Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH Kongressbericht

Band: 2 (1936)

Artikel: Versuche, Ausdeutung und Anwendung der Ergebnisse

Autor: Maier-Leibnitz, H.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-2677

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 14.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

I 7

Versuche, Ausdeutung und Anwendung der Ergebnisse.

Essais; signification et application des résultats.

Test Results, their Interpretation and Application.

Dr. Ing. H. Maier-Leibnitz,
Professor an der Technischen Hochschule Stuttgart.

A. Einfache vollwandige Balken.

Um die Versuche mit durchlaufenden Balken deuten zu können, wird zunächst das Verhalten eines in der Mitte belasteten *einfachen* Balkens von der Stützweite l (Fig. 1) gezeigt (Bautechnik 7, 1929, S. 313 siehe [1]). Es handelt sich um I 14 · 14 mit den auf Grund der tatsächlichen Trägerabmessungen ermittelten statischen Querschnittswerten: $F = 43{,}2\ cm^2$; $J = 1525\ cm^4$; $W = 214\ cm^3$. Vier aus den Flanschen entnommene Probestücke gaben eine mittlere Streck-

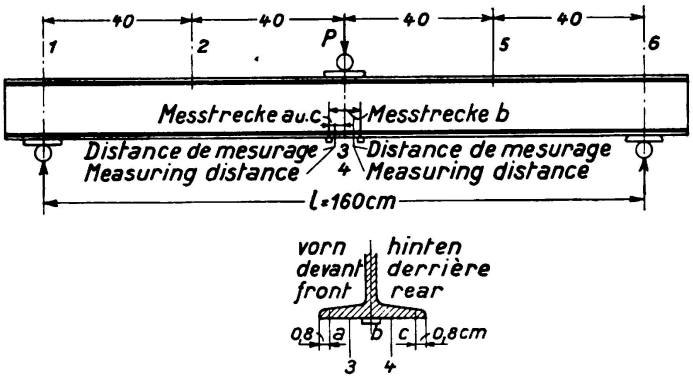


Fig. 1.

spannung von $\sigma_s = 2{,}437\ t/cm^2$. Fig. 2 zeigt die gesamten und bleibenden Durchbiegungen in Balkenmitte, Fig. 3 die gesamten und bleibenden (gemittelten) Verlängerungen und Dehnungen der Meßstrecken a und c am Unterflansch in Balkenmitte. Aus der Versuchsbeobachtung ergibt sich, daß bei $P = 12{,}8$ t in der Mitte unten am Druckflansch Zunderstückchen absprangen und daß der Träger unter $P_v = 17{,}15$ t seitlich ausbog, endgültig versagt hat.

Was die Tragfähigkeit eines solchen Trägers anbelangt, so kann man darunter verschiedenes verstehen. Ausgehend von dem Gesichtspunkt, daß ein Träger praktisch unbrauchbar wird, wenn er anfängt, bleibende Formänderungen zu erleiden, könnte man unter der Tragfähigkeit [P_T] den Wert von P verstehen, bei dem in der äußersten Querschnittsfaser an der Stelle des Maximalmoments die Streckgrenze erreicht ist, wobei bei weiter anwachsenden P bleibende Dehnungen und

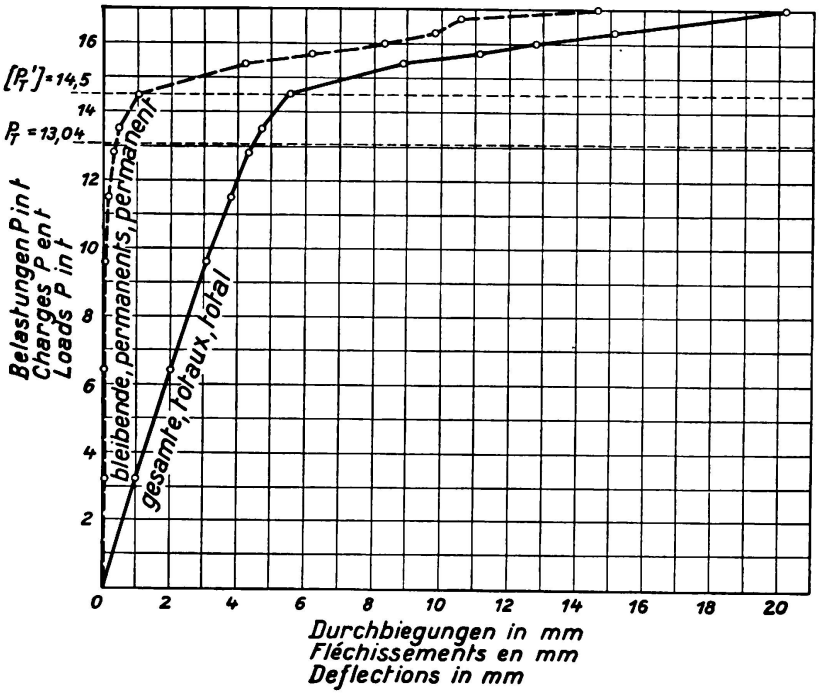


Fig. 2.

Träger 11 a, Mittel der Durchbiegungen des mittleren Trägerpunktes 3, 4.

Durchbiegungen eintreten. Das diesem Zustand entsprechende Moment ist im vorliegenden Fall: $M_s = W \cdot \sigma_s = 214 \cdot 2{,}437$ cmt und die Tragfähigkeit $[P_T] = \frac{4\,W\,\sigma_s}{l} = 13{,}04$ t. Fig. 3 zeigt, daß tatsächlich bei dieser Last bleibende Formänderungen einzutreten beginnen.

Man hat vielfach versucht, das Tragmoment M'_s, das nicht mehr überschritten

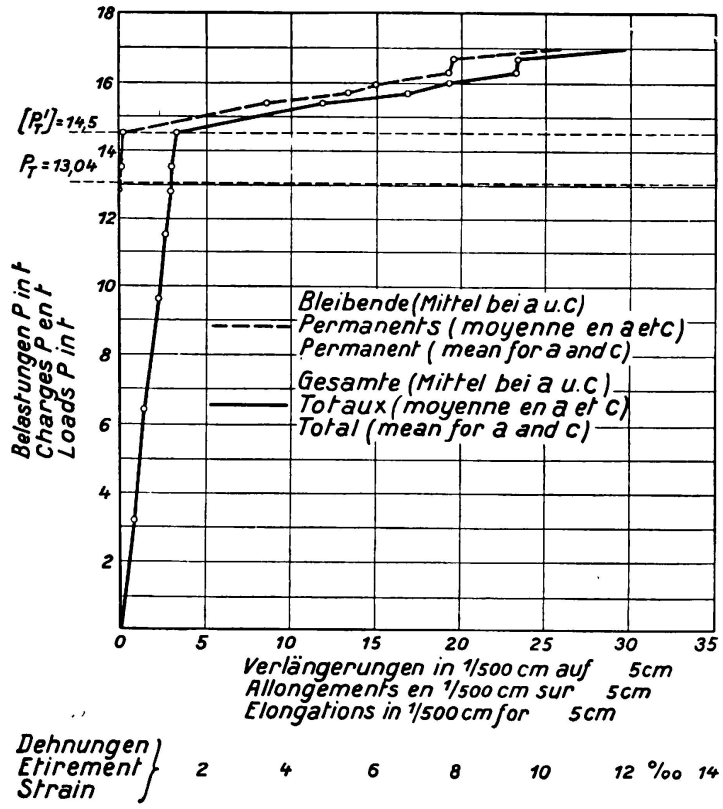


Fig. 3.

Träger 11 a.

werden kann und das dem inneren Moment der Spannungen nach dem Fließen bei völliger Plastizierung des ganzen Querschnitts entspricht, rechnerisch zu bestimmen (z. B. *M. Grüning* in Bautechnik 6, 1928, S. 274, siehe [2]; *Fritsche,* Bauingenieur 11, 1930, S. 854, siehe [3]; *Hartmann,* Schweiz. Bauzeitung 101, 1933, S. 75, siehe [4]; *Fritsche,* Stahlbau 9, 1936, S. 65ff., siehe [5]; hier weitere Literaturangaben und Angaben über die Berechnungsarten von *Prager* und *Kuntze*). Wie *Fritsche* in [5] im einzelnen ausführt, ist eine zahlenmäßige Übereinstimmung zwischen Versuch und Rechnung nur innerhalb recht weiter Grenzen zu erwarten (die Querschnitte bleiben, je weiter die Plastizierung fortschreitet, nicht eben; Schwankungen in der Höhe der einachsigen Fließgrenze; Verfestigungserscheinungen).

Bei dem in Betracht gezogenen Versuch kann man aus Fig. 3 und auch 2 deutlich ein $[P'_T] = 14{,}5$ t ablesen, von dem an die bleibenden Dehnungen am Unterflansch unter dem Lastangriffspunkt und die Durchbiegungen nahezu ungehemmt wachsen. Das entsprechende tragbare Moment M'_s ist $\frac{[P'_T] \cdot l}{4} = 580$ cmt (siehe auch Abschnitt Da).[1] Das Verhältnis $\frac{[P'_T]}{[P_T]}$ ist im vorliegenden Fall $= \frac{14{,}5}{13{,}04} = 1{,}10$.

Bei den in [1], Bautechnik 7, 1929, S. 313 veröffentlichten weiteren Versuchen ergab sich für die Lastanordnung der Fig. 1 bei I *Burbach* $\frac{152}{127}$ das Verhältnis $\frac{14{,}7}{12{,}66} = 1{,}16$; für I 16: $\frac{8{,}3}{7{,}61} = 1{,}09$.

Jedenfalls ist es ungerechtfertigt, auf was schon *M. Grüning* in [2] Bautechnik 6, 1928, S. 274 aufmerksam gemacht hat, dem oben erwähnten Lastwerte P_v und dem Werte P_w in der Arbeit von *Stüssi-Kollbrunner* in [6] Bautechnik 13, 1935, S. 264 entscheidende Bedeutung für die Tragfähigkeit beizumessen oder diese Werte als Tragfähigkeit zu bezeichnen.

Für die Wesensdeutung (qualitative Deutung) der in den Abschnitten B) bis E) beschriebenen Versuche mit durchlaufenden und eingespannten Trägern und für den Vorschlag eines einfachen Bemessungsverfahrens für solche Träger ist es wichtig, darauf hinzuweisen, daß entsprechend Fig. 4a die Abhängigkeit: bleibende Durchbiegung f eines Balkens AB (und ähnlich: bleibende Verbiegung φ) von der Last P $\left(\text{oder von dem Balkenmoment } \frac{P \cdot l}{4}\right)$ durch die Kurve O C D E der Fig. 4b (identisch mit Fig. 5 in [1] Bautechnik 7, 1929, S. 313) dargestellt wird. Zur weiteren Vereinfachung der Deutung kann man an Stelle des Linienzuges CDE die wagrechte Gerade FG annehmen und bei dem nach der Entlastung verbogenen Balken der Fig. 4a in der Mitte einen Knick annehmen, d. h.

$$\varphi = \frac{2f}{\frac{l}{2}} \quad \text{oder} \quad f = \frac{\varphi \cdot l}{4}$$

[1] Wenn man sich die Meßpunkte der Fig. 2 und 3 durch Kurvenstücke verbunden denkt, so könnte man auch ablesen $[P'_T] = 15$ t, dann wäre $M'_s = 600$ cmt.

