

Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH
Kongressbericht

Band: 2 (1936)

Artikel: Ueber Fliessgrenzen und Biegekennlinien

Autor: Rinagl, F.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-2760>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 22.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

I 3

Ueber Fließgrenzen und Biegekennlinien.

Sur les limites d'écoulement et les diagrammes de flexion.

Yield Limits and Characteristic Deflection Lines.

Dr. Ing. F. Rinagl,
Professor an der Technischen Hochschule Wien.

I. Einleitung.

Vorliegende Arbeit soll zur Klärung der grundsätzlichen Frage über den Eintritt des ersten Fließens der Randfasern bei ungleichmäßiger Spannungsverteilung wie bei Biegung, Torsion, gelochtem oder gekerbtem Stab und dgl. beitragen.

Anlaß zum Zweifel an den alten Fließtheorien gaben Versuche, die von verschiedenen Forschern in der Zeit von 1923—1935^{3—14} ausgeführt wurden und die durchwegs wesentlich höhere Fließgrenzen bei ungleichmäßiger Spannungsverteilung fanden als nach dem Zugversuch mit demselben Werkstoff zu erwarten war. Die Ergebnisse dieser Forschungen werden als bekannt vorausgesetzt. Die verschiedenen Erklärungsversuche der einzelnen Forscher haben bisher keine restlos befriedigende Lösung der auftretenden Fragen gebracht.

Die im Nachfolgenden beschriebenen, vom Verfasser an der Versuchsanstalt der Technischen Hochschule in Wien durchgeföhrten Versuche,^{1 2} sowie die daran geknüpften Überlegungen und daraus gezogenen Folgerungen, sollen uns der Klärung des Problemes einen wesentlichen Schritt näher bringen.

II. Kurze Betrachtungen über die theoretische Unmöglichkeit einer wesentlichen Erhöhung der Fließgrenze durch behinderte Formänderung.

Die Höhe der Fließgrenze, das Fließgrenzenbild und die Größe des Streckbereiches ist bei Stahl von bestimmter Zusammensetzung auch nicht angenähert ein Festwert, wie etwa der Elastizitätsmodul, sondern von vielerlei Umständen abhängig. Wir kennen nur einige Einflüsse genau, z. B. die Wirkung der Kaltreckung, so daß wir ohne weiteres Voraussagen machen können. Andere Einflüsse, z. B. Wärmebehandlung, Alterung und dgl., sind, je nach der Vorgeschichte, oft so verwickelt, daß wir erst Vorversuche machen müssen um bestimmte Werte sicher zu erreichen.

Für das Auftreten der sogenannten oberen Fließgrenze mit Lastabfall konnte man bisher überhaupt keine Gesetzmäßigkeit finden. Bei möglichst gleich vorbehandeltem Werkstoff und sorgfältiger Durchführung der Zugversuche streuten die Ergebnisse infolge eines noch unbekannten Einflusses sehr stark, so daß

vielfach behauptet wurde, die obere Fließgrenze wäre gar keine Werkstoffeigenschaft, sondern trete je nach Laune¹⁶ bei höheren oder niedrigeren Spannungen plötzlich auf, ähnlich dem Siedeverzug beim Erhitzen einer Flüssigkeit⁷.

Die von verschiedenen Forschern³⁻¹⁴ gefundene Fließerhöhung bei ungleichmäßiger Spannungsverteilung wird vielfach durch behinderte Formänderung erklärt^{8 10 13 14}. Meiner Ansicht nach ist die Wirkung der bei ungleichmäßiger Spannungsverteilung in gelochten oder gekerbten Stäben unter Umständen schon im federnden Bereich auftretende Behinderung der Formänderung geringfügig. Erst nach Überschreiten der Fließgrenze kann es zu starker räumlicher Verspannung kommen, welche die Weiterverformung entsprechend stark behindert. Ein Schluß vom bildsamen Zustand oder gar vom Bruch auf die Verhältnisse beim ersten Fließen ist aber nicht zulässig, weshalb die Versuche von *Ludwik* und *Scheu*¹⁷ mit Dehnungslinien von verschieden stark gekerbten Zugstäben nicht als Beweis für die Fließgrenzenerhöhung, die von den Verfassern gar nicht behauptet wurde, angeführt werden dürfen^{32 33}.

Über zweiachsige Spannungszustände liegen zahlreiche Versuche vor.^{18 19} Versuche mit dreiachsiger Zugbeanspruchung werden demnächst vom Verfasser abgeschlossen. Bei reiner Biegebeanspruchung liegt aber ein geradezu idealer einachsiger Spannungszustand vor, irgend eine Behinderung der Formänderung infolge des Spannungszustandes ist theoretisch nicht möglich. Wir werden später sehen, daß erst nach Überschreiten der Fließgrenze, im federnd bildsamen Zustand, sich die verschiedenen Querschnittsformen entsprechend auswirken.

Nakanishi, *Prager*^{7 8} u. a. behaupten, daß das Fließen erst dann eintritt, wenn das Biegemoment des vollbildsamen Zustandes erreicht worden ist. Sie verallgemeinern daher in unzulässiger Weise die bei Stahl mit hoher oberer Streckgrenze und entsprechenden Querschnittsformen bei Biegebeanspruchung auftretende Erscheinung des ruckartigen Fließens bis nahe an die Nulllinie.

Die Theorie von *Kuntze*¹¹, nach der das Fließen in der Randfaser erst dann eintreten soll, wenn im Inneren des Balkens in einer bestimmten Schichte, dem „Widerstandsmittel“, die Zugfließgrenze erreicht wird, muß auch abgelehnt werden. Das Widerstandsmittel ist nur eine rein geometrische Beziehung ohne physikalische Bedeutung. Die annähernde Übereinstimmung mit den Versuchen von *Thum*⁸ ist übrigens nur zufällig und verschwindet, wenn die Versuche richtig gedeutet werden.

III. Eigene Versuche mit großen Augenstäben.

Die Tragketten der neuen Reichsbrücke über die Donau in Wien^{20 21} werden aus je 25 Gliedern mit 11, bzw. 12 Augenstäben von ungefähr 10 m Länge ausgeführt und mit den Rückhalteketten insgesamt ein Gewicht von etwa 3500 t besitzen. Die Augenstäbe bestehen aus 24 mm dicken und etwa 1200 mm breiten Blechstreifen aus St. 55 mit angenieteten Verstärkungsblechen an den Augen. Durch Versuche in der 250 t Zerreißmaschine der Technischen Hochschule in Wien sollte an Probekörpern von 1 : 3 der natürlichen Größe vor allem die zweckmäßigste Art der Verbindung der Verstärkungsbleche mit dem Mittelblech ermittelt werden. Daß diese Probekörper auch für wissenschaftliche Untersuchungen verwendet werden konnten, ist der weitgehenden Förderung durch das

Österreichische Bundesministerium für Handel und Verkehr zu danken, das die Anschaffung der erforderlichen Meßgeräte ermöglichte.

Die seltene Gelegenheit zu Versuchen an so großen Augenstäben sollte ausgenutzt werden, um durch Feinmessungen den Beweis zu erbringen, daß die wiederholt behauptete Erhöhung der Fließgrenze nicht eintritt. Auch *Bierett*⁶ hatte sich nach mündlicher Mitteilung seinerzeit die Aufgabe gestellt, die Versuche von *Eiselin*⁴ zu widerlegen. Auf Grund der erhaltenen Meßergebnisse mußte er sie aber bestätigen, ohne eine theoretische Erklärung hiefür geben zu können. Im Gegensatz zu *Bierett* konnten am Probekörper beiderseits Messungen gemacht werden durch eine entsprechende Versuchsanordnung (Fig. 1). Leider war am Auge das Mittelblech der Messung nicht zugänglich, so daß trotzdem eine gewisse Unsicherheit über die Kraftverteilung auf das Mittelblech und die beiden

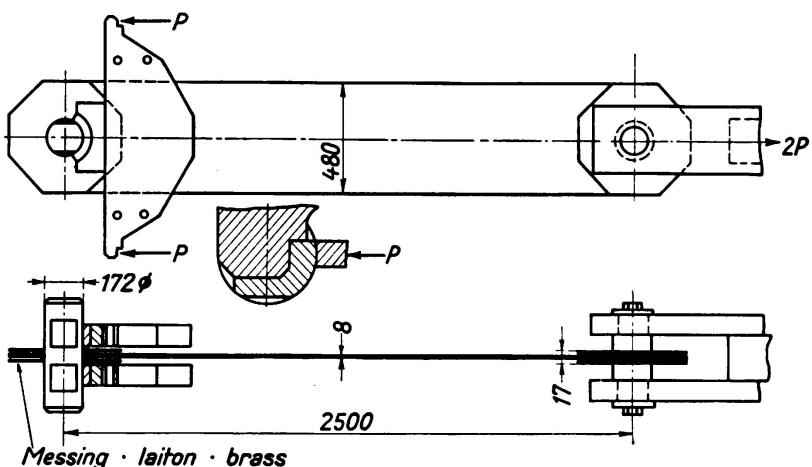


Fig. 1.

Verstärkungsbleche bestand, da infolge Nietverformung die Verstärkungsbleche selbstverständlich stärker nachgaben.

Wegen der verwickelten Spannungsverteilung bei Augenstäben sind nacheinander Messungen an vielen Stellen nach mindestens 3 Richtungen nötig. Da aus Platzmangel nicht an allen Stellen Tensometer auf einmal aufgesetzt werden können, müssen die Messungen nacheinander ausgeführt und die Tensometer oft umgesetzt werden. Kleine, bei Laststeigerung auftretende bleibende Dehnungen an nicht mit Tensometern besetzten Stellen könnten dabei übersehen werden. Aus diesem Grunde wurden an wichtigen Stellen die Dehnungen mit dem Komparatormeßmikroskop gemessen, wobei wegen der örtlich verschiedenen Spannungszustände nur kleine Meßstrecken angewendet wurden.

Es konnten zwar wesentlich früher als von *Bierett* bleibende Formänderungen an den kritischen Stellen festgestellt werden, aber die scheinbare Fließgrenzerhöhung betrug noch immer über 100 %. Früher hat man immer angenommen^{22 23}, daß an der höchstbeanspruchten Stelle des Lochrandes ein Spannungsausgleich durch Fließen bei der Zugfließgrenze eintritt. Wenn nun aber bei der darauffolgenden Entlastung durch die Federkräfte des Augenstabes, diese bildsamen Verlängerungen wieder rückgängig gemacht werden, dann haben wir keine Möglichkeit zu unterscheiden, ob wirkliche oder nur scheinbare Federung der Dehnungsspitzen an diesen Stellen vorliegt.

