

**Zeitschrift:** IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH  
Kongressbericht

**Band:** 2 (1936)

**Artikel:** Bemessung statisch unbestimmter Systeme nach der Plastizitätstheorie  
(Traglastverfahren)

**Autor:** Bleich, F.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-2678>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 18.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Bemessung statisch unbestimmter Systeme nach der Plastizitätstheorie (Traglastverfahren).

Dimensionnement des systèmes hyperstatiques d'après la théorie de la plasticité.

Calculation of Statically Indeterminate Systems based on the Theory of Plasticity.

Baurat Dr. Ing. F. Bleich,  
Zivilingenieur, Wien.

## 1. Einleitung.

Das vorliegende Referat hat den Zweck, die praktische Anwendung des Traglastverfahrens auf die Bemessung statisch unbestimmter Systeme, die aus biegungssteifen Stäben zusammengesetzt sind, zu besprechen, die Grenzen der Anwendungsmöglichkeiten zu erörtern und die Anwendung an einigen Beispielen zu zeigen.

Die übliche Art der Bemessung der Stahltragwerke geht von der Voraussetzung aus, daß unter der Einwirkung von Eigengewicht und Nutzlast Spannungen auftreten, die dem Hookeschen Gesetz folgen, und daß diese Spannungen an keiner Stelle einen gewissen Bruchteil der Arbeitsfestigkeit des Werkstoffes, die sogenannte zulässige Spannung, überschreiten. Die Erkenntnis der Tatsache, daß bei statisch unbestimmten Systemen örtliche Überschreitungen der Elastizitätsgrenze eintreten können, ohne daß hierdurch im allgemeinen die Tragfähigkeit und damit der Sicherheitsgrad des Tragwerkes herabgesetzt wird, da die überanstrengten Stellen durch andere weniger überbürdete Stellen entlastet werden, war der Anlaß, bei der Bemessung statisch unbestimmter Systeme einen anderen Sicherheitsbegriff einzuführen. Die neue Definition des Sicherheitsgrades soll es ermöglichen, die durch die Zähigkeitseigenschaften des Stahles bedingte höhere Sicherheit statisch unbestimmter Systeme für die wirtschaftlichere Gestaltung derselben auszunützen.

Wir definieren nun den Sicherheitsgrad wie folgt:

*Der Sicherheitsgrad  $\nu$  ist das Verhältnis der tragbaren Last zur nutzbaren Last. Unter tragbarer Last ist jene Grenze der Belastung zu verstehen, bis zu welcher diese gesteigert werden kann, ohne daß das Tragwerk bei beliebig oftmaliger Wiederholung von Belastung und Entlastung unzulässige Verformungen erfährt. Sind verschiedene Belastungsfälle möglich, so muß der Sicherheitsgrad auch dann vorhanden sein, wenn die einzelnen Belastungsfälle in beliebiger Aufeinanderfolge beliebig oft wechseln.*

In der nutzbaren Last ist auch das Eigengewicht des Tragwerkes mit inbegriffen.

Bei der bisher üblichen Weise der Bemessung von Stahltragwerken wurde der Sicherheitsgrad durch die zulässige Beanspruchung ausgedrückt, wobei man das Verhältnis

$$\nu = \frac{\sigma_A}{\sigma_S} \quad (1)$$

als Sicherheitsgrad betrachtet hat,  $\sigma_A$  ist die Arbeitsfestigkeit des Werkstoffes, als deren obere Grenze aber die Streckgrenze angesehen wird, um größere bleibende Formänderungen mit Sicherheit auszuschließen.

Man wählt nun den gleichen Wert  $\nu$ , wie er durch Gl. (1) festgelegt ist, auch als Sicherheitsgrad für die Bemessung statisch unbestimmter Systeme nach dem neuen Sicherheitsbegriff. Damit ist erreicht, daß statisch bestimmte und statisch unbestimmte Systeme mit dem gleichen Sicherheitsgrad bemessen werden, denn bei statisch bestimmten Tragwerken führt die Bemessung nach einer zulässigen Beanspruchung wegen der Proportionalität zwischen Last und Spannung zu den gleichen Abmessungen wie die Bemessung nach dem oben erörterten Sicherheitsbegriff.

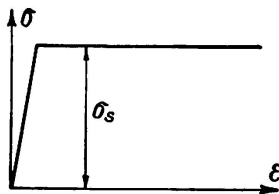


Fig. 1.

Die Bestimmung der Abmessungen statisch unbestimmter Tragwerke unter Zugrundelegung des neuen Sicherheitsbegriffes wird *Bemessung nach dem Traglastverfahren* genannt.

Das Traglastverfahren stützt sich auf zwei Voraussetzungen: 1. Der Werkstoff weise eine Spannungs-Dehnungslinie gemäß Abb. 1 auf. Vollkommen elastisches Verhalten bis zur Streckgrenze  $\sigma_s$ , mit Erreichen derselben verhält sich der Werkstoff vollkommen plastisch. Das Traglastverfahren setzt sonach einen Stahl mit ausreichend großem Streckbereich voraus.<sup>1</sup> Der Werkstoff kann in jenen Fällen, wo die Formänderungen begrenzt sind, d. h. wenn diese eine gewisse obere Schranke nicht überschreiten können, auch bei beliebig oft wiederholten Belastungswechseln — gleichgültig wie groß die Differenz zwischen der unteren und oberen Spannungsgrenze ist — nicht zum Bruche gebracht werden. Das Traglastverfahren nimmt sonach keine Kenntnis von der Möglichkeit des Dauerbruches, der ohne nennenswerte Formänderungen an der Bruchstelle erfolgen kann. *Die Anwendung dieses Bemessungsverfahrens ist demnach, strenge genommen, nur dort gestattet, wo keine eigentliche Dauerfestigkeit in Frage kommt, wo also die Zahl der Belastungswechsel während der Lebensdauer des Bauwerkes beschränkt ist, wie dies z. B. bei den Dach- und Deckenkonstruktionen des Hochbaues i. d. R. der Fall ist.*

Diesen Überlegungen gegenüber müssen wir uns folgende Tatsachen vor Augen halten: Seit vielen Jahrzehnten erfahren eine ungeheure Zahl von Stahlbrücken in den Nietverbindungen und in den steifen Knotenverbindungen in Form der sogenannten Nebenspannungen örtliche Beanspruchungen, die in einem nennenswerten Teil der Fälle sicher bis zur Streckgrenze reichen. Bei diesen

<sup>1</sup> Bei weichen Stahlsorten beträgt die gesamte bleibende Formänderung bis zum Beginn der Verfestigung 10 bis 20 ‰ der Meßlänge.

