ Deutscher Ausschuß für Eisenbeton, Heft 45 von 1920.

⁵ "Report of the Reinforced Concrete Structures Committee of the Building Research Board, with Recommendations for a Code of Practice for the Use of Reinforced Concrete in Buildings." H. M. Stationery Office, 1933.

Anhang 1.

Beschaffenheit des bei den Versuchen mit durchlaufenden Balken benutzten Betons und Stahls.

a) Beton.

| Reihe | Balken | Beton-mischung (in Gew.) | W/Z.-Ver-hältnis | Prüf-alter Tage | Würfelfestigkeit | | Wirkliches „augenblick- liches“ E-Modul- verhältnis |
|---|----------|--|------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--|
| | | | | | Pfund/ Qu.-Zoll | kg/cm ² | |
| 1. Zerstörung des Stahles | RM 2 (a) | H.A. 1 : 2 : 4 | 0,60 | 6 | 10,140 | 715 | 5,0 |
| | RM 2(b) | R.H.P. 1 : 1 : 2 | 0,44 | 44 | 6,660 | 468 | 6,0 |
| 2. Zerstörung des Betons (Keine Druckbeweh- rung) | RM 1 (a) | P. 1 : 2 $\frac{1}{2}$: 3 $\frac{1}{2}$ | 0,66 | 7 | 2,020 | 142 | 10,0 |
| | RM 1(b) | P. 1 : 2 $\frac{1}{2}$: 3 $\frac{1}{2}$ | 0,66 | 7 | 2,070 | 146 | 10,0 |
| 3. Zerstörung des Betons (Mit Druckbewehrung) | RM 3 (a) | P. 1 : 2 $\frac{1}{2}$: 3 $\frac{1}{2}$ | 0,66 | 7 | 2,250 | 158 | 9,5 |
| | RM 3(b) | P. 1 : 2 $\frac{1}{2}$: 3 $\frac{1}{2}$ | 0,66 | 7 | 2,470 | 174 | 9,1 |
| 4. Zerstörung des Betons (Vergrößerte Spann- weite) | RM 4 (a) | P. 1 : 2 $\frac{1}{2}$: 3 $\frac{1}{2}$ | 0,66 | 7 | 2,130 | 150 | 9,7 |
| | RM 4(b) | P. 1 : 2 $\frac{1}{2}$: 3 $\frac{1}{2}$ | 0,66 | 7 | 1,830 | 129 | 10,4 |

P. = Gewöhnl. Portlandzement. H.A. = Tonerdezem. R.H.P. = Frühhochfester Portlandzement

b) Stahl.

| Reihe | Eisen ø | | Streckgrenze | | Bruchgrenze | |
|---|---------------|------|------------------------------------|--------------------|------------------------------------|--------------------|
| | Zoll | mm | Pfund/ Quadr.-Zoll ¹ | kg/cm ² | Pfund/ Quadr.-Zoll ¹ | kg/cm ² |
| 1. Zerstörung des Stahles | $\frac{5}{8}$ | 15,9 | 39,400 | 2770 | — | — |
| | $\frac{3}{8}$ | 9,5 | 44,700 | 3140 | 62,200 | 4360 |
| 2. Zerstörung des Betons (keine Druckbewehrung) | $\frac{7}{8}$ | 22,2 | 40,200 | 2830 | 56,500 | 3970 |
| | $\frac{3}{8}$ | 9,5 | 46,100 | 3240 | 61,500 | 4320 |
| 3. Zerstörung des Betons (mit Druckbewehrung) | $\frac{7}{8}$ | 22,2 | 39,800 | 2800 | 53,800 | 3780 |
| | $\frac{3}{8}$ | 9,5 | 46,700 | 3280 | 62,700 | 4400 |
| 4. Zerstörung des Betons (vergrößerte Spannweite) | $\frac{7}{8}$ | 22,2 | 37,900 | 2660 | 53,300 | 3740 |
| | $\frac{3}{8}$ | 9,5 | 46,700 | 3280 | 61,800 | 4350 |
| 5. Zerstörung des Betons (schwacher Beton im Alter von rd. 6 Monaten) | $\frac{7}{8}$ | 22,2 | 36,600 | 2580 | 51,500 | 3620 |
| | $\frac{3}{8}$ | 9,5 | 45,800 | 3220 | 61,400 | 4310 |

¹ Die Spannungen beziehen sich sämtliche auf den ursprünglichen Eisenquerschnitt.

Anhang 2.

Beschaffenheit von Beton und Stahl bei den Versuchen mit Portalrahmen.

a) *Beton.*

| Reihe | Balken | Betonmischung (in Gew.) | W/Z.- Ver- hältnis | Prüfalter | Würfelfestigkeit | |
|------------------------|--------|--|--------------------------|-----------|-----------------------|--------------------|
| | | | | | Pfund/ Quadr.-Zoll | kg/cm ² |
| Zerstörung des Stahles | RMF 2 | H.A. 1 : 2 : 4 | 0,60 | 48 Tg. | 10,500 | 739 |
| | RMF 3 | H.A. 1 : 2 : 4 | 0,60 | 4 Mon. | 11,000 | 774 |
| Zerstörung des Betons | RMF 4 | P. 1 : 2 $\frac{1}{2}$: 3 $\frac{1}{2}$ | 0,66 | 9 Tg. | 2,850 | 200 |
| | RMF 5 | P. 1 : 2 $\frac{1}{2}$: 3 $\frac{1}{2}$ | 0,66 | 7 Tg. | 1,850 | 130 |

P. = Gewöhnl. Portlandzement. H.A. = Tonerde-Schmelzzement.

b) *Stahl.*

| Reihe | Balken | Eisen \varnothing | | Streckgrenze | | Bruchgrenze | |
|-----------------------|-----------------------|---------------------|------|------------------------------------|--------------------|------------------------------------|--------------------|
| | | Zoll | mm | Pfund/ Quadr.-Zoll ¹ | kg/cm ² | Pfund/ Quadr.-Zoll ¹ | kg/cm ² |
| Zerstörung des Stahls | RMF 2 | $\frac{3}{8}$ | 9,5 | 49,200 | 3460 | 60,800 | 4270 |
| | | 1 | 25,4 | 41,500 | 2920 | 63,700 | 4480 |
| | | $\frac{1}{2}^2$ | 12,7 | 66,900 | 4700 | 106,000 | 7450 |
| Zerstörung des Betons | RMF 3 | $\frac{3}{8}$ | 9,5 | 47,300 | 3320 | 59,700 | 4200 |
| | | 1 | 25,4 | 40,600 | 2860 | 65,700 | 4610 |
| | | $\frac{1}{2}^2$ | 12,7 | 63,800 | 4490 | 107,000 | 7530 |
| Zerstörung des Betons | RMF 4 und RMF 5 | $\frac{7}{8}$ | 22,2 | 38,600 | 2720 | 53,800 | 3780 |
| | | 1 | 25,4 | 41,100 | 2890 | 63,000 | 4430 |
| | | $\frac{3}{8}$ | 9,5 | 48,300 | 3400 | 60,300 | 4240 |

¹ Die Spannungen beziehen sich sämtliche auf den ursprünglichen Eisenquerschnitt.² Hochwertiger Stahl für die Bügelbewehrung.

II a 7

Beanspruchung und Sicherheitsgrad der Eisenbeton-Fachwerke.

Sollicitations et degré de sécurité des poutres réticulées
en béton armé.

Stressing and factor of safety of reinforced concrete
trussed girders.