Um diese Verhältnisse bei einem Fall mit klarer Spannungsverteilung genauer zu studieren, ließ ich einen besonders geformten Biegestab anfertigen, bei dem scheinbar federnde Formänderungen besonders deutlich auftreten mußten. Dieser Stab, vgl. Fig. 2, dessen Querschnitt aus einem breiten Rechteck mit einer in der Biegebene aufgesetzten schwachen Rippe bestand, wurde aus weichem Rundstahl herausgearbeitet, geschliffen und hochglanzpoliert, um die Fließfiguren gut beobachten zu können. Die Belastung des Biegestabes erfolgte durch zwei Einzel-

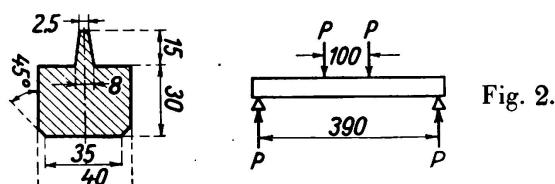


Fig. 2.

lasten symmetrisch zur Mitte und die Dehnungsmessung wurde im mittleren Teil ausgeführt, wo das Moment gleich bleibt. Der Biegestab wurde so lange belastet, bis die am äußersten Rand der Rippe gemessene Dehnung wesentlich größer war als die federnde Dehnung an der Streckgrenze beim Zugversuch, die Fließgrenze in der Rippe also sicher überschritten war. Hierauf wurde der Stab entlastet. Infolge der Federkraft des breiten Rechteckquerschnittes wurde die Rippe so stark rückgestaucht, daß das Tensometer am äußersten Rand der Rippe fast

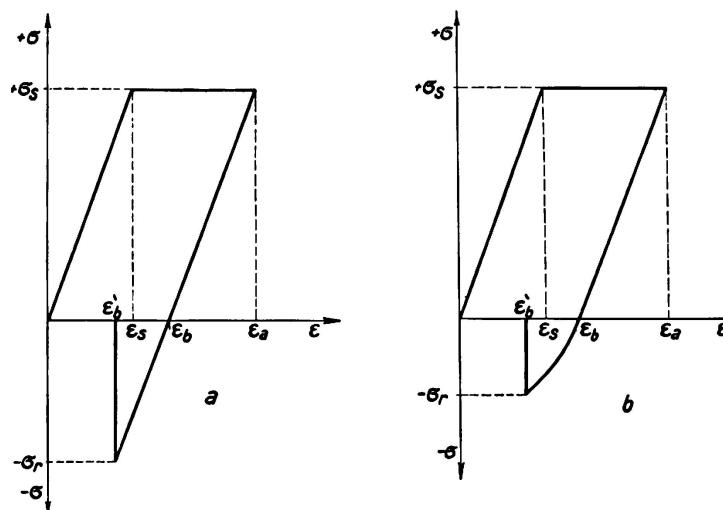


Fig. 3.

keine bleibende Dehnung zeigte. Aus dem Unterschied der nach einer bestimmten Gesamtdehnung auftretenden bleibenden Dehnung beim Biegeversuch und der bleibenden Dehnung, die beim Zugversuch aufgetreten wäre, kann auf die Restspannung geschlossen werden (vgl. Fig. 3 a b).

An eigens für Dehnungsmessungen angefertigten kleinen Augenstäben gelang der Beweis besonders augenfällig, daß keinerlei Erhöhung der Fließgrenze eintritt. Dehnung und Fließen der hochbeanspruchten Fasern erfolgt bei der Belastung so frei wie beim sogenannten einachsigen Spannungszustand. Es tritt keine Formänderungsbehinderung bei der Belastung, sondern im Gegenteil eine erzwungene Formänderung bei der Entlastung ein, weil die am meisten gedehnten Fasern wieder so stark zusammengestaucht werden, daß sie fast die ursprüngliche

Länge erreichen und die theoretisch noch verbleibenden Formänderungen so winzig klein sind, daß sie unterhalb der Meßgenauigkeit liegen. Bei reiner Biegung von Rechteckstäben kann auch im federnd bildsamen Zustand aus Dehnungs- oder Durchbiegungsmessungen auf die Spannungen geschlossen werden. Beim Augenstab aber sind die Verhältnisse im federnd bildsamen Bereich so undurchsichtig, daß aus den üblichen Dehnungsmessungen nach drei Richtungen keinerlei Schlüsse mehr gezogen werden können. Es kann dabei nicht einmal erkannt werden, ob an einer Stelle die Fließgrenze überschritten ist.

Nur ein gewaltsamer Eingriff, eine radikale Operation konnte helfen, die folgendermaßen ausgeführt wurde:

An einem eigens für Dehnungsmessungen angefertigten Augenstab wurde die Höhe der größten Spannungsspitze durch Feinmessungen im verlässlich federnden Bereich ermittelt. Hierauf wurde die Belastung so weit gesteigert, bis an der höchstbeanspruchten Stelle die Fließgrenze zuverlässig überschritten wurde. Die dort vorher eingeritzten Meßmarken zeigten nach der Entlastung noch keine Abstandsänderung. Nun wurde der Augenstab im Scheitel und in den Wangenschnitten bis nahe an den Lochrand eingesägt, sodaß die Wirkung der Rückfederkraft ausgeschaltet war. Die nach der Entlastung unter Druckspannung stehende Stelle konnte sich nun frei ausdehnen, was an der Verlängerung des Markenabstandes einwandfrei festgestellt werden konnte. Dadurch ist der unwiderlegbare Beweis erbracht worden, daß tatsächlich im Kerbgrund bildsame Verformungen aufgetreten sind.

Gleichzeitig mit dem Augenstab wurden auch einfache Biegestäbe mit verschiedenen Querschnittsformen untersucht, die im Folgenden behandelt werden. Vorerst wollen wir uns wieder über die theoretischen Beziehungen im federnd-bildsamen Bereich Klarheit verschaffen.

IV. Bezeichnungen.

Den Ableitungen, die im nächsten Abschnitte folgen, sollen die gewählten Bezeichnungen vorangestellt werden.

$M \dots \dots \dots$	veränderliches Biegemoment	
$M_s \dots \dots \dots$	Biegefleßmoment (Rechnungswert $M_s = \sigma_s \cdot W$)	[cmkg]

$M/M_s \dots \dots \dots$	Biegekennlinienwerte	[1]
---------------------------	----------------------	-----

$M_{0,2} M_{0,03} \dots$	usw. 0,2 % Biegegrenzmoment usw.
--------------------------	----------------------------------

$M_{so} \dots \dots \dots$	oberes Biegefleßmoment	[cmkg]
----------------------------	------------------------	--------

$M_T \dots \dots \dots$	Biegetragmoment (Biegeverformungsmoment)
-------------------------	--

$M_n \dots \dots \dots$	Moment am Ende des Fließbereiches
-------------------------	-----------------------------------

$\varepsilon \dots \dots \dots$	bezogene Dehnung (Stauchung)
---------------------------------	------------------------------

$\varepsilon_a \dots \dots \dots$	Verformung der Randfasern
-----------------------------------	---------------------------

$\varepsilon_b \dots \dots \dots$	bleibende Verformung der Randfasern
-----------------------------------	-------------------------------------

$\varepsilon_s \dots \dots \dots$	Verformung der Randfasern bei der unteren Fließgrenze, bei Biegung, Zug oder Druck	[1]
-----------------------------------	---	-----

$\varepsilon_n \dots \dots \dots$	Verformung am Ende des Fließbereiches
-----------------------------------	---------------------------------------

$n \varepsilon_s \dots \dots \dots$	Fließbereich
-------------------------------------	--------------

σ_s	untere Fließgrenze bei Biegung, Zug oder Druck [kg/mm ²]
σ_{so}	obere Fließgrenze bei Biegung, Zug oder Druck
$\sigma_{0,2}$	usw. 0,2 % Dehngrenze
e	Verhältniszahl $e = \epsilon_s/\epsilon_a$
k	Verhältniszahl $k = \sigma_{so}/\sigma_s$
S	Statisches Moment des halben Querschnittes bezogen auf die Nulllinie [cm ³]
W	Widerstandsmoment

Zur Erläuterung der angewendeten Bezeichnungen vgl. die Zugdehnungsschaulinien Fig. 4 a b und die Momenten-Randdehnungsschaulinie Fig. 5. Beim rein federnden Spannungszustand wächst das Biegemoment M geradlinig mit der Randdehnung ϵ_a , bis beim Biegefließmoment M_s , das erste Fließen in den Randfasern bei einer Randdehnung ϵ_s eintritt, wenn der Werkstoff nur eine untere

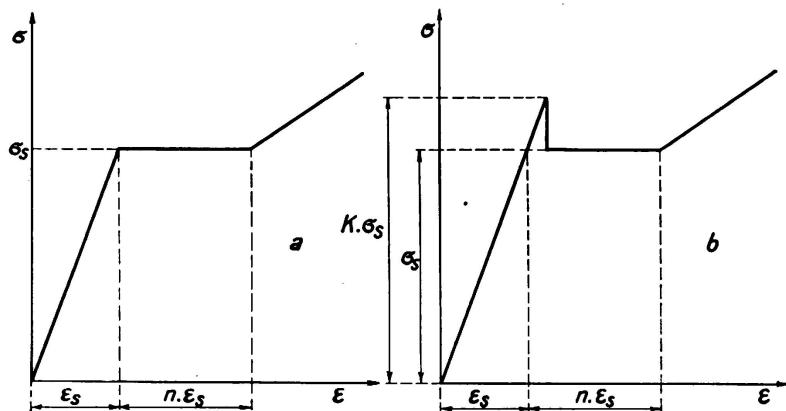


Fig. 4.

Fließgrenze σ_s besitzt (vgl. Fig. 14a). Im Bereich der federnd bildsamen Verformungen (Fig. 14b) nimmt das Biegemoment nach den später angeführten Gleichungen zu, sofern über den ganzen Fließbereich $n\epsilon_s$ die Fließspannung σ_s gleichbleibt (Fig. 4a). Die errechnete Momenten-Randdehnungslinie strebt asymptotisch einem Grenzwert M_T zu, dessen Höhe von der Querschnittsform abhängt. Tatsächlich hat sie nur bis zum Moment M_n Gültigkeit, bei welchem Verfestigung und ein rascheres Ansteigen des Momentes eintritt. Je nach Größe der zugelassenen bleibenden Verformungen $\epsilon_b = 0,2, 0,03$ und $0,01\%$ ergeben sich verschiedene Grenzbiegemomente $M_{0,2}$, $M_{0,03}$ und $M_{0,01}$.