Nebenspannungen handelt es sich, wie bekannt, um ausgesprochene Fälle von wiederholten Belastungen bei begrenzten Formänderungen. Trotz der großen, in Einzelfällen sicher in die Millionen gehenden Zahl der Lastwechsel sind nur wenige Fälle von Dauerbrüchen bekannt geworden. Diesen Tatsachen stehen andererseits wieder die Erfahrungen gegenüber, die bei Laboratoriumsversuchen mit gelochten Stäben gemacht wurden, und die im Gegensatz zu den an Brücken gewonnenen Erfahrungen eindeutig erwiesen haben, daß die Dauerfestigkeit in deutlicher Abhängigkeit von der Größe der Spannungsdifferenzen steht, und daß die Ursprungsfestigkeit meist viel kleiner als die Streckgrenze ist. Obwohl auch bei gelochten Stäben die im Lochquerschnitt über die mittlere Spannung hinausgehenden örtlichen Spannungserhöhungen, ebenfalls nur als Nebenspannungen zu werten sind. Die hier obwaltenden Zusammenhänge sind noch nicht geklärt, und solange diese Klärung noch aussteht, ist Vorsicht geboten. Aus diesem Grunde haben wir uns oben auf den Standpunkt gestellt, die Bemessung nach dem Traglastverfahren nur auf jene Fälle zu begrenzen, wo keine eigentliche Dauerfestigkeit in Frage kommt.

Die durch die Bemessung nach dem Traglastverfahren ermöglichte Ausnützung der Zähigkeitseigenschaften des Stahles, macht sich in wirtschaftlicher Hinsicht besonders bei solchen Tragwerken bemerkbar, die aus einzelnen biegungssteifen Stäben zusammengesetzt sind und die innerhalb eines Stabfeldes oder über mehrere Stabfelder hinweg unveränderlichen Querschnitt aufweisen. Versagt ein Trägerteil, in dem zuerst die Spannungsgrößtwerte erreicht werden, durch das Eintreten bleibender Formänderungen, so wird ein bisher nicht voll ausgenützter Trägerteil bei der nun eintretenden neuen Spannungsverteilung entsprechend stärker beansprucht werden. Nichtsdestoweniger ist es auch bei Verwendung des neuen Bemessungsverfahrens oft genug zweckmäßig, örtlich begrenzte Verstärkungen der Träger durchzuführen.

Das Traglastverfahren bietet andererseits keine weiteren wirtschaftlichen Vorteile mehr in jenen Fällen, wo eine gute Anpassung der Stabquerschnitte an die Größe der inneren Kräfte durchgeführt wurde, wie dies z. B. bei genieteten oder geschweißten Trägern der Fall ist, deren Höhen oder Gurtstärken dem Momentenverlauf gut zugeordnet werden. Ebensowenig ist im Allgemeinen ein Vorteil bei der Anwendung des Traglastverfahrens bei der Bemessung von statisch *unbestimmten Fachwerkträgern* zu erwarten, da auch bei solchen Tragwerken die Stabquerschnitte i. d. R. ziemlich genau den errechneten Stabkräften angepaßt werden. Aber noch aus einem anderen sehr wichtigen Grund ist von der Bemessung statisch unbestimmter Fachwerke nach dem Traglastverfahren abzuraten. Die Druckstäbe im Fachwerk zeigen wegen der Knickgefahr kein plastisches Verhalten, sondern sie versagen plötzlich, ähnlich wie ein Zugstab aus spröden Material.<sup>2</sup> In diesem Sinne besteht ein Fachwerk nicht in allen Teilen aus dem gleichen elastisch-plastischen Werkstoff, da selbst die einzelnen Stäbe bei Wechsel von Zug und Druck ihre für die Bemessung nach dem Traglastverfahren maßgebenden Elastizitätseigenschaften ändern. Die Stäbe verhalten sich als Zugstäbe elastisch-plastisch, wenn der gleiche Stab aber Druck erhält, so arbeitet er wie ein spröder Stab.

---

<sup>2</sup> Dies gilt insbesondere dann, wenn der Stab im unelastischen Bereich knickt.

## 2. Der grundlegende Satz für die Berechnung nach dem Traglastverfahren.

Ordnet man jedem Querschnitt eines aus biegungssteifen Stäben bestehenden, ebenen Tragwerkes die zugehörige Normalspannung an einem Rande zu, so heißt die so entstehende stetige oder stückweise stetige Linie eine *Spannungslinie des Stabwerkes*. Die einzelnen Ordinaten dieser Linie können im allgemeinen verschiedenen Belastungen des Tragwerkes angehören. Wählt man insbesondere zu jedem Querschnitt jene Lastgruppierung, die an dem betrachteten Rande die größte Zug- bzw. Druckspannung erzeugt, so gelangt man so zu zwei Spannungslinien, die als  $\max \sigma$ - bzw.  $\min \sigma$ -Linien bezeichnet werden. Bei unsymmetrischen Querschnitten oder in Fällen, wo neben den Biegemomenten auch Längskräfte auftreten, sind die Spannungen an beiden Stabrändern im allgemeinen verschieden. In solchen Fällen sind jedem Rande je eine  $\max \sigma$ - und je eine  $\min \sigma$ -Linie zuzuordnen.

In jedem statisch unbestimmtem System können zum Unterschied von statisch bestimmten Systemen Spannungen und Stützenkräfte auftreten, auch wenn keine äußeren Lasten vorhanden sind. Einen derartigen Zustand bezeichnen wir als *Selbstspannungszustand*. Die zugehörigen Spannungen heißen die *Selbstspannungen*  $\bar{\sigma}$  und die zugehörige Spannungslinie die *Selbstspannungslinie*. Sie besteht bei Tragwerken, die aus geraden steifen Stäben mit unveränderlichem Querschnitt zusammengesetzt sind, selbst wieder aus geraden Linien.