Dr. sc. techn. S. Mortada,
Egyptian State Railways, Bridges Dept., Cairo.

Eigene Versuche mit Eisenbetonfachwerken zeigten, daß solche Tragwerke gegen Stoßwirkungen und dynamische Beanspruchungen außerordentlich widerstandsfähig sind.

Die Versuche wurden in der Eidg. Materialprüfungs-Anstalt an der E.T.H. in Zürich durchgeführt.¹ Als Versuchskörper wurden zwei Eisenbeton-Fachwerkträger, wie sie beim Brückenbau verkommen, verwendet (Fig. 1). Die Spannweite der Träger betrug 6 m, die Höhe 1,50 m. Die Träger wurden für eine Einzellast von 50 Tonnen, die in der Mitte wirkt, dimensioniert.

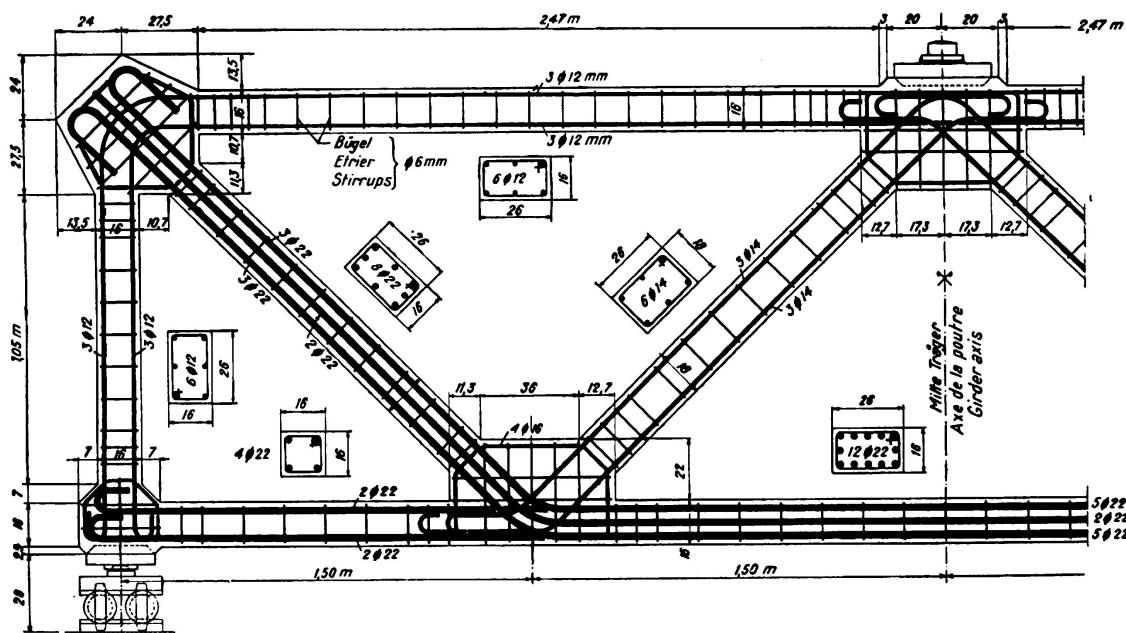


Fig. 1.
Einzelheiten des Versuchsträgers.

¹ Vergl. Mortada: Beitrag zur Untersuchung der Fachwerke aus geschweißtem Stahl und Eisenbeton unter statischen und Dauerbeanspruchungen. Diss. E. T. H. 1936.

Bei der Durchführung der Versuche betrug das Alter des Betons 90 Tage; die Prismendruckfestigkeit $p\beta_d$ betrug $= 360 \text{ kg/cm}^2$ und die Ursprungsfestigkeit $\sigma_u = 220 \text{ kg/cm}^2 \approx 0,6 p\beta_d$. Als Bewehrung wurden Rundeisen aus normalem

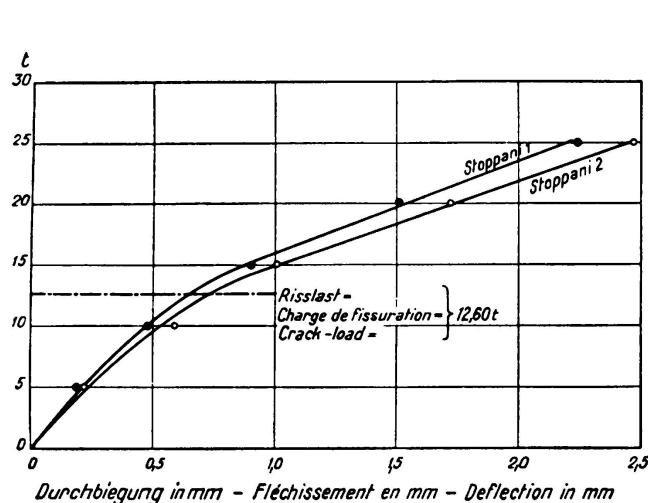


Fig. 2.
Bestimmung der Rißlast.

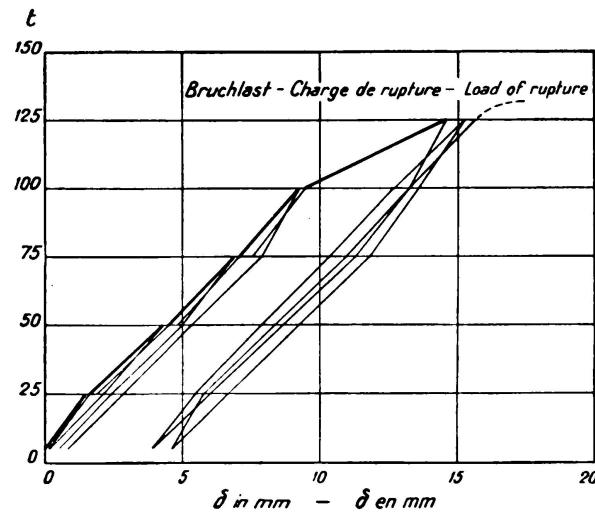


Fig. 3.
Bruch-Versuch: Belastung-, Entlastung-, Verformungs-Diagramm.

Stahl verwendet, deren Streckgrenze 2700 kg/cm^2 , die Zugfestigkeit 4200 kg/cm^2 und die Ursprungsfestigkeit 2500 kg/cm^2 betrug.

Der eine Träger wurde nur statisch geprüft, wobei sein Verhalten unter der statischen Lastwirkung und schließlich seine statische Bruchlast festgestellt wurde. Der zweite Träger wurde dagegen Ermüdungsversuchen unterworfen und nachher statisch geprüft in der genau gleichen Weise wie der erste. So war es möglich, festzustellen, wie die Ermüdung das statische Verhalten und die Tragfähigkeit solcher Bauwerke beeinflußt.

