

**Zeitschrift:** IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH  
Kongressbericht

**Band:** 2 (1936)

**Artikel:** Kritische Betrachtungen zur Plastizitätstheorie

**Autor:** Kazinczy, G. v.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-2766>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 09.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Kritische Betrachtungen zur Plastizitätstheorie.

Considérations critiques sur la théorie de la plasticité.

Critical observations on the theory of plasticity.

Oberbaurat Dr. v. Kazinczy,  
Budapest.

Im Jahre 1914 veröffentlichte ich in einer Ungarischen Zeitschrift<sup>1</sup> als Erster die Ansicht, daß bei der Bestimmung der wahren Tragfähigkeit statisch unbestimmter Tragwerke auch die bleibende Formänderung des Stahles berücksichtigt werden müsse. Da diese wahre Tragfähigkeit größer ist als diejenige, die sich nach der Elastizitätstheorie ergibt, dürfte auch bei der praktischen Berechnung der Bauwerke die bleibende Formänderung berücksichtigt werden. In der Zwischenzeit wurde das Problem von verschiedenen Seiten besprochen, beleuchtet, und durch Versuche überprüft. Im folgenden soll ein kritischer Überblick über das ganze Gebiet gegeben werden.

Die neue Berechnungsweise wird mit verschiedenen Namen bezeichnet. Unter *Plastizitätstheorie* ist eine Berechnungsweise zu verstehen, bei der auch die bleibenden Formänderungen berücksichtigt werden, im Gegensatz zur Elastizitätslehre, die nur auf die elastischen Formänderungen aufgebaut ist. Daneben wird auch die Bezeichnung *Traglastverfahren* verwendet; diese Bezeichnung ist jedoch nicht eindeutig, da unter Traglast manche z. B. *Stüssi* die höchste tragbare Last, dagegen *F. Bleich*, *Maier-Leibnitz* und ich, in meinen früheren Veröffentlichungen, eine „praktisch“ tragbare Last verstehen. Die Stellungnahme in unserem Problem ist durch die Beurteilung einiger Hauptprinzipien bedingt. Was ist der Zweck unserer Berechnung von Bauwerken? Es ist die Verwendbarkeit während des Gebrauches. Mit Rücksicht auf Ungenauigkeiten der Berechnung, der Herstellung, der Materialeigenschaften und der Belastung müssen wir unsere Bauwerke mit einer gewissen „Sicherheit“ gegen das Unbrauchbarwerden bemessen. Ich habe am Wiener Kongreß<sup>2</sup> ausgeführt, daß der Grad der Sicherheit eine Frage der Wirtschaftlichkeit sei. Man soll einerseits möglichst billig bauen, andererseits so, daß der mögliche Schaden unter Berücksichtigung der Wahrscheinlichkeit nicht größer wird, als die durch die kleineren Abmessungen der Bauelemente erzielten Ersparnisse. Die Sicherheit soll also umso größer sein, je größer der Schaden sein kann. Durch diese Überlegungen erklärt sich, warum wir uns mit einer 1,6 bis 1,8fachen Sicherheit in solchen Fällen begnügen, wo das Unbrauchbarwerden zunächst nur in unzulässig großer Biegung in Erscheinung tritt, und eine etwa dreifache Sicherheit dort anwenden, wo ohne vorherige Anzeichen ein sofortiger Einsturz die Folge der Überbeanspruchung eines

Baugliedes ist (z. B. Knicken). Bei Baugliedern, die durch starke Formänderung unbrauchbar werden, streben wir eine genügende Sicherheit gegen unzulässig große Formänderung an und nicht gegen Bruch. Um eine allgemeine Regel für die Größe der zulässigen Durchbiegung auf-

zustellen, könnte man vielleicht sagen, daß jene Belastung als Grenzlast (kritische Last, bzw. praktisch tragbare Last) betrachtet werden soll, bei welcher die Durchbiegung bei gleichmäßig anwachsender Belastung rasch anzuwachsen beginnt. Ich würde also bei den Versuchen von F. Stüssi und C. F. Kollbrunner<sup>3</sup> (Fig. 1) die Last 1,71 t als Grenzlast bei

den Balken auf zwei Stützen bezeichnen und nicht 2,35 t. Von diesem Standpunkt aus betrachtet, klingen auch die Schlußfolgerungen aus diesen Versuchen etwas anders, nämlich daß die Grenzlast (also nicht die wahre Traglast) in allen auch den extremen Fällen, bei elastisch eingespannten Balken eine zweifache\* ist. Eine Ausnahme liegt vor bei zu großer Nachgiebigkeit der Einspannung, weil in diesem Fall die elastischen Durchbiegungen nach Erreichen der Fließgrenze in der Mitte so schnell anwachsen, daß der unzulässige Wert noch vor Erreichen der Fließgrenze über den Innenstützen erreicht wird. Fig. 2 zeigt wie sich die Durchbiegungslinien bei verschiedenen Einspannungsgraden eines idealplastischen Balkens unter gleichmäßig verteilter Belastung gestalten. Man sieht daraus, daß in Einzelfällen auch die Formänderungen zu berücksichtigen sind.

Zur Einhaltung des gewünschten Sicherheitsgrades bei der Bemessung bestehen zwei Wege: Entweder setzen wir die mit dem Sicherheitsfaktor multiplizierte Last ein oder

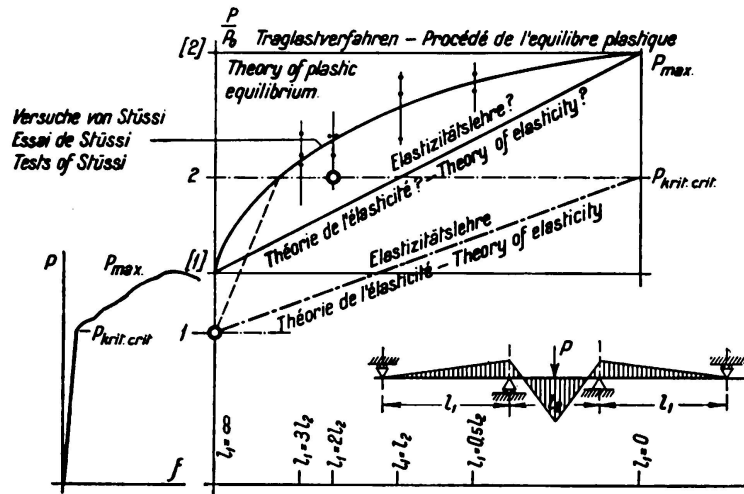


Fig. 1.

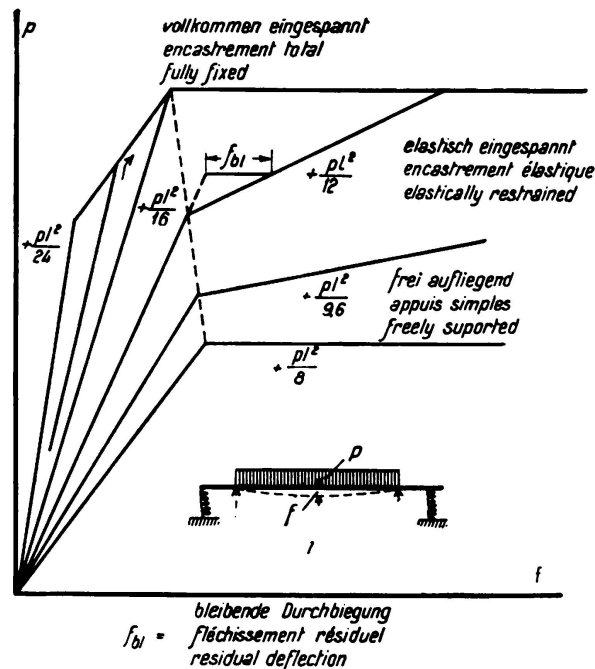


Fig. 2.