Es gilt nun der folgende allgemeine Satz:<sup>3</sup>:

*Ein statisch unbestimmtes System ist im Sinne des Traglastverfahrens dann tragfähig, wenn man durch passende Wahl der statisch unbestimmten Größen einen Selbstspannungszustand angeben kann, derart, daß in keinem Punkte die algebraische Summe aus Selbstspannung  $\bar{\sigma}$  einerseits und dem Spannungsgrenzwert  $\max \sigma$  bzw.  $\min \sigma$ , der nach der üblichen Theorie im statisch unbestimmten System errechnet wird, andererseits die Streckspannung  $\sigma_s$  überschreite. Es gilt also allgemein*

$$|\max \sigma + \bar{\sigma}| \leq \sigma_s \quad \text{und} \quad |\min \sigma + \bar{\sigma}| \leq \sigma_s \quad (2)$$

Der allgemeine Beweis dieses Satzes ist Gegenstand des vorangehenden Referates von E. Melan. Mit Zuhilfenahme der Spannungslinien läßt sich der obige Satz sehr anschaulich darstellen. In der Abb. 2 sind die  $\max \sigma$ - und  $\min \sigma$ -Linien für einen Träger auf drei Stützen mit zwei gleichen Öffnungen  $l$  aufgetragen. Der Träger sei nur durch eine wandernde Einzellast  $P$  belastet. Ist es nun möglich, eine Selbstspannungslinie anzugeben, die von den Linien  $\max \sigma$  und  $\min \sigma$  an keiner Stelle einen größeren Abstand als  $\sigma_s$  hat, so ist das Tragwerk für die Belastung mit der wandernden Last  $P$  tragfähig. Die Last kann

<sup>3</sup> H. Bleich: Über die Bemessung statisch unbestimmter Stahltragwerke unter Berücksichtigung des elastisch-plastischen Verhaltens des Baustoffes. Der Bauingenieur 1932, S. 261.

Auf den Umstand, daß bei veränderlicher Belastung andere Bemessungsregeln in Frage kommen, als wenn immer ein und dieselbe Belastung zwischen einem oberen und unteren Grenzwert gleichen Vorzeichens wechselt, machte meines Wissens als erster G. v. Kazinczy an der Hand eines Beispiels (Dreistützträger) aufmerksam. Die Weiterentwicklung der Elastizitätslehre. Technika 1931, Budapest.

dann beliebig oft den Träger überschreiten oder sonstwie ihre Lage ändern, ohne daß die bleibenden Formänderungen des Trägers eine bestimmte Grenze überschreiten. Wählt man den  $\nu$ -ten Teil der Last  $P$  als nutzbare Last (das Eigengewicht des Trägers haben wir hier der Einfachheit halber mit Null angenommen), so hat der Träger  $\nu$ -fache Sicherheit.

Die Selbstspannungslinie kann, wenn man die Bedingungen des Systems beachtet, innerhalb der Grenzen, die durch den oben ausgesprochenen allgemeinen Satz gegeben sind, beliebig eingezeichnet werden. Bei der Auswahl des Linienzuges für die Selbstspannung wird man sich daher von wirtschaftlichen und konstruktiven Gesichtspunkten leiten lassen können.

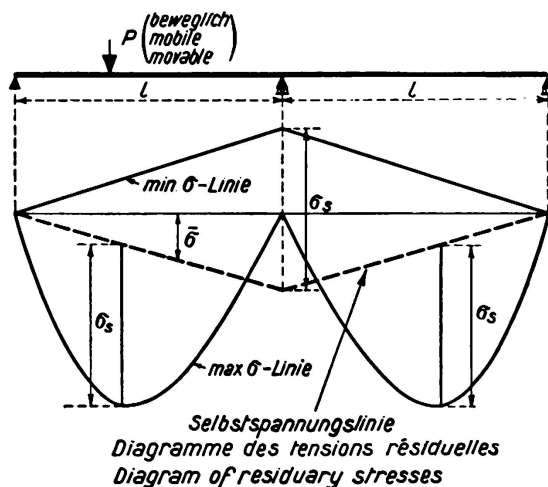


Fig. 2.

Man kann die durch die Selbstspannungslinie festgelegten Selbstspannungen als *künstliche Vorspannungen* im unbelasteten Tragwerk ansehen.<sup>4</sup> Dann bedeutet die Bemessung nach dem Traglastverfahren nichts anderes, als daß man den elastischen Spannungen die von der Belastung im statisch unbestimmten System hervorgerufen werden, ein derartiges System von künstlichen Vorspannungen überlagert, daß die Größtwerte der Spannungen an den betreffenden Stellen des Tragwerkes entsprechend vermindert werden. Ein solcher Vorspannungszustand stellt sich auch tatsächlich ein, falls man das Tragwerk mit den vollen Traglasten belasten und nachher entlasten würde.

Bei der praktischen Anwendung des Traglastverfahrens ist es natürlich nicht notwendig, die Grenzlaster und die zugehörigen  $\max \sigma$  bzw.  $\min \sigma$  einerseits und die Streckgrenze  $\sigma$  andererseits zu benutzen; es ist zweckmäßig, die den wirklichen Lasten entsprechenden  $\max \sigma$ - und  $\min \sigma$ -Linien zu bestimmen und die Selbstspannungslinien so zu wählen, daß an keiner Stelle der Abstand zwischen ihr und den Extremallinien den Wert der zulässigen Beanspruchung  $\sigma_{zul}$  überschreitet. Der Sicherheitsgrad ist dann wie gefordert

$$\nu = \frac{\sigma_s}{\sigma_{zul}}$$

<sup>4</sup> Im vorliegenden Beispiel können diese Vorspannungen zweckmäßig durch Anheben der Mittelstütze um ein bestimmtes Maß erzeugt werden.

Haben der obere oder untere Rand in allgemeineren Fällen verschiedene Spannungen in einem Querschnitt, dann gilt für jeden Rand ein besonderes Spannungsbild nach Abb. 2. Doch sind die Selbstspannungslinien in beiden Spannungsbildern nicht mehr unabhängig voneinander, da sie zu einem und denselben Spannungszustand gehören.

Die Benützung der Spannungslinien bei der zeichnerischen Festlegung der Selbstspannungslinie ist natürlich nur dann möglich, wenn die Stabquerschnitte bereits bekannt sind, so daß die Randspannungen berechnet werden können. Sollen aber die Querschnitte erst bestimmt werden, so geht man zweckmäßiger von den Linien der  $\max M$  und  $\min M$  aus, die umgekehrt nichts anderes als die mit dem Widerstandsmoment  $W$  multiplizierten Spannungslinien darstellen.