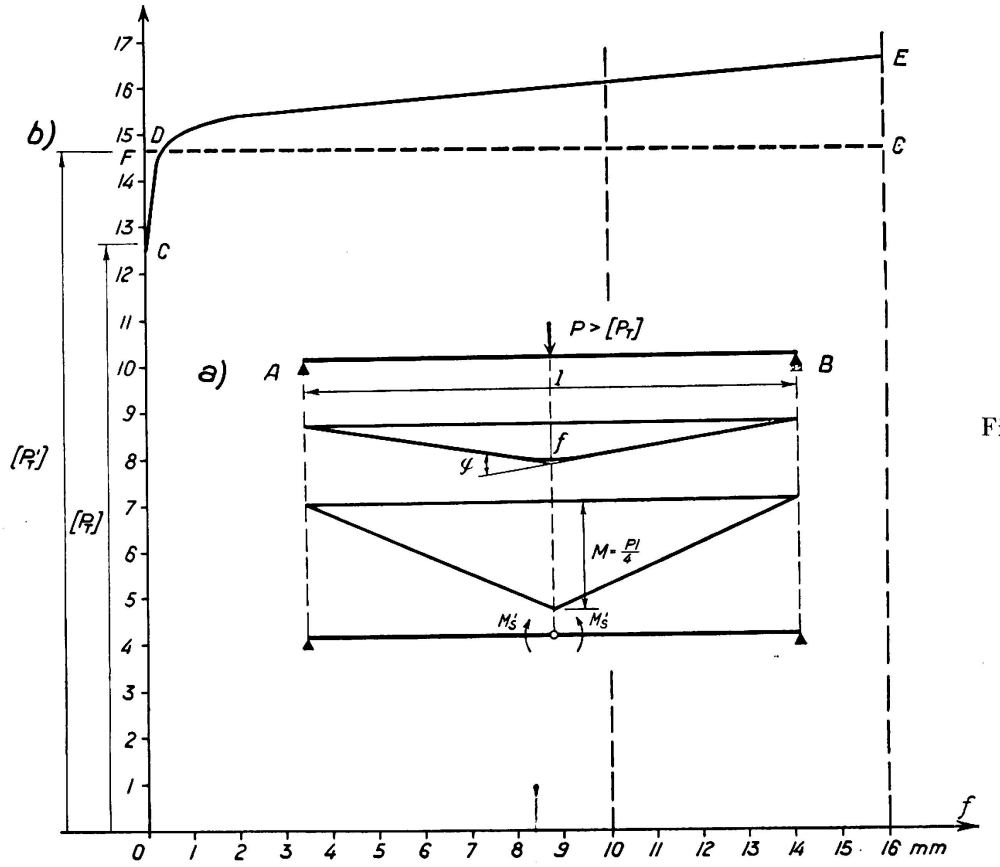


Fig. 4.

setzen. Diese *vereinfachte Deutungshypothese* kommt auf die Annahme hinaus, daß man annimmt, daß der Balken überhaupt kein größeres Moment als $M'_s = \frac{[P'_T] \cdot l}{4}$ in dem oben betrachteten Fall kein größeres Moment als $M'_s = 580$ cmt aufnehmen kann und daß der Balken unter diesem Moment eine geknickte Form annimmt. Sie ist gleichbedeutend mit der Anschauung, daß sich unter $[P'_T]$ an der Lastangriffsstelle im Träger ein Gelenk bildet, in dem ein dem Balkenmoment das Gleichgewicht haltendes inneres Moment M'_s wirkt.

Weitere Versuche über einfache Balken sind beschrieben in [7], [8], [9], [10], [11].

B. Durchlaufende Balken mit zwei Öffnungen und gleich großen Belastungen in beiden Feldern.

Die Fig. 5 zeigt eine Zusammenstellung der in [11] Bautechnik 6, 1928, S. 11 und S. 27 beschriebenen, vom Verfasser durchgeführten Versuche mit je zwei gekuppelten I 16. Es sind dort vier Fälle einander gegenübergestellt und die Werte P_{zul} eingetragen, bei welchen nach der üblichen Theorie $\sigma_{zul} = 1{,}2$ t/cm² gerade erreicht ist: Fall I einfacher Balken; Fall II durchlaufender Balken mit gleich hohen Stützen; Fall III durchlaufender Balken mit derart gesenkter Mittelstütze, daß das Feldmoment = dem Stützenmoment = dem zulässigen Moment: $W \cdot \sigma_{zul}$ wird; Fall IV durchlaufender Balken mit derartig gesenkten Außenstützen, daß über der Mittelstütze das zulässige Moment: $W \sigma_{zul}$ erscheint.

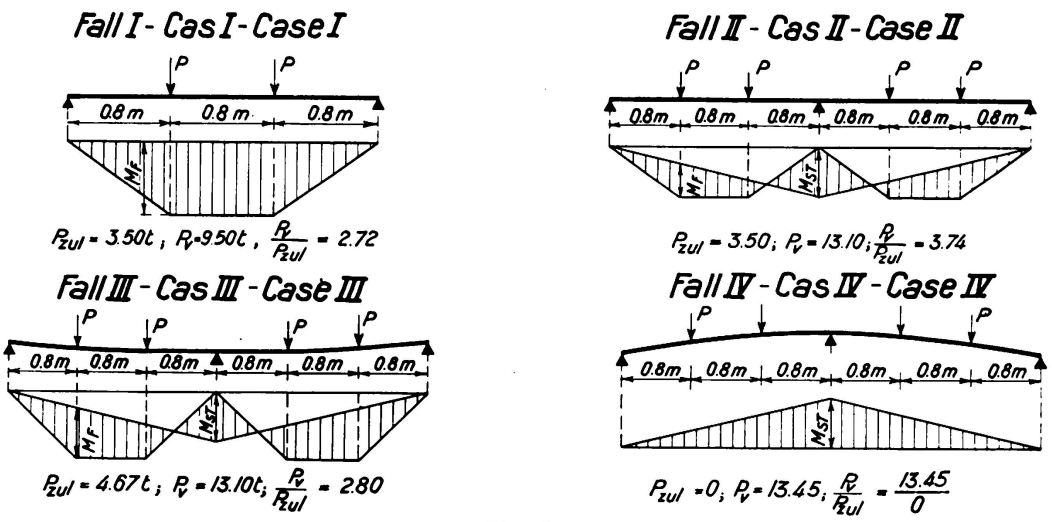


Fig. 5.

Das Versagen aller Träger hat unter Lasten P_v nach Erreichen unzulässig hoher bleibender Formänderungen durch Ausweichen in der Nähe der äußeren Lastangriffspunkte stattgefunden. Die in der Mitte der Balkenöffnungen gemessenen Durchbiegungen der vier Fälle sind in der Fig. 6 aufgetragen.

Bei dem Versuch des Falles I entstanden die ersten Strecklinien an den Zugflanschen unter den Belastungsstellen bei einem $[P_T] = 7{,}5$ t, d. h. bei einer rechnungsmäßigen Beanspruchung von 2,70 t/cm² (kleiner als die aus Zugversuchen ermittelte mittlere Streckspannung von 2,94 t/cm²). $[P'_T]$[2] kann man nach den Versuchsbeobachtungen annehmen zu 8,5 t. Das entsprechende tragbare Moment M_s' ist $8{,}5 \cdot 80 = 680$ cmt. Das tatsächliche Widerstandsmoment beider Träger ist zusammen 222 cm³ · $M_s = W \cdot \sigma_s$ ist mit $\sigma_s = 2{,}70$ t/cm² : 222 · 2,7 = 600 cmt,

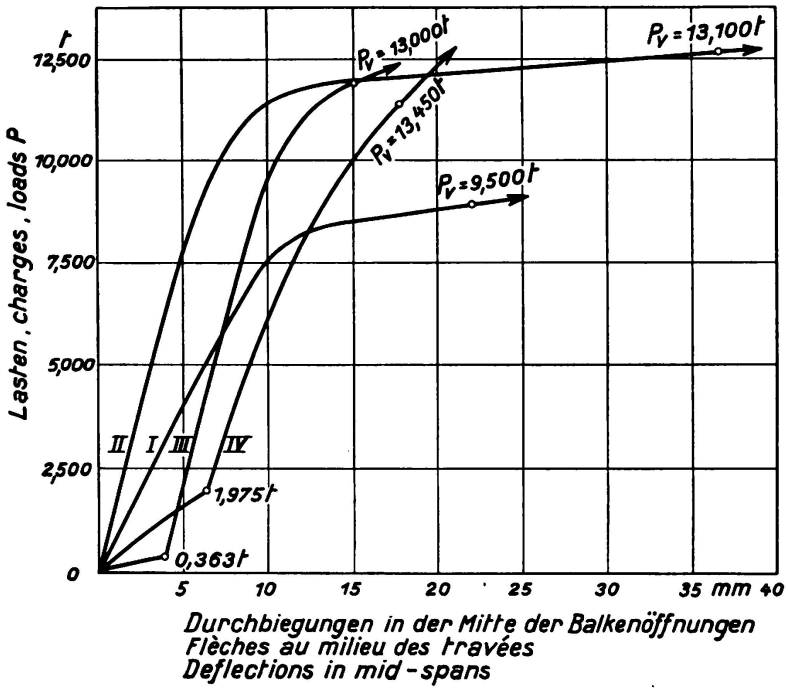


Fig. 6.

[2] Die Werte für die Tragfähigkeit einfacher Balken sind in [ ] gesetzt, also $[P_T]$, $[P'_T]$ beziehen sich im vorhergehenden und im folgenden immer auf den einfachen Vergleichsbalken.

mit $\sigma_s = 2{,}94$ t/cm² ist es $= 665$ cmt. $\frac{[P'_T]}{[P_T]} = 1{,}14$; $\frac{M'_s}{M_s} = \frac{680}{600} = 1{,}14$ bezw. $\frac{680}{665} = 1{,}02$. Man sieht also, daß man mit der aus einem Zugversuch erhaltenen Streckspannung nicht auf M'_s schließen darf.

Versuch Fall II.

Die wichtigsten Beobachtungen, die während der Durchführung des Versuchs gemacht wurden, sind aus der Fig. 7 zu ersehen, die gemittelten Durchbiegungen

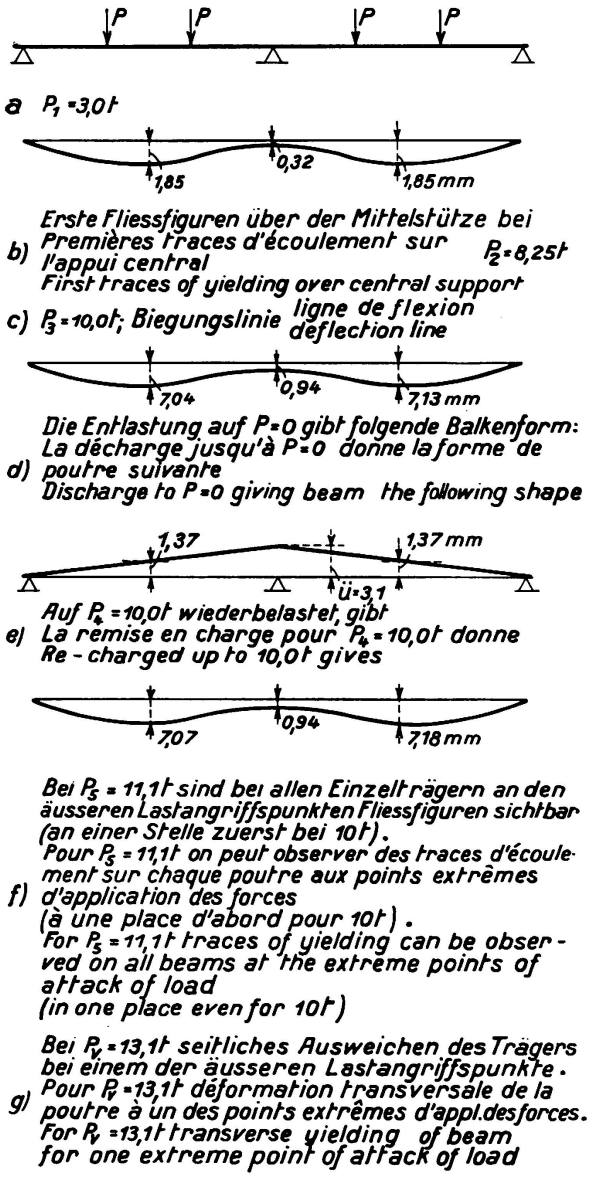


Fig. 7.

Darstellung des Hauptversuches II.

aus Fig. 8 und die auf eine Meßstrecke von 100 mm am Oberflansch über der Mittelstütze gemessenen Dehnungen aus Fig. 9. Die auf Grund der tatsächlichen Trägerabmessungen ermittelten statischen Querschnittswerte sind addiert: $F = 43$ cm², $J = 1727$ cm⁴, $W = 211$ cm³; die aus Zugversuchen ermittelte mittlere Streckspannung ist 2,51 t/cm². Wenn man daraus auf M'_s schließen dürfte,

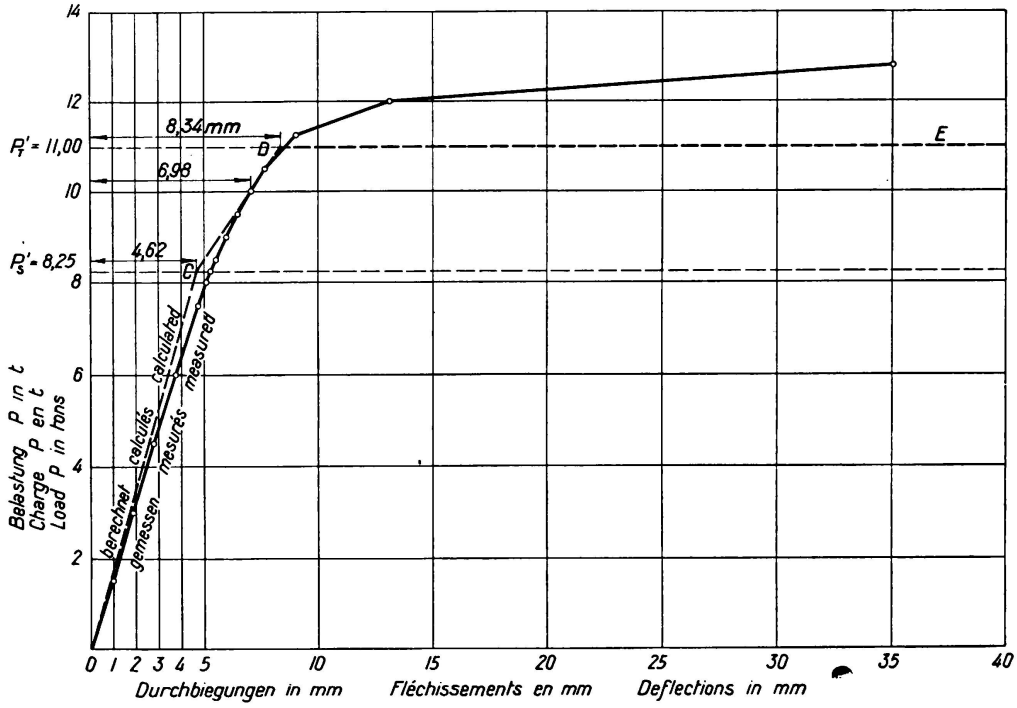


Fig. 8.