Besitzt der Werkstoff eine ausgeprägte obere Fließgrenze (vgl. Fig. 4b), dann tritt die erste bleibende Formänderung erst beim oberen Biegefließmoment M_{so} auf. Das Biegefließmoment M_s nach der Gleichung $M_s = \sigma_s W$ aus der unteren Fließgrenze berechnet, hat in diesem Falle nur theoretische Bedeutung. Der Verlauf der Momenten-Randdehnungslinie ist gestrichelt dargestellt und lässt sich unter bestimmten Voraussetzungen für verschiedene $k = \sigma_{so}/\sigma_s$ berechnen. Auf die Höhe des Biegetragmomentes M_T hat aber die obere Fließgrenze keinen Einfluss, wie später gezeigt wird. Auf Fig. 7 und 8 ist eine von der unteren Fließgrenze σ_s unabhängige Darstellung verwendet dadurch, daß die Verhältniswerte

M/M_s nach oben und ϵ_a/ϵ_s nach rechts aufgetragen wurden. Die so erhaltenen Linien werden kurz „Biegekennlinien“ der betreffenden Querschnitte genannt und z. B. als „Biegekennlinie für $k = 1,3$ “ bezeichnet, wenn eine obere Fließgrenze $\sigma_{so} = 1,3 \sigma_s$ berücksichtigt wurde.

V. Ableitung von idealen Formänderungslinien bei reiner Biegung (Biegekennlinien).

Für einen Werkstoff, dessen Formänderungslinie für Zug- und Druckbeanspruchung ganz gleich ist und zwar bis zur Fließgrenze rein federnd und im Fließbereich rein bildsam, vgl. Fig. 4a, kann unter der Annahme, daß auch bei der bildsamen Formänderung die Querschnitte eben und senkrecht zur Stabachse bleiben, die Formänderungslinie bei reiner Biegung verhältnismäßig einfach für

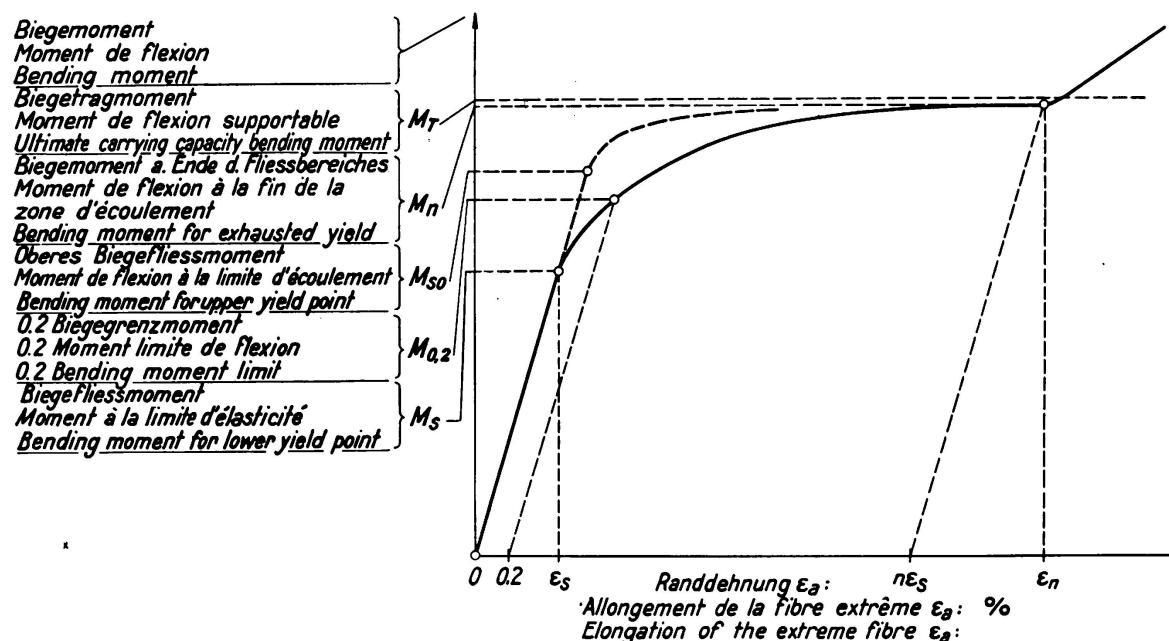


Fig. 5.

einige Querschnittsformen bestimmt werden. Bei einem Biegebalken mit Rechteckquerschnitt von der Höhe h und der Breite b wäre die bildsame Formänderung bei einer Fließgrenze σ_s von außen herein bis auf den Nulllinien-Abstand z (vgl. Fig. 6) vorgedrungen, während der innere Teil mit der Höhe $2z$ sich noch im rein federnden Zustand befindet. ϵ_a bedeutet die jeweilige bezogene Dehnung der äußersten Randsfaser und ϵ_s die bezogene Dehnung beim Erreichen der Fließgrenze σ_s . Dann gilt folgende Beziehung für das veränderliche Biegemoment M :

$$M = b \cdot \left(\frac{h}{2} - z \right) \cdot \left(z + \frac{h}{2} \right) \sigma_s + \frac{b \cdot 4z^2}{6} \sigma_s = b \cdot \sigma_s \left(\frac{h^2}{4} - \frac{z^2}{3} \right)$$

und nach Einführung des $z = \frac{\epsilon_s}{\epsilon_a} \cdot \frac{h}{2}$ ergibt sich

$$M = \frac{bh^2}{12} \sigma_s (3 - \epsilon_s^2 / \epsilon_a^2). \text{ Vergleiche Fritsche 24).}$$

Um bei derselben Querschnittsform für Werkstoffe mit verschiedenen großen Fließgrenzen dieselben Vergleichslinien zu erhalten, wurde in Fig. 7, 8 nach oben das Verhältnis M/M_s und nach rechts das Verhältnis ϵ_a/ϵ_s aufgetragen, wobei M das jeweils veränderliche Biegemoment und M_s jenes beim Übergang vom rein federnden in den federnd bildsamen Zustand bedeutet. Es ergibt sich dann für den Rechteckstab, gleichgültig ob flach- oder hochkant gebogen, folgende Beziehung:

$$\frac{M}{M_s} = \frac{1}{2} \cdot [3 - (\epsilon_s/\epsilon_a)^2] \text{ die eine Kurve dritter Ordnung von der Form } y = a - \frac{b}{x^2}$$

darstellt, mit einer Asymptote im Abstand $y = 1,5$ und der *Hooke'schen* Geraden als Anfangstangente.

Bei einem Streckbereich von $\epsilon_a = 5\epsilon_3$ ($\sim 1\%$ bei weichem Stahl) nähert sich der Wert M/M_s bereits genügend genau der Grenze 1,5 (vgl. Fig. 8). Die ab-

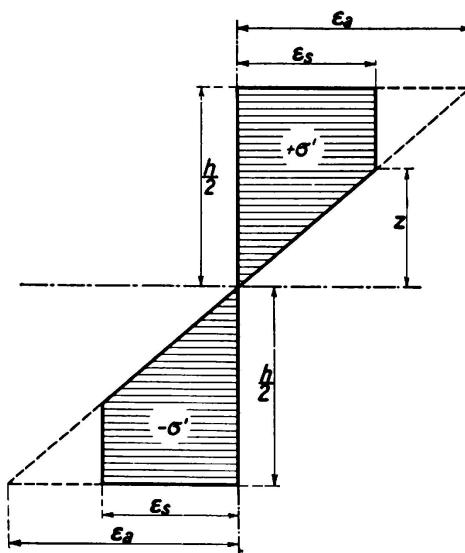


Fig. 6.

geleitete Kurvengleichung behält ihre Gültigkeit solange die Außenrandfaserdehnung ϵ_a den tatsächlichen Fließbereich nicht überschreitet, der bei Stahl 1,5—2 % und mehr betragen kann.

In derselben Weise ergeben sich für einige einfache Querschnittsformen die Gleichungen der Formänderungslinien, die natürlich nur soweit gelten, als keine Verfestigung eintritt. Mit der vereinfachenden Schreibweise $\epsilon_s/\epsilon_a = e$ gelten folgende Beziehungen für die Biegekennlinien (vgl. Fig. 7):

Rechteckstab, gleichgültig ob flach- oder hochkant gebogen.

$$\frac{M}{M_s} = \frac{1}{2} (3 - e^2)$$

$$\text{Grenzwert } \frac{M}{M_s} = 1,5.$$

Quadratstab, übereck gebogen.

$$\frac{M}{M_s} = 2 \left(1 - e^2 + \frac{1}{2} e^3 \right)$$

$$\text{Grenzwert } \frac{M}{M_s} = 2,0.$$

VI. Der Grenzfall der rein bildsamen Biegung.

Die Grenzwerte $\frac{M_F}{M_s}$ für den rein bildsamen Spannungszustand, bei welchem im ganzen Querschnitt die Fließgrenze σ_s (vgl. Fig. 14c) erreicht wird, kann man in bekannter Weise unmittelbar ableiten. Aus Gleichgewichtsgründen fällt Nulllinie und Flächenhalbierende zusammen. Es gilt allgemein für das Moment M der inneren Kräfte (vgl. Fig. 9):

$$M_T = \int_0^{h_1} \sigma_s \cdot b_1 \cdot z_1 \cdot dz_1 + \int_0^{h_2} \sigma_s \cdot b_2 \cdot z_2 \cdot dz_2 = \sigma_s (S_1 + S_2)$$

wenn S_1 und S_2 die statischen Momente der halben Querschnittsflächen ober- und unterhalb der Nulllinie bedeuten. Es ergeben sich für Biegestäbe mit Recht-

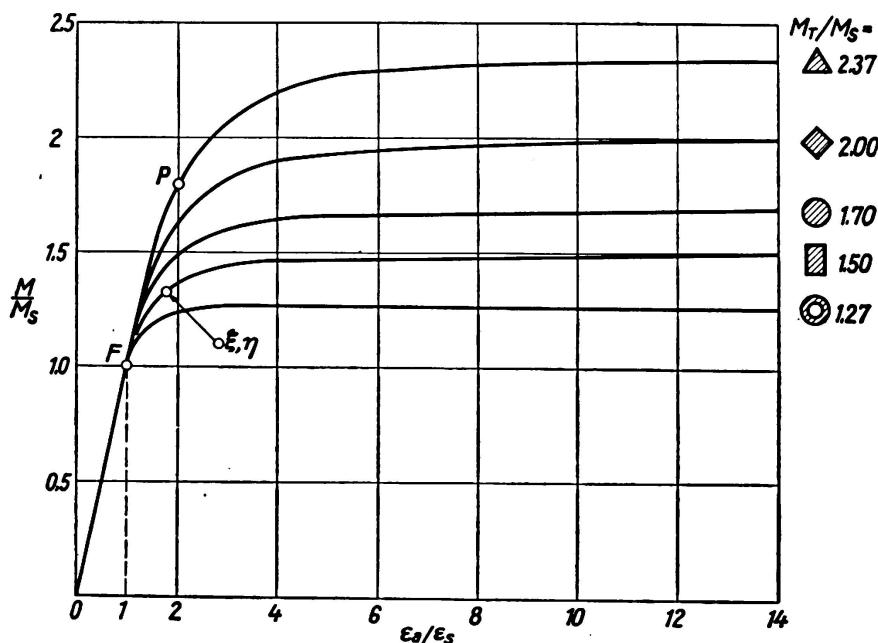


Fig. 7.

eck-, Quadrat-, Kreis- und Dreieckquerschnitt folgende einfachen Momentengleichungen:

Rechteckstab, gleichgültig ob flach- oder hochkant gebogen.