Durch Vorversuche wurden die Rißlast sowie die infolge Reißen des Betons auftretenden, bleibenden Vorformungen festgestellt. Das Reißen des Betons an verschiedenen Stellen erzeugt eine Unstetigkeit im Belastungs-Verformungs-Verlauf, wodurch die Bestimmung der Rißlast ermöglicht wird (Fig. 2). Diese betrug ca. ein Viertel der rechnungsmäßigen Nutzlast. Die mittlere Bruchspannung des Betons auf Zug (Zugfestigkeit), die der Rißlast entspricht, betrug

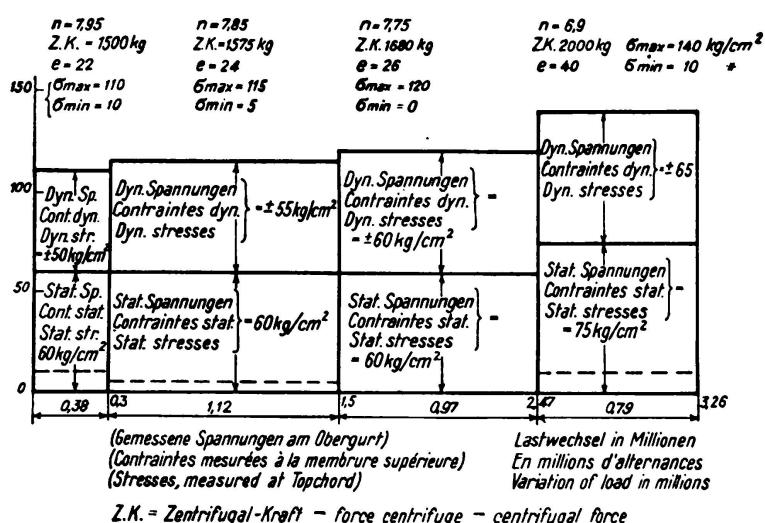


Fig. 4.
Dauerversuch: Gemessene Spannungen für verschiedene Versuchsphasen.

17 kg/cm², die Zugfestigkeit des Betons beträgt jedoch 40 kg/cm². Der große Unterschied zwischen diesen Werten ist zurückzuführen auf:

- a) Vorspannung des Betons auf Zug infolge der Schwindwirkung,
- b) unvollkommenes Reißen des Betons, bezogen auf den ganzen Querschnitt.

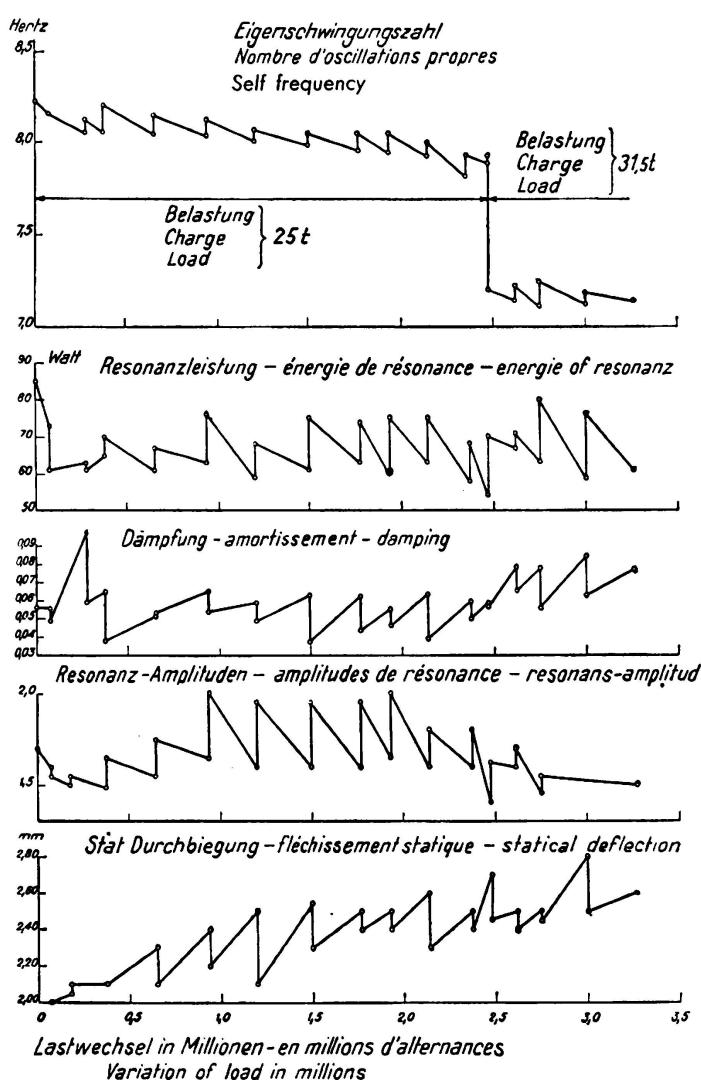


Fig. 5.

Dauerversuch: Änderung der dynamischen Werte mit zunehmender Ermüdung.

formungen bei solchen Beanspruchungen betragen 5,5 % der totalen (Fig. 3), sind also für praktische Zwecke annehmbar.

Der Sicherheitsgrad gegen statischen Bruch betrug 2,6. Das Verhältnis der Sicherheitsgrade für wiederholte und statische Belastung ist somit 2 zu 2,6 = 77 %.

Die Spannungsstufen und die ihnen entsprechende Anzahl Lastwechsel der Ermüdungsvorgänge sind aus Fig. 4 zu ersehen.

Nach einer sehr großen Anzahl Lastwechsel ($3\frac{1}{4}$ Mill.) innerhalb der zulässigen Spannungsgrenzen und etwas oberhalb derselben, also entsprechend dem normalen Betriebszustand der wirklichen Brücken, konnten keine nennenswerten

Das Reißen des Betons verursachte naturgemäß große bleibende Verformungen, die etwa 25 % der elastischen Verformungen unter der Nutzlast erreichten.

Bei solchen Fachwerken sind die Nebenspannungen, besonders in den Druckstäben, außerordentlich hoch; sie erreichten 110 %; im Mittel muß mit 70 % gerechnet werden, während gleichzeitig die Biegespannungen in den Zuggliedern sehr niedrig sind.

Es wurde festgestellt, daß eine max. Druckspannung im Beton in der Größenordnung von $220 \text{ kg/cm}^2 = 0,6 p \beta_d = \sigma_u$ der Ursprungsfestigkeit des Betons auftrat im Moment, als die Armierungseisen die Fließgrenze erreichten; die entsprechende Belastung betrug das Doppelte der Nutzlast. Da diese zwei Größen für den Widerstand gegen wiederholte Belastung maßgebend sind, so ergibt sich, daß die Eisenbetonfachwerke einen Sicherheitsgrad von zwei gegen Ermüdung besitzen. Die bleibenden Ver-

Änderungen in den statischen oder dynamischen Eigenschaften der Versuchsträger festgestellt werden.

Bemerkenswerte Erscheinungen wurden bei der Durchführung der Ermüdungsversuche festgestellt (Fig. 5). Die Dämpfung und die statische Durchbiegung nehmen im Laufe des Ermüdungsvorganges zu; somit nehmen die Rückstellkraft und die Eigen schwingungszahl ab. Bei den Resonanzaufnahmen nehmen unter den gleichen Versuchsbedingungen die verbrauchte Leistung der Schwingungsprüfmaschine (Fig. 6), die Amplituden und die Verstärkungszahl mit der Ermüdung ab. Eine nachträgliche Erholung (Rück gewinnung an Steifigkeit) wurde festgestellt. Innerhalb einzelner Zeitabschnitte stellte sich nach einer gewissen Anzahl Lastwechsel ein Beharrungszustand ein.

Das wichtigste Ergebnis unserer Untersuchungen am Eisenbetonträger für die Praxis ist folgendes:

Häufig wiederholte, innerhalb angemessener Grenzen sich haltende Beanspruchung (Ursprungsfestigkeit) schadet weder der Elastizität noch der Tragfähigkeit noch den dynamischen Eigenschaften der Eisenbetonfachwerke.

Für diese Bauweise ist die Sicherheit gegen Dauerbeanspruchungen bei einem statisch ausreichenden Sicherheitsgrad als gewährleistet zu bewerten.