Die Aufgabe wird dann durch passende Eintragung der Linie der *Selbstspannungsmomente*  $\bar{M}$  durchgeführt, so daß die Bedingungen

$$|\max M + \bar{M}| \leq W\sigma_{zul} \quad \text{und} \quad |\min M + \bar{M}| \leq W\sigma_{zul}$$

für jeden Punkt des Tragwerkes erfüllt sind.  $W\sigma_{zul}$  heißt das *Tragmoment*.<sup>5</sup> Die Linie der Selbstspannungsmomente besteht bei geraden Stäben immer aus geraden Linien. Kommen für die Bemessung neben den Momenten auch Normalkräfte in Frage, so sind unter  $M$  und  $\bar{M}$  Kernpunktmomente zu verstehen. Doch kann man auch so vorgehen, daß man bei der Vorbemessung die Längskräfte  $N$  in der Weise berücksichtigt, daß man den Wert  $\sigma_{zul}$  beiläufig um den geschätzten Betrag  $\sigma = \frac{N}{F}$  ( $F$  = Stabquerschnitt) vermindert und das Tragmoment gleich  $W\left(\sigma_{zul} - \frac{N}{F}\right)$  setzt.

Es ist noch wichtig festzustellen, daß *einmalige Überbeanspruchungen*, wie sie etwa durch kleine *Stützensenkungen* entstehen können, ohne Einfluß auf die Sicherheit des statisch unbestimmten Tragwerkes sind, da sie ungünstigsten Falles zu beschränkten bleibenden Formänderungen führen. Hingegen sind aber *Temperatureinflüsse*, da sie sich beliebig oft wiederholen können, bei der Bemessung zu berücksichtigen. Dies geschieht in der Weise, daß in den Extremalspannungslinien  $\max \sigma$  und  $\min \sigma$  auch die Spannungen infolge Temperaturänderungen mit aufgenommen werden.

In jenen Fällen, wo nur eine einzige Belastungsweise vorliegt, die zwischen einer unteren und oberen Grenze schwankt, wobei aber Umkehrungen der Lastrichtung ausgeschlossen sein sollen, fallen die  $\max M$ - und  $\min M$ -Linien mit den Momentenlinien für die gegebene Belastung zusammen. In diesem Falle — und nur in diesem Falle — kann die Berechnung als statisch unbestimmtes System unterbleiben. Man wählt die statisch unbestimmten Größen beliebig, aber unter der einzigen Einschränkung, daß an keiner Stelle das Tragmoment  $W\sigma_{zul}$  überschritten wird.

<sup>5</sup> Die Einführung von  $W\sigma_{zul}$  als Tragmoment bedeutet, daß auch beim gebogenen Träger der Zusammenhang zwischen Spannung und Durchbiegung gemäß Abb. 1 vereinfacht angenommen wird. Das tatsächliche Tragmoment eines I-Trägers z. B. ist, wie bekannt, um 16 bis 18 % größer als  $W\sigma_{zul}$ . Es erscheint nicht angezeigt, auch diese letzte Reserve bei der Bemessung statisch unbestimmter Tragwerke in Anspruch zu nehmen.

Der Berechnungsvorgang nach dem Traglastverfahren gestaltet sich daher kurz zusammengefaßt wie folgt:

a) *Bemessung:*

1. Berechnung der Linien der max M und min M sowie der Stablängskräfte N im statisch unbestimmten System nach der üblichen Theorie der statisch unbestimmten Systeme. Dieser Spannungszustand wird als *Zustand I* bezeichnet.

2. Bestimmung des Selbstspannungszustandes durch Festlegung der Selbstspannungsmomentenlinien  $\bar{M}$  derart, daß an keiner Stelle das Moment größer wird als  $W\sigma_{zul}$ . Berechnung der statisch überzähligen Größen  $X_1, X_2, \dots$  die zu dem gewählten Selbstspannungszustand, den wir als *Zustand II* bezeichnen, gehören.

b) *Spannungsnachweis:*

1. Ermittlung der maßgebenden Randspannungen für den Zustand I.

2. Ermittlung der Randspannungen für den Zustand II. Diese Randspannungen müssen kleiner als  $\sigma_{zul}$  sein.

3. Nachweis der Spannungssumme aus 1. und 2. Diese Summe darf  $\sigma_{zul}$  nicht überschreiten.

Die nach Punkt 3 festgestellte Spannungssumme ist als eine ideelle Spannung aufzufassen, da sie nur einen Maßstab für die Sicherheit darstellt. Die tatsächliche Spannung ist im Einzelfalle durch die nach Punkt 1. berechnete Spannung gegeben, da i. d. R. die Spannungen unter der nutzbaren Last (Eigen- gewicht + Nutzlasten) auch bei der Bemessung nach dem Traglastverfahren unterhalb der Streckgrenze bleiben. Aus diesem Grunde sind auch in jenen Fällen, wo ein Nachweis der Durchbiegungen unter der Nutzlast zu erbringen ist, diese Durchbiegungen ohne Berücksichtigung des Einflusses des Selbstspannungszustandes auf die Spannungen zu berechnen. *Die Durchbiegungen sind daher in der bisher üblichen Weise zu ermitteln.*

Für ausreichende Knicksicherheit der gedrückten Trägerflanschen ist Vorsorge zu treffen.

### 3. Anwendung des Traglastverfahrens auf die Berechnung durchlaufender Balken.

#### 1. *Beispiel.*

Es möge zunächst der einfachste Fall in Behandlung gezogen werden, wo immer ein und dieselbe Belastung zwischen einer unteren und oberen Grenze wechselt, so daß bei der Berechnung von der auf S. 6 erwähnten Vereinfachung Gebrauch gemacht werden kann. Als Beispiel werde der in Abb. 3a dargestellte Dachunterzug, ein durchlaufender Träger von  $8 + 12 + 8$  m Spannweite behandelt. Der Träger ist durch die Dachbinder in Abständen von 4 m je durch eine Einzellast belastet. Die bleibende Last beträgt  $180 \text{ kg/m}^2$ , die Nutzlast (Schnee + Wind)  $100 \text{ kg/m}^2$ . Die Belastungsbreite des Unterzuges ist 12 m. Es ergeben sich sohin folgende Einzellasten:

$$\begin{aligned} \text{von der bleibenden Last: } P &= 12 \cdot 4 \cdot 0,18 = 8,64 \text{ t} \\ \text{von Schnee und Wind: } P_p &= 12 \cdot 4 \cdot 0,10 = 4,80 \text{ t} \end{aligned}$$

Da sämtliche Lasten im vorliegenden Falle nur als Vollbelastung in Frage kommen, so liegt nur eine einzige Belastungsweise vor, wobei die Lasten zwischen  $P_g = 8,64 \text{ t}$  und  $P_g + P_p = 13,44 \text{ t}$  schwanken. In Abb. 3 sind die Größtwerte der Momente für das aus drei Einzelbalken bestehende gedachte statisch bestimmte Grundsystem eingezeichnet. Belastung mit den Einzellasten  $P_g + P_p$ . Wir wählen nun die statisch unbestimmbaren Größen, d. s. die Stützenmomente  $M_B$  und  $M_{B'}$ , so, daß im Mittelfelde Stützenmoment und größtes Feldmoment einander gleich werden. Durch diese Wahl ist die gestrichelte Linie in Abb. 3 festgelegt.