Breite b , Höhe h .

$$M_T = \frac{bh^3}{4} \sigma_s \text{ für rein bildsamen Zustand,}$$

$$M_s = \frac{bh^3}{4} \sigma_s \text{ für rein federnden Zustand,}$$

$$\text{daher } \frac{M_T}{M_s} = 1,5.$$

Quadratstab, übereck gebogen. Diagonale d .

$$M_T = \frac{d^3}{12} \sigma_s \quad M_s = \frac{d^3}{24} \sigma_s \quad \frac{M_T}{M_s} = 2.0,$$

VII. Biegefließgrenze.

Aus den berechneten Biegekennlinien (Fig. 7) geht hervor, daß eine genaue Bestimmung der Biegefließgrenze aus dem Biegeversuch nicht möglich ist, da bei verschiedenen Querschnittsformen der Verlauf vom rein federnden in den federnd-bildsamen Zustand im Punkt F ganz allmählich erfolgt. Dies trifft auch für Werkstoffe mit ausgeprägter Zug- oder Druckstreckgrenze nach Fig. 4 a zu; die

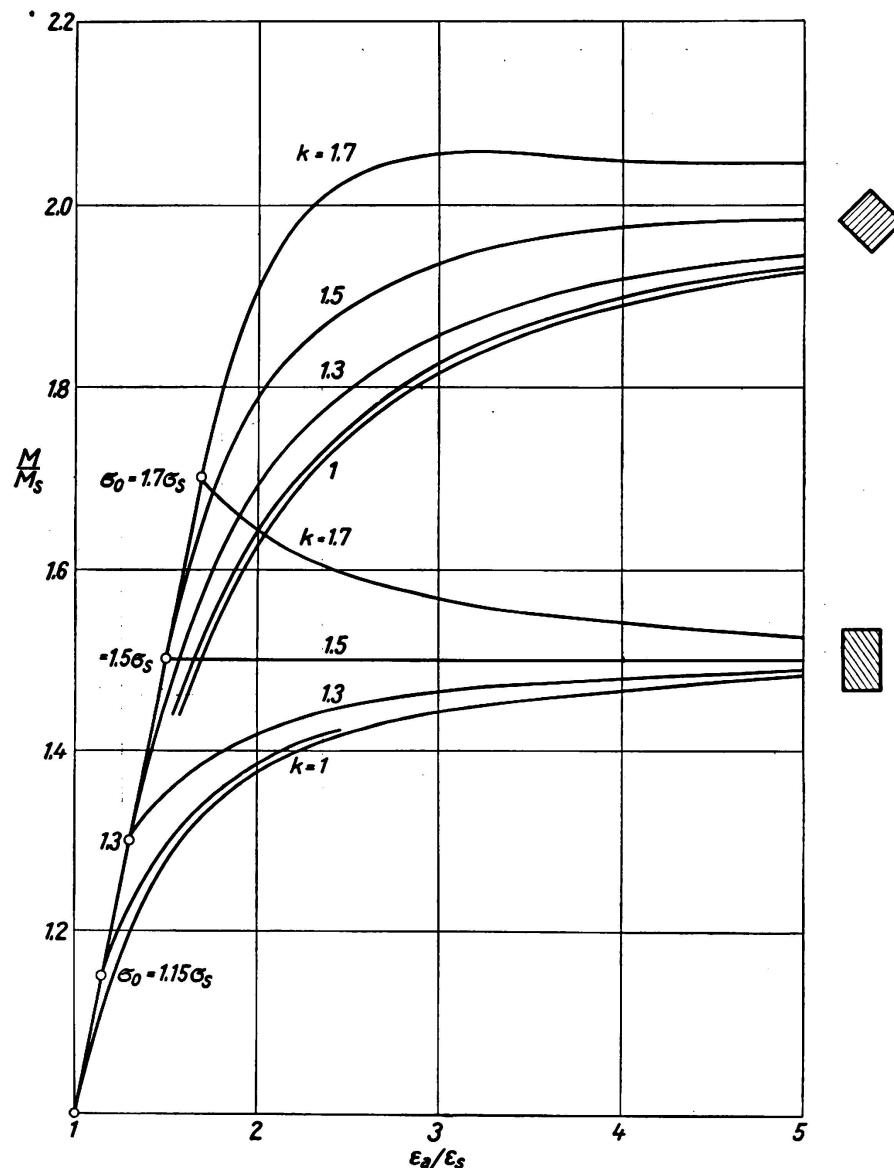


Fig. 8.

berechneten Biegekennlinien bauen sich gerade auf diesen Grenzfall auf. Bei Zugversuchen mit undeutlicher Streckgrenze, bei welcher kein deutlicher Knick in der Spannungsdehnungslinie, sondern ein allmäßlicher Übergang erfolgt, hat man sich auf die 0,2 % Dehngrenze als Ersatz für die Streckgrenze geeinigt, um ein einheitliches, von Willkür freies Prüfverfahren anwenden zu können. Dieses Hilfsmittel versagt beim Biegeversuch, wie folgende Überlegung zeigt:

Da Stähle ein angenähert gleiches Dehnmaß E aufweisen, hängt die Randdehnung ϵ_s bei Erreichung des Biegefließmomentes M_s geradlinig von der Höhe der Fließgrenze σ_s ab. Wählt man ein bestimmtes Biegegrenzmoment (z. B. $M_{0,2}$) entsprechend einer zulässigen bleibenden Biegeverformung (z. B. $\epsilon_b = 0,2\%$) sowie den einer bestimmten Zug-Druckfließgrenze σ_s entsprechenden Dehnungswert, so kann mit dem für diese Annahmen gültigen Dehnungsverhältnis ϵ_b/ϵ_s in der Fig. 7 die *Hooke'sche* Entlastungsgerade gezeichnet werden. Für die betrachtete Querschnittsform folgt im Schnitt mit deren Biegekennlinie das Momentenverhältnis (z. B. $M_{0,2} : M_s$) und damit die scheinbare Biegefließgrenzen-

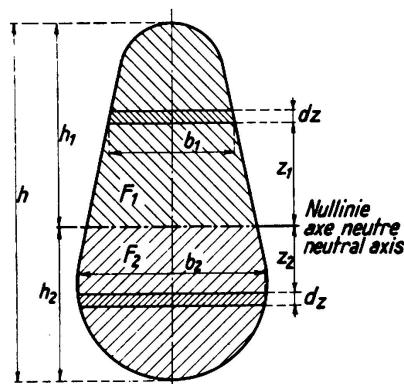


Fig. 9.

erhöhung. Etwas größere Werte würden sich ergeben, wenn bei der Entlastung der Bauschringeffekt (vgl. Fig. 3b) berücksichtigt würde. Der Einfachheit halber wurde davon abgesehen und in Zahlentafel 1 die Ermittlung der scheinbaren Fließgrenzerhöhung bei verschiedenem σ_s und ϵ_b zusammengestellt. Dabei wurde angenommen, daß die Zug-Druckfließgrenze genau ermittelt werden konnte. Muß statt ihrer die 0,2%-Dehgrenze verwendet werden, so treten weitere Unsicherheiten auf.

Zahlentafel 1

Rechtecksquerschnitt $\epsilon_b = 0,002$, $E = 2,10^6 \text{ kg/cm}^2$

Ausgeprägte Zugfließgrenze $\sigma_s \text{ kg/mm}^2$	Fließgrenzen-dehnung ϵ_s	Bleibende Dehnung: Fließgrenzen-dehnung ϵ_b/ϵ_s	Momenten-verhältnis $M_{0,2} : M_s$	scheinbare Biegefließ-grenzen-erhöhung %
20	0,001	2	1,47	47
40	0,002	1	1,42	42
60	0,003	0,66	1,37	37
80	0,004	0,5	1,35	35
$\epsilon_b = 0,0003, E = 2,10^6 \text{ kg/cm}^2$				
20	0,001	0,3	1,30	30
40	0,002	0,15	1,24	24
60	0,003	0,1	1,20	20
80	0,004	0,075	1,18	18
$\epsilon_b = 0,0001, E = 2,10^6 \text{ kg/cm}^2$				
20	0,001	0,1	1,20	20
40	0,002	0,05	1,16	16
60	0,003	0,033	1,13	13
80	0,004	0,025	1,11	11

VIII. Die obere Fließgrenze beim Zug- und Biegeversuch. Folgen einer geringen Ausmittigkeit.

Ludwik²⁵ hat sich eingehend mit den verschiedenen Einflüssen auf die Höhe der Streckgrenze beim Zugversuch und die Art des Streckgrenzenbildes beschäftigt und hat als Erster den Knick und Abfall an der Streckgrenze durch Ausscheidungsvorgänge erklärt. Für die Höhe der oberen Streckgrenze ließ sich jedoch keine Gesetzmäßigkeit feststellen, da Zugversuche mit Probestäben, die unmittelbar aufeinanderfolgend aus einer sorgfältig geglühten Stahlstange entnommen worden waren, in bunter Folge ganz verschiedene obere Streckgrenzen oder gar keinen Lastabfall zeigten. Diese nicht veröffentlichten Versuche wurden mit derselben Prüfmaschine und derselben Probestabform möglichst gleichartig und besonders sorgfältig durchgeführt. Irgend ein nicht zufassender, unbekannter Einfluß bewirkte diese widersprechenden Ergebnisse, so daß keine Gesetzmäßigkeit gefunden werden konnte. Auch Moser¹⁶ berichtet über ähnliche Erscheinungen und erklärt, daß Stahl geradezu „Launen“ haben könne, wenn es sich um die Bestimmung der oberen Streckgrenze handelt. Körber und Pomp²⁶ untersuchten den Einfluß der Form des Probestabes, der Art der Einspannung, der Größe der Versuchsgeschwindigkeit und der Art der Prüfmaschine auf die Lage der oberen und unteren Streckgrenze des Stahles beim Zugversuch. Hierzu wurden sorgfältig ausgewählte Stahlproben an 4 Versuchsanstalten in Deutschland vergleichsweise geprüft. Nur die untere Streckgrenze wurde an allen Stellen mit geringen Abweichungen gleich groß festgestellt, die obere Streckgrenze zeigte überaus große Streuungen. Die einzelnen Einflüsse ließen sich nicht widerspruchsfrei einordnen, so daß die Verfasser mit Recht zu dem Schluß kamen, die obere Streckgrenze sei für Übernahmsproben ungeeignet.