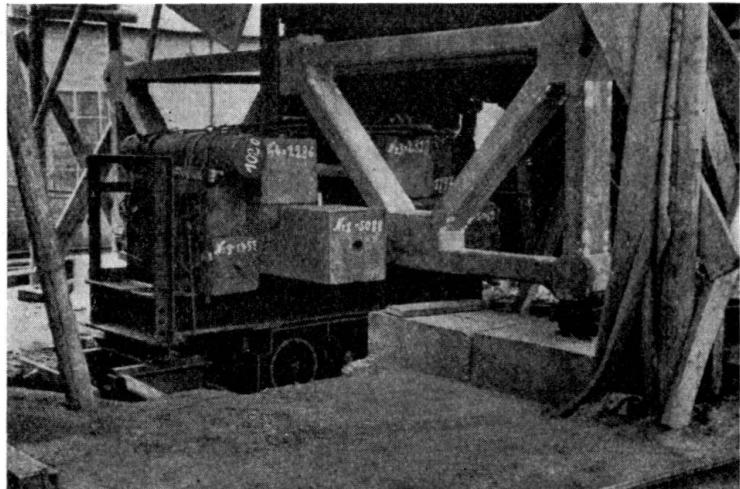


Fig. 6.
Anordnung für den Dauerversuch.

II a 8

Über die Sicherheiten der Eisenbetonbauten.

La sécurité des ouvrages de béton armé.

The Factor of Safety of Reinforced Concrete Structures.

A. J. Moe,

Beratender Ingenieur, Kopenhagen.

1. Definition des heutigen Sicherheitsgrades.

Die Sicherheit statischer Konstruktionen wird heute durch zulässige Spannungen festgesetzt. Gewöhnlich definiert man den Sicherheitsfaktor als das Verhältnis zwischen der Bruch- oder Fließgrenze des Materials und der zulässigen Spannung.

Diese Definition genügt aber nicht.

Im Laufe der Zeit hat man zufällig entdeckt, wo noch Sonderbedingungen notwendig sind.

Beispiel: Bei Stützmauern muß man sowohl für Sicherheit gegen zu großen Druck auf den Baugrund als auch für Sicherheit gegen Umkippen sorgen.

Bei Altanplatten gilt etwas ähnliches.

Für gemauerte Schornsteine hat man die Sonderbedingung eingeführt, daß die theoretischen Zugspannungen nicht tiefer als bis zum Schwerpunkt des Querschnittes eindringen dürfen.

In allen diesen Fällen sind die Sonderbedingungen als Stabilitätsbedingungen zu betrachten.

Besonders bemerkenswert ist es, daß die zulässigen Spannungen für Säulen keine Bedeutung mehr haben. Es werden heute zwar noch zulässige Spannungen in Abhängigkeit von der Knicklänge vorgeschrieben, aber dies ist nur eine Umschreibung der Säulenformeln, sozusagen ihre tabellarische Auflösung.

Dagegen werden die Säulen heutzutage tatsächlich für eine mit den Sicherheitskoeffizienten multiplizierte Belastung dimensioniert, weil keine Verhältnismäßigkeit zwischen Belastung und Spannung besteht. Bei der Bemessung der Säulen geht man also von der Bruchbelastung aus. Dies steht im Gegensatz zur Dimensionierung von Zugbewehrungen, wo man als Bruchursache eine Zunahme der Dehnung ohne Belastungssteigerung annehmen kann.

Also: Eine kurze und einfache Definition des Sicherheitsgrades in statischen Tragwerken, wie er zur Zeit angewandt wird, ist gar nicht möglich.

Es soll noch erwähnt werden, daß die Sicherheit gegen dynamische Beanspruchungen heutzutage teilweise als Stoßzuschlag eingeführt wird. Das bedeutet wieder eine andere Form der Sicherheit als die ursprüngliche durch zulässige Spannungen.

2. Nachteile des heutigen Sicherheitsfaktors bei Anwendungen auf Tragwerken.

Es ist ein allgemeiner Nachteil der heutigen Form des Sicherheitsgrades, daß er nicht kurz und einfach definiert werden kann.

Auch ist es nachteilig, daß die vorherrschende Art der Gewährleistung der Sicherheit, nämlich durch zulässige Spannungen, in vielen wichtigen Fällen keine oder nur eine untergeordnete Bedeutung hat (bei Stabilitätsproblemen, Säulen, dynamischen Beanspruchungen).

Ein Nachteil ist es ferner, daß neben der Hauptregel viele verschiedene und ungleichmäßige Sonderbedingungen aufgestellt werden müssen. Bald wird der Sicherheitskoeffizient im Verhältnis zur Belastung und bald im Verhältnis zur Bruchfestigkeit oder zur Fließgrenze festgesetzt.

Mit der Erhöhung der Baustoffgüte dürften die Stabilitätsfragen mehr und mehr in den Vordergrund treten. Vielleicht sind noch mehr Sonderbedingungen als die bis jetzt bekannten erforderlich.

Es ist ein Nachteil, daß die Hauptregel der Sicherheit nicht von selbst Sicherheit für alle Stabilitätsfälle bietet.

Daß die Form der Sicherheit nicht gestattet, verschiedenartigen Spannungen verschiedene Gewichte zuzuteilen, ist auch ein Mangel.

Zum Beispiel sollten gewissen Eigenspannungen und Montagespannungen andere Gewichte zugeteilt werden wie gewöhnlichen von der Belastung im endgültigen Tragwerk hervorgerufenen Spannungen.

Es ist ein Nachteil, daß das Eigengewicht mit demselben Sicherheitsfaktor multipliziert wird, wenn es zu Gunsten wirkt, wie wenn es zu Ungunsten wirkt.

Die meisten Fälle, in denen Sonderbedingungen erforderlich sind und die zulässigen Spannungen dadurch in der Hauptsache überflüssig werden, beruhen auf der Unproportionalität zwischen Belastung und Spannung.

Bei Säulen wird die fehlende Proportionalität durch die Ausbiegung hervorgerufen; sonst ist die Hauptursache der Unproportionalität darin zu suchen, daß die Eigengewichtsbelastung und die bewegliche Belastung sozusagen ungleichnamige Größen sind. Das heißt, daß die vom Eigengewicht und von ruhender Belastung hervorgerufenen Spannungen und die von beweglicher Belastung hervorgerufenen Spannungen nicht ohne weiteres zusammengezählt werden dürfen.

3. Besondere Nachteile der heutigen Form der Sicherheit bei Verwendung auf Eisenbetonbauten.

Die erwähnten Nachteile gelten allgemein für die meisten Konstruktionen und für alle Baustoffe.

Der Eisenbeton hat nun Eigenschaften, welche die gewöhnliche Form der Sicherheit besonders unzweckmäßig machen.

Erstens: Eisenbeton ist ein heterogenes Material. Gewöhnlich werden die Eiseneinlagen den Zugspannungen so genau wie möglich angepaßt. Das heißt: wenn Zugspannungen an anderen Stellen wie vorausgesetzt auftreten, dann liegen die Verhältnisse im Verbundkörper besonders ungünstig. Dieser Umstand verursacht bei Eisenbeton eine besondere Unproportionalität zwischen Belastung und Spannungen. Eisenbeton ist viel empfindlicher gegenüber Änderungen in

dem Verhältnis zwischen ruhender und beweglicher Belastung als Konstruktionen aus homogenen Baustoffen.