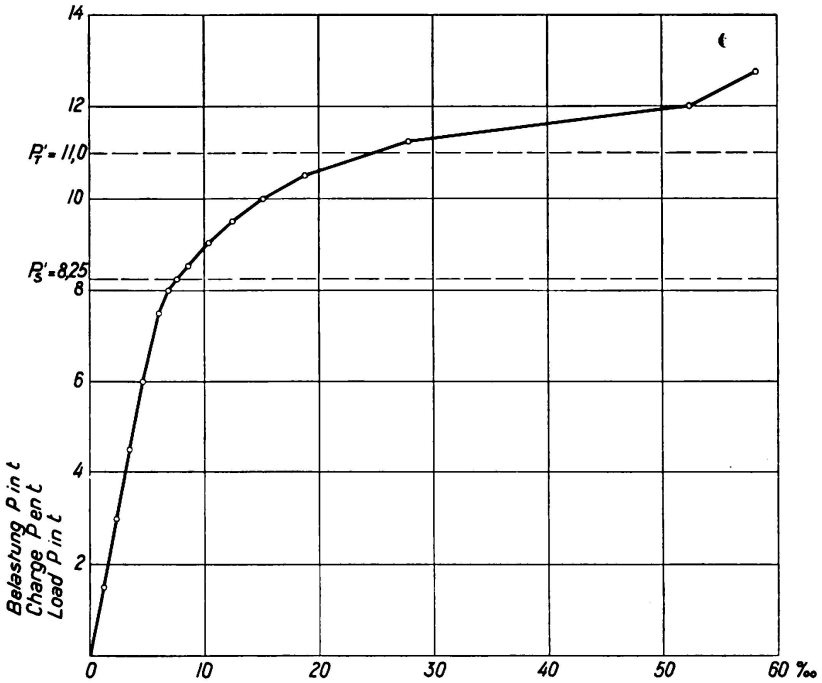


Fig. 9.

wäre mit den Bezeichnungen des Abschnittes A), $M_s = 211 \cdot 2{,}51 = \sim 530$ cmt. M'_s würde sich damit nach *M. Grüning* [2] zu $232 \cdot 2{,}51 = 585$ cmt ergeben, nach *Fritsche* [3], S. 854 zu $1{,}16 \cdot 530 = 620$ cmt. Aus den Beobachtungen beim Versuch ergibt sich, daß über der Mittelstütze die ersten Strecklinien am Übergang vom Steg zum oberen Flansch bei dem einen Träger eintreten bei P = 8,25 t (bei dem andern Träger bei P = 8,50 t), also bei einem Moment $M'_s = \frac{Pl}{3} = 8{,}25 \cdot 80 = 660$ cmt (bezw. $8{,}50 \cdot 80 = 680$ cmt). Aus der Fig. 8

sieht man deutlich, daß von einer Last $P'_s = \sim 8{,}25$ t an die Durchbiegungen stärker zu wachsen beginnen.

Zur Deutung des Versuchs mit Hilfe der am Schluß des Abschnittes A) erläuterten vereinfachten Deutungshypothese wird der Wert $M'_s = 660$ cmt benützt, wobei sich die Verhältnisse der Fig. 10 ergeben.

P'_s ist der Wert der Last P, unter der, rein elastische Verhältnisse vorausgesetzt,

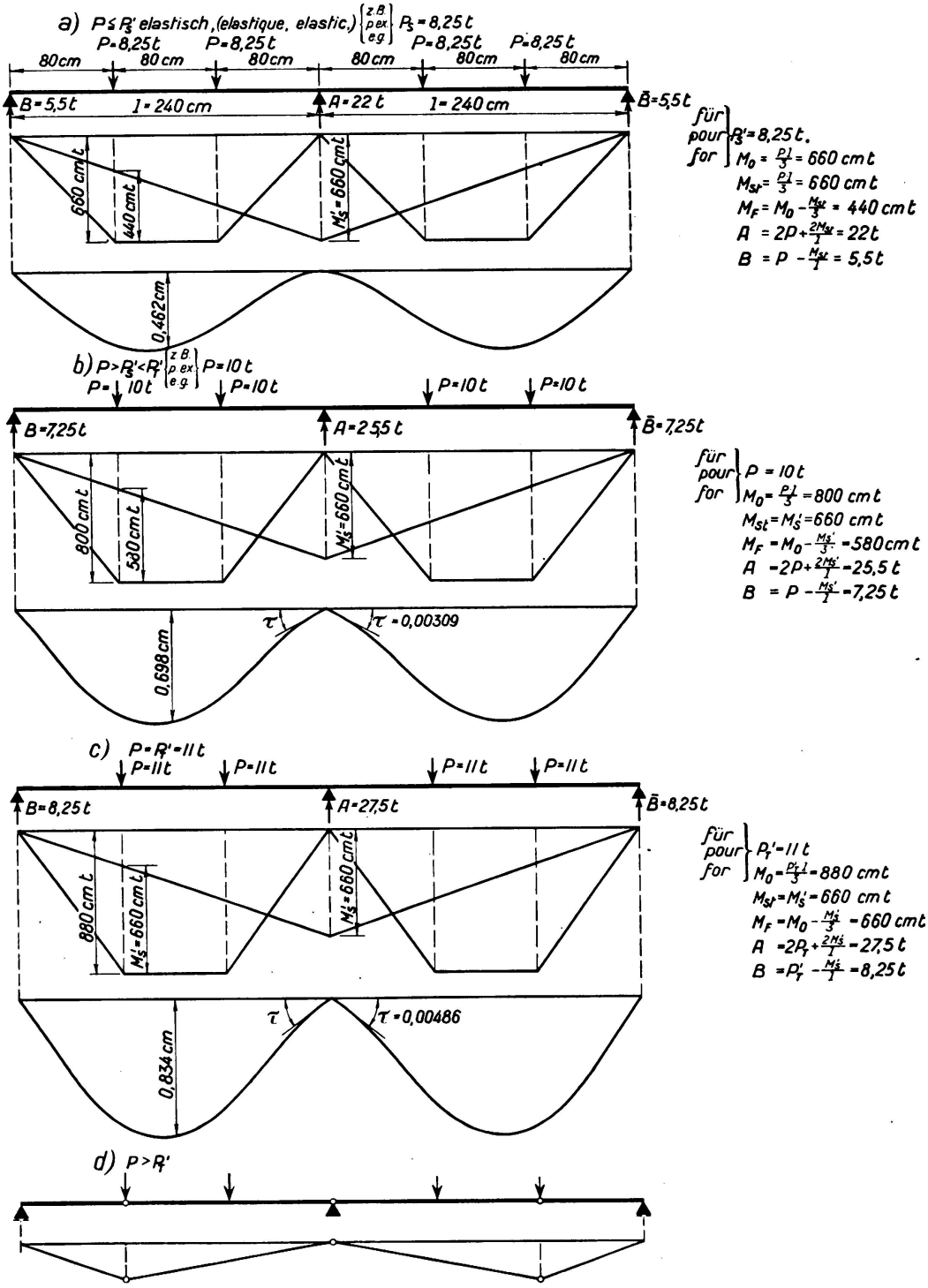


Fig. 10.

das Stützenmoment $M_{st} = M'_s$ wird (Fig. 10a) $P'_s = \frac{M'_s \cdot 3}{l} = \frac{660 \cdot 3}{240} = 8{,}25$ t. Steigt die Last über P'_s an, so können die Stützenmomente nicht über M'_s anwachsen (Fig. 10b). Die Tragfähigkeit ist erreicht bei P'_T, einer Last unter der das Feldmoment $M_F = \frac{P'_T \cdot l}{3} - \frac{M'_s}{3}$ den Wert M'_s gerade erreicht (Fig. 10c). P'_T ist also $= \frac{4 \cdot M'_s \cdot 3}{3\,l} = \frac{4 \cdot 660}{240} = 11$ t. Fig. 8 zeigt, daß tatsächlich von einem Wert P = 11,25 t an die Durchbiegungen mit ansteigenden Lasten viel stärker wachsen, so daß der Träger bei höheren Lasten praktisch unbrauchbar wird. (Hätte man, wie oben erwähnt wurde, ein $M'_s = 680$ cmt der Rechnung zu Grunde gelegt, so hätte sich P'_s zu 8,5 t und P'_T zu 11,66 t ergeben, was den tatsächlichen Verhältnissen noch besser entspricht.)

Die der Fig. 10 beigeschriebenen Werte sind in Fig. 11 veranschaulicht.

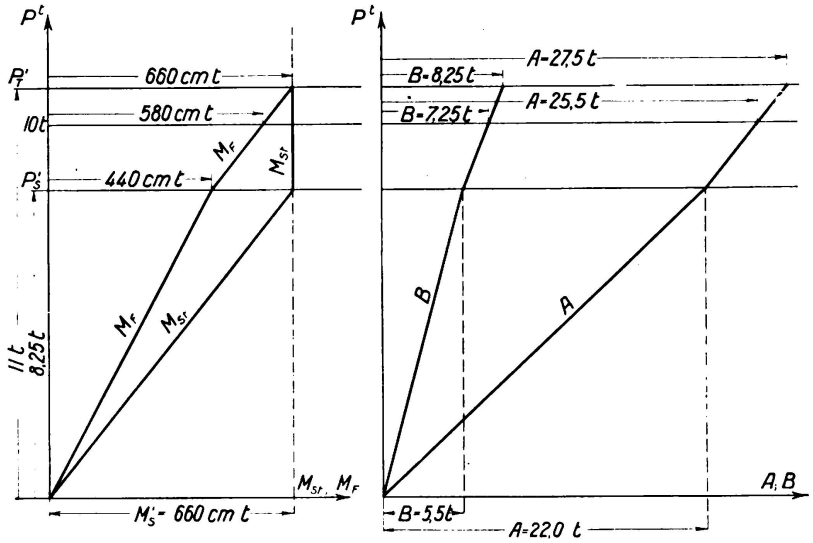


Fig. 11.

Was die Formänderungen anbelangt, so ergeben sich unter Zugrundelegung der vereinfachten Deutungshypothese mit dem $J = 1727$ cm^4, $E = 2100$ t/cm^2 ohne Berücksichtigung der Formänderungen durch die Querkräfte, die in Fig. 10 und 12 dargestellten Verhältnisse. Die so für P = 8,25 t; P = 10 t und P = 11 t berechneten Durchbiegungen von 4,62 mm, 6,98 mm und 8,34 mm sind in Fig. 8 eingetragen. Man sieht, den Berechnungsannahmen entspricht für die Durchbiegungen ein Linienzug OCDE und weiter, daß mit Erreichen von P'_T die Durchbiegungen ungehemmt wachsen.

Mit Hilfe der vereinfachten Deutungshypothese kann man sich schließlich ein anschauliches Bild darüber machen, wie in dem Bereich $P > P'_s < P'_T$ der Ausgleich zwischen dem Stützenmoment M_{st} und dem Feldmoment M_F vor sich geht. Wie die Durchbiegungslinie der Fig. 10b zeigt, hat der Träger $BA\overline{B}$ in dem als Gelenk anzusehenden Punkt A eine bleibende Verbiegung erfahren um den Winkel: $\varphi = 2 \cdot 0{,}00309$. Entlastet man den Träger $BA\overline{B}$, so muß er die in der Fig. 12c eingezeichnete Form mit dem überhöhten Pfeil $ü = 0{,}00309 \cdot 240 = 0{,}741$ cm annehmen.