Da bei unseren Biegeversuchen die obere Streckgrenze mit großer Regelmäßigkeit in gleicher Höhe auftrat und fast immer um mehr als 20 % größer war als beim Zugversuch, mußte die Ursache im Wesen oder irgend einem Mangel des Zugversuches liegen. Wir streben beim Zugversuch möglichst gleichmäßige Spannungsverteilung über den ganzen Querschnitt an, wissen aber auch, daß dies fast nie vollkommen erreicht wird. Bei der Ermittlung des Dehnmaßes müssen immer an zwei gegenüberliegenden Seiten des Probestabes die Feindehnungen gemessen werden, weil diese an beiden Seiten recht verschieden sind. Erst durch Mittelbildung erhalten wir die mittlere Dehnung, die der rechnungsmäßigen Schwerpunktsspannung entspricht und damit das richtige Dehnmaß. Die ungleichen Dehnungen werden durch zusätzliche Biegebeanspruchungen verursacht, die durch kleine Ausmittigkeiten hervorgerufen werden, deren Ursache teils in der Probestabeinspannung, teils im Werkstoff selbst liegt.

Betrachten wir nun den Übergang vom federnden zum bildsamen Zustand. Wenn nicht die geringste Ausmittigkeit oder Unregelmäßigkeit besteht, so wird die obere Streckgrenze auch beim Zugversuch richtig angezeigt werden. Die jedoch meist vorliegende kleine Ausmittigkeit kann bewirken, daß auf der einen Seite des Probestabes die Spannungen um 10—30 % größer sind als auf der anderen Seite. Dann kann bei einer mittleren Spannung, die der unteren Streckgrenze entspricht, auf einer Seite schon die obere Streckgrenze erreicht werden und der Fließvorgang vorzeitig eingeleitet werden. Nun interessiert uns die

Größe der entsprechenden Ausmittigkeit (e), die sich leicht berechnen läßt. Der Probestab habe kreisförmigen Querschnitt mit Durchmesser (d) oder Rechteckquerschnitt mit Breite (b) und Dicke (h) und wäre durch die Zugkraft P so beansprucht, daß auf einer Seite des Probestabes gerade die obere Streckgrenze σ_o erreicht wird, die 20 % über der unteren Streckgrenze des Werkstoffes liegt, während die Schwerpunktspannung erst die untere Streckgrenze erreichen würde. Dann gilt für außermittige Zugbeanspruchung beim Rechteckquerschnitt beim Kreisquerschnitt

$$\sigma_{so} = 1,20 \sigma_s = \frac{P}{b \cdot h} + \frac{P \cdot e}{b \cdot h^2} = \frac{P}{b \cdot h} \cdot \left(1 + \frac{6e}{h}\right)$$

$$\text{daraus folgt } \frac{6e}{h} = 0,2 \text{ oder } e = \frac{h}{30}$$

Beim gewöhnlichen Zugversuch ist also eine obere Streckgrenze von 20 % nicht mehr zu erkennen, wenn bei einer Probestabdicke d bzw. h von 10 mm eine Ausmittigkeit von $1/4 - 1/3$ mm vorhanden ist. Bei der häufig angewendeten Einspannung mit Beißkeilen ist eine derartige Ausmittigkeit nicht zu vermeiden. Zur Bestimmung der oberen Streckgrenze beim Zugversuch sind Rundstäbe mit einer leicht einstellbaren Kugelbewegung nach meinem seinerzeitigen Vorschlag²⁷ empfehlenswert. Am besten gelingt der Versuch mit Probestäben, die lange konische Übergänge und nur einen kurzen mittleren Stabteil besitzen.

Bisher hat niemand an die Folgen der geringen Ausmittigkeit gedacht, da, wie schon erwähnt, bei Feinmessungen im federnden Bereich immer die Mittel aus der Dehnung gebildet wurden und die Randspannungen nicht interessiert haben und nach Überschreiten der Fließgrenze die anfängliche Ausmittigkeit belanglos ist.

Beim Biegeversuch scheint nach den bisherigen Versuchen die obere Fließgrenze sozusagen ungeschwächt in den Stab hineinzuwandern (Fig. 14) und die untere Fließgrenze ihr nachzufolgen. Bei einigen Versuchen ergaben sich jedoch Störungen, an deren Aufklärung noch gearbeitet wird.

Wir können, wie im Abschnitt VIII, für einen idealen Werkstoff unter Grundlegung von $\sigma_{so} = k \sigma_s$ den theoretischen Verlauf der Biegekennlinie berechnen. Es gelten folgende Beziehungen:

Rechteckstab:

$$\sigma_o = 1,20 \sigma_s = \frac{\frac{P}{\pi d^2}}{\frac{4}{32}} + \frac{P \cdot e}{\frac{\pi d^3}{4}} = \frac{P}{\pi d^2} \left(1 + \frac{8e}{d}\right) \quad \text{und } e = \frac{d}{40}$$

Quadratstab übereck gebogen:

$$\begin{aligned} \frac{M}{M_s} &= \frac{1}{2} \left[3 - e^2 k^2 (3 - 2k) \right] \\ \frac{M}{M_s} &= 2 \left[1 - e^2 k^2 (3 - 2k) + e^3 k^3 (4 - 3k) \right] \end{aligned}$$

Entsprechend diesen Gleichungen wurden in Fig. 8 die Kennlinien für $k = 1,15, 1,3, 1,5, 1,7$ für flach- und übereckliegendes Quadrat dargestellt.

Wie zu erwarten war, hat die obere Fließgrenze σ_{so} keinen feststellbaren Einfluß auf das Biegetragmoment im rein bildsamen Zustand. Ihr Einfluß ist bei verschiedenen Querschnittsformen, wie leicht einzusehen ist, sehr verschieden.

IX. Möglichkeit eines labilen Biegevorganges.

Bei Stahl ohne oberer Fließgrenze steigt die Biegekennlinie aller Querschnittsformen stetig an. Einem bestimmten Biegemoment entspricht stets eine eindeutig bestimmte Randdehnung, bzw. Durchbiegung. Bei Vergrößerung des Biegemomentes durch Laststeigerung breitete sich der bildsame Zustand weiter gegen die Nulllinie aus, bis durch die geänderte Spannungsverteilung ein neuer Gleichgewichtszustand erreicht wird und die Durchbiegung allmählich zum Stillstand kommt.

Anders bei Stahl mit oberer Fließgrenze. Liegt diese genügend hoch, so kann das Biegemoment beim ersten Fließen der äußersten Faser (oberes Biegefließmoment) gleich oder größer als das Biegetragmoment im voll bildsamen Zustand werden. Vgl. Fig. 8, welche die Biegekennlinien für flach und übereck liegenden Quadratstab bei oberen Fließgrenzen zeigt, die 15, 30, 50 und 70 % über der unteren Fließgrenze liegen ($k = 1,15, 1,3, 1,5, 1,7$). Beim übereck liegenden Quadrat steigen alle gezeichneten Biegekennlinien an, beim flachliegenden Quadrat jedoch nur jene mit oberen Fließgrenzen kleiner als 50 %. Liegt die obere Fließgrenze höher, so fällt die Biegekennlinie im federnd bildsamen Bereich mehr oder weniger rasch zum Wert des vollbildsamen Zustandes ab. In diesem Falle wird beim Überschreiten der oberen Fließgrenze an einer Stelle des Biegestabes plötzlich der ganze Querschnitt vom äußersten Rand bis nahe an die Nulllinie fließen, vorausgesetzt, daß die Versuchseinrichtung so beschaffen ist, daß keine selbsttätige Entlastung möglich ist, was am einfachsten durch unmittelbare Gewichtsbelastung vermieden wird. Der Gleichgewichtszustand wird erst wieder erreicht, wenn der ganze Fließbereich durchlaufen ist und an den Randfasern Verfestigung eintritt. Ausgeföhrte Belastungsversuche bestätigten diese Überlegungen in eindrucksvoller Weise. Bei reiner Biegebeanspruchung ist bis zum Biegefließmoment die Federungslinie (elastische Linie) ein Kreisbogen. Wird aber die obere Streckgrenze an einer Stelle überschritten, so verformt sich der Biegestab nur mehr an dieser Stelle, es bildet sich dort ein Knick mit schärferer Rundung aus, während an den übrigen Stabteilen die beim Biegefließmoment erreichte Krümmung erhalten bleibt. Nachdem die verformte Stelle sich verfestigt hat, kommt eine andere Stelle zum Fließen und wieder bildet sich an dieser Stelle ein ausgerundeter Knick. Der Vorgang kann sich an weiteren Stellen wiederholen. Fig. 10 zeigt zwei Biegestäbe nach der Entlastung. An den ausgerundeten Ecken sind die kleinen bildsam verformten Zonen deutlich durch den abgefallenen Walzzunder zu erkennen. An den übrigen Stabteilen wurde die Fließgrenze nicht überschritten, sie haben sich beim Entlasten wieder gerade gestreckt.

Damit haben wir auch eine ohne weiters einleuchtende Erklärung dafür, daß nach einer scheinbaren Verzögerung die Fließlinien plötzlich auftreten und ruckartig den ganzen Querschnitt bis nahe an die Nulllinie durchsetzen. Die Beobachtung mehrerer Forscher war also ganz richtig, nur die Erklärung von Prager¹⁰ war unglaublich und traf nicht zu.

Bei I-Profilen ist das Biegetragmoment nur etwa 18 % größer als das Biegefließmoment, vergleiche die Berechnungen von Fritsche²⁴. Da bei weichem Stahl eine obere Fließgrenze bis zu 20 % über der unteren fast die Regel ist und Stahl ganz ohne obere Fließgrenze eine seltene Ausnahme bildet, so müssen wir bei I-Profilen fast immer damit rechnen, daß nach Überschreiten der Fließgrenze der bildsame Zustand sehr tief vordringt (vgl. auch die Versuche von Kollrunner²⁸).