Noch gefährlicher ist eine Änderung in dem Verhältnis zwischen ruhender und beweglicher Belastung für Eisenbetongewölbe. Der Bogen verhält sich in dieser Hinsicht für alle Baustoffe etwas ungünstiger als Balkenkonstruktionen.

Beispiel: Ein Zweigelenk-Dachgewölbe mit 24 m Spannweite, 4 m Pfeilhöhe, 15 cm Dicke, oben und unten mit $5 \varnothing 10$ mm/m armiert, erhält bei einer ruhenden Belastung von 400 kg/m² und einer beweglichen Belastung von 100 kg/m² die Spannungen:

$\sigma_j \sim 943$ kg/cm² und $\sigma_b \sim 44,8$ kg/cm². Wenn die bewegliche Belastung allein um 50 % erhöht wird, das heißt auf $p = 150$ kg/m², wachsen die Spannungen an auf:

$$\begin{aligned}\sigma_j &\sim 1770 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{und} \\ \sigma_b &\sim 65,9 \text{ kg/cm}^2\end{aligned}$$

Das heißt: σ_j ist um 87,5 % und σ_b um 47,2 % erhöht worden.

Für eine einfach gestützte Eisenbetonplatte, die für $g = 400$ kg/m² und $p = 100$ kg/m² dimensioniert ist, ergibt sich dagegen, wenn p um 50 % erhöht wird, sowohl σ_j wie σ_b nur eine Erhöhung um 10 %.

Diese Zahlen sprechen für sich.

Konstruktionen, die man mit besonderer Rücksicht auf die speziellen Eigenschaften der ruhenden Belastung entworfen hat, sind besonders empfindlich gegenüber Änderungen in dem Verhältnis zwischen ruhender und beweglicher Belastung. Eisenbetonkonstruktionen sind im allgemeinen ungünstiger gestellt als Eisen- und Holzkonstruktionen, teils weil Eisenbeton ein größeres Eigengewicht besitzt und teils infolge der Heterogenität.

Ein anderer Grund, die heutige Form der Sicherheit bei Eisenbetonkonstruktionen zu verlassen, ist die erhöhte Bedeutung des Bruchzustandes beim Eisenbeton.

Das *Hooke'sche Gesetz* gilt für Beton und Eisenbeton nicht. Aus wirtschaftlichen Gründen geht man jedoch bei der Festlegung der Voraussetzungen für die Querschnittsbemessungen davon aus. Diese Voraussetzungen sind auf Grund von Bruchversuchen aufgestellt worden.

Auch bei der Berechnung der Schnittkräfte (Momente, Normalkräfte u. dgl.) gehen wir immerfort weiter in der Richtung, den Bruchzustand vorauszusetzen.

Die erhöhte Bedeutung des Bruchzustandes schiebt die Frage einer logischen Definition des Bruchzustandes in den Vordergrund. Diese Frage lässt sich aber nicht mittels der gewöhnlichen zulässigen Spannungen beantworten.

Ein dritter Grund, der für das Verlassen der zulässigen Spannungen als Sicherheitsbestimmung spricht, ist das große Eigengewicht.

Konstruktionen mit verhältnismäßig großem Eigengewicht können wir eher überbeladen, als Konstruktionen mit verhältnismäßig kleinem Eigengewicht.

Das heißt: Die ruhende Belastung, die nicht unbegrenzt über die ange nommenen Größen hinaus steigen, keine wechselnde Gestalt annehmen kann und keine dynamischen Beiwirkungen hat, halten wir für günstiger als die bewegliche Belastung. Wir sollten demnach bei der Erörterung des Sicherheitsgrades die ruhende Belastung günstiger ansetzen als die bewegliche Belastung.

Mit Rücksicht auf die dynamischen Beiwirkungen ist dies auch bereits durch Einführen von Stoßzuschlägen geschehen, aber sonst erweist sich die gewöhnliche Berechnungsweise mit zulässigen Spannungen für die ruhende Belastung als zu ungünstig.

Dies gilt allgemein für alle Baustoffe, aber der Nachteil ist am größten beim Massivbau, also: Der Eisenbeton wird gegenüber Eisen und Holz zu ungünstig gestellt.

In noch einer anderen Beziehung ist die gewöhnliche Berechnungsweise unlogisch. Wenn eine Konstruktion bei der Ausführung bedenkliche Fehler aufweist, geht man in den meisten Ländern nicht sofort dazu über, sie niederrütteln, sondern führt erst eine Probobelastung aus. Sind die Fehler bedenklich ernst, werden die Probobelastungen mit Übergewicht (z. B. 50 v. H.) an den gefährlichsten Stellen ausgeführt. Widerstehen die Konstruktionen diesen Probobelastungen zuverlässig, so werden sie als verwendbar angesehen.

Man vertraut einer Konstruktion, die eine hinreichende Sicherheit gegenüber der beweglichen Belastung gewährt, ohne die ungeprüfte Sicherheit gegenüber der ruhenden Belastung zu berücksichtigen. Es sei noch darauf hingewiesen, daß es gefährlich werden kann, eine Konstruktion, die für ein bestimmtes Verhältnis zwischen beweglicher und ruhender Belastung berechnet ist, einer Belastung auszusetzen, bei der dieses Verhältnis bedeutend größer ist.

Das große Eigengewicht der Eisenbetonkonstruktionen ist eine wertvolle Eigenschaft, die nicht unnötig bestraft werden soll.

4. Was soll von dem Sicherheitsgrad gedeckt werden?

Mit wenigen Worten und in großen Zügen soll folgendes genannt werden:

- a) Fehler und Ungenauigkeiten in den Berechnungsvoraussetzungen.
- b) Materialfehler.
- c) Ungenauigkeiten bei der Ausführung.
- d) Ungenauigkeiten der angesetzten Nutzlast.

Oder mit anderen Worten: Nebenspannungen, Eigenspannungen, gewisse Wechselspannungen, Zusatzspannungen, Montagespannungen, Berechnungsungenauigkeiten, reine Materialfehler, Ungenauigkeiten in den Querschnittsabmessungen der von den Werken gelieferten Einheiten (Eiserne Stäbe), Montage- und Ausführungsungenauigkeiten, Eigengewichtsungenauigkeiten, gewisse zufällige Überbelastungen, Abweichungen in Größe und Verteilung der vorausgesetzten Nutzlast, ausnahmsweise große Überbelastungen (Belastungsproben) usw.

Selbst mäßig angesetzte Werte für die verschiedenen Fehler und Ungenauigkeiten können von der gewöhnlichen Größe des Sicherheitskoeffizienten nicht gedeckt werden. Nur wahrscheinliche Kombinationen verschiedener Fehler können gedeckt werden.

Wahrscheinliche Kombinationen können aber sowohl aus einzelnen großen Werten bestehen als auch aus vielen kleinen oder Mittelwerten.

Es läßt sich nun aber nachweisen, daß Fehler mehrerer der genannten Gruppen sich ausschließlich oder am wirtschaftlichsten durch eine rechnungsmäßige, vergrößerte bewegliche Belastung decken lassen. Im allgemeinen kann gesagt werden, daß ruhende Belastung durch bewegliche ersetzt werden kann, während bewegliche Belastung sich nicht durch ruhende ersetzen läßt.

Eine Ausnahme bilden gewisse reine Materialfehler, die am besten durch eine niedriger angenommene Bruch- oder Fließgrenze gedeckt werden können. Man muß sich eben darüber im klaren sein, welchen Zweck die Sicherheit hat.