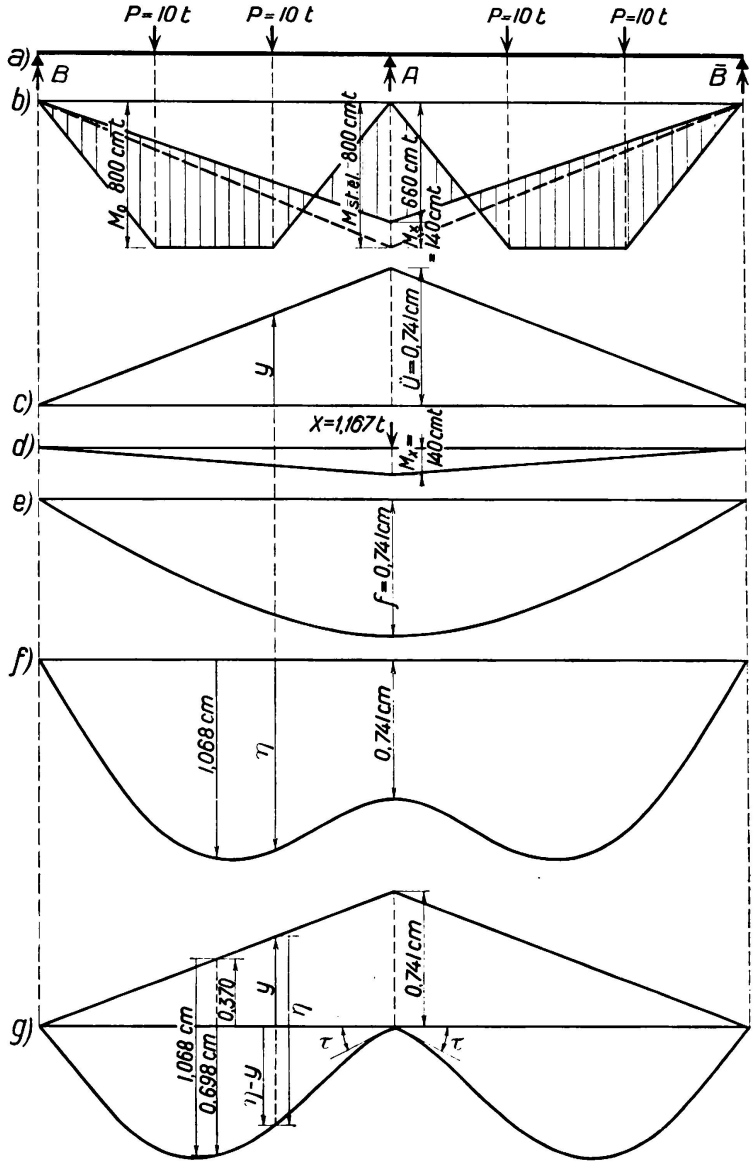


Fig. 12.

Wird er wieder belastet, so muß zunächst durch eine Last $X = \frac{48 \cdot EJ\ddot{u}}{l^3} =$ 1,167 t die Überhöhung rückgängig gemacht werden (Fig. 12e). Dieser Last entspricht ein positives Stützenmoment des Balkens $BA\bar{B}$ von $M_x = \frac{1{,}167 \cdot 480}{4}$ = 140 cmt. Bringt man nun die Lasten von 10 t wieder auf, so entsteht im ganzen ein Stützenmoment von $M_{st\ el} - M_x = \frac{10 \cdot 240}{3} - 140 = 660$ cmt (Fig. 12b). Da dieses Moment nach unseren Voraussetzungen gerade noch rein elastische Formänderungen hervorruft, vollzieht sich der ganze Vorgang der Wiederbelastung mit Lasten von 10 t im rein elastischen Bereich. Schließlich entsteht wieder die schraffierte Momentenfläche der Fig. 12b. Man kann dies auch so ausdrücken: Zunächst wirkt X; dem entspricht ein Stützenmoment $M_x = 140$ cmt, dann steigt durch die Lasten 10 t das Stützenmoment rein elastisch an auf $M_{st\ el} - M_x = \frac{Pl}{3} - 140 = 10 \cdot 80 - 140 = 660$ cmt.

Die Durchbiegungen η des bei Beginn der Wiederbelastung zunächst überhöhten Balkens $BA\overline{B}$ erhält man als Momentenordinaten eines Balkens $B\overline{B}$, der durch die $\frac{1}{EJ}$ fache schraffierte Momentenfläche der Fig. 12b belastet ist. Die so berechnete Durchbiegungslinie ist in Fig. 12f aufgetragen. Sie muß als Probe unter dem Punkt A eine Durchbiegung = ü geben. Trägt man die Durchbiegungen η von der Stabachse (Ordinaten y) des vor der Wiederbelastung nach oben um ü = 0,741 cm überhöhten Balkens ab (Fig. 12g), so erhält man mit den Ordinaten η — y die Form der Stabachse des wieder belasteten Balkens, die genau mit der Form der Stabachse bei der ersten Belastung mit 10 t übereinstimmt (Fig. 10b).

Vergleicht man die vorstehende Wesensdeutung des Belastungs-, Entlastungs- und Wiederbelastungszustandes bei 10 t mit den Versuchsergebnissen (Fig. 7), so besteht grundsätzliche Übereinstimmung insofern, als beim Versuch nach Belastung mit 10 t und Entlastung sich eine Überhöhung des Trägers über der Mittelstütze eingestellt und die Wiederbelastung sich rein elastisch vollzogen hat. Eine zahlenmäßige Übereinstimmung läßt sich natürlich nicht erwarten, wenn man außer den vereinfachenden Annahmen der Deutungshypothese die Verschiedenheiten in den Querschnittswerten und das Verhalten des Trägers in Bezug auf die Formänderungsverhältnisse (Einfluß der Schubkräfte, E; σ_s) berücksichtigt, und weiter, daß es versuchstechnisch nicht möglich war, die drei Stützpunkte bei allen Laststufen genau auf derselben Höhe zu halten. Jedenfalls wird durch den Versuch deutlich: der Umstand, daß bei Lasten $> P'_s$ das Stützenmoment nicht wesentlich über M'_s anwächst bei entsprechendem Anwachsen der Feldmomente, hat seine Ursache in einer selbsttätigen Formänderung des Trägers derart, daß der ursprünglich gerade Träger eine Überhöhung ü annimmt, die auch durch Kaltverformung mit einer Biegemaschine herstellbar wäre und die dieselbe Wirkung in Bezug auf die Verminderung des Stützenmoments hat, wie eine gleich große künstliche Stützensenkung. Die Berechnung gibt für P = 10 t und 11 t für ü Werte von 7,41 mm und 11,65 mm auf eine Gesamtträgerlänge von 480 cm, der Versuch kleinere Werte.

Zusammenfassend ist zu sagen:

1. Im vorliegenden Fall geben die Deutung und die dabei zugrunde gelegten vereinfachenden Voraussetzungen eine für praktische Zwecke genügend genaue Grundlage für die Bestimmung der Tragfähigkeit des betrachteten durchlaufenden Balkenträgers. Man geht unter allen Umständen sicher, wenn man beim einfachen Träger das tragbare Moment $= M_s = W \cdot \sigma_s$ einführt und mit diesem M_s bei dem im vorstehenden betrachteten Träger P_s und P_T entsprechend Fig. 11 bestimmt.

2. Der vereinfachten Deutungshypothese liegt als Definition zu Grunde:
   a) P'_s ist diejenige Grenzlast, bei der die Belastung, Entlastung und Wiederbelastung noch rein elastisch vor sich geht;
   b) für $P > P'_s <$ als eine oberste Grenzlast P'_T ist wesentlich, daß zunächst in der Nähe des Querschnitts, in dem nach der Elastizitätstheorie das größte Biegungsmoment auftritt, begrenzte, praktisch unschädliche

Formänderungen eintreten, die einem Kaltbiegen des Trägers entsprechen. Die Entlastung und Wiederbelastung geht rein elastisch vor sich;

c) P'_T ist diejenige Grenzlast, bei deren Überschreiten der Träger labil wird (siehe z. B. Fig 10d).

3. Das tatsächliche Verhalten spielt sich wie folgt ab:

a) bei P_s erscheinen erste kleine bleibende Formänderungen;

b) von P'_s an wachsen sie merklich, ohne aber die praktische Verwendbarkeit des Trägers zu beeinflussen;

c) bei $P > P'_s < P'_T$ verläuft die Entlastung und Wiederbelastung rein elastisch;

d) bei $P > P'_T$ wachsen die bleibenden Formänderungen in einem solchen Maße an, daß der Träger praktisch nicht mehr verwendbar ist;

e) bei P_v versagt der Träger endgültig.

Eine Deutung der Versuchsergebnisse der Fälle III und IV würde hier zu weit führen. Naturgemäß trat P'_s im Falle III später, im Falle IV früher ein als im besprochenen Fall II. In allen drei Fällen ergaben sich die Werte P'_T ungefähr gleich hoch.

In [12], Stahlbau 3, 1930, S. 13 sind von *J. H. Schaim* angeregte Versuche mit einfachen und durchlaufenden zweifeldrigen Balken mit je 4 m Stützweite mit gleichen Einzellasten (je 4 im Feld) beschrieben. Siehe Fig. 13 und auch [13] Stahlbau 4 (1931), S. 58.

Es ist zu vermuten, daß M'_s = ca. 614 cmt ($= \sim 234\ \sigma_s = 234 \cdot 2{,}62$ ist). Denn bei Versuch 1 mit einem mit 4 P belasteten einfachen Balken mit $\sigma_s = 2{,}645$ t/cm² versagte der Träger schon bei $P_v = \frac{10}{4}$ t entsprechend einem Moment von $240 \cdot \frac{10}{4} = 600$ cmt und bei Versuch 4 ($\sigma_s = 2{,}895$ t/cm²) wachsen von $P = \frac{10}{4}$ t die Durchbiegungen stark an; P_v ergab sich zu $\frac{12{,}03}{4} = 3{,}01$ t.

Bei $M'_s = 614$ cmt ist: $P'_s = \frac{614}{240} = 2{,}56$ t. Aus der Fig. 13c (gesamte und federnde Dehnungen in Feldmitte und über der Stütze) sieht man, daß bleibende Formänderungen schon bei $P = 2$ t begannen. Das rührt wohl davon her, wie in [12] S. 14 gesagt ist, daß beim Versuch „eine relative Hebung der Mittelstützung stattgefunden hat, mithin auch eine Erhöhung der Spannung über den Mittelstützen" und damit ein Erreichen von $M_{st} = M'_s$ bei schon $P < P'_s \cdot P'_T$ tritt ein dadurch, daß im Querschnitt 2: $M_F = M_o - \frac{2}{5} M_{st} = M'_s$ wird, d. h. $240\ P'_T - \frac{2}{5} \cdot M'_s = M'_s$; daraus $P'_T = 3{,}585$ t. Der Träger hat versagt bei $P_v = \frac{19}{4} = 4{,}75$ t.

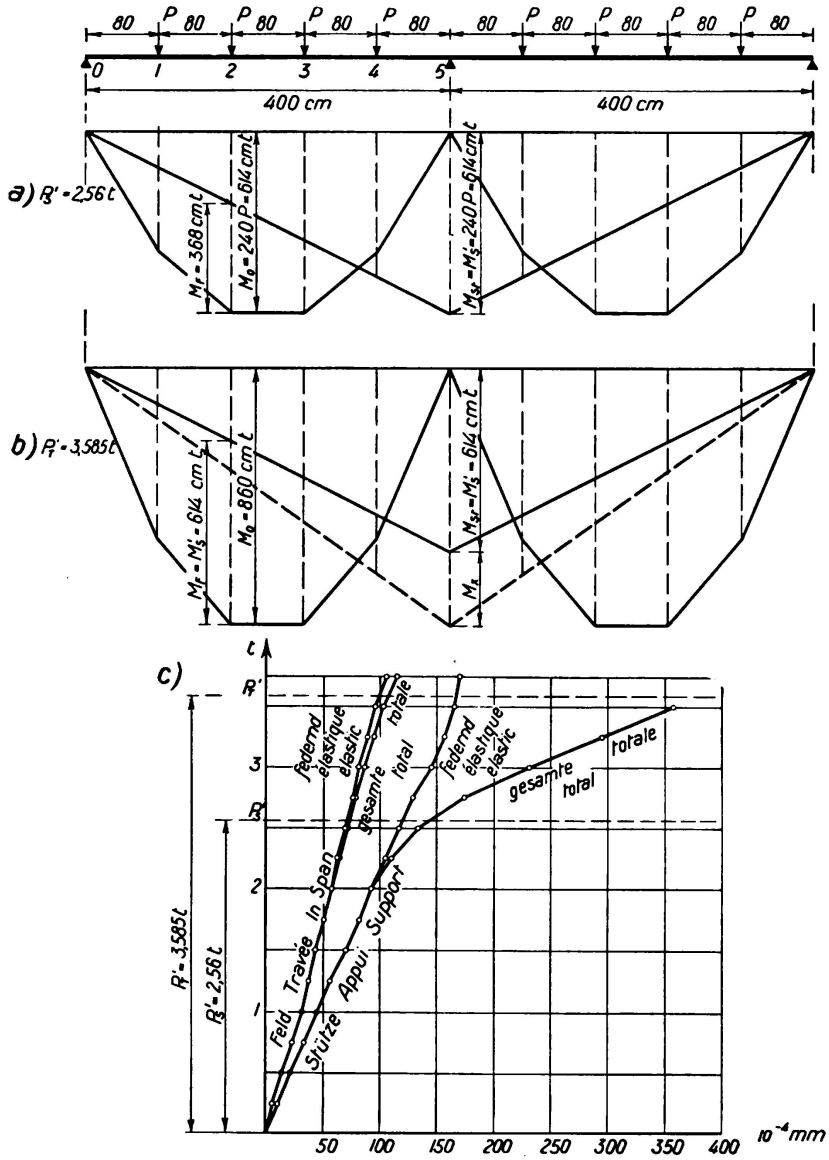


Fig. 13.