\* Einfacher Balken auf zwei Stützen  $P_T = 1,71 \text{ t}$ ;  $P_V = 2,35 \text{ t}$ ;

$$\frac{3,46}{1,71} = 2,02.$$

Durchlaufender Balken  $l = 160 - 60 \cdot 120$ ;  $P_T = 3,46 \text{ t}$ ;  $P_V = 3,82 \text{ t}$ ;

$$\frac{3,82}{2,35} = 1,62.$$

$P_T = \text{Grenzlast}$ ,  $P_V = \text{Traglast}$ .

wir lassen eine durch den Sicherheitsfaktor dividierte Grenzspannung als zulässige Spannung zu. Der letztere Weg ist üblich. Das Verhältnis der Grenzspannung zur zulässigen Spannung sollte also den Sicherheitsgrad darstellen. Das wäre richtig, wenn die Spannungen bis zur Grenzlast geradlinig wachsen würden, was aber oft und bei statisch unbestimmten Tragwerken in der Regel nicht der Fall ist (Spannungsausgleich). Wenn wir mit dem Sicherheitsbeiwert multiplizierten Spannungen rechnen würden, wäre der Spannungsausgleich, der ja erst oberhalb der zulässigen Spannung eintritt und deshalb nur für die Beurteilung der Sicherheit nicht der tatsächlichen Beanspruchung maßgebend ist, verständlicher.

Um die Grenzbelastung statisch unbestimmter Träger theoretisch zu bestimmen, hat man wegen der mathematischen Schwierigkeiten einen Stoff mit idealen Eigenschaften, d. h. einem idealisierten Spannungs-Dehnungsdiagramm zugrunde gelegt. Ferner wurde angenommen, daß der Querschnitt während der Formänderungen eben bleibe und daß sich der Fließvorgang von den Randfasern aus ins Innere des Balkens allmählich ausbreite. Nach dieser Theorie kann sich ein auf Biegung beanspruchter Querschnitt nur dann ohne weiteren Zuwachs der Momente weiter verformen, wenn er bis zur Nulllinie plastisch geworden ist. Zur plastischen Gelenkwirkung gehört also ein unendlich großes Bieungsmaß. Bei Flußstahl kann dieses wegen der Verfestigung nicht erreicht werden. Aus diesen Gründen untersuchten in neuerer Zeit einige Forscher die Entstehung der plastischen Verformung näher, insbesondere diejenigen Fälle, wo das Spannungsfeld nicht gleichmäßig ist, die Fließerscheinung nicht stetig fortschreitet, sondern wo die weniger beanspruchten Teile die Formänderung der plastizierten Elemente verzögern (Arbeiten von W. Kuntze<sup>4</sup>, W. Prager<sup>5</sup> und J. Fritsche<sup>6</sup>: Neuere Plastizitätstheorie). Die Beobachtung bestätigte jedoch diese Theorie

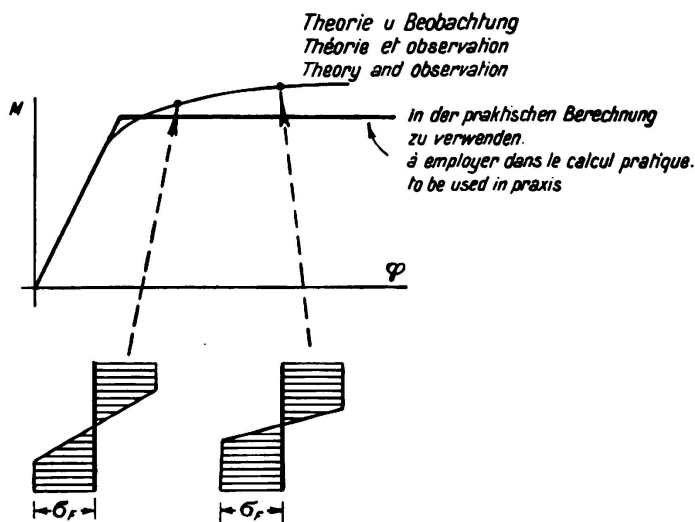


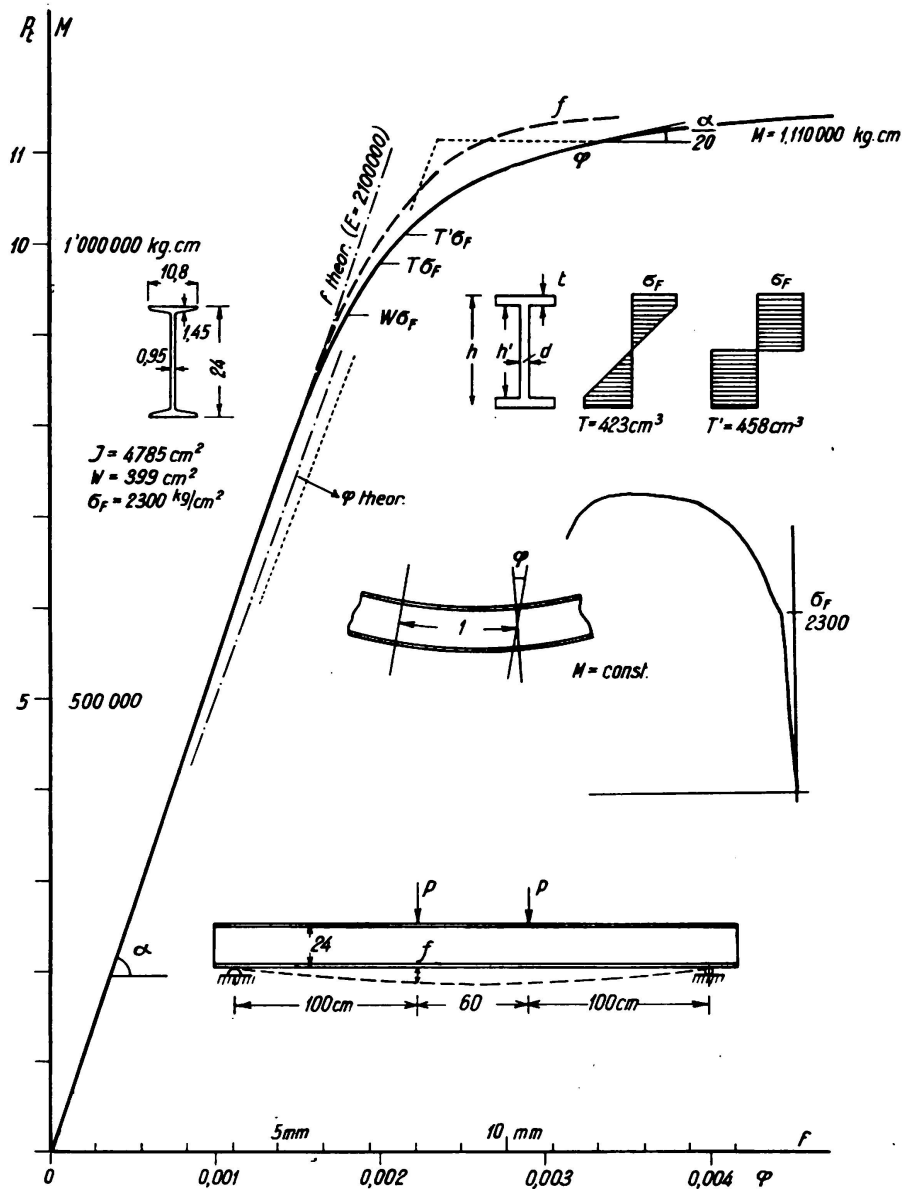
Fig. 3.