Der Verfasser ist der Meinung, daß die Sicherheit gegen Bruch das Wesentliche ist. Sicherheit gegen Risse und dergleichen ist wichtig, kommt aber erst in zweiter Linie.

5. Ein neuer Vorschlag eines Sicherheitsgrades für den praktischen Gebrauch.

Die heutige Form des Sicherheitsgrades lautet:

$$(1) \sigma_p + \sigma_g + \sigma_w + \sigma_t \leq \sigma_{zul} = \frac{1}{n} \sigma_B$$

Für Säulen:

$$(2) P_{zul} \leq \frac{1}{n} P_{Bruch}.$$

Für Stabilitätsprobleme:

$$(3) M_{günstig} \geq n' M_{ungünstig}.$$

p bezieht sich auf die bewegliche Last

g „ „ „ „ ruhende Last

w „ „ „ „ Windlast

t „ „ „ „ Temperaturspannungen u. dgl.

σ_B ist die durch Versuche ermittelte Bruch- oder Fließgrenze

n und n' sind Sicherheitskoeffizienten.

Die erste und allgemeinste Regel kann umgeschrieben werden auf:

$$(4) n \cdot \sigma_p + n \cdot \sigma_g + n \cdot \sigma_w + n \cdot \sigma_t = \sigma_B \text{ oder}$$

$$(5) \sigma_{(n \cdot p)} + \sigma_{(n \cdot g)} + \sigma_{(n \cdot w)} + \sigma_{(n \cdot t)} = \sigma_B$$

(das heißt, die von den mit n multiplizierten Belastungen hervorgerufenen Spannungen).

(5) stellt rechnungsmäßig den Bruchzustand dar und stimmt mit (2) überein, steht aber im Widerspruch zu (3), denn n' ist gewöhnlich kleiner als n. Eindeutig ist die Definition des Bruchzustands also nicht. Ferner kann man sich das Eigengewicht gar nicht auf das n-fache vergrößert denken. Für die Säulen muß man sich allerdings diese Abstraktion vorstellen.

In dem neuen Vorschlag werden die drei Bedingungen (1), (2) und (3) in einer einzigen zusammengefaßt, nämlich:

$$\sigma_{(n_g \cdot g)} + \sigma_{(n_p \cdot p)} \leq n_B \cdot \sigma_B = \sigma'_B. \quad (I)$$

Ähnliche Vorschläge sind bereits von Ingenieur Gerber u. a. vorgebracht, jedoch nicht näher durchgeführt worden.

n_g ist der Sicherheitskoeffizient des Eigengewichts, n_p ist der Sicherheitskoeffizient der beweglichen Belastung und n_B , das kleiner als 1 ist, ist der Materialsicherheitskoeffizient. Wenn man die Koeffizienten n_p und n_g so wählt, daß das Verhältnis n_p/n_g genügend groß wird — zum Beispiel gleich 1,5 — so ist die Sicherheit gegen Umkippen, das heißt bei Stabilitätsproblemen, automatisch vorhanden, und man braucht dann keine Sonderbedingungen. σ_B ist die mittels Versuchen festgestellte Bruch- oder Fließgrenze, zum Beispiel die

28-tägige Betondruckfestigkeit. Der kleinere Wert $\sigma'_B = n_B \sigma_B$ wird als die rechnungsmäßige Bruchspannung definiert. *Die maßgebenden Bruchspannungen* werden eindeutig durch $\sigma'_B = n_B \sigma_B$ festgesetzt, und man kann mit den so bestimmten Spannungen ohne weiteres rechnen.

Die rechnungsmäßige Bruchbelastung ist eindeutig durch $n_p \cdot p + n_g \cdot g$ usw. bestimmt. *Der rechnungsmäßige Bruchzustand* einer Konstruktion ist eindeutig durch die rechnungsmäßigen Bruchspannungen und die rechnungsmäßige Bruchbelastung festgelegt. Wenn man das *Hooke'sche Gesetz* als Berechnungsgrundlage verlassen will, was wir in vielen Fällen beim Eisenbeton bereits getan haben, dann müssen die Arbeitslinien durch rechnungsmäßige Arbeitslinien ersetzt werden. Wir wissen, daß die durch Versuche bestimmten Baustoffeigenschaften für die in Konstruktionen eingebauten Baustoffe nicht ohne weiteres gelten können. Es ist besser, sofort sichere, rechnungsmäßige Eigenschaften festzusetzen, so daß die Berechnungsgrundlage folgerichtig und logisch aufgebaut werden kann und nicht allein durch einen summarischen Sicherheitsfaktor gedeckt wird.

Wenn man mehrere äußere Kräfte hat, zum Beispiel eine senkrechte Nutzlast, Wind und Zusatzkräfte (Schwinden des Baustoffes, Temperatur, Nachgiebigkeit der Stützen), kann man die wahrscheinlichen Kombinationen in folgender Weise berücksichtigen:

$$\sigma_{(n'_g \cdot g)} + \sigma_{(n'_p \cdot p)} + \sigma_{(n_w \cdot w)} + \sigma_{(n_x \cdot x)} = n_B \sigma_B \quad (\text{II})$$

wo n'_g und n'_p kleinere Werte haben als n_g und n_p in der Gleichung I.

Dieses Verfahren kann natürlich noch weiter entwickelt werden, aber für praktische Verhältnisse genügt es, die beiden Bedingungen I und II vorzuschreiben. Zusatzspannungen, die von einer statischen Unbestimmtheit herühren, sind für den Bruch weniger gefährlich als Belastungsspannungen. Im allgemeinen werden sie kleiner als mit dem *Hooke'schen Gesetz* als Grundlage berechnet, weil die Arbeitslinien unserer Baustoffe gegen die Formänderungsachse abbiegen. Ferner mindern sich die Zusatzspannungen, wenn bleibende Formänderungen auftreten. n_x kann also kleiner gewählt werden als n_p und n'_p .

Wenn *eine* bewegliche Belastung überwiegend im Verhältnis zu den übrigen ist, zum Beispiel die lotrechte Nutzlast im Verhältnis zu Wind- und Bremskräften, dann genügt *eine* Bedingung und zwar nach Form II.

Also genügt es allgemein, nur eine Bedingung aufzustellen, nämlich II.

Es ist folgewidrig, zwei Bedingungen vorzuschreiben, nämlich eine mit und eine ohne Nebenspannungen, wie wir es zur Zeit tun. Die gewöhnliche Bedingung $\sigma_g + \sigma_p \leq \sigma_{zul}$ wird wahrscheinlich bei statisch unbestimmten Konstruktionen mit einigen Zusatzspannungen kombiniert. Diese Bedingung ist sonach im Gegensatz zu $\sigma_g + \sigma_p + \sigma_{zul} \leq \sigma_{zul}$, erhöht für die Abmessungen bestimmend, was oftmals vorkommen kann. Dann ist die Sicherheit in der statisch unbestimmten Konstruktion kleiner als in der statisch bestimmten Konstruktion.

Besser ist es jedenfalls, wie in diesem Vorschlag, einen kleineren Sicherheitsfaktor für die Zusatzkräfte als für die Hauptbelastungen vorzuschreiben. Die Zusatzkräfte allein können nämlich keinen Bruch herbeiführen, und die Wahrscheinlichkeit, daß die größten Zusatzkräfte und die größte Nutzlast gleichzeitig auftreten, ist kleiner als daß die größte Nutzlast allein auftritt.