Die infolge der oberen Fließgrenze unter Umständen eintretenden labilen Vorgänge und die örtliche Beschränkung der Formänderung kann auch bei

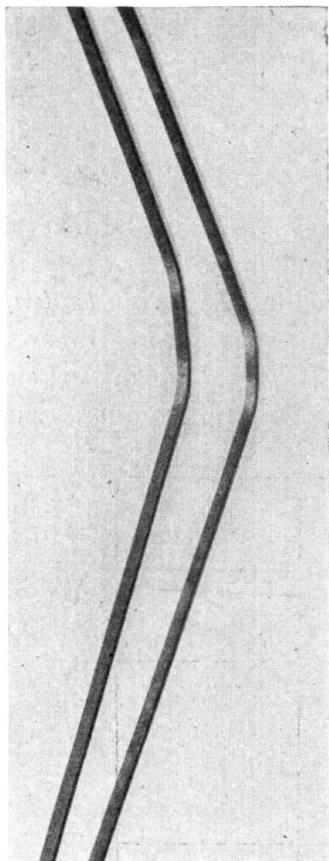


Fig. 10.

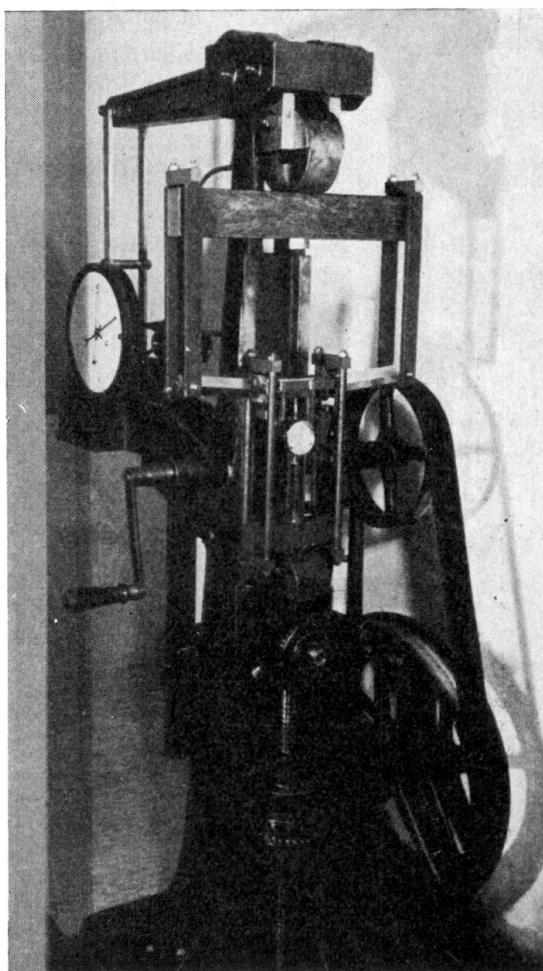


Fig. 11.

anderen Versuchen von großer Wichtigkeit sein. Die äußerst geringe Kerbzähigkeit von Stahl mit hoher oberer Streckgrenze ist unter anderem darauf zurückzuführen. Bemerkenswert ist, daß die Dauerbiegefestigkeit von Stahl mit hoher oberer Streckgrenze sowohl von polierten als auch von gekerbten Stäben wesentlich größer ist als man nach der beim Zugversuch ermittelten unteren Fließgrenze erwartet. Rechteckstäbe aus Stahl ohne obere Streckgrenze zeigten beim Biegeversuch mit Gewichtsbelastung auch nach Überschreiten der Fließgrenze bis zum vollbildsamen Zustand gleichbleibende Krümmung über die gleichbeanspruchte Stablänge und keinerlei labile Zustände.

X. Eigene Biegeversuche mit Durchbiegungs- und Dehnungsmessungen.

Für die Versuche wurden Stähle mit verschiedenen kennzeichnenden Eigenchaften gewählt, vergleiche Zahlentafel 2 und womöglich alle Zug-, Druck- und Biegestäbe aus einer einzigen Stahlstange entnommen, deren gleichmäßige Härte über die ganze Länge durch Kugeldruckversuche auf vier Seiten in Abständen von 20 zu 20 cm vorher festgestellt wurde. Bei der Bearbeitung der Probestäbe wurde die Randzone entfernt.

Zahlentafel 2.

Stahlart	Untere Zug-Streckgrenze	untere Stauchgrenze	Streckbereich	Stauchbereich	Zugfestigkeit
	kg/mm ²	kg/mm ²	%	%	kg/mm ²
Kohlenstoff A	22,0	22,0	15	10	37,4
" B	21,7	22,0	15	9	37,5
" R	20,3	21,7	10	10	40,6
" S	36,0	36,7	8	6	74,6
3% Nickel M	50,5	51,2	10	10	69,2
VCN 35 C	94,0	94,0	5	5	104,5

Für die Zugversuche wurden Rundstäbe mit Schultern, für die Druckversuche Zylinder $h = 3d$ und für die Biegeversuche prismatische Stäbe von 470 mm Länge verwendet. Die Biegeversuche wurden in der seiner Zeit von *Ludwik* mit Vorliebe benützten 2 t-Zerreißmaschine mit Neigungswaage von *Amsler* ausgeführt. Zu diesem Zweck wurde das im Lichtbild (Fig. 11) leicht erkennbare Schneidengehänge angefertigt, das auch bei großen Durchbiegungen den Fall

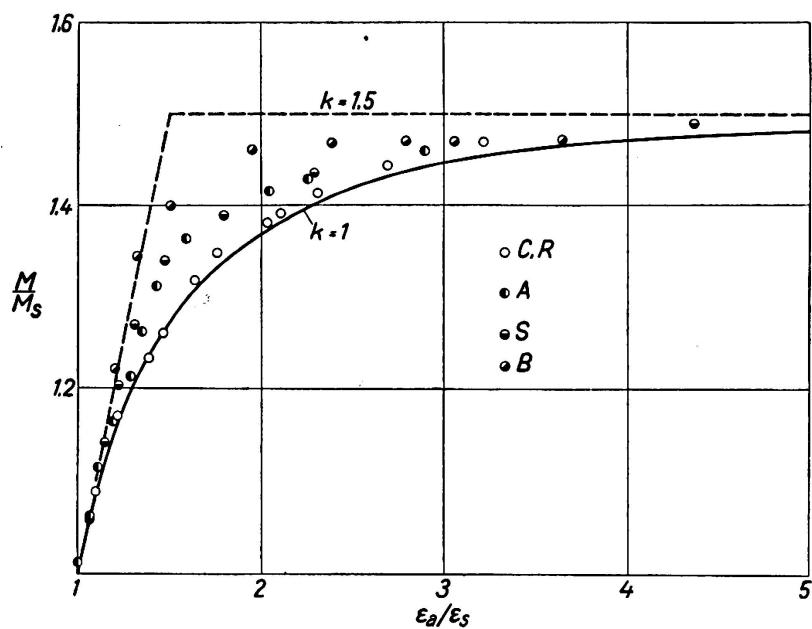


Fig. 12.

der reinen Biegung im mittleren Stabteil ohne störende Auflagerlängskräfte gut verwirklichen ließ. Über zwei Punkte der neutralen Achse wurde die Durchbiegung mit einer Zeiß-Meßuhr und an den Stabaußenrändern die Dehnung

bzw. Stauchung mit 2—4 Huggenberger Tensometern gemessen. Die Belastung erfolgte stufenweise und nur vereinzelt wurden Entlastungen vorgenommen. Im Fließbereich mußte unter derselben Last oft sehr lange zugewartet werden, bis die Meßgeräte still standen. Bei lang andauerndem Nachfließen konnte dies wegen der sonst zu befürchtenden Alterungserscheinungen nicht abgewartet werden und wurde deshalb einheitlich die Weiterbelastung vorgenommen, wenn die Durchbiegung in 10 Minuten um weniger als 0,01 mm zunahm. Fig. 12 zeigt

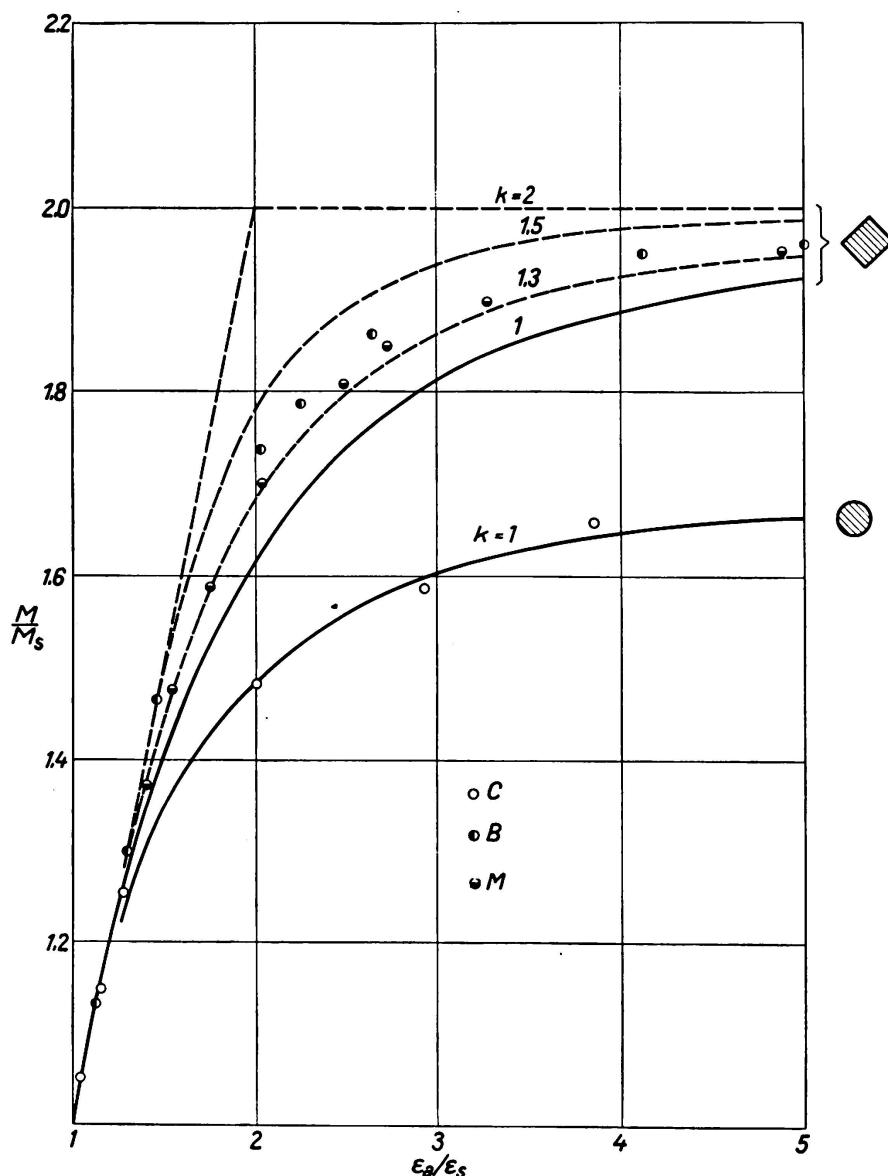


Fig. 13.

die Ergebnisse der Biegeversuche mit flachliegenden Rechteck- und Quadratstäben, Fig. 13 mit übereck gestelltem Quadrat und Rundstäben. Man beachte, daß zwecks Raumersparnis wie in Fig. 8 nur der federnd bildsame Bereich, ausgehend von $M/M_s = 1$ und $\epsilon_a/\epsilon_s = 1$ abgebildet wurde. Der besseren Übersicht wegen wurden meist nur jene Versuchswerte eingeringelt, die mehr als 1 % von den theoretischen Linien abwichen.