nicht. Die Verzögerung der Fließfiguren geht nicht so weit, daß der Balken auf einmal bis zur Nulllinie fließt. Dies ist auch aus den Bildern im Werke Nádai's der „Bildsame Zustand der Werkstoffe“, S. 127, Fig. 230 zu sehen: Die Fließerscheinungen breiten sich allmählich nach innen aus. Dagegen kann man bei I-Balken beobachten, daß die Fließfiguren auf einer Flanschhälfte auf einmal auftreten. Rinagl<sup>7</sup> behauptet dagegen, daß die Verzögerung des Fließens in dieser Auffassung ein Irrtum und auf eine obere Fließgrenze zurückzuführen

sei, die sich bei Biegung immer auswirke, dagegen bei einer Zugprobe nur undeutlich in Erscheinung trete. Ich teile auch die Meinung von Herrn Prof. Rinagl nicht, da ich selbst die Verzögerung des Fließens bei ungleichmäßigem Spannungsfeld in Fachwerkstäben beobachten konnte, worüber ich weiter unten berichten werde. Nach allen diesen Theorien führt die Berück-



sichtigung der wahren Stoffeigenschaften zu komplizierten Berechnungen. Da aber unser Endziel die Bemessung von Tragwerken und nicht der theoretische Nachweis von Versuchsergebnissen ist, müssen wir eine einfache Rechnungsweise finden. Dies kann geschehen, wenn wir auch bei Biegebeanspruchung einen scharfen Übergang vom elastischen in den plastischen Zustand voraussetzen.



**Fig. 4.**

*Maier-Leibnitz*<sup>8</sup> hat gezeigt, wie man einfache Aufgaben mit der wahren Momenten-Verformungslehre lösen kann; ein praktisches Verfahren jedoch können wir nur auf die vereinfachte Deutung aufbauen (Fig. 3). *Maier-Leibnitz* schlägt vor, jenes Moment als Grenzmoment zu betrachten, bei dem die bleibende Verformungsmomentenlinie die stärkste Krümmung zeigt. Ich würde dagegen vorschlagen, jenen Wert als Grenzmoment zu betrachten, bei welchem die bleibende Verbiegung zwanzigmal so groß ist als die elastische. Zur weiteren Untersuchung dieser Frage habe ich einen I-Balken ung. NP 24 ( $W = 399 \text{ cm}^3$ ),

der zur bessern Beobachtung der Fließerscheinungen mit Lack überzogen war, über die Fließgrenze hinaus belastet. Die Biegelinie war praktisch bis  $\sigma = 2250 \text{ kg/cm}^2$  gerade (Fig. 4). Am gezogenen Flansch erschienen die Fließfiguren bei  $2500 \text{ kg/cm}^2$ , während am Druckflansch offenbar aber auch infolge einer örtlichen Unebenheit schon bei  $\sigma = \frac{M}{W} = 2120 \text{ kg/cm}^2$  zu beobachten gewesen waren. Bei  $\frac{M}{W} = 2800 \text{ kg/cm}^2$  war jener Grad der Verformung erreicht,

den ich als Kennzeichen des Grenzmomentes eingeführt habe. Der Balken wurde aus der Biegemaschine genommen, genau untersucht und photographiert (Fig. 5). Bei dem mit gleichbleibendem Höchstmoment beanspruchten Teil des Trägers

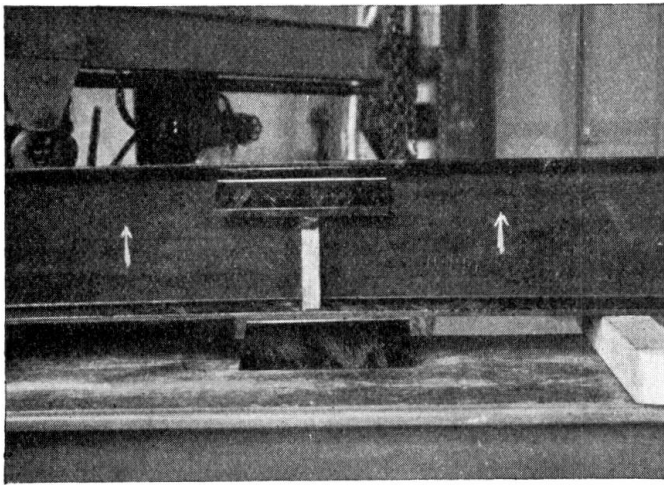


Fig. 5.

wurde ungefähr die Hälfte der Gurtfläche durch Fließfiguren bedeckt. Die Fließfiguren reichten entgegen theoretischen Überlegungen bis in die Nähe der Nulllinie. An einem nach dem Versuch aus einem unbelasteten Ende herausgearbeiteten Zugstab wurde die Fließgrenze zu  $2300 \text{ kg/cm}^2$  bestimmt bei sehr kleiner Fließlänge. Aus diesem Versuch ist zu schließen, daß das Grenzmoment nicht theoretisch, sondern empirisch bestimmt werden muß. Wahrscheinlich ist, daß Grenzmoment

und Fließgrenze nicht in einem einfachen Zusammenhang miteinander stehen, da Querschnittsform und Materialeigenschaften von Einfluß sind. Sind für bestimmte Querschnitte und Stahlsorten diese Grenzmomente empirisch festgestellt, so steht der Anwendung der neuen Betrachtungsweise nichts mehr im Weg.\* Haben wir uns entschlossen, mit der idealisierten Biegelinie (M- $\varphi$ -Diagramm) zu rechnen, dann ist die Berechnung der Tragwerke nach folgenden Regeln durchzuführen.

### 1. Auf Biegung beanspruchte statisch bestimmte Tragwerke.

Die Grenze des Tragvermögens wird nicht dann erreicht, wenn in der äußersten Faser die Fließgrenze erreicht wird, sondern wenn der „Balken“ zum Fließen kommt. Das Tragmoment ist nicht  $M = W \cdot \sigma_F$  sondern  $M = T \cdot \sigma_F$ , wobei T etwa 6—20 % größer ist als W und vorläufig durch Versuche bestimmt werden muß.

### 2. Statisch bestimmte Fachwerkträger.

Die Berechnung bleibt gleich wie bisher. Die Nebenspannungen aus der Steifigkeit der Knotenpunkte können außer Acht gelassen werden. Bei Druck-

\* Für die rechnerische Bestimmung der Grenzmomente liegen Vorschläge von v. Kazinczy<sup>9</sup>, Kist<sup>10</sup>, Fritsche<sup>11</sup> und Kuntze<sup>4</sup> vor, die jedoch sämtliche geringere Werte für das Tragmoment ergeben haben, als meine Versuche.

kräften ist jedoch für die Knicklänge auch in der Fachwerkebene die ganze theoretische Stabwerklänge einzusetzen. Druckstäbe sind mit einer größeren Sicherheit zu bemessen als Zugstäbe, da bei Überschreiten der Knicklast der Einsturz des Tragwerkes zu befürchten ist.