Für mehr oder weniger genaue Berechnungen kann man zwei verschiedene Sicherheitsfaktor-Gruppen aufstellen. Zum Beispiel: $n_{g,1} - n_{p,1} - n_{x,1}$ und $n_{B,1}$ für genauere und $n_{g,2} - n_{p,2}$ und $n_{B,2}$ für weniger genaue Berechnungen.

Solche Bestimmungen sind für den Hochbau praktisch anwendbar.

Wenn man gewisse Eigenspannungen — z. B. die in der fertigen Konstruktion auftretenden Montagespannungen — sicherheitsmäßig den Eigengewichtsspannungen gleichsetzt, was sich sehr gut begründen läßt, dann werden die Berechnungen in vielen Fällen noch vereinfacht. Zum Beispiel kann die Berechnung von Melankonstruktionen, bei denen man den in der steifen Eiseneinlage auftretenden Vorspannungen eine Sonderstellung geben will, sehr vereinfacht werden. Überhaupt gilt, daß die hier aufgestellten Sicherheitsbedingungen es ermöglichen, besonderen Spannungen eine Sonderstellung zu geben, ohne daß das Berechnungsverfahren verwickelter wird. Diese Tatsache ist sehr wichtig, weil die älteren Berechnungsverfahren die Möglichkeit ausschließen, die verschiedenen Anwachsmöglichkeiten der verschiedenen Spannungsarten zu berücksichtigen.

Hinsichtlich der Melankonstruktionen soll noch eine Eigentümlichkeit hervorgehoben werden.

Wenn die Vorspannung in der steifen Eiseneinlage z. B. zwei Drittel der zulässigen Beanspruchung beträgt, dann kann man infolge der gewöhnlichen Berechnungsweise den Gesamtquerschnitt nur mit $\frac{\sigma_{j,zul}}{3 \cdot 15} (F_b + 15 F_j)$ beanspruchen. Das hat aber keinen Sinn. Wenn die Vorspannung gleich $\sigma_{j,zul}$ wäre, sollte dann der Gesamtquerschnitt (Beton + Steife Eiseneinlage + Rundeisen) gar keine weitere Belastung tragen können?

Wenn eine weitere Steigerung der Vorspannung verhindert werden soll, muß man bei den älteren Berechnungsverfahren sehr künstliche Umschreibungen benutzen und weitere besondere Ausnahmeverordnungen aufstellen.

Nach dem vorgeschlagenen Verfahren werden die Berechnungen vereinfacht, nämlich: $n_g \sigma_{j,vorsp.} + n_g \sigma_{j,g,fertig} + n_p \sigma_{j,p,fertig} \leq n_B \sigma_B$ und gleicherweise für die Betonspannung. Man rechnet also gleich mit den vorkommenden Belastungen der Konstruktion und addiert alle Spannungen zum Schluß. Nur ist zu beachten, daß das Verhältnis n_p/n_g nicht zu klein gewählt werden darf.

Das Eigengewicht kann zuweilen beweglich auftreten, nämlich im Verhältnis zu den festgesetzten Werten, sowohl bezüglich seiner Größe als auch infolge einer gewissen Verschiebbarkeit. Es könnte nun naheliegen, einen gewissen Teil der ruhenden Belastung als beweglich anzusehen. Das ist aber unpraktisch, weil es die Berechnungen unnötig kompliziert — d. h. man erhält zwei verschieden aufgebauten beweglichen Lasten anstatt einer — und weil die entsprechende Verschiebbarkeit der ruhenden Belastung begrenzt ist. Große Querbalken kann man sich nicht wesentlich verschiebbar denken. Dagegen läßt sich sehr gut annehmen, daß eine Platte in verschiedener Dicke ausgegossen wird, so daß das Eigengewicht nicht gleichmäßig verteilt wirkt, wie vorausgesetzt.

Besser ist es, diese Bewegung der ruhenden Belastung durch den Sicherheitsfaktor der beweglichen Lasten zu decken. Nur, wenn die ruhende Last sehr groß im Verhältnis zu der beweglichen ist, genügt diese Maßnahme nicht. Es ist sowohl logisch als auch praktisch begründet für diese Ausnahmefälle vor-

zuschreiben, daß die gesamte bewegliche Last nicht kleiner als ein gewisser Bruchteil der gesamten ruhenden Last — zum Beispiel 10 % — für jedes Konstruktionsglied festgesetzt werden soll. Diese Bestimmung kann allerdings nur bei den Hauptgliedern großer Konstruktionen mit kleinen Nutzlasten in Betracht kommen.

6. Die wichtigsten Vorteile bei der Anwendung des neuen Vorschlages.

- a) Die Deckungsmöglichkeiten des neuen Vorschlages sind vielseitiger als die der gewöhnlichen Berechnungsverfahren.
- b) Die beiden Hauptgruppen von Wirkungen, für die der Sicherheitsfaktor Deckung geben soll, nämlich Materialfehler und Belastungsfehler — haben jede ihren Sicherheitskoeffizienten.
- c) Sicherheit bei Stabilitätsproblemen kann man automatisch ohne Sonderbedingungen bekommen.
- d) Ein großes Eigengewicht, das allgemein als vorteilhaft anzusehen ist (gegen Explosionsgefahr, gegen dynamische Wirkungen, gegen Schalldurchgang usw.) wird nicht unnötig ungünstig beurteilt.
- e) Konstruktionen, die sich bei späteren genauen Untersuchungen als besonders gelungen erwiesen haben, können ohne Risiko stärker ausgenützt werden.
- f) Probobelastungen mit erhöhter Nutzlast an den gefährlichsten Stellen können ohne außergewöhnliches Risiko ausgeführt werden.
- g) Es soll erkannt werden, daß der wirkliche Sicherheitsgrad einer bestehenden Konstruktion gleich dem Verhältnis zwischen der absolut größten Nutzlast, die beim Bruchversuch auf die Konstruktion im Bruchaugenblick aufgebracht werden kann, und der bei der Berechnung vorausgesetzten Nutzlast ist. Ferner muß darauf hingewiesen werden, daß die rechnungsmäßige Sicherheit gegen Bruch sich von der wirklichen Sicherheit nicht zu weit entfernen darf. Dieses Ziel ist bei der vorgeschlagenen, aber nicht bei der gewöhnlichen Berechnungsweise erreicht.
- h) Das große Gebiet, das von unserem Sicherheitsfaktor umfaßt wird, kann bei diesem Vorschlag wenigstens einer logischen Behandlung unterworfen werden und braucht nicht, wie bei den gewöhnlichen zulässigen Spannungen, als ein mehr oder weniger dunkles summarisches und nicht zugängliches Gebiet vor uns zu liegen.
- i) Die rechnungsmäßigen Bruchspannungen, die rechnungsmäßigen Bruchbelastungen und somit der rechnungsmäßige Bruchzustand können festgelegt werden.
- k) Die bei Näherungsberechnungen zulässigen Abweichungen vom *Hooke'schen* Gesetz u. dgl. können festen und folgerichtigen Regeln unterstellt werden.
- l) Die Sicherheit gegen Risse, gegen wiederholte Belastungen usw. kann mit denselben Hilfsmitteln und mit größerer Wahrscheinlichkeit erreicht werden, als bei dem gewöhnlichen Verfahren.
- m) Die Berechnungsgrundlage wird folgerichtiger und die statischen Berechnungen werden sicherer und einfacher, besonders bei Konstruktionen mit Stabilitätsproblemen, Vorspannungen u. dgl.