Während im vorhergehenden und im folgenden von 0 bis P'_T (bis P_v) anwachsende Belastungen betrachtet werden, beziehen sich die von *O. Graf* in [14], Stahlbau 7 (1934), S. 169 beschriebenen Versuche mit einfeldrigen und über zwei Feldern durchlaufenden Trägern aus St. 37 auf die Erforschung der Dauerfestigkeit.

C. Durchlaufende vollwandige Balken mit zwei Feldern und Belastung nur in einem Feld.

Wenn auf den durchlaufenden Träger mit zwei gleichen Feldern AB und BC der Fig. 14 nur eine Last in einem Feld wirkt z. B. die Last P in der Entfernung a von dem linken Auflager, so verläuft bis zu einer Last P'_s (Fig. 14b) alles elastisch d. h. solange das Feldmoment M_F kleiner ist als M'_s. Das die Schlußlinie bedingende Stützenmoment ist dabei $M_{st.el.}$ Bei einer Last $P > P'_s$ ergibt sich die Momentenverteilung aus der M_o-Fläche und einer Schlußlinie, die dadurch festliegt, daß das Feldmoment M_F nicht über M'_s anwachsen kann.

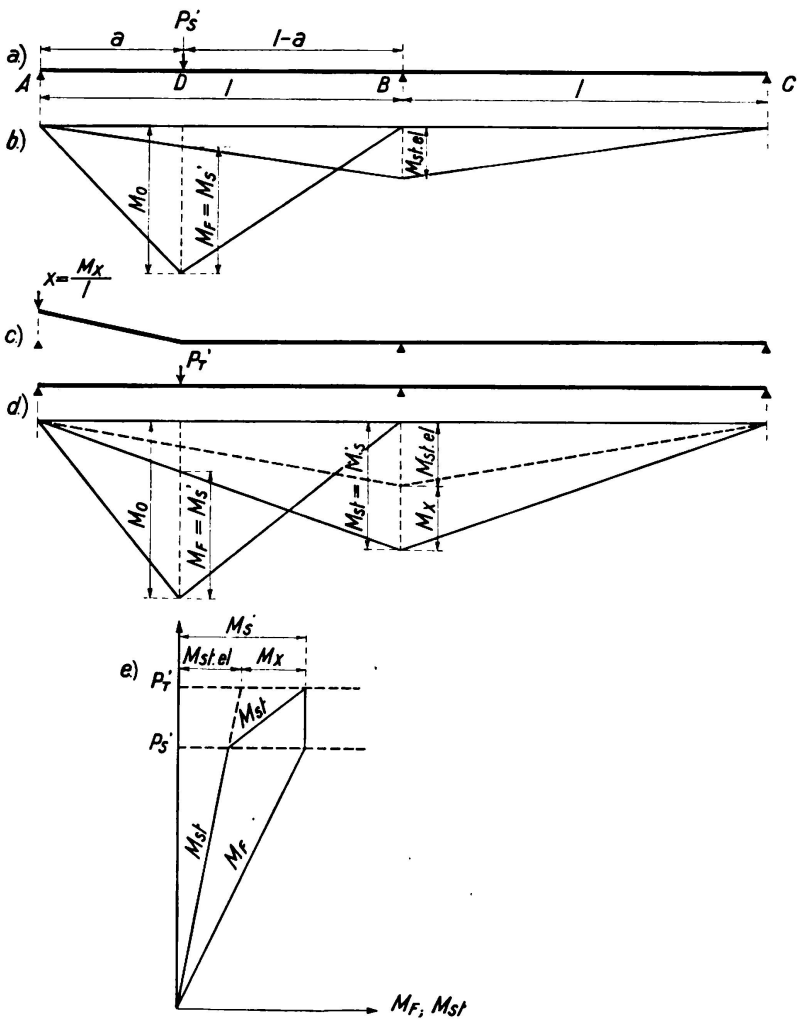


Fig. 14.

Die Grenzlast P'_T ist erreicht, wenn auch das Stützenmoment $M_{st} = M'_s$ wird (Fig. 14d). Die Bedingung lautet:

$$\frac{l - a}{l} \cdot a \cdot P'_T - \frac{a}{l} \cdot M'_s = M'_s$$

und daraus

$$P'_T = \frac{M'_s \left(1 + \frac{a}{l}\right) l}{a\,(l - a)}$$

Die Abhängigkeiten M_F (P) und M_{st} (P) sind in der Fig. 14e dargestellt.

Für $P > P'_s < P'_T$ und für den Grenzfall $P = P'_T$ (Fig. 14d) kann man sich entsprechend den Ausführungen unter B das Stützenmoment M_{st} aus zwei Teilen zusammengesetzt denken: $M_{st \cdot el}$ und $M_x = M_{st} - M_{st \cdot el}$. Dem Anteil M_x entspricht eine bei Entlastung des Trägers sichtbar werdende Aufbiegung (Kaltverformung) unter dem Lastangriffspunkt (Fig. 14c), derart, daß bei Wiederbelastung zunächst eine Kraft $X = \frac{M_x}{l}$ das abgebogene Trägerende auf das Auflager zurückbringt. Unter der darnach von 0 bis P anwachsenden Last geht alles elastisch vor sich. Zu dem dem Wert X entsprechenden Moment M_x

tritt der der Größe von P entsprechende rein elastische Teil $M_{st\,.\,el}$ hinzu. Die Form des verbogenen Stabs könnte man auch genau wie unter B) gezeigt wurde aus der Biegungslinie des Feldes AB erhalten.

Bei dem in [4] Schweiz. Bauztg., Bd 101 (1933), S. 76 beschriebenen Versuch von *F. Hartmann* wirken zwei Lasten im linken Feld des Trägers. Es handelt sich um I 12; $J = 328\ cm^4$; $W = 54{,}7\ cm^3$; $\sigma_s = 2{,}51\ t/cm^2$; $M_s = 54{,}7 \cdot 2{,}51 = 137{,}5$ cmt. Wenn man entsprechend den Angaben in [4] S. 79 $M'_s = 160{,}9$ cmt ($= \sim 1{,}16\ M_s$) wählt, so ergeben sich entsprechend der vereinfachten Deutungshypothese die in den Fig. 15 und 16 dargestellten Verhältnisse. Bis P'_{s1} gehen die Formänderungen rein elastisch vor sich. Die Momentenverteilung ergibt sich aus der M_o-Fläche und der durch $M_{st\,.\,el}$ bedingten Schlußlinie. Bei $P'_{s1} = 1{,}804$ t (Fig. 15a) erreicht das Feldmoment im Querschnitt 2 den Wert M'_s. Bei $P > P'_{s1}$ und Entlastung zeigt der Träger unter dem Lastangriffspunkt 2 eine einer Kaltverformung entsprechende Aufbiegung. Bei $P = P'_{s2} = 1{,}98$ t (Fig. 15b) werden die beiden Feldmomente unter den Lastangriffspunkten 1 und 2 je $= M'_s$. Bei $P > P'_{s2}$ werden die Feldmomente unter dem Lastangriffspunkt 2 $< M'_s$. Bei Entlastung erscheint unter

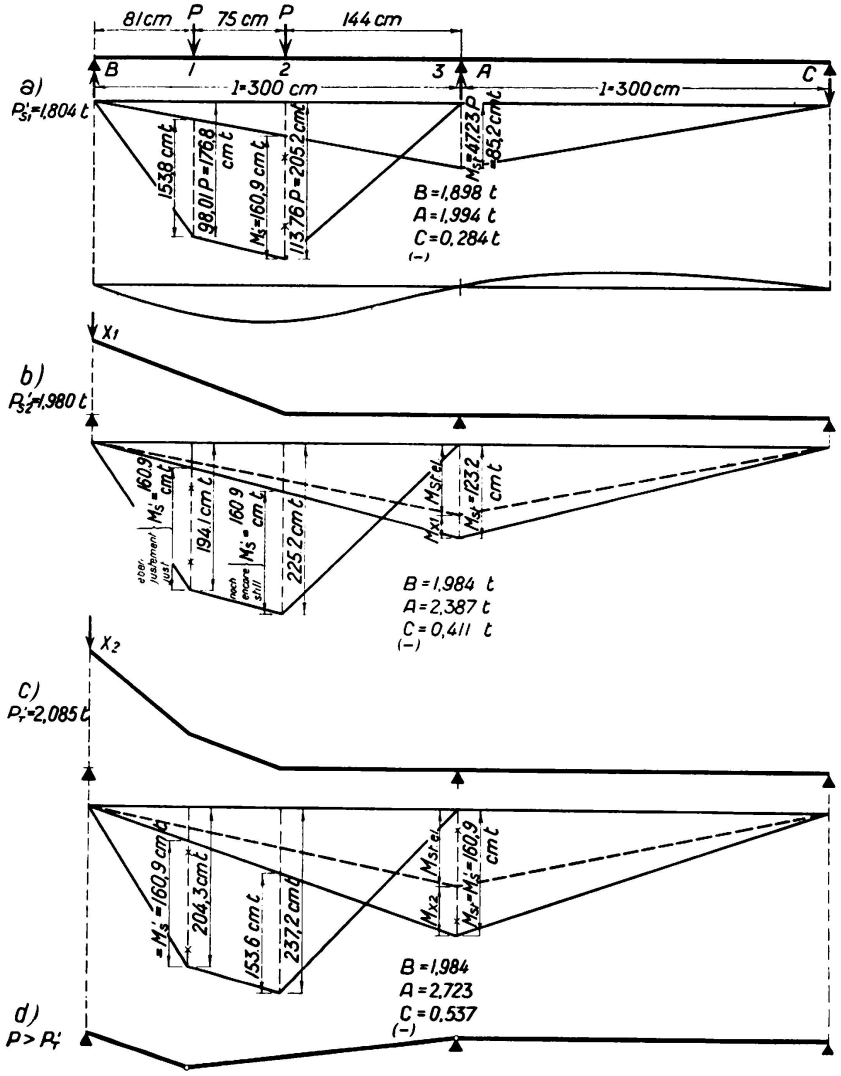


Fig. 15.

dem Lastangriffspunkt 1 eine weitere Trägeraufbiegung. Bei dem Grenzwert $P'_T = 2{,}085$ t (Fig. 15c) ist das Feldmoment bei 1 und das Stützenmoment je $= M'_s$. Das Stützenmoment z. B. der Fig. 15c kann man sich wie oben aus zwei Teilen zusammengesetzt denken aus M_{x2} und $M_{st.\,el}$. Dem Anteil M_{x2} entspricht eine Kraft X_2, die bei Wiederbelastung des Trägers die Aufbiegung auf die Stütze zurückbringt und ermöglicht, daß darauf die Wiederbelastung rein elastisch vor sich geht. Die Beziehungen M_1 (P), M_2 (P), M_{st} (P) sind in Fig. 16 aufgetragen. Daneben sind die aus [4] Fig. 13 entnommenen, durch einen Versuch bestimmten, den verschiedenen Laststufen entsprechenden Dehnungen ε_1, ε_2, ε_3 eingezeichnet. Man sieht, daß solange das Feldmoment bei 1 den Wert M'_s noch nicht erreicht hat, die Dehnungen ε_2 größer als ε_1 sind. Bei $P = 1{,}94$ t also nahe bei $P'_{s2} = 1{,}98$ t überschneiden sich die beiden Linien, die Dehnungen ε_1 werden größer als ε_2. Der Versuch wurde bei $P = 2{,}2$ t abgebrochen.