### 3. Die Berechnung der Anschlußnieten.

Diese erfolgt wie bisher, d. h. die gesamte Stabkraft wird auf alle Anschlußnieten gleichmäßig verteilt. Hier hat die Praxis und die Erfahrung die Richtigkeit der Plastizitätstheorie vollkommen bestätigt. Man sollte aber die Anschlußnieten bzw. Schweißnähte nicht aus der gerechneten, sondern aus der größtzulässigen Stabkraft bestimmen, damit bei evtl. Überanstrengung nicht der Anschluß, sondern der Stab zum Fließen kommt. Wegen des Ausgleichs der Nebenspannungen in den Stäben selbst ist eine biegungsfeste Ausbildung der Anschlüsse wünschenswert.

### 4. Die Berechnung durchlaufender Balken.

Bei Balken aus einem einzigen Walzprofil (konstanter Querschnitt) bestimmt man in jeder Öffnung die  $M_0$ -Momente wie bei einfachen Balken und legt die Schlußlinie so ein, daß negative und positive Momente gleich groß werden. Der Balken ist dann für das größte der so berechneten Momente zu bemessen.

Bei Balken, deren Querschnitte durch Gurtplatten dem Momentenverlauf angepaßt sind, hat eigentlich die Berechnung nach der Plastizitätslehre nicht mehr viel Sinn. Wenn man trotzdem mit Rücksicht auf größte Wirtschaftlichkeit auch hier das neue Verfahren anwenden will, so ist die Schlußlinie willkürlich so einzuziehen, daß die Herstellungskosten minimal werden. Als Regel ist zu betrachten, daß die negativen Momente beliebig verkleinert werden können, während ein Fließen in Balkenmitte immer mit großen Durchbiegungen verknüpft ist.

Bei beweglicher Belastung sind die Momentengrenzwerte zunächst nach der Elastizitätslehre zu bestimmen, worauf die Schlußlinie im Sinne des Momentenausgleichs beliebig verschoben werden kann.<sup>12 13</sup>

Eines der wichtigsten Ergebnisse der Plastizitätstheorie ist das, daß bleibende Stützensenkungen nicht mehr berücksichtigt werden müssen. Die Nachgiebigkeit elastisch senkbarer Stützen ist dagegen weiter in ihren Auswirkungen zu verfolgen.

Walz- und Schrumpfspannungen brauchen nicht berücksichtigt werden, wohl aber Spannungen infolge ungleichmäßiger Erwärmung während des Gebrauches.<sup>13</sup>

Rechnet man mit stärkerem Momentenausgleich, besonders wenn er durch Fließen der Balkenmitte erfolgen soll, so ist es wünschenswert, den Druckgurt kräftiger auszubilden, damit der Fließvorgang sich im Zuggurt abspielt.

### 5. Tragwerke aus biegungsfesten Stabzügen.

Mehrere Autoren haben angegeben, daß in einem  $n$ -fach statisch unbestimmten Rahmentragwerk die Fließgrenze an  $n$ -Stellen erreicht werden könne, ohne daß dadurch das Tragwerk unbrauchbar würde. Man kann das Problem so auffassen, als ob an diesen Stellen Gelenke wären, an denen Momente von konstanter Größe wirken. Ich selbst habe diese Auffassung früher geteilt<sup>14</sup>, muß sie jedoch heute etwas ändern. Damit ein solches Tragwerk unstabil werde, müssen so viel

Gelenke eingeschaltet werden, daß eine kinematische Kette entsteht. Bei der Bewegung drehen sich die Gelenke in einer bestimmten Richtung. Das Fließgelenk wirkt somit nur in einer Richtung als Gelenk, während es sich in der andern Richtung als vollkommen elastischer Trägerteil erhält. Diejenigen Fließgelenke, die eine entgegengesetzte Drehrichtung besitzen, als es in der kinematischen Kette sein sollte, sind daher nicht als Gelenke zu bewerten. So ist es möglich, daß in einem  $n$ -fach statisch unbestimmten Tragwerk die Fließgrenze an mehr als  $n$ -Stellen überschritten werden muß, bevor das Tragwerk instabil wird.

Ein rahmenartiges Tragwerk ist dann unter einer gewissen Belastung mit Sicherheit tragfähig, wenn irgend eine mögliche den Gleichgewichtsbedingungen mit den äußern Kräften entsprechende Momentenlinie an keiner Stelle den Wert  $M = T \cdot \sigma_{zul}$  überschreitet. Ein exakteres Verfahren kann analog zur Methode von Prof. Cross durchgeführt werden. Man bestimmt zuerst die Momente nach der Elastizitätslehre. An den Stellen, wo die Momente abgebaut werden sollen,

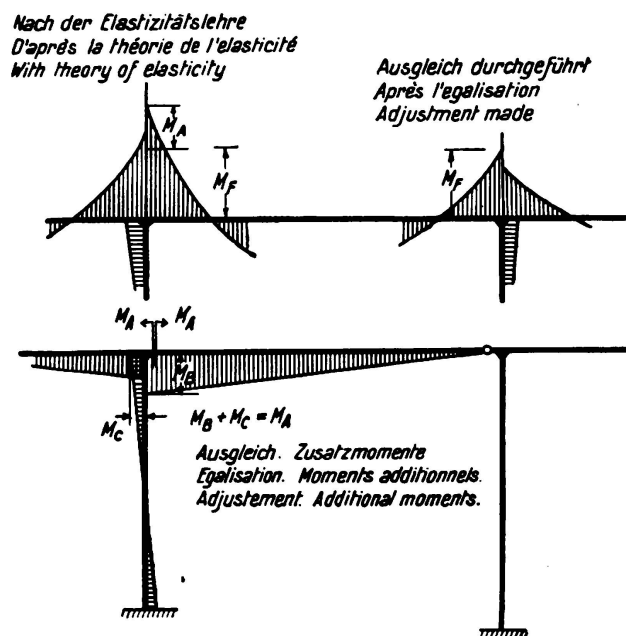


Fig. 6.

denkt man sich das Tragwerk durchgeschnitten und führt hier zum Ausgleich entlastende Zusatzmomente ein. An Stellen, wo der Abbau schon durchgeführt ist, führen wir Gelenke ein, aber nur dort, wo ein Zusatz der Momente zu erwarten ist (Fig. 6). Der Hauptvorteil der Plastizitätslehre besteht darin, daß wir die Momente regeln und dadurch gefährlichere Stellen vor Überbeanspruchung schützen können. Im allgemeinen ist bei einem Rahmen die Säule der wichtigere Tragwerksteil. Es ist also möglich, durch Schwächung der Balken bei der Einspannung auch die Säule zu schonen, da der Balken nach Erreichen des Grenzmomentes der Einspannstelle keine

weitere Momente mehr an die Säule abgeben kann. Das gefährliche Ausbiegen der Säule kann also durch ungefährliches Fließen der Balken an die Einspannstelle vermieden werden.