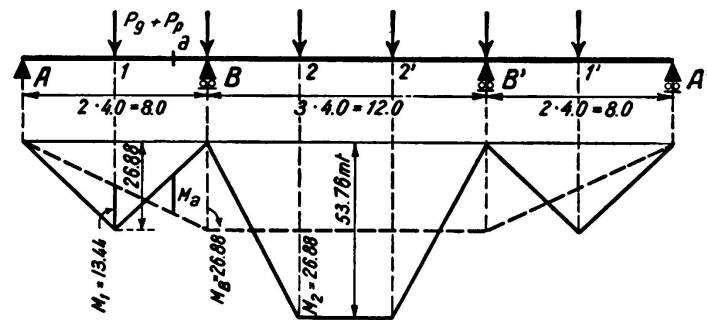


Fig. 3.

Man berechnet  $M_B = M_2 = \frac{53,76}{2} = 26,88 \text{ mt}$ ,  $M_1 = 13,44 \text{ mt}$ .

Mit  $\sigma_{zul} = 1600 \text{ kg/cm}^2$  ergeben sich für die Außenfelder I 34 und für das Mittelfeld I 42 $\frac{1}{2}$ . Der Stoß zwischen I 34 und I 42 $\frac{1}{2}$  liegt in den Außenfeldern, Punkte a in Abb. 3. Die Lage von a ist so zu bestimmen, daß  $W_n \cdot \sigma_{zul} = M_a$  ist.  $W_n$  ist das Widerstandsmoment von I 34 bei Berücksichtigung der Nietabzüge an der Stoßstelle.

## 2. Beispiel.

Ein Deckenunterzug der über vier Felder durchläuft, Abb. 4, sei in den Drittelpunkten mit den Eigengewichtslasten  $P_g = 4 \text{ t}$  und den Nutzlasten  $P_p = 8 \text{ t}$  belastet.  $\sigma_{zul} = 1400 \text{ kg/cm}^2$ . Die Größt- und Kleinstwerte der Momente, die sich nach der üblichen Theorie des Durchlaufbalkens ergeben, sind in Abb. 4a eingetragen. Bei der Berechnung der Grenzwerte der Momente wurde angenommen, daß die einzelnen Felder des Unterzuges mit der Nutzlast vollbelastet oder leer sind.

## Bemessung.

1. Lösung, Abb. 4b. Die Momentenlinie der Selbstspannung  $\bar{M}$  wird so eingezeichnet, daß  $M_1 = -M_B = 20,15 \text{ mt}$  und  $M_2 = -M_C = 15,74 \text{ mt}$  werden. Damit erweist sich für die Endfelder ein Walzträger I 40 für die beiden Mittelfelder ein Träger I 38 als notwendig. Mit dem Moment von 17,70 mt, das ein Träger I 38 bei  $\sigma_{zul} = 1400 \text{ kg/cm}^2$  gerade noch aufnehmen kann, ist die theoretische Lage des geschweißten Stoßes neben Stütze B bestimmt.

Für den Selbstspannungszustand ergeben sich die folgenden Werte der statisch überzähligen Größen:

$$\bar{M}_B = \bar{M}_{B'} = +2,14 \text{ mt}, \quad \bar{M}_C = +2,55 \text{ mt}.$$

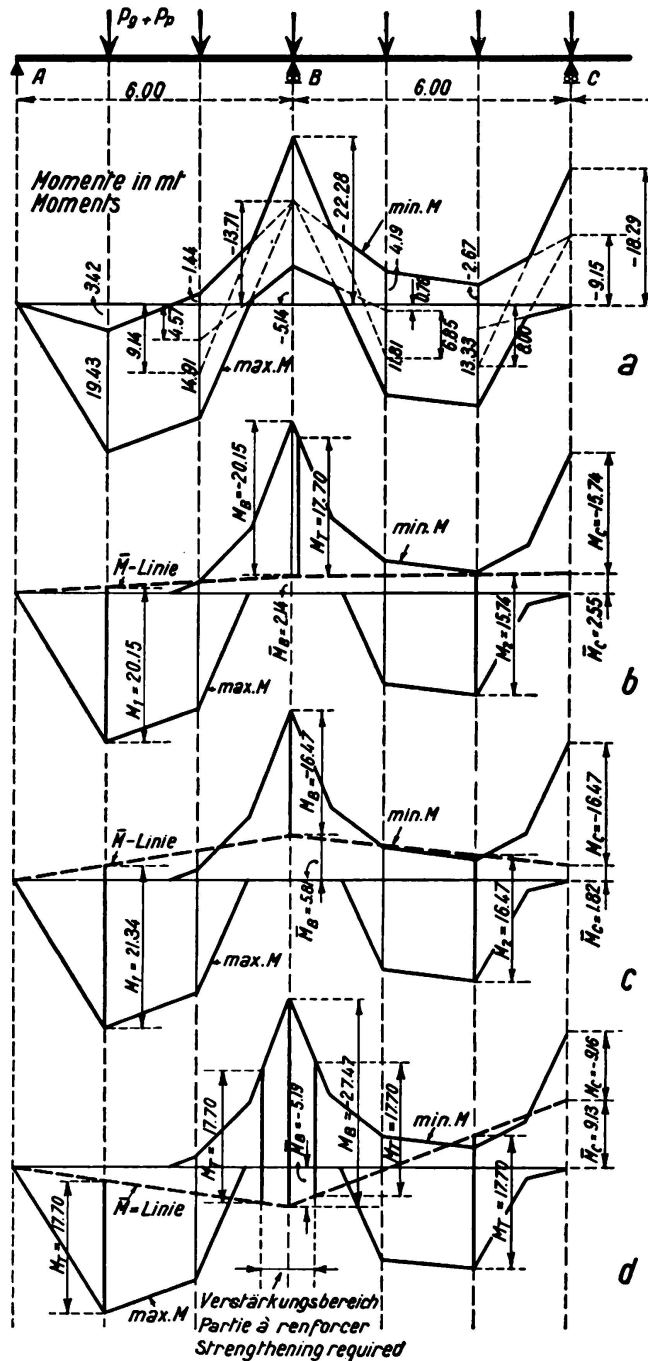


Fig. 4.