Es war ein glücklicher Zufall, daß zwei Werkstoffe keine *obere Streckgrenze* auch beim Biegeversuch zeigten, also genau den Biegekennlinien für $k = 1$ entsprachen. Die übrigen Werkstoffe, die beim Zugversuch auch keine obere Streckgrenze erkennen ließen, zeigten jedoch beim Biegeversuch gesetzmäßige Ab-

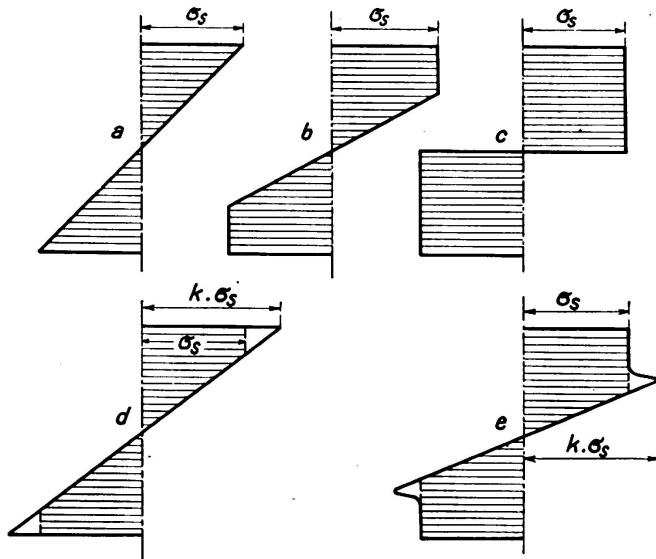


Fig. 14.

weichungen, die als die Wirkung einer oberen Streckgrenze des Werkstoffes erkannt wurden. Bei weichem Kohlenstoffstahl scheint eine obere Streckgrenze die Regel zu sein, während Stahl ganz ohne obere Streckgrenze eine Ausnahme bildet. Der weiche Kohlenstoffstahl R und der vergütete Chromnickelstahl C ergaben sowohl beim flachliegenden Rechteck- bzw. Quadratquerschnitt (Fig. 12),

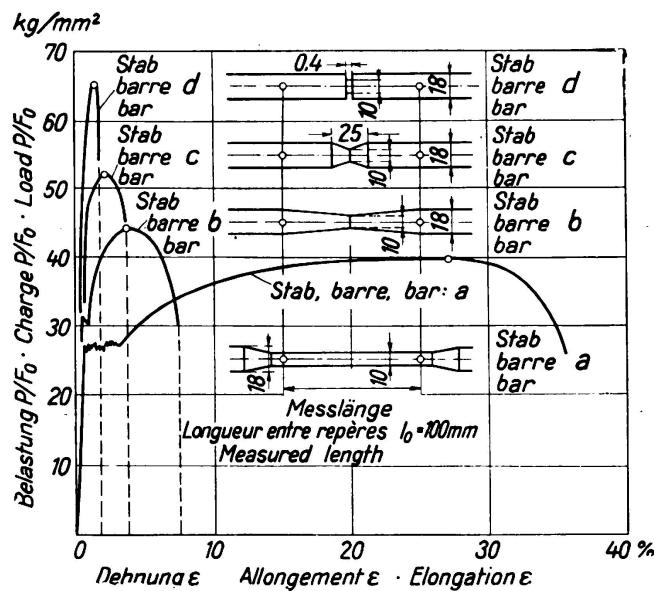


Fig. 15.

als auch beim übereck gestellten Quadrat (Fig. 13) Versuchswerte, die fast genau der Biegekennlinie $k = 1$ entsprechen, desgleichen beim Rundstab aus Stahl C. Diese beiden Stahlsorten hatten also keine obere Streckgrenze. Es gelang sehr leicht durch entsprechende Glühbehandlung Korngrenzenzementitausscheidungen

zu erhalten und dem Stahl R eine hohe ($k = 1,5$) obere Streckgrenze zu verleihen. Die obere Streckgrenze stieg dabei auf $23,9 \text{ kg/mm}^2$, die untere Streckgrenze fiel auf $16,0 \text{ kg/mm}^2$. Die Rückbildung des ursprünglichen Zustandes ist aber nicht mehr so vollkommen gelungen. Diese Versuche werden noch fortgesetzt.

Stahl A, B, M und S, die beim Zugversuch keine, oder nur eine geringe obere Streckgrenze gezeigt hatten, besaßen durchwegs obere Streckgrenzen, die sich in gleicher Höhe beim flachliegenden Quadrat als auch beim übereck gestellten Quadrat äußerten. Stahl A und S entsprechen vollkommen den Biegekennlinien für $k = 1 \cdot 3$, sowohl in Fig. 12 als auch in Fig. 13. Stahl M entspricht in Fig. 12 der Kennlinie $k = 1 \cdot 3$, in Fig. 13 liegen aber die Werte durchwegs etwas höher. Stahl B zeigt bei beiden Querschnittsformen mit geringen Abweichungen eine 40 %ige obere Streckgrenze ($k = 1 \cdot 4$).

Stahlstangen mit Eigenspannungen, die von der Wärmebehandlung oder vom Geraderichten und dergleichen herrühren, zeigen selbstverständlich auch beim Biegeversuch große Abweichungen. Ein ausführlicher Bericht über die Versuche wird als Mitteilung der Technischen Versuchsanstalt erscheinen.

An dieser Stelle möchte ich meinen Mitarbeitern, insbesondere den Herren Ing. Dr. Wilhelm Blauhut, Ing. Dr. Josef Stich und Ing. Dr. Stefan Sztecsny den Dank für ihre Bemühungen und genaue Versuchsdurchführung aussprechen.

XI. Stellungnahme zu den früheren Versuchen.

*Eugen Meyer*¹⁵ hat die Biegefließgrenze um 47 % höher als die Zugstreckgrenze gefunden, war sich aber bewußt, daß die nach der nur im rein federnden Bereich gültigen Gleichung $\sigma = M/W$ berechnete Biegespannung nur eine rechnungsmäßige oder scheinbare Spannung sein kann. Auch *Preuß*²⁹ hat bei seinen Versuchen an gekerbten und gelochten Zugstäben die großen Dehnungsspitzen des besseren Vergleiches wegen auf Spannungen umgerechnet, die so erhaltenen Werte jedoch eingeklammert und betont, daß es sich nicht um wirkliche Spannungen, die größer als die Fließgrenze wären, handelt. *Lasche*³⁰ hat hingegen bei Versuchen mit Rundscheiben Spannungen größer als die Fließgrenze ausgewiesen.

Thum und *Wunderlich*⁸ berechneten aus dem Biegemoment bei welchem größere Durchbiegungen auftraten nach der Gleichung $\sigma = M/W$ die Biegefließgrenze und fanden sie, da schon sehr weitgehende bildsame Verformungen eingetreten waren, höher als die Zugfließgrenze. Die schon erwähnte Nachrechnung durch *Prager*¹⁰ zeigte, daß bei I-Stäben schon der vollbildsame Zustand erreicht worden war. Dieser Zustand wurde auch bei den flachliegenden Quadrat- und Rundstäben fast erreicht, hingegen sind bei einigen Rechteckstäben und den übereck gebogenen Quadratstäben die Versuche früher abgebrochen worden. Die Gestalt des Biegebalkens hat nach den neueren Erkenntnissen, zumindest beim statischen Biegeversuch, keinen Einfluß, wohl aber auf den weiteren Verlauf des Fließvorganges.

*Chwalla*¹² bestimmt aus dem Verlauf der Randdehnungen unter Verwendung von Ausgleichslinien die tatsächlich auftretenden Randspannungen.

Da beim größten Biegemoment des Versuches 2, vergleiche Fig. 3 der Abhandlung, eine bezogene Randdehnung von über 1 % gemessen wurde, können

wir auf Grund unserer Fig. 7 erwarten, daß fast das Biegetragmoment M_T entsprechend dem rein bildsamen Zustand erreicht wurde. Wir können daher

$$\text{auch die Spannung nach der Gleichung } \sigma = \frac{M}{2S} = \frac{140250 \text{ kgcm}}{43,6 \text{ cm}^3} = 32,2 \text{ kg/mm}^2$$

berechnen, was sehr gut mit dem von *Chwalla* für die untere Fließgrenze für Biegezug und Biegedruck gefundenen Wert $32,4 \text{ kg/mm}^2$ übereinstimmt. Nach unseren Überlegungen und Versuchen muß dies auch die untere Zugstreckgrenze sein, die aber beim Zugversuch an Normalstäben aus derselben Charge nur mit $24,7 \text{ kg/mm}^2$ festgestellt wurde. Diese Unstimmigkeit mit dem Zugversuch wurde mittlerweile von *Chwalla* durch Ungleichmäßigkeit des Werkstoffes von Zug- und Biegestäben aufgeklärt³¹. Die nachträglich aus den Biegestäben entnommenen Zugstäbe ergaben eine untere Streckgrenze von $29,6 \text{ kg/mm}^2$. Dieses Ergebnis weicht also nur mehr 10 % ab und rechtfertigt nicht mehr den Schluß auf eine auffallende Erhöhung dieser Spannung.

Siebel und *Vieregge*¹³ haben bei ihren Biegeversuchen mit verschiedenen Werkstoffen die Durchbiegung gemessen und aus der plötzlichen Richtungsänderung des Durchbiegungsschaubildes die Fließgrenze bestimmt und als „obere Biegestreckgrenze“ bezeichnet. Die „untere Biegestreckgrenze“ wurde aus dem Moment bei Erreichen des rein bildsamen Zustandes berechnet und praktisch gleich groß wie die untere Zugstreckgrenze gefunden, was mit unseren Versuchen sehr gut übereinstimmt. Die aus den Torsionsversuchen berechnete „untere Fließgrenze“ liegt zwischen den bekannten Werten 0,50 bis 0,57 der Zugstreckgrenze. Hingegen dürfte die ermittelte verschiedenartige Erhöhung der oberen Fließgrenze bei Stählen mit verschieden hohen Streckgrenzen nur scheinbar sein, vergleiche unsere Ausführungen: VII. Biegefließgrenze, Zahlentafel 1.