## 6. Fachwerkträger.

Äußerlich statisch unbestimmte Fachwerkträger werden so bemessen wie die Balken- und Rahmentragwerke. Die Fließerscheinungen spielen sich in einem Teile eines Stabes ab. Für den Ausgleich sollen aber nur Zugstäbe verwendet werden, da der Widerstand eines Druckstabes nach seinem Ausknicken sofort auf einen kleinen Wert zurückgeht, wie ich es schon in Lüttich<sup>9</sup> angegeben habe. In neuerer Zeit hat E. Chwalla<sup>15</sup> dieses Problem durchgearbeitet und auch mit Versuchen bestätigt, daß der Druckwiderstand sehr rasch abfällt. Bei innerlich

statisch unbestimmten Fachwerken kommt es nicht selten vor, daß es nach der Elastizitätslehre unmöglich ist, alle Stäbe voll auszunützen. So z. B. im Fachwerk der Fig. 7, wo nach der Elastizitätslehre das Teilsystem B nicht voll ausgenützt

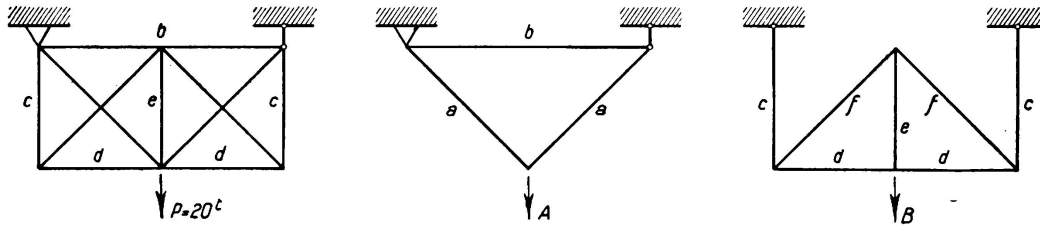


Fig. 7.

werden kann. Hier besitzt die Plastizitätslehre wirtschaftliche Vorteile, weil dann alle Stäbe voll ausgenützt werden können. Die Berechnung solcher Tragwerke ist normaler Weise sehr einfach. Man schaltet die überzähligen Zugstäbe aus und führt an ihrer Stelle die bekannten Kräfte  $F \cdot \sigma_{zul}$  ein. Dabei sind die höchstbeanspruchten Zugstäbe, die also zuerst zum Fließen kommen, auszuschalten, wobei, wenn der Entscheid nicht durch eine einfache Betrachtung erfolgen kann, die Elastizitätslehre beizuziehen ist. Die Querschnitte sind so zu regeln, daß immer nur Zugstäbe zum Fließen gebracht werden und nie Druckstäbe zum Ausknicken.

Bei beweglicher Belastung sind besondere Methoden, beispielsweise diejenige von *E. Melan*<sup>16</sup>, zu verwenden, mit der Einwendung allerdings, daß in den Druckstäben keine plastischen Formänderungen zuzulassen sind.

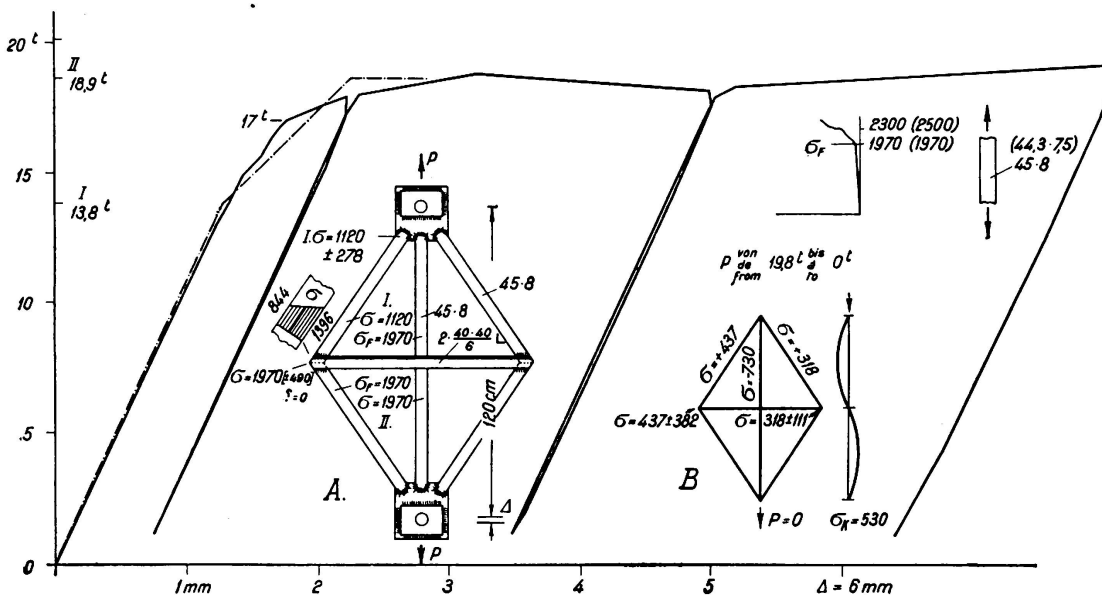


Fig. 8.

Um die theoretischen Erwägungen über die Plastizitätslehre bei Fachwerken nachzuprüfen, habe ich einige Versuche durchgeführt, über die kurz berichtet werden soll. Dabei habe ich zwei Arten von innerlich statisch unbestimmten Fachwerken untersucht, nämlich geschweißte und genietete, während *G. Grüning*

und E. Kohl<sup>17</sup> ihre Versuche an äußerlich statisch unbestimmten Trägern durchgeführt haben, bei denen die höchst beanspruchten Zugstäbe als Augenstäbe ausgebildet waren, sodaß Rückschlüsse auf die gewöhnlichen Knotenpunktverbindungen aus diesen Versuchen nicht gezogen werden konnten. Die Form der Versuchsfachwerke mit den Abmessungen und Resultaten ist aus Fig. 8 ersichtlich. Das Verhalten bei idealplastischem Stoff ist in Fig. 9 dargestellt. Man kann das Fachwerk aus zwei Grundsystemen A und B zusammengesetzt auf-

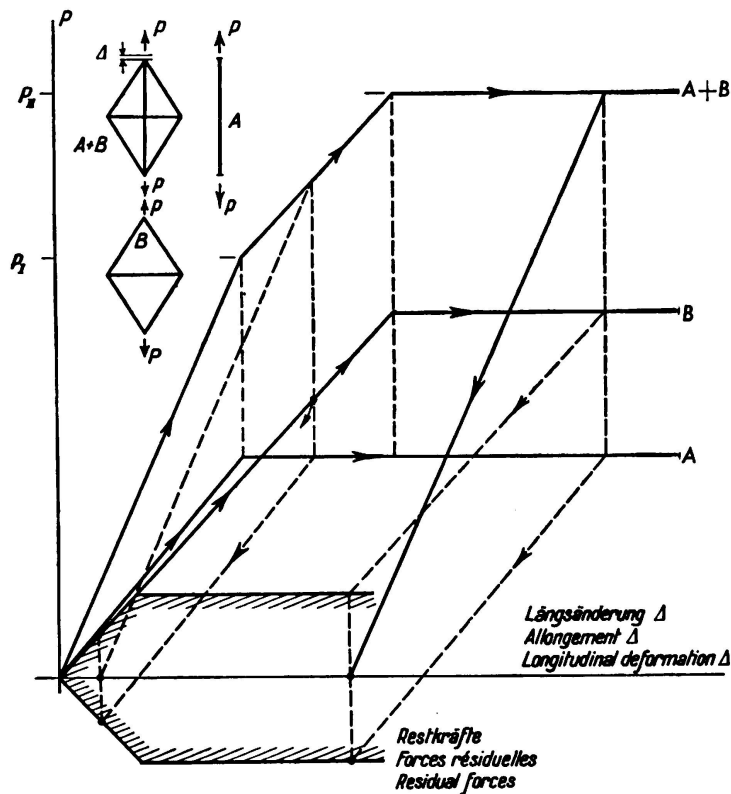


Fig. 9.

fassen. Die Widerstände der einzelnen Systeme A und B sind als Ordinaten in Funktion der erzwungenen Längenänderungen aufgetragen.  $P_I$  sei als „erste Grenzlast“ und  $P_{II}$  als „zweite Grenzlast“ (= Traggrenze) bezeichnet. Nach der Entlastung bleiben die einzelnen Systeme nicht spannungslos. (Restkräfte der Fig. 9).