2. Lösung, Abb. 4c. Die Momentenlinie wurde so gewählt, daß  $-M_B = M_2 = -M_C = 16,47$  mt wird. Damit wächst das größte Feldmoment im Endfelde auf  $M_1 = 21,34$  mt. Erforderlich ist in den Endfeldern I  $42\frac{1}{2}$  in den Mittelfeldern I 38, doch kann jetzt der geschweißte Stoß unmittelbar über der Stütze B ausgeführt werden.

Der Selbstspannungszustand ist durch die folgenden Werte der Überzähligen,

$$\bar{M}_B = \bar{M}_{B'} = + 5,81 \text{ mt}, \quad \bar{M}_C = + 1,82 \text{ mt}$$

gekennzeichnet.

3. Lösung, Abb. 4d. Man trägt im ersten und zweiten Felde an den Stellen der größten positiven Momente je das größte Moment, das I 38 bei  $\sigma_{zul} = 1400 \text{ kg/cm}^2$  annehmen kann, d. i. 17,70 mt, auf. Diese zwei Punkte bestimmen eine Momentenlinie der Selbstspannung, die über der Stütze B ein Stützenmoment von 27,47 mt erzeugt. Dieses Moment kann durch Verstärkung des sonst durchgehenden I 38 mit aufgeschweißten Gurtplatten  $160 \cdot 12$  im Bereiche der Stütze aufgenommen werden.

Dem Selbstspannungszustand entsprechen die folgenden Werte der überzähligen Größen:

$$\bar{M}_B = \bar{M}_{B'} = - 5,19 \text{ mt}, \quad \bar{M} = + 9,13 \text{ mt}.$$

### 3. Beispiel.

Der durchlaufende Träger unter gleichförmig verteilter Belastung spielt als Deckenträger im Stahlhochbau eine hervorragende Rolle. Es sollen daher im nachstehenden einfache Bemessungsregeln für solche Träger, die eine beliebige Anzahl gleich langer Felder haben, entwickelt werden. Wir betrachten zu diesem Zwecke als Beispiel einen Dreifeldträger, der mit der bleibenden Last  $g$  und mit der Nutzlast  $p$ , diese jeweils in ungünstigster Stellung, belastet ist. In Abb. 5 sind außer der  $M_g$ -Linie noch die Linien  $\max M = M_g + \max M_p$ , bzw.  $\min M = M_g + \min M_p$  eingetragen.

Zwei Lösungen der Aufgabe werden in Betracht gezogen: Die Momentenlinie der Selbstspannungen I wurde so eingezeichnet, daß  $M_1 = M_B$  wird. Die Querschnitte in den beiden Endfeldern sind dann durch das Moment  $M_1$ , die im Mittelfelde durch  $M_2$  bestimmt. Hierbei ist noch zu beachten, daß der stärkere Träger des Endfeldes um einen gewissen Betrag, etwa um  $1/10$ , in das Mittelfeld hineinragen muß, da  $M_B$  größer als  $M_2$  ist, so daß der Trägerstoß rechts von der Stütze B liegt.

Soll der Trägerstoß unmittelbar über der Stütze B liegen, dann ist die Momentenlinie der Selbstspannungen entsprechend der Linie II in Abb. 5 einzutragen. In diesem Falle ist  $M_B = M_2$ .  $M_1$  ist größer als  $M_B$ , doch kann jetzt der stärkere Träger im Endfeld mit dem schwächeren Träger des Mittelfeldes über B gestoßen werden. Die in Abb. 5 eingetragenen Momentenlinien wurden zunächst unter der Annahme bestimmt, daß in allen Feldern der gleiche Trägerquerschnitt vorhanden sei. Wenn man daher genau rechnen wollte, müßte man die Momentenlinien unter Berücksichtigung der verschiedenen Querschnitte neuerdings bestimmen. Es zeigt sich aber, daß bei der Berechnung nach dem Traglastverfahren der Einfluß der Verschiedenheit in den Querschnitten der einzelnen Felder sehr gering ist, so daß man fast immer mit einer einmaligen Berechnung (überall gleichen Querschnitt vorausgesetzt) auskommt. Um die beiläufige Richtigkeit dieser Behauptung einzusehen, braucht man sich nur an das Beispiel 1 zu erinnern, das eine strenge Lösung der dort gestellten Aufgabe im Sinne des Traglastverfahrens darstellt. Die Lösung ist dort voll-

ständig unabhängig von der Größe der Querschnittsträgheitsmomente in den einzelnen Feldern.

Aus Abb. 5 ist ferner noch folgendes zu erkennen: Die durch die Momentenlinie der Selbstspannung bedingten Größtwerte der Momente  $M_x$  bzw.  $M_p$  treten entweder genau oder sehr angenähert an derselben Stelle auf. Man kann daher die Größtwerte der Momente getrennt für Eigengewicht und Nutzlast bestimmen und dann addieren. Die Momente lassen sich daher in der Form:

$$\begin{aligned} \text{für die Endfelder:} \quad \max M &= c_1 gl^2 + d_1 pl^2 \\ \text{für die Mittelfelder:} \quad \max M &= c_m gl^2 + d_m pl^2 \end{aligned}$$

darstellen. Die Beiwerte  $c$  und  $d$  hängen, wenn man gleiche Feldweiten voraussetzt, nur von der Felderzahl ab, und können ein für allemal vorausberechnet