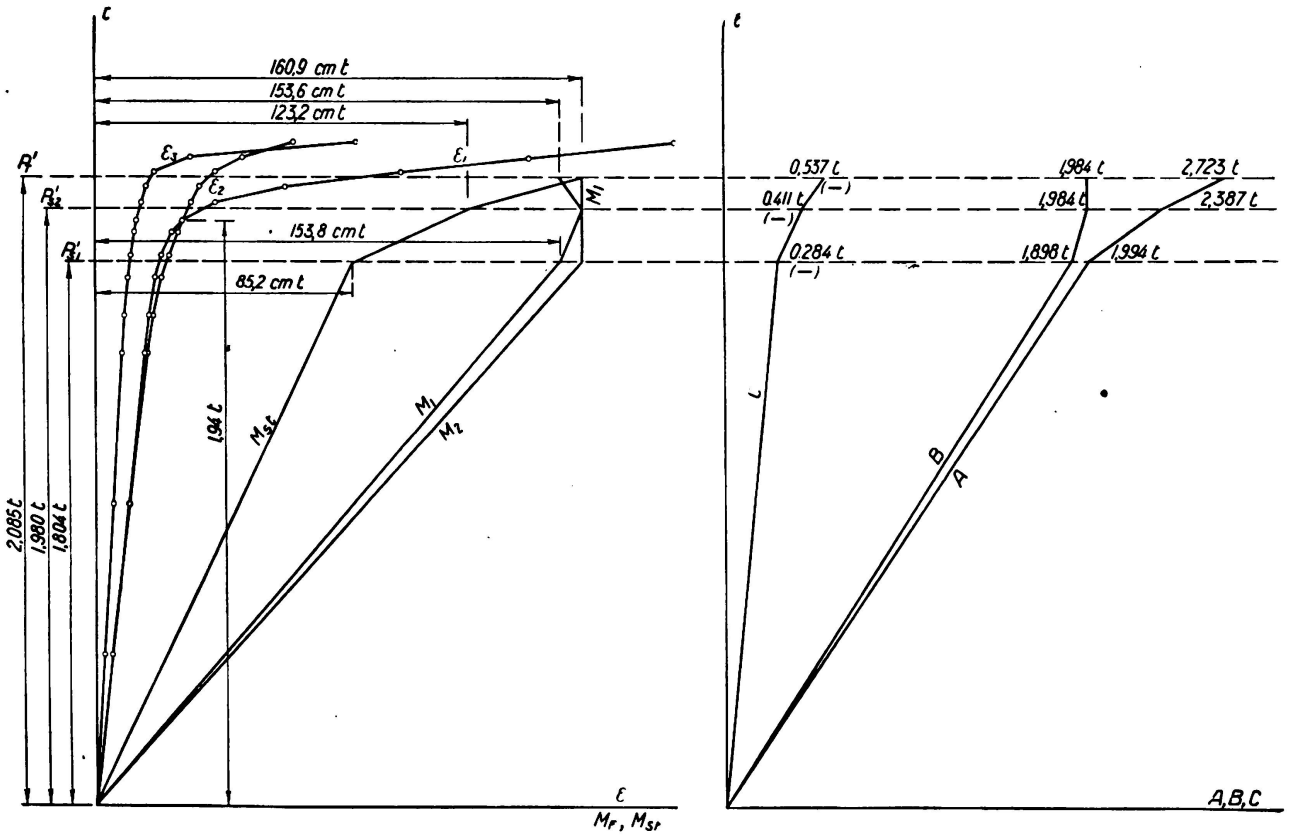


Fig. 16.

D. Eingespannte Balken.

a) Versuche in der Art, daß bei der Belastung dafür gesorgt ist, daß die Auflagerquerschnitte genau senkrecht bleiben.

Von den von dem Verfasser in [1] Bautechn. 7 (1929), S. 313 veröffentlichten Versuchen sei im folgenden der mit Träger 11 behandelt. In Fig. 17 sind wie in Fig. 5 unter B zunächst P_{zul}, P'_T und P_v für den eingespannten Balken (Träger 11) und einen einfachen Vergleichsbalken (Träger 11a), dessen Verhalten beim Versuch unter A behandelt wurde, einander gegenübergestellt. Beide Träger sind aus demselben Stab I 14 · 14 herausgetrennt. Die in der Fig. 17

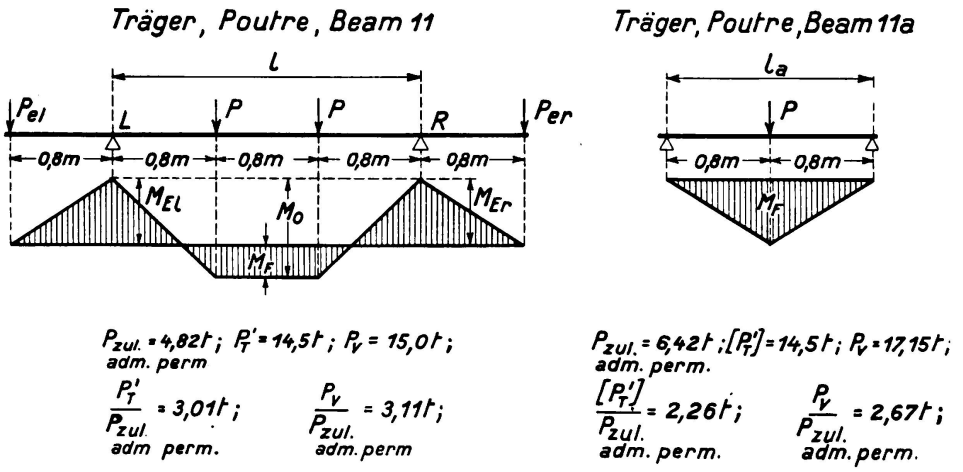


Fig. 17.

eingetragenen Kräfte P_e sind während des Versuchs gemessen und so zur Wirkung gebracht, daß jeweils unter den einzelnen Laststufen die Querschnitte bei L und R genau senkrecht standen, um so den Rechnungsvoraussetzungen des voll eingespannten Balkens möglichst nahe zu kommen.

Entsprechend den Ausführungen unter B und C und der vereinfachten Deutungshypothese sind bei einer Belastung des eingespannten Trägers die in Fig. 18 dargestellten Belastungsstadien zu unterscheiden:

a) Bis zu einer Belastung P'_s verläuft der Vorgang elastisch (Fig. 18a). Es ist:

$$M_o = \frac{Pl}{3}; \quad M_E = \frac{2\,Pl}{9}; \quad M_F = M_o - M_E = \frac{Pl}{9}.$$

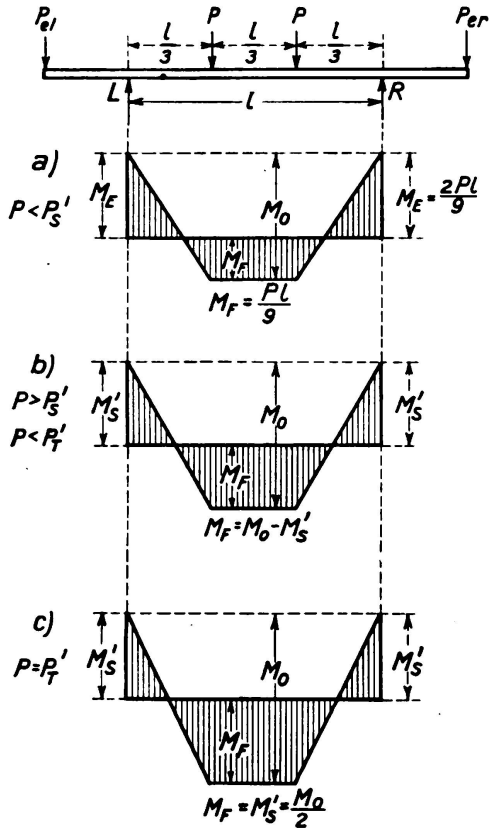


Fig. 18.

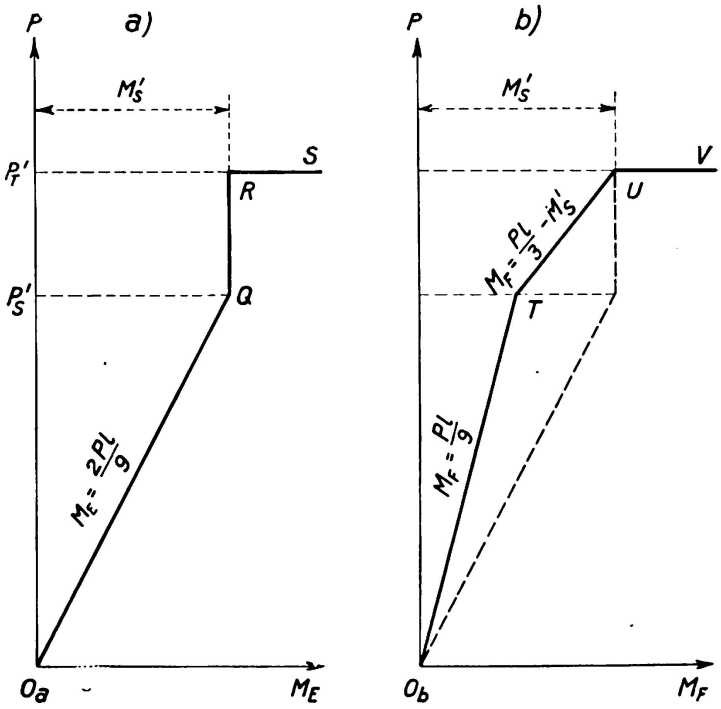


Fig. 19.

b) Bei einer Last $P'_s = \frac{9 \cdot M'_s}{2\,l}$ erreicht das Stützenmoment das tragbare Moment M'_s. Bei $P > P'_s$ können die Momente M_E nicht mehr wesentlich über den Wert M'_s anwachsen (Fig. 18b). Es gilt:

$$M_E = M'_s; \; M_F = M_o - M'_s.$$

In diesem Stadium tritt eine Änderung des Winkels zwischen der (im elastischen Bereich wagrechten) Tangente ein an die elastische Linie mit der ursprünglich geraden Stabachse ein. Bei einer Entlastung zeigt sich eine Formänderung (Kaltverformung) des Trägers derart, daß sich die Kragarme von den Punkten L und R aus nach unten verbogen haben. Damit die Rechnungsvoraussetzungen erfüllt sind, müssen bei einer Wiederbelastung zunächst durch von unten nach oben wirkende Lasten P_{el} und P_{er} (je = X) die Auflagerquerschnitte wieder genau senkrecht gestellt werden. Dadurch entstehen Momente M_x, die sich ähnlich wie unter B) und C) zu $M_{E\,el} - M'_s$ ergeben (Fig. 20b).

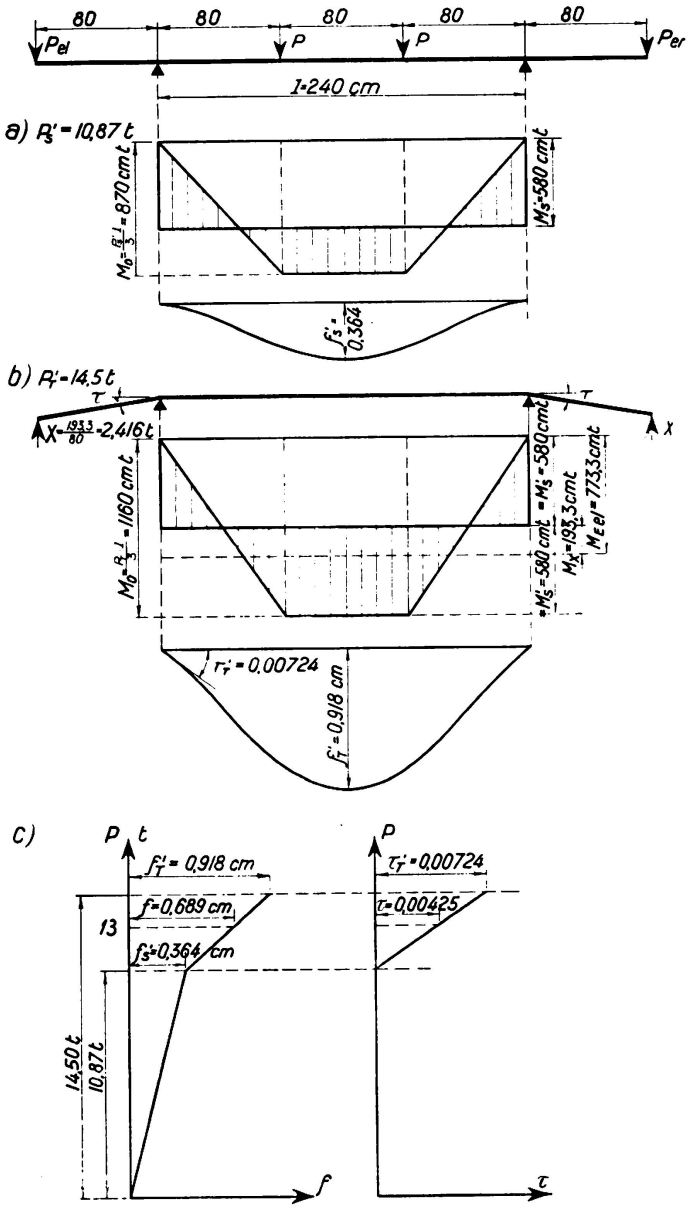


Fig. 20.

c) Unter P'_T wird auch das Feldmoment:

$$M_F = \frac{P'_T \cdot l}{3} - M'_s = M'_s.$$

Dies ist der Fall unter:

$$P'_T = \frac{6\,M'_s}{l}.$$

Unter weiter anwachsenden Lasten ist der Träger labil.