Die Festigkeitsuntersuchung des gewählten Baustoffes hat ergeben, daß der Bandstahl sehr weich war und mit anwachsender Spannung einen sehr großen Fließbereich besaß. Die Fließgrenze wurde zuerst im lotrechten Zugstabe erreicht (erste Grenzlast). Bei weiterer Belastung bleiben Spannungen in diesem

lotrechten Stab konstant und wachsen nur in den übrigen Stäben, bis auch dort die Fließgrenze erreicht ist (zweite Grenzlast). Die in Fig. 8 auch eingetragenen theoretischen Nebenspannungen verschwinden nach heutiger Auffassung durch das Fließen. Bei der Entlastung verhält sich das Fachwerk vollkommen elastisch, die zurückbleibenden Spannungen sind in Fig. 8 ersichtlich. Der lotrechte Stab ist aber den bleibenden Spannungen von  $730 \text{ kg/cm}^2$  nicht gewachsen, da er aus Bandstahl besteht und schon bei  $530 \text{ kg/cm}^2$  ausknicken muß.

Dieses Ausknicken konnte auch am Versuchsstück beobachtet werden. Die ersten Fließlinien wurden in der Nähe der Mitte des lotrechten Stabes bei  $P = 14 \text{ t}$  beachtet, das eigentliche Fließen begann im lotrechten Stab jedoch erst bei  $17 \text{ t}$ . Das Probestück hat eine beträchtliche Formänderung erlitten, trotzdem flossen nur ganz kurze Teile der Stäbe (Fig. 10). Die plastische Längenänderung ist somit auf gewisse Stellen begrenzt, wo sie dann einen stets gleichbleibenden prozentualen Wert erreicht. Die Längenänderung eines Flußstahlstabes muß man sich nach Fig. 11 vorstellen, wo  $K_I$  und  $K_{II}$  verschiedene erzwungene Längenänderungen sind. Die Linien  $e$  stellen elastische, die Linien  $p$  plastische Dehnungen dar. Die Traggrenze (zweite Grenzlast) stimmt mit dem

theoretischen Wert gut überein, was zeigt, daß die Schrumpfspannungen infolge der Schweißung ohne Einfluß auf die Tragfähigkeit sind. Sie beeinflussen lediglich den Beginn des Kräfteausgleichs.

Um die Höhe der Schrumpfspannungen zu bestimmen, habe ich weitere Versuchsstücke so herstellen lassen, daß während des Schweißens und Abkühlens an verschiedenen Stellen Dehnungen beobachtet wurden, wobei ich Schrumpfspannungen von  $900 \text{ kg/cm}^2$  feststellen konnte. Eine Verzögerung der Fließerscheinungen, also eine obere Fließgrenze konnte nicht beobachtet werden; bei den schiefen Stäben mit großen Nebenspannungen ist das Fließen dann eingetreten, wenn die durchschnittlichen Spannungen die Fließgrenze erreicht haben. Diese Versuche scheinen also die neuere Plastizitätslehre zu unterstützen. Bei allen durchgeführten Versuchen konnte dagegen die ältere Fließbedingung

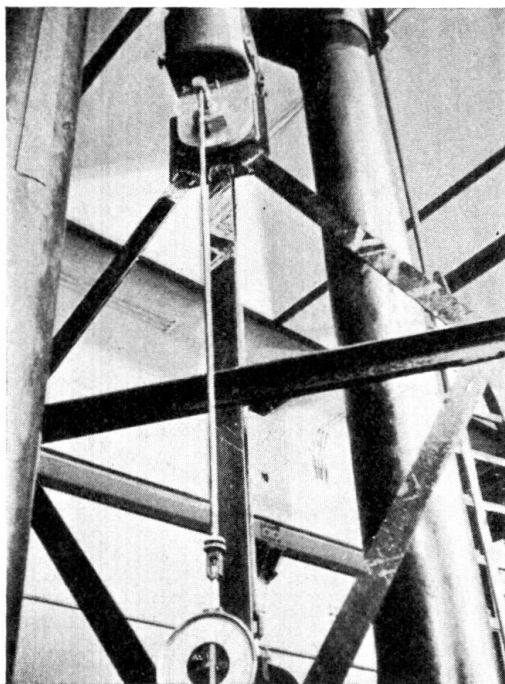


Fig. 10.

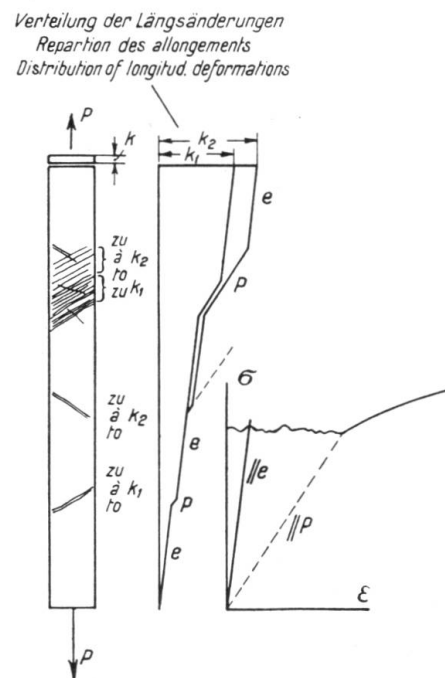


Fig. 11.

nicht beobachtet werden. Auf diese Versuche werde ich in einer ausführlichen Veröffentlichung in der Fachpresse zurückkommen.

Ein gleiches Fachwerk habe ich auch genietet herstellen lassen (Fig. 12). Infolge der etwas höheren Streckgrenze des verwendeten Bandedisens war die erreichte Höchstlast größer als beim geschweißten Träger ( $20,4 \text{ t}$  gegen  $19,1 \text{ t}$ ). Bei einer ersten Belastung war ein Nachgeben der Nietung festzustellen. Bei den weiteren Belastungen war das Verhalten elastisch. Trotz der Nietlöcher konnte die Fließgrenze im vollen Querschnitte erreicht werden.

Aus diesen Versuchen können wir folgende Folgerungen ziehen: Bei geschweißten statisch unbestimmten Fachwerken haben die Schrumpfspannungen nur einen Einfluß auf den Beginn des Kräfteausgleichs, dagegen nicht auf die Größe der kritischen Last. Es ist darauf zu achten, daß die Schrumpfspannungen



die Grundspannungen in den Zugstäben erhöhen und in den Druckstäben verkleinern. (Wahl des Arbeitsvorganges.)