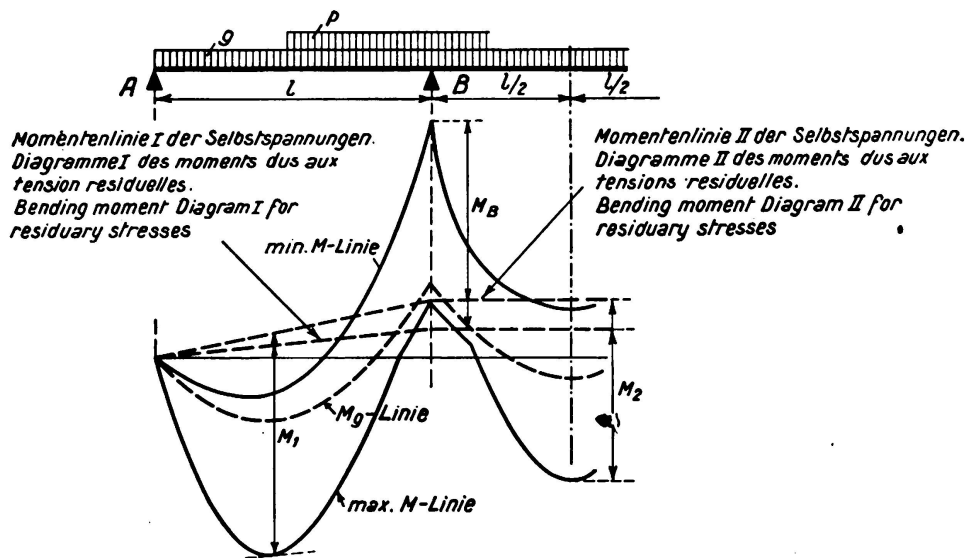


Fig. 5.

werden. In der Tafel 1 sind diese Beiwerte für die beiden Lösungen mit der Selbstspannungslinie I bzw. II zusammengestellt. Da in den Mittelfeldern die maßgebenden Größtmomente nur wenig voneinander abweichen, wurde in jedem Falle der größte Wert von  $c$  und  $d$  angegeben, der dann für alle Mittelfelder gilt.

Tafel 1. Bemessungsmomente für durchlaufende Balken mit gleichen Feldweiten.

Endfelder: $\max M = c_1 gl^2 + d_1 pl^2$					Mittelfelder: $\max M = c_m gl^2 + d_m pl^2$				
a) Der stärkere Endfeldträger reicht um ca. 1/10 ins zweite Feld					b) Der stärkere Endfeldträger reicht bis zur ersten Mittelstütze				
Felderzahl	Endfelder		Mittelfelder		Felderzahl	Endfelder		Mittelfelder	
	$c_1$	$d_1$	$c_m$	$d_m$		$c_1$	$d_1$	$c_m$	$d_m$
2	0,0858	0,1048	—	—	2	0,0858	0,1048	—	—
3	0,0858	0,1061	0,0392	0,0858	3	0,0957	0,1109	0,0625	0,0957
4	0,0858	0,1061	0,0511	0,0942	4	0,0957	0,1104	0,0625	0,0971
> 4	0,0858	0,1061	0,0625	0,0950	> 4	0,0957	0,1098	0,0625	0,0972

10\*

4. Anwendung des Traglastverfahrens auf die Berechnung von Binderrahmen.

4. Beispiel.

Ein beiderseits eingespannter Rahmenbinder von 16 m Stützweite und 10 m Stielhöhe sei als dreifach statisch unbestimmter Rahmen so zu bemessen, daß Stiele und Riegel aus den gleichen Walzträgern, ohne örtliche Verstärkung hergestellt werden können. In Abb. 6a ist das Bindersystem dargestellt. Als Belastung kommen in Betracht: Bleibende Last  $p = 0,72 \text{ t/m}$ , Schneebelastung  $s = 0,45 \text{ t/m}$  und Winddruck auf die Stiele  $w = 0,60 \text{ t/m}$ . Der in bekannter Weise berechnete Momentenverlauf für die vorerwähnten drei Belastungsarten ist in den Abb. 6b bis 6d eingezeichnet. Da Windbelastung von rechts und links möglich ist, so sind die max  $M$ - und min  $M$ -Linien symmetrisch zur lotrechten Achse des Rahmens. Diese Linien sind in Abb. 6e veranschaulicht.

Wir ermitteln nun einen Selbstspannungszustand, der durch die Größen  $\bar{M}_A$ ,  $\bar{M}_B$  und  $\bar{H}$  gegeben ist, und der die folgenden Bedingungen erfüllt: Es soll

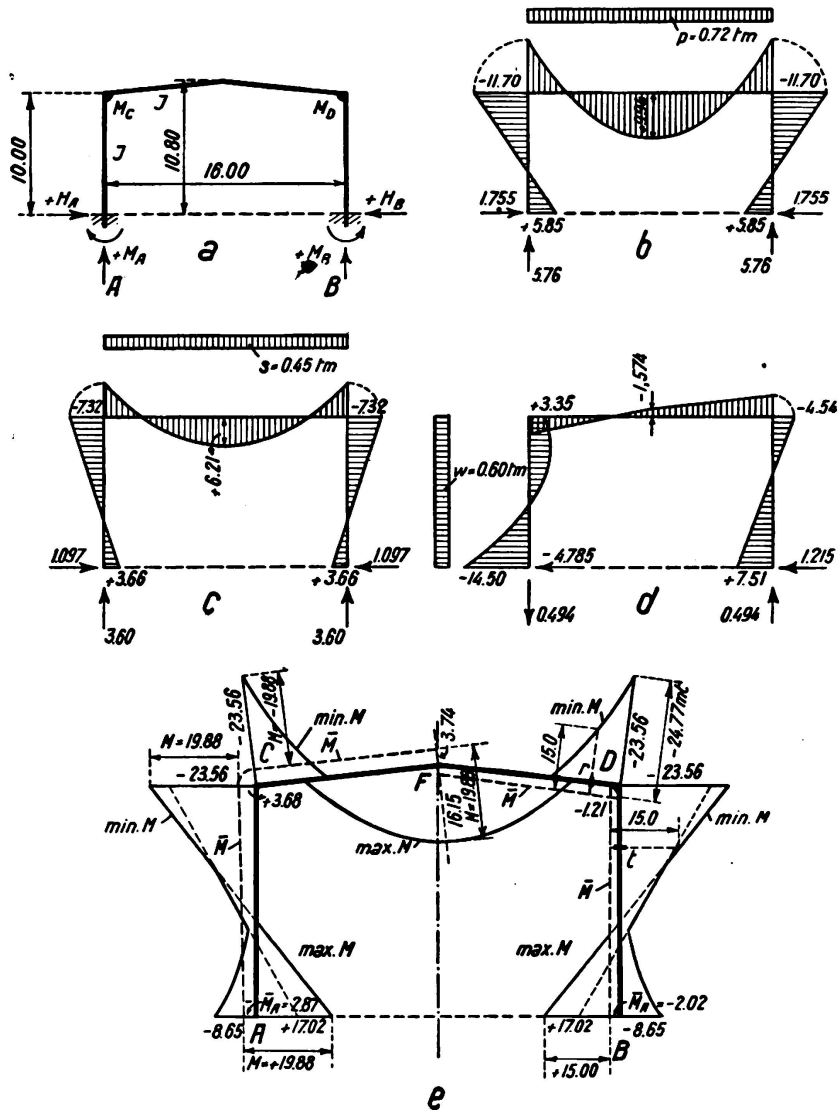


Fig. 6.