Die Abhängigkeiten M_E (P), M_F (P) sind in der Fig. 19 dargestellt, aus der auch die Größe von P'_s und P'_T bei gegebenen M'_s unmittelbar abgelesen werden kann.

Aus dem unter A behandelten Vergleichsträger 11a der Fig. 17 kann man entnehmen:

$$M'_s = \frac{[P'_T] \cdot l_a}{4} = \frac{14{,}5 \cdot 160}{4} = 580\,\text{cmt}.$$

Damit ergibt sich aus der Beziehung oben unter b)

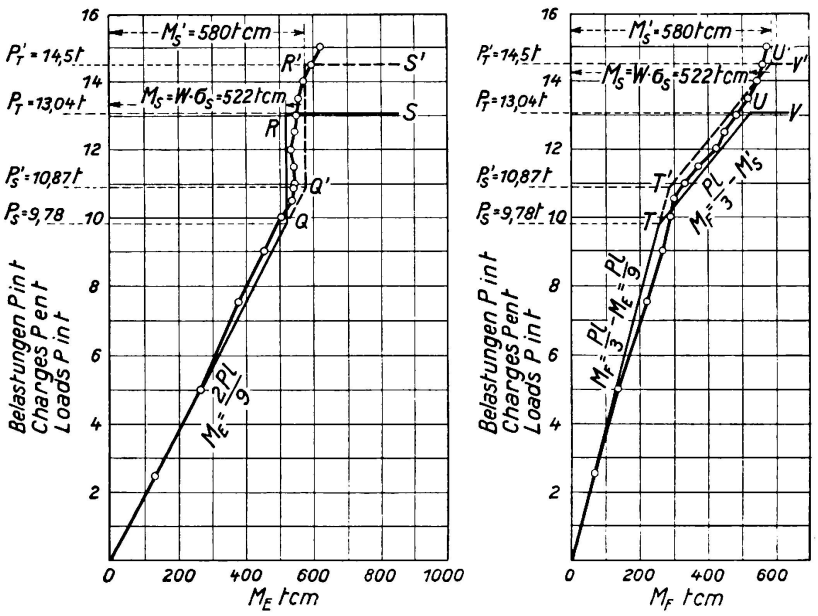
$$P'_s = \frac{9 \cdot 580}{2 \cdot 240} = 10{,}87\ \text{t}$$

und aus der Beziehung unter c)

$$P'_T = \frac{6 \cdot 580}{240} = 14{,}50\ \text{t}.$$

Unter den der vereinfachten Deutungshypothese entsprechenden Rechnungsannahmen sind für $J = 1525\ \text{cm}^4$, $E = 2100\ \text{t/cm}^2$ (siehe unter A) in Fig. 20 die Formänderungen unter den Grenzfallbelastungen $P'_s = 10{,}87$ t und $P'_T = 14{,}5$ t zur Darstellung gebracht zusammen mit den Abhängigkeiten f (P) und τ (P).

Wie erwähnt sind während des Versuchs die Ergänzungskräfte P_{el} und P_{er} und damit die Einspannungsmomente $M_E = 80 \cdot P_e$, sowie die Feldmomente $M_F = M_o - M_E$ gemessen worden. Diese Werte sind analog der Fig. 19 in der Fig. 21 eingetragen, wobei auch die Linienzüge für M_E und M_F eingetragen



Fig, 21.

Träger 11.

sind, die man erhält, wenn man P_S und P_T mit Hilfe von $M_s = W \cdot \sigma_s$ rechnet. Dies kann empfehlenswert sein, wenn man bei der rechnerischen Vorausbestimmung der tatsächlichen Tragfähigkeit sich auf alle Fälle auf der sicheren Seite bewegen will. Zum Vergleich mit den gerechneten Durchbiegungen der Fig. 20 erscheinen in Fig. 22 die gemessenen in Feldmitte. Sie sind schon bei $P < P_s$ größer als die berechneten. Das scheint mit davon herzurühren, daß wie aus Fig. 21 hervorgeht, die durch den Versuch bestimmter Feldmomente größer sind als die berechneten.

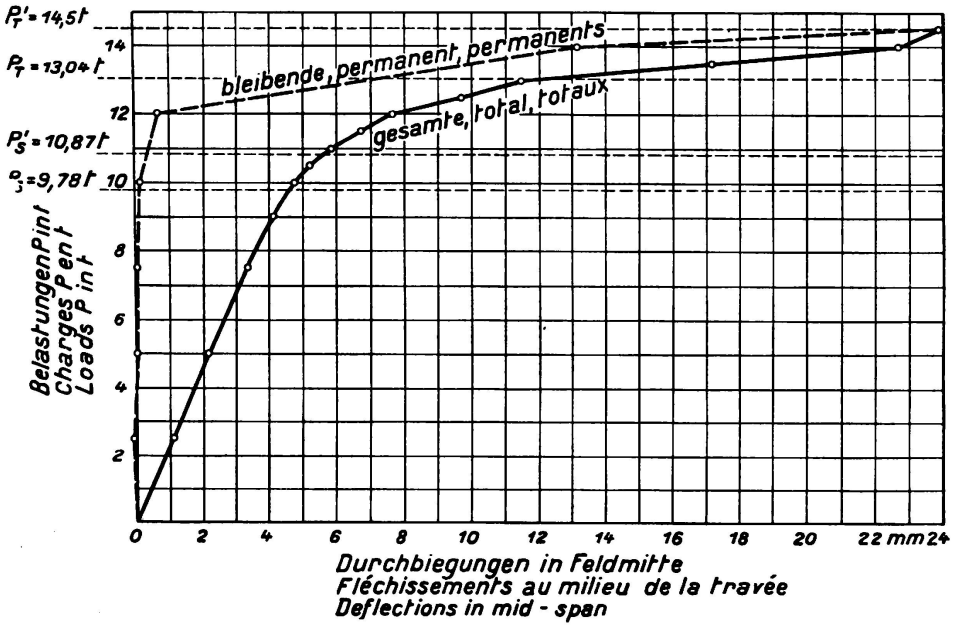


Fig. 22.

In Fig. 23, in der die Durchbiegungen der Trägerenden dargestellt sind, sind vor allem die bleibenden Werte von Interesse, die unter Beachtung der

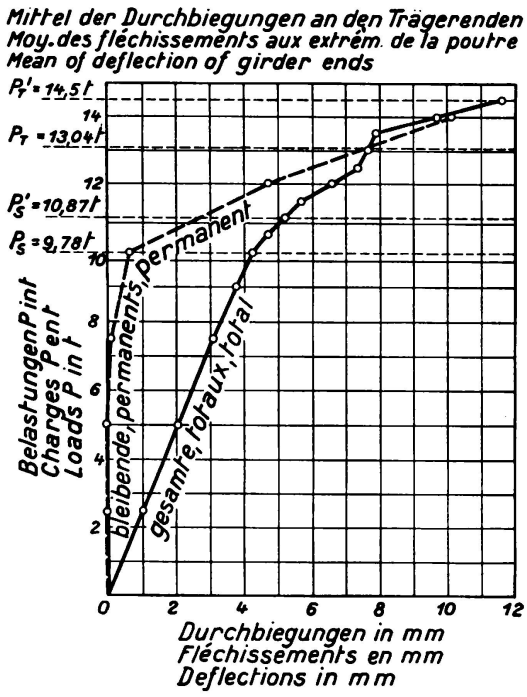


Fig. 23.

Rechnungsannahmen den Winkeln τ der Fig. 20 proportional sind. Fig. 24 zeigt die gemessenen Dehnungen am Auflager und in Balkenmitte.

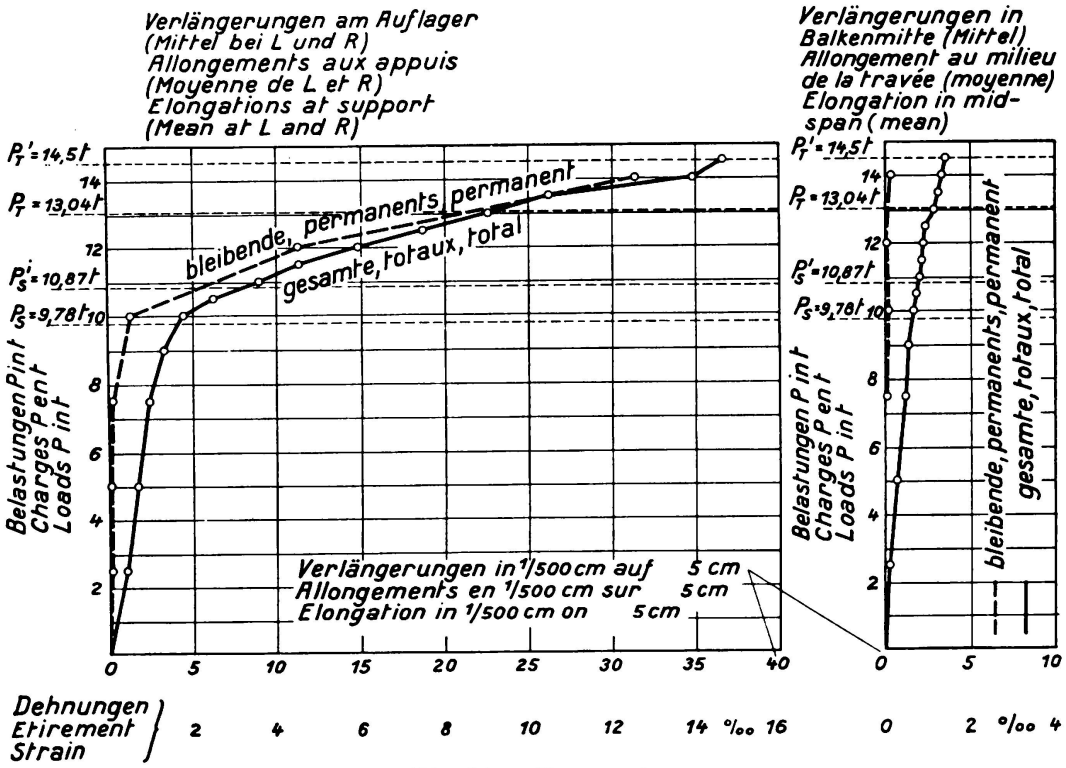


Fig. 24. Träger 11.

b) Versuche mit im Mauerwerk eingespannten Trägerenden.

G. v. Kazinczy hat in [15] Betonszemle, 2. Jahrgang 1914, Nr. 4, 5 und 6 Versuche mit I-Trägern 160 mm hoch, einer l. Weite von 5,60 und 6,00 m beschrieben.[3] Die Träger waren mit $M = \frac{p\,l^2}{24}$ bemessen. Das bei der Einspannung fehlende Tragvermögen wurde mit oben eingelegten Rundeisen und einer als Druckgurt dienenden Eisenbetonplatte aufgenommen. Auf Grund der Versuche kam *Kazinczy* zu dem Vorschlag, daß ein eingespannter, nicht mit Beton umhüllter I-Träger für ein Moment $\frac{p\,l^2}{16}$ bemessen werden soll, gleichgültig ob der Träger teilweise oder ganz eingespannt ist. Er weist darauf hin, daß Querschnitte, bei welchen die Streckgrenze erreicht ist bei weiterer Belastung als Gelenke mit ständigem Biegungsmoment betrachtet werden können.

In [16] 5. Heft der Mitteilungen über Versuche ausgeführt vom Eisenbetonausschuß des österreichischen Ingenieur- und Architektenvereins 1917 berichtet *F. v. Emperger* über ähnliche Versuche mit einem einfachen und mit 6 in verschiedener Art im Mauerwerk eingespannten Balken (I 15, lichte Weite 4,00 m).[3] *Emperger* sagt, daß unter Einhaltung gewisser Voraussetzungen bezüglich der Einspannung im Mauerwerk „die Wirkung des Eisenträgers nahezu bis zu dem erreichbaren größten Werte von $\frac{P\,l}{16}$ erwartet werden kann".

[3] Die erstgenannten Versuche wurden dem Verfasser Ende 1928, die zweiten erst 1930 bekannt.