In genieteten statisch unbestimmten Fachwerkträgern beginnt sich die plastische Dehnung im Anschluß auszubilden, wobei die Reibung die dazu notwendige Kraft etwas vergrößert. Von ähnlichem Einfluß könnte jedoch auch die Überhöhung der Fließgrenze am Lochrand oder die Verfestigung des Stahles infolge der Art der Nietung gewesen sein. Bei geringen Stablängen genügt eine

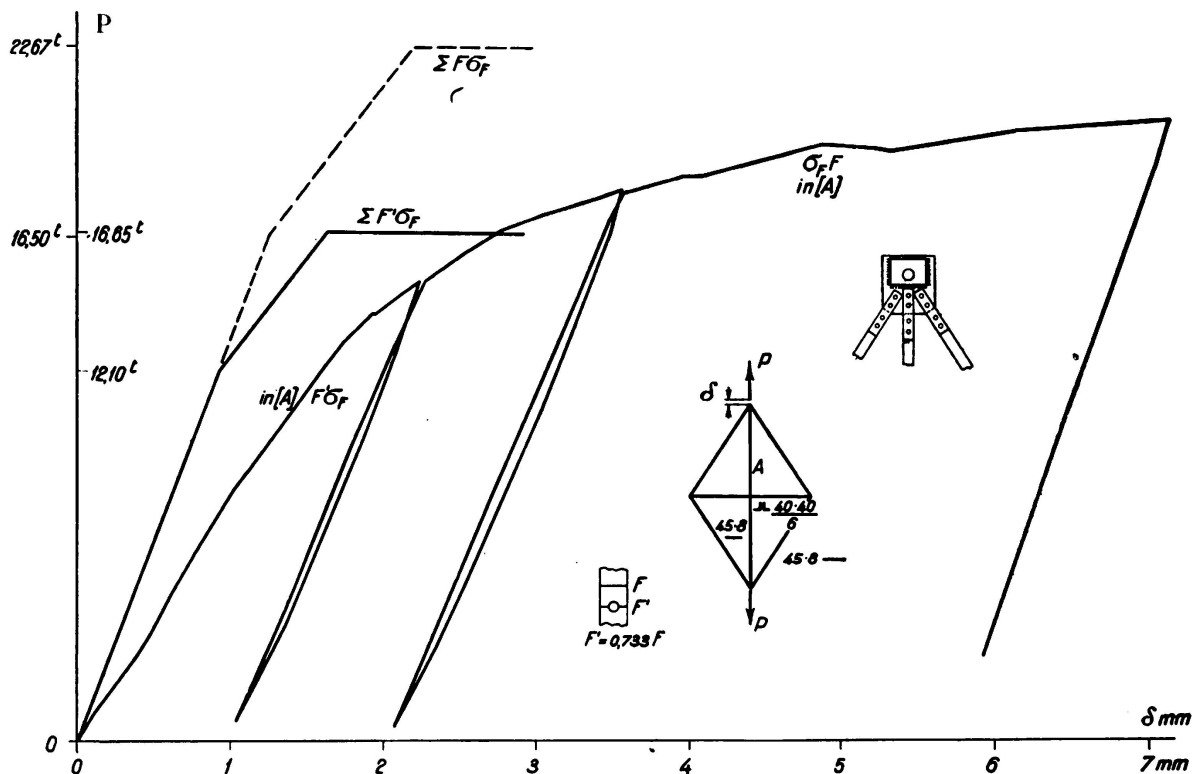


Fig. 12.

geringe Nachgiebigkeit des Anschlusses zum Kräfteausgleich. Die Stabanschlüsse sollen immer so stark sein, daß vor ihrer Zerstörung der volle Stab die Fließgrenze erreicht. Die Traggrenze eines genieteten Fachwerkes ist etwa diejenige, die die Plastizitätslehre aus den durch Nietlöcher nicht geschwächten Querschnitten ergibt, vorausgesetzt, daß kein Druckstab zum Ausknicken kommt. Mit Rücksicht auf die großen bleibenden Verformungen erhalten wir die praktische Traggrenze bei Abzug der Nietlöcher, und unter Inanspruchnahme des Kräfteausgleichs. Die Sicherheit wird dann so immer größer sein als bei geschweißten Tragwerken, die mit vollem Querschnitt berechnet werden.

Außer den Fachwerkträgern habe ich auch genietete Blechträger untersucht. Die Balken auf zwei Stützen wurden in den Drittelpunkten belastet. Der Biege- winkel des durch ein konstantes Moment beanspruchten Mittelteiles wurde gemessen. Die Versuchsergebnisse sind in Fig. 13 zu sehen. Bei der Bestimmung von  $J$  wurden die Nietlöcher nicht abgezogen. Die gemessene Durchbiegung ist etwas größer als die mit  $E = 2100 \text{ t/cm}^2$  berechnete, dagegen stimmt das Bieungsmaß bei der Entlastung (Elastisches Verhalten) gut damit überein. Nach einer zweitägigen Ruhepause erhöhte sich die Fließgrenze um 6 % und



der Träger verhielt sich rein elastisch. Als kritische Last fand ich für die empfohlene Annahme  $d\sigma/d\varepsilon = 1/20 E$  den Wert 14 t. Fig. 13 zeigt das

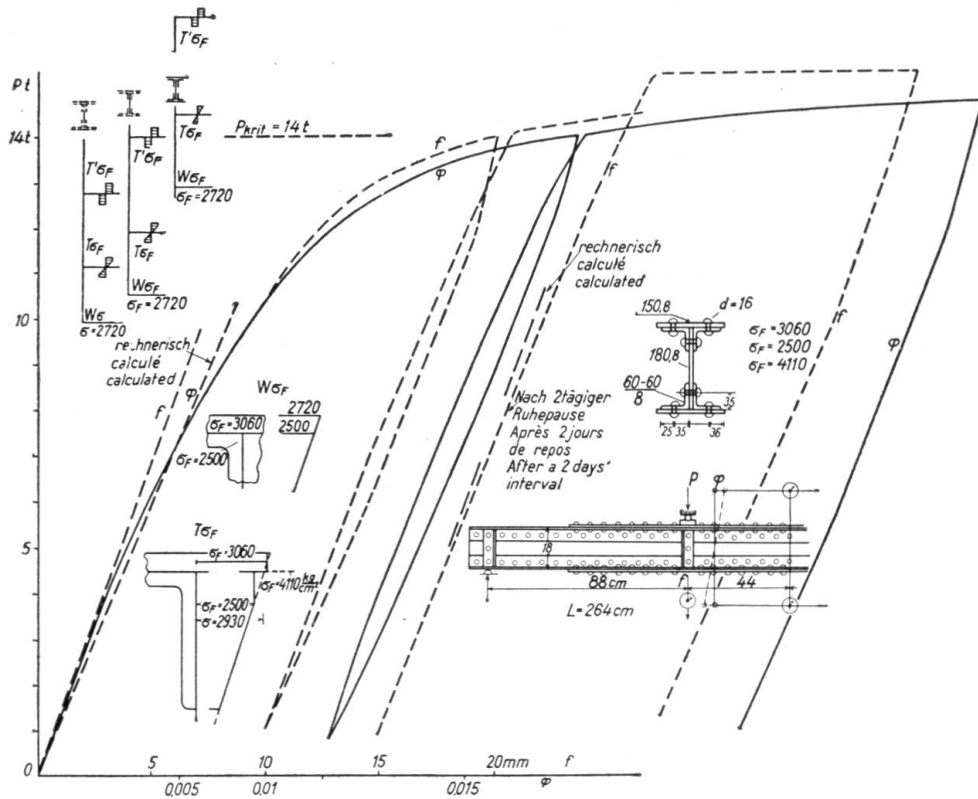


Fig. 13.