Die Werte der Sicherheitskoeffizienten müssen im Endergebnis mit den Berechnungsvorschriften und den Ausführungsvorschriften übereinstimmen.

II a 9

Versuche über das langsame Knicken an Betonkörpern.

Essais de flambement lent de baguettes en béton.

Tests on the Slow Buckling of Concrete Sticks.

M. Coyne,

Ingénieur en Chef des Ponts et Chaussées, Paris

Ein prismatischer, an dem Ende belasteter Stab befindet sich im labilen Gleichgewicht, wenn die aufgebrachte Kraft gleich oder größer ist als der Euler'sche Grenzwert: $\frac{\pi EI}{L^2}$.

Man kann den Knickvorgang etwa in folgender einfacher Weise darstellen: Eine leichte Exzentrinität der Kraft ruft ein Biegemoment hervor, das eine erste

Formänderung bewirkt. Die Folge dieser Formänderung ist, daß das Moment zunimmt und dadurch eine weitere Formänderung entsteht und so fort. Wenn diese aufeinanderfolgenden Formänderungen divergieren, knickt der Körper. Das ist es, was die Euler'sche Gleichung ausdrückt, die im übrigen zeigt, daß die Stabilitätsgrenze von der anfänglichen Exzentrinität unabhängig ist.

Nach den üblichen Regeln der Festigkeitslehre entstehen die Formänderungen unmittelbar nach dem Aufbringen der Lasten: das bedeutet, daß die oben beschriebenen Vorgänge praktisch in einem Augenblick aufeinanderfolgen. Der Bruch erfolgt plötzlich, und keine sichtbaren Merkmale lassen ihn voraussehen.

Der Beton verhält sich nun anders. Nach einer anfänglichen Formänderung, die ziemlich plötzlich entsteht, nimmt seine Verformung weiterhin mit der Zeit langsam zu. Es leuchtet deshalb ohne weiteres ein, daß für bestimmte Lastgrößen der Körper nach den ersten Formänderungen einen stabilen Gleichgewichtszustand annimmt, daß jedoch die nachfolgenden langsamem Formänderungen eine für das Knicken charakteristische divergierende Folge bilden. Mit anderen Worten: Die Überlegung, auf der sich die Euler'sche Formel aufbaut, gilt unabhängig von der Zeit. Alles spielt sich so ab, als ob der Elastizitätsmodul kleiner würde und zwar umso kleiner, je größer die Beanspruchung ist und je länger

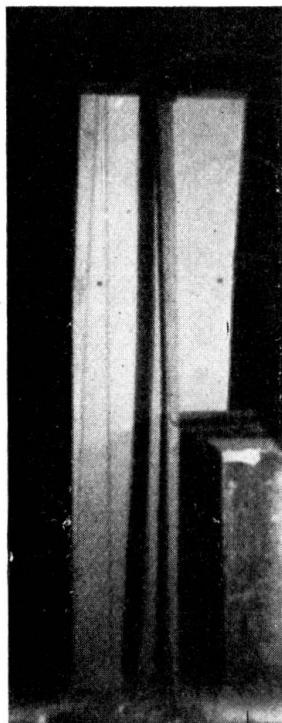


Fig. 1.

Das Bild zeigt die Durchbiegung eines Probestäbchens $135 \cdot 3 \cdot 3$ cm am Tage vor dem Bruch.

sie einwirkt. Es kommt deshalb darauf an, den Endwert von E in die Eulerformel einzuführen, um den richtigen Grenzwert für das langsame Knicken zu erhalten.

Ausgehend von der Überlegung, daß man diese Tatsache besonders verdeutlichen könne, wenn man sie in der Versuchsanstalt verwirklicht, haben wir versucht, Betonkörper langsam zum Knicken zu bringen.

Wir haben Stäbe von 135 cm Länge und 3 mal 3 cm Querschnitt aus Mörtel mit 350 kg/m³ gewöhnlichem Zement, hochwertigem Zement oder Tonerdezement hergestellt und sie mit Hilfe einer Hebelpresse belastet.

Die folgende Tafel enthält die Versuchsergebnisse.

| Nr. Probekörper | Art des Zements | Alter des Körpers z. Zt. des Versuchs | Würfelfestigkeit (20×20) in kg/cm ² | Bela- stung in kg | Bela- stung in kg/cm ² | Ergebnis der Versuche | Bie- gungs- pfeil | Elastizitäts modul berechnet nach der Knicklast |
|--------------------|-----------------------|--|--|----------------------------|--|--|-------------------------|---|
| 1 | gewöhnl. | 130 Tg. | 260 | 780 | 86 | sofortiges Knicken | | 210.000 |
| 2 | " | 130 Tg. | | 580 | 64 | Es beginnt sich eine Verformung zu zeigen. Nach 6 Tg. schreitet sie merklich fort. In diesem Zeitpunkt wird die Last er- höht | | |
| " | | | | 650 | 72 | Knicken nach 14 Tg. | 3 mm | 175.000 |
| 3 | hochw. | 19 Tg. | | 1120 | 124 | sofortiges Knicken | | 300.000 |
| 4 | " | 19 Tg. | | 720 | 80 | Knicken nach 15 Min. | | 195.000 |
| 5 | Tonerde | 3 Tg. | 430 nach 3 Tg. | 1520 | 170 | sofortiges Knicken | | 410.000 |
| 6 | " | 8 Tg. | 430 nach 3 Tg. | 1070 | 118 | Knicken nach 5 Tg. | 4 mm | 290.000 |
| 7 | Tonerde | 4 Tg. | 360 nach 4 Tg. | 1140 | 126 | sofortiges Knicken | | 310.000 |
| 8 | " | 4 Tg. | | 960 | 106 | " | | 260.000 |
| 9 | " | 4 Tg. | | 900 | 100 | " | | 240.000 |
| 10 | " | 4 Tg. | | 780 | 86 | Knicken nach 5 Min. | | 210.000 |
| 11 | " | 5 Tg. | | 650 | 72 | Knicken nach 7 Tg. | 3 mm | 175.000 |

Bald bricht der Körper sofort, bald widersteht er auf unbestimmte Zeit. Zwischen diesen beiden äußersten Grenzen ist es jedoch nach einigen Tastversuchen möglich, die gesuchte Erscheinung hervorzurufen.

Probekörper: 2. (2. Versuch), 4., 6., 10., 11.

Diese Versuche bedeuten nicht mehr als einen ersten Anfang zum Studium einer Frage, die eine vertiefte Prüfung verdiente. Mögen die mitgeteilten Ergebnisse auch unvollständig sein, so hielten wir sie doch für bemerkenswert.

genug, um sie zu veröffentlichen, denn sie zeigen hinreichend deutlich, daß es ein *langsame*s Knicken gibt und die großen Linien seines Zustandekommens.

Man könnte zu viel Gewicht auf die Gefahr legen, die diese Erscheinung für die Praxis hat, und auf die Notwendigkeit, einen möglichst kleinen Elastizitätsmodul in die Eulerformel einzusetzen. Nichtsdestoweniger muß man feststellen, daß die Formänderung eines in einem solchen Zustand labilen Gleichgewichts gebrachten Körpers kurze Zeit nach dem Aufbringen der Last sichtbar wird und allmählich bis zu beträchtlicher Größe anwächst. Der in dieser Weise durch sichtbare Vorgänge angekündigte Bruch durch langsames Knicken ist deshalb weniger gefährlich als der Bruch durch sofortiges Knicken. Der Bruch selbst erfolgt jedoch in beiden Fällen plötzlich.