L i t e r a t u r v e r z e i c h n i s .

¹ *F. Rinagl*: Keine Erhöhung der Fließgrenze bei ungleichmäßiger Spannungsverteilung, Biegekennlinien und die Bestimmung der oberen Fließgrenze.

St. Szteacsny: Zeichnerische Ermittlung von Biegekennlinien, Einfluß von Eigenspannungen auf das Fließgrenzenbild. Wien, 1936, Julius Springer.

² *Rinagl*: Akad. Anzeiger 12 und 18 Akademie der Wissenschaften in Wien. Sitzung 4. Juli 1935 und 14. Mai 1936.

³ *A. Kennedy*: Exp. on the yield point of steel under transverse test. Engg. 115 (1923), S. 736.

⁴ *O. Eiselin*: Untersuchung am einfach gelochten Zugstab, Beitrag zum Problem der Spannungsstörungen in Eisenbauten, Bauing., 1924, S. 250.

⁵ *W. Scoble*: Reinforcement by understressed material. Engg. 123 (1927), S. 65.

⁶ *G. Bierett*: Mitt. d. deutsch. Materialprüfanst., Sonderheft XV, 1931.

⁷ *Nakanishi*: Rep. Aeron. Res. Inst. Tokio, 1931, S. 83.

⁸ *A. Thum* und *F. Wunderlich*: Die Fließgrenze bei behinderter Formänderung, Forschung auf dem Gebiete des Ingenieurwesens, 1932, S. 261.

⁹ *O. Cook*: The yields Point on initial stages of plastic strain in mild steel subjected to uniform or non-uniform stress distributions. Phil. Transact. Roy. Soc. London, Ser. A 230 (1932), Nr. 4, S. 121.

¹⁰ *W. Prager*: Die Fließgrenze bei behinderter Formänderung. Forschung auf dem Gebiete des Ingenieurwesens, 1933, S. 95.

¹¹ *W. Kuntze*: Ermittlung des Einflusses ungleichförmiger Spannungen und Querschnitte auf die Streckgrenze. Der Stahlbau 1933, S. 49.

- ¹² Chwalla: Über die Erhöhung der Fließgrenze in prismatischen Balken aus Baustahl. Der Stahlbau, 1933, S. 149.
- ¹³ Siebel und Vierregge: Abhängigkeit des Fließbeginns von Spannungsverteilung und Werkstoff. Archiv für Eisenhüttenwesen 7, (1933/34), Heft 12, S. 679/82.
- ¹⁴ Hessler: Dissertation Stuttgart 1934, zitiert von O. Graf, Dauerversuche mit Nietverbindungen, S. 49, Berichte des Ausschusses für Versuche im Stahlbau, Ausgabe B, Heft 5, Berlin 1935, Springer.
- ¹⁵ Eugen Meyer: Berechnung der Durchbiegung von Stäben deren Material den Hookeschen Gesetzen nicht folgt. Z. V. D. I., 1908, S. 167.
- ¹⁶ Moser: Grundsätzliches zur Streckgrenze, Forschungsarbeiten d. V. D. I., Heft 295.
- ¹⁷ Ludwik-Scheu: Über Kerbwirkungen bei Flußeisen, Stahl und Eisen 1923, Heft 32.
- ¹⁸ Lode: Forschungsarb. a. d. Gebiete des Ing.-Wesens 1928, Heft 303.
- ¹⁹ Roš und Eichinger: Versuche zur Klärung der Bruchgefahr, Zürich 1926.
- ²⁰ Hartmann: Zur Theorie und Ausführung der Hängebrücken. Z. d. Österr. Ing.- und Arch.-Ver. 1934, Heft 51/52, S. 293.
- ²¹ Wagner: Über den Umbau der Reichsbrücke in Wien. Z. d. Österr. Ing.- und Arch.-Ver. 1935, Heft 1, S. 1.
- ²² Hencky: Zur Theorie der plastischen Deformation, Zeitschr. f. angew. Math. und Mechan., 1924, S. 323.
- ²³ Klöppel: Aus d. techn. wiss. Tätigkeit d. Deutschen Stahlbau-Verbandes, Stahlbau 1935, Heft 4.
- ²⁴ Fritsche: Tragfähigkeit von Balken aus Stahl mit Berücksichtigung des plastischen Formänderungsvermögens, Bauing. 1930, S. 851.
- ²⁵ Ludwik und Scheu: Über die Streckgrenze von Elektrolyt- und Flußeisen. Werkstoffausschußbericht Nr. 70, d. Ver. Deutsch. Eisenhütteleute.
- ²⁶ Körber-Pomp: Einfluß der Form des Probestabes, der Art der Einspannung, der Versuchsgeschwindigkeit und der Prüfmaschine auf die Lage der oberen und unteren Streckgrenze von Stahl. Mitt. d. Kais. Wilhelm Inst. f. Eisenforschung, 1934, S. 179.
- ²⁷ F. Rinayl: Neue Zugprobestabformen und Einspannvorrichtungen. Maschinenbau 1923/24, S. 770.
- ²⁸ Kollbrunner: Schichtweises Fließen in Balken aus Baustahl, Abhandlung der Intern. Vereinigung f. Brückenbau und Hochbau 3 B. 1935, S. 222.
- ²⁹ Preuß: Versuche über die Spannungsverteilung in gekerbten und gelochten Zugstäben. Z. VDI. 1912, S. 1349, 1780, und 1913: S. 664, sowie Forschungsarb. Ing.-Wes. Nr. 126.
- ³⁰ O. Lasche: Konstruktion und Material im Bau von Dampfturbinen und Turbodynamos. Springer, Berlin 1920, S. 56.
- ³¹ Chwalla: Zuschrift an die Schriftleitung, Stahlbau 1936, S. 8.
- ³² Thum: Die „Gestaltfestigkeit“ der Einfluß der Form auf die Festigkeitseigenschaften. Schweiz. Bauzeitung, Bd. 106 (1935), S. 26, Abb. 4.
- ³³ Klöppel: Bestimmung der Schnellzugfestigkeit voller, gelochter und genieteter Stäbe aus St 37 und St 52. Stahlbau 1936, S. 109, Abb. 37.

Zusammenfassung.

In den letzten zehn Jahren wurden von verschiedenen Forschern auffällige Erhöhungen der Fließgrenze des Stahles bei ungleichmäßiger Spannungsverteilung beobachtet und meist durch behinderte Formänderung zu erklären versucht. Die verschiedenen Ursachen dieses Irrtumes werden klargestellt:

- Bei ungleichmäßiger Spannungsverteilung kann an einer Stelle der ganze Fließbereich des Werkstoffes durchlaufen sein, ohne daß eine entsprechende Stufe in der Gesamtformänderungslinie bei Biegung und dergleichen zu erkennen ist. Eine solche Stufe kann aber auftreten, wenn z. B. bei Biegung

die Querschnitte bis nahe an die Nulllinie in den bildsamen Zustand gekommen sind. Das dann erreichte Biegemoment wurde irrtümlicherweise dazu verwendet, um nach der Gleichung $\sigma = M/W$ die Spannung beim ersten Fließen zu berechnen. Es kann dann nur mehr die untere Fließgrenze nach der für den vollbildsamen Zustand geltenden Gleichung $\sigma = \frac{M}{2S}$ annähernd ermittelt werden.

2. Der ganz allmähliche Übergang der Formänderungslinie aus der *Hooke'schen* Geraden in den federnd-bildsamen Bereich bei Biegung, Torsion, gelochter Stab und dergleichen erschwert unter Umständen eine genaue Ermittlung der Fließgrenze außerordentlich.
3. Auch durch Messung der bleibenden Formänderungen nach wiederholten Be- und Entlastungen ist die Fließgrenze nicht sicher zu ermitteln, da die auf einem kleinen Gebiet aufgetretenen großen bildsamen Verformungen durch die im übrigen Probekörper wirkenden starken Federkräfte fast vollständig rückgängig gemacht werden (scheinbare Federung an den Dehnungsspitzen besonders bei Augenstäben).
4. Das Auftreten und die Länge der Fließlinien sind kein sicheres Kennzeichen für das Überschreiten der technisch bedeutsamen Fließgrenze.
5. Eine etwaige obere Fließgrenze des Werkstoffes kann bei dem bisher üblichen Zugversuch nicht mit Sicherheit festgestellt werden.

Die obere Fließgrenze, die mehr als 50 % über der unteren Fließgrenze liegen kann, ist eine wirkliche Werkstoffeigenschaft, die sich beim Biegeversuch fast ungestört auswirkt und unter Umständen die Ursache von labilen Vorgängen sein kann.

6. Spannungsermittlungen aus Dehnungsmessungen nach 3 Richtungen (Dehnungsellipse) sind nur dann zulässig, wenn von einer etwaigen Vorbehandlung keine Restspannungen zurückgeblieben sind, bzw. wenn Klarheit über die im System wirkenden Innenkräfte (Federkräfte) besteht.

Durch neue Versuche, bezw. entsprechende Deutung der bisherigen Versuche wird die Theorie, die einen allmählichen Übergang vom rein federnden Spannungszustand über federnd bildsame Zustände und unter Umständen bis zum rein bildsamen Zustand annimmt, bestätigt. Eine Erhöhung der Fließgrenze tritt nicht ein, sondern im besonderen Falle ein gesetzmäßiger Abbau einer oberen Fließgrenze. Die abgeleiteten Gleichungen der „Biegekennlinien“ für verschiedene Querschnitte ermöglichen die Überprüfung von Dehnungs- und Durchbiegungsmessungen und die Ermittlung der oberen Streckgrenze des Werkstoffes.

Mit Rücksicht auf die äußerst knappe zur Verfügung stehende Zeit zur Durchführung der redaktionellen Vorarbeiten, der Übersetzungen und des Druckes war eine Zusammenstellung der Berichtigungen und Druckfehler nicht möglich. Sinnstörende Fehler können indessen im Schlußbericht des Kongresses berichtigt werden. Diesbezügliche Mitteilungen sind erbeten an die Redaktion der I. V. B. H., c/o K. Hofacker, Eidg. Techn. Hochschule, Zürich.

Druck: Universitätsbuchdruckerei Dr. C. Wolf & Sohn, München

Leere Seite
Blank page
Page vide