Resultat der Vergleiche dieses Versuchswertes mit den verschiedenen Auffassungen, wobei die kleinste Fließgrenze bei Winkeleisen mit 2500 kg/cm<sup>2</sup> eingesetzt wurde. Dadurch ergibt sich in der äußersten Faser der Gurtplatte eine

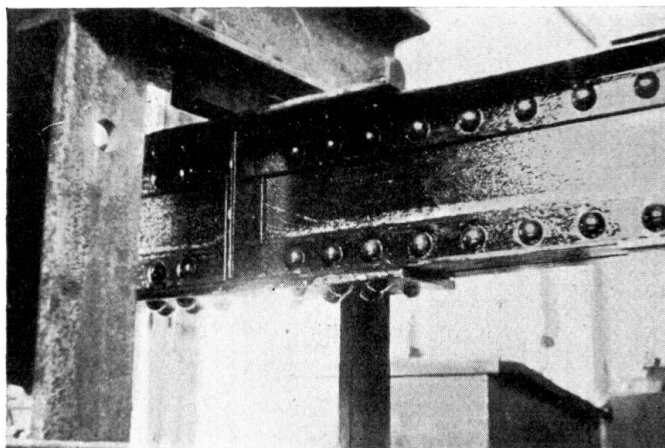


Fig. 14.

entsprechende größte Randspannung von 2720 kg/cm<sup>2</sup>. Zur Bestimmung des Tragsmomentes  $T \cdot \sigma_{zul}$  habe ich den Zustand angenommen, wo die Gurtplatte die Fließgrenze erreicht hat. (Fig. 13.) Da bei diesem Versuch eine weitere

Unbekannte auftritt, nämlich mit welchen Werten die Nietlöcher zu berücksichtigen seien, habe ich Vergleichsversuche mit genieteten und geschweißten Trägern von gleichem Profil und Werkstoff durchgeführt. Die Resultate sind in Zahlentafel I zusammengestellt.

Zahlentafel I.

I-Träger geschweißt			I-Träger genietet d = 16 mm		
$\sigma_F$ kg/cm <sup>2</sup>	Querschnitt mm			Querschnitt mm	$\sigma_F$ kg/cm <sup>2</sup>
2680	152,6 · 13	Druckgurt		152 · 12,8	2680
2620	155 · 7,7	Zuggurt		154 · 7,7	2590
2750	60 · 60 · 6,1	4 L		60 · 60 · 6,1	2780
4280	182 · 8,2	Steg		183 · 8,6	4060
1 513 000		Kritisches Moment kg/cm laut Versuch		1 266 000	
Zug 1 180 000	Druck 1 420 000	$W_{\sigma_F} (\sigma_F = \text{Gurt})$		Zug 1 170 000	Druck 1 140 000
		$W_{\sigma_F}$ Nietloch abgezogen		965 000	1 135 000
		$W_{\sigma_F}$ Nietloch abgezogen auch von Steg		906 000	1 087 000
1 644 000		$T_{\sigma_F}$ Vollquerschnitt		1 632 000	
		$T_{\sigma_F}$ Nietloch abgezogen		1 387 000	
		$T_{\sigma_F}$ Nietloch abgezogen auch von Steg		1 266 400	
1 513 000		$T_{\sigma_F}$ der Gurten und L-Eisen + $W_{\sigma_F}$ des Steges		Mit Nietlochabzug 1 259 000	

Auch ein durchlaufender genieteter Träger auf drei Stützen wurde untersucht (Fig. 15). Die Durchbiegungen sind größer als die berechneten, auch bei der Entlastung. Von der Mittelstütze bis zur Laststelle erreichte der Steg die Fließgrenze durch Schubkraft, (Fig. 14) wodurch die von Stüssi<sup>18</sup> theoretisch gefundene Erscheinung, daß die Schubspannungen erheblich anwachsen müssen, wenn vom Balkenrand das Fließen in eine gewisse Tiefe vorrückt, versuchsmäßig erwiesen worden ist, wenn auch quantitativ in geringerem Maße. Das ist viel-

Das Diagramm zeigt die Ermittlung der Stützreaktionen für ein Stützgerüst. Die vertikale Achse ist mit  $P$  (0 bis 15 t) und die horizontale Achse mit  $f$  (0 bis 10 mm) beschriftet. Verschiedene Kurven für die Stützreaktion sind eingezeichnet, darunter  $T'\sigma_F$ ,  $T\sigma_F$  und  $W\sigma_F$ . Ein Schnitt durch das Gerüst zeigt die Stützreaktionen  $\sigma_F = 3760$ ,  $\sigma_F = 3400$ ,  $\sigma_F = 2790$  und  $\sigma = 4510$ . Die Stützreaktion  $g$  ist als  $g = 0,461 \text{ cm}$  angegeben, wenn  $P = 0-15 \text{ t}-0$ .

**Fig. 15.**

- 1 *v. Kazinczy*: Versuche mit eingespannten Trägern. Betonszemle 1914, Heft 4, 5, 6.
- 2 *v. Kazinczy*: Bericht über die II. Internationale Tagung für Brückenbau und Hochbau. Wien 1928, S. 249.
- 3 *F. Stüssi und C. F. Kollbrunner*: Beitrag zum Traglastverfahren. Bautechnik 1935, Heft 21, S. 264.
- 4 *W. Kuntze*: Ermittlung des Einflusses ungleichförmiger Spannungen und Querschnitte auf die Streckgrenze. Stahlbau 1933, Heft 7, S. 19.
- 5 *W. Prager*: Die Fließgrenze bei behinderter Formänderung. Forschungen auf dem Gebiete des Ingenieurwesens 1933.
- 6 *J. Fritsche*: Grundsätzliches zur Plastizitätstheorie. Stahlbau 1936, Heft 9.
- 7 *F. Rinagl*: Über Fließgrenze und Biegekennlinien. Vorbericht S 1589.
- 8 *H. Maier-Leibnitz*: Versuche, Ausdeutung und Anwendung der Ergebnisse. Vorbericht S. 106.
- 9 *G. v. Kazinczy*: Internationaler Kongreß für Eisenbau. Liège 1930.
- 10 *N. C. Kist*: Internationaler Kongreß für Eisenbau. Liège 1930.
- 11 *J. Fritsche*: Die Tragfähigkeit von Balken aus Stahl mit Berücksichtigung des plastischen Verformungsvermögens. Der Bauingenieur 1930, Heft 49—51.
- 12 *G. v. Kazinczy*: Die Weiterentwicklung der Plastizitätslehre. Technika 1931.
- 13 *H. Bleich*: Über die Bemessung statisch unbestimmter Stahltragwerke unter Berücksichtigung des elastisch-plastischen Verhaltens des Baustoffes. Der Bauingenieur 1932, Heft 19, 20, S. 261.
- 14 *G. v. Kazinczy*: Statisch unbestimmte Tragwerke unter Berücksichtigung der Plastizität. Der Stahlbau 1931, S. 58.
- 15 *E. Chwalla*: Drei Beiträge zur Frage des Tragvermögens statisch unbestimmter Stahltragwerke. Abhandlungen II. Bd.
- 16 *E. Melan*: Theorie statisch unbestimmter Systeme. Vorbericht S. 45.
- 17 *G. Grüning und E. Kohl*: Tragfähigkeitsversuche an einem durchlaufenden Fachwerkbalken aus Stahl. Der Bauingenieur 1933, Heft 5/6, S. 67.
- 18 *F. Stüssi*: Über den Verlauf der Schubspannungen in auf Biegung beanspruchten Balken aus Stahl. Schweizerische Bauzeitung 1931, Bd. 98, Heft 1, S. 2.