$\bar{M}_A = \bar{M}_B$  sein, und weiters sollen das Einspannungsmoment in A, das Eckmoment in C und das Feldmoment in F (Riegelmitte) dem absoluten Zahlenwert nach einander gleich sein. Dieser Wert sei  $M$ . Es müssen also, wenn man die in Abb. 6 e eingetragenen Werte für die Grenzmomente beachtet, folgende Gleichungen bestehen:

$$\begin{aligned} \text{im Punkte A:} \quad & 17,02 + \bar{M}_A = M, \\ \text{im Punkte C:} \quad & -23,56 + \bar{M}_A - 10 H = -M, \\ \text{im Punkte F:} \quad & 16,15 + \bar{M}_A - 10,8 H = M. \end{aligned}$$

Aus diesen drei Gleichungen können die Unbekannten  $\bar{M}_A$ ,  $\bar{H}$  und  $M$  ermittelt werden. Die Auflösung ergibt

$$\bar{H} = -0,081 \text{ t}, \quad \bar{M}_A = \bar{M}_B = +2,87 \text{ mt}, \quad M = 19,88 \text{ t}.$$

Die Momentenlinie der Selbstspannungen  $\bar{M}$  ist mit den so gefundenen Werten in Abb. 6 e linke Hälfte eingetragen. Das Größtmoment  $M$ , das der Bemessung zugrunde zu legen ist, beträgt  $M = 19,88 \text{ mt}$ . Bei  $\sigma_{zul} = 1600 \text{ kg/cm}^2$  reicht ein Träger I 40 aus.<sup>6</sup> Voraussetzung ist hierbei, daß die notwendigen Festhaltungen für die Sicherung der gedrückten Gurte vorgesehen werden.

Faßt man aber die Möglichkeiten örtlicher Verstärkungen ins Auge, dann kann man folgendermaßen vorgehen: Man wählt als Grundprofil etwa einen Träger I 36, dessen Tragmoment  $M_T$  bei  $\sigma_{zul} = 1600 \text{ kg/cm}^2$  und bei einer angenommenen Reserve von  $200 \text{ kg/cm}^2$  für Beanspruchung durch die Normalkräfte  $M_T = 1400 \cdot 1089 \text{ kg} \cdot \text{cm} \approx 15,00 \text{ mt}$  beträgt.<sup>7</sup> Der Selbstspannungszustand soll nun so gewählt werden, daß die Größtmomente an der Einspannungsstelle A und in Riegelmitte F den Wert von  $15,00 \text{ mt}$  nicht überschreiten. Wir haben daher die Bedingungsgleichungen

$$\begin{aligned} \text{für Punkt A:} \quad & 17,02 + \bar{M}_A = 15,00 \\ \text{für Punkt F:} \quad & 16,15 + \bar{M}_A - 10,8 \bar{H} = 15,00 \end{aligned}$$

Die Auflösung dieser beiden Gleichungen liefert

$$\bar{H} = -0,081 \text{ t} \quad \text{und} \quad \bar{M}_A = -2,02 \text{ mt}.$$

In den Punkten C und D tritt ein größtes Moment  $M_C = M_D = -23,56 - 2,02 + 0,81 = -24,77 \text{ mt}$  auf.

Die zugehörige Momentenlinie der Selbstspannung ist in der rechten Hälfte der Abb. 6 e eingezeichnet. Mit dem Tragmoment  $M_T = 15,00$  ergeben sich die Punkte r und t in Abb. 6 e, die den Bereich begrenzen, der durch Aufschweißen von Gurtplatten zu verstärken ist, damit in diesem Bereich ein Größtmoment von  $24,77 \text{ mt}$  aufgenommen werden kann.

Wir haben auch im zweiten Fall der Berechnung die gleichen  $\max M$  und  $\min M$ -Linien zugrunde gelegt wie im ersten Fall, obwohl diese Linien wegen der örtlichen Verstärkungen einen etwas anderen Verlauf zeigen sollten. Der

<sup>6</sup> Wobei auch die Normalkräfte in Stiel und Riegel zu berücksichtigen sind.

<sup>7</sup> Die größte Normalkraft beträgt z. B. im Stiel rd.  $10 \text{ t}$ .

Fehler, der dadurch begangen wurde, ist nicht allzugroß, da es sich immer wieder zeigt, daß der Einfluß der Steifigkeitsverhältnisse auf die für die Bemessung maßgebenden Momente verhältnismäßig gering ist. Ein im Sinne des Traglastverfahrens berechnetes statisch unbestimmtes System verhält sich hinsichtlich des Einflusses der Steifigkeit der einzelnen Teile auf die maßgebenden Größen der Bemessung annähernd wie ein statisch bestimmtes Tragwerk. Für die Vorbemessung genügt es daher fast immer, ein System mit nur annähernd richtiger Verteilung der Trägheitsmomente zugrunde zu legen. Beim Nachweis der Spannungen empfiehlt es sich aber, um alle Verhältnisse richtig erfassen zu können, die richtigen max M und min M-Linien zu benützen.

### Zusammenfassung.

Das Referat zeigt die praktische Anwendung des Traglastverfahrens auf die Bemessung statisch unbestimmter Systeme, die aus biegungssteifen Stäben zusammengesetzt sind. Zunächst wird der Begriff des Sicherheitsgrades im Sinne des Traglastverfahrens definiert und im Anschluß daran die Voraussetzungen für die Anwendung dieses Bemessungsverfahrens mit Rücksicht auf die Eigenschaften des Werkstoffes besprochen. Aus den vorgeführten Überlegungen ergibt sich, daß das Traglastverfahren zunächst auf solche Tragwerke einzuschränken ist, für die eine Rücksichtnahme auf die Dauerfestigkeit des Werkstoffes nicht in Frage kommt. Von der Anwendung des neuen Bemessungsverfahrens auf Fachwerke ist ebenfalls abzuraten. Erörterung des dem Verfahren zugrunde gelegten Satzes von *H. Bleich* und Besprechung des Berechnungsganges. Die praktische Anwendung des Traglastverfahrens wird an mehreren Beispielen gezeigt und zwar an drei verschiedenen Fällen von durchlaufenden Balken und an einem Rahmentragwerk.