E. Durchlaufende vollwandige Balken mit drei Öffnungen und alleiniger Belastung des Mittelfeldes.

Mit den Werten des in [6] Bautechnik 13, 1935, S. 264 von *F. Stüssi* und *C. F. Kollbrunner* veröffentlichten Versuchs (Stab 532/6 und 534/8) ergibt sich nach der vereinfachten Deutungshypothese das in den Fig. 25 und 26 dargestellte

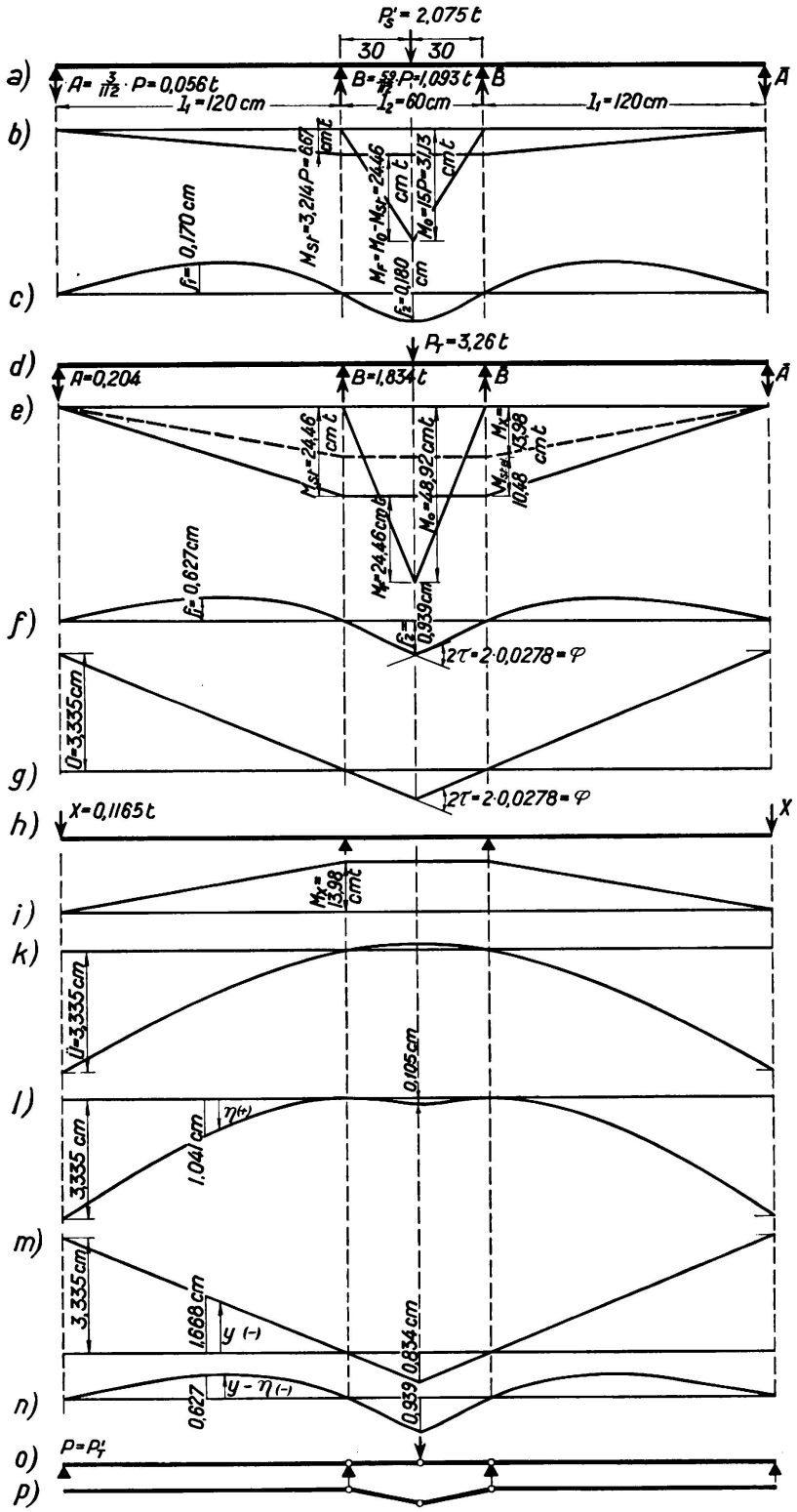


Fig. 25.

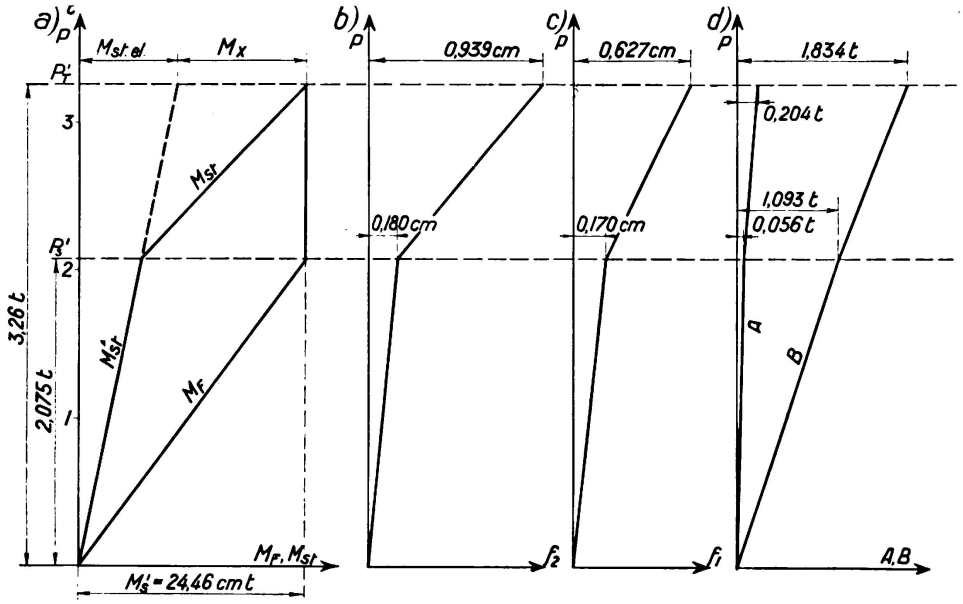


Fig. 26.

Verhalten eines Stabes der von 0 bis P'_T belastet wird. Es handelt sich um I $\frac{46}{35}$ mit J = 16,73 cm⁴ und W = 7,28 cm³. Für aus dem Flansch entnommene Probestäbe ergab sich bei ± 10 % Abweichung eine mittlere Streckspannung σ_s = 3,36 t/cm². Wie aus den Versuchswerten des durchlaufenden Balkens (Stäbe 532/6 und 534/8 in [6], dortige Fig. 14 und 15 identisch mit Fig. 27 des vorliegenden Berichts) geschlossen werden kann, ist (zufällig) M'_s = 7,28 · 3,36 = 24,46 cmt.[4] Da im elastischen Bereich bei alleiniger Berücksichtigung der Formänderung durch die Biegungsmomente M_{st} = 3,214 P und M_F = (15 — 3,214) P = 11,786 P ist, ergibt sich $P'_s = \frac{24,46}{11,786}$ = 2,075 t. Da

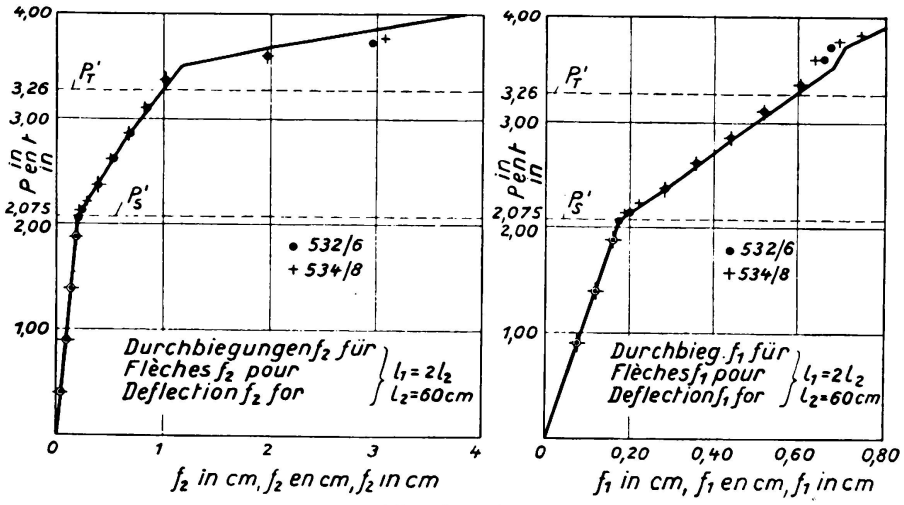


Fig. 27a, b.

[4] Nach einer schriftlichen Mitteilung von *F. Stüssi* ergibt sich aus der Durchbiegungslinie für einen in der Mitte belasteten Vergleichsbalken von l = 60 cm [P'_T] = 1,71 t entsprechend einem [P_T] = 1,63 t. An Stelle von M'_s = 24,46 cmt wäre also eigentlich M'_s = 1,71 · 15 = 25,65 cmt für die Versuchsdeutung einzuführen; mit M'_s = 24,46 cmt bewegt man sich aber, was die Bestimmung von P'_T anbelangt, auf der sicheren Seite.

bei $P > P'_s$ das Stützenmoment entsprechend Fig. 26a $= M_o - M_F = 15\,P - M'_s$ ist, folgt aus: $15 \cdot P'_T - M'_s = M'_s : P'_T = \frac{2 \cdot 24{,}46}{15} = 3{,}26$ t. Entsprechend dem Vorgehen unter A), B) und C) ist in Fig. 25b mit $E = 2100$ t/cm² die nur von den Formänderungen durch die Biegungsmomente herrührende Biegungslinie für den Grenzfall $P'_s = 2{,}075$ t gezeichnet. Für den Grenzfall $P'_T = 3{,}26$ t gibt die Momentenlinie der Fig. 25e mit $M_o = 15 \cdot P = 48{,}92$ cmt, $M_{st} = 48{,}92 - 24{,}46 = 24{,}46$ cmt. Dafür ist in Fig. 25e von A über B und von $\overline{A}$ über $\overline{B}$ die Durchbiegungslinie (zugleich Form der Stabachse) gezeichnet. In der Mitte von l_2 erscheint ein Winkel $\varphi = 2\,\tau = 2 \cdot 0{,}0278$. Nach der Entlastung stellt sich eine Stabachse nach Fig. 25g ein mit einer Hebung bei A und $\overline{A}$: $ü = 0{,}0278 \cdot 120 = 3{,}335$ cm. Bei einer Wiederbelastung muß zunächst diese Überhöhung wieder rückgängig gemacht werden durch zwei Kräfte X je $= 0{,}1165$ t, denen die Momentenfläche Fig. 25i und die Durchbiegungslinie Fig. 25k mit den Durchbiegungen von je 3,335 cm (= ü) unter A und $\overline{A}$ entspricht. Die Wiederbelastung mit $P'_T = 3{,}26$ t geht rein elastisch vor sich. Es entsteht wieder das Momentenbild der Fig. 25e dadurch, daß zu dem Moment $M_x = 0{,}1165 \cdot 120 = 13{,}98$ cmt das Stützenmoment $M_{st \cdot el} = 3{,}214 \cdot 3{,}26 = 10{,}48$ cmt hinzutritt. Die Auflagerkraft bei $\underline{A}$ setzt sich aus zwei Teilen zusammen: dem Anteil X und dem rein elastischen Anteil $\frac{3}{112} \cdot 3{,}26 = 0{,}0873$ t, zusammen $= 0{,}204$ t. Die Durchbiegungslinie des verformten Trägers der Fig. 25g ist berechnet von den Auflagern B $\overline{B}$ aus entsprechend der Momentenlinie der Fig. 25e; sie ist in Fig. 25l gezeichnet (Ordinaten η). Die Form der Stabachse nach der Wiederbelastung mit $P'_T = 3{,}26$ t (Fig. 25n) erhält man, indem man unter Berücksichtigung der Vorzeichen $\eta + y$ bildet, z. B. in der Mitte der Mittelöffnung $f_2 = 0{,}105 + 0{,}834 = 0{,}939$ cm; in der Mitte der Seitenöffnung $f_1 = +\,1{,}041 - 1{,}668 = -\,0{,}627$ cm.

Entsprechend Fig. 25c und f sind wie unter B) und C) in Fig. 26b bis d die Abhängigkeiten: Durchbiegung in der Mittelöffnung f_2 (P), in der Seitenöffnung f_1 (P), sowie A (P) und B (P) aufgetragen.

Zum Vergleich zeigt die Fig. 27a und b die gemessenen Durchbiegungen in der Mittel- und Seitenöffnung. Dort sind auch die Werte der P'_s und P'_T eingetragen. Man sieht deutlich, daß P'_T die tatsächliche Tragfähigkeit richtig kennzeichnet.

Den Versuchswert $P_w = 3{,}902$ t, unter denen der Träger „weggeht" (Tragkraft = erschöpft, Formänderung $= \infty$) als Tragfähigkeit aufzufassen, ist, wie schon oben unter A) und B) ausgeführt wurde, nicht empfehlenswert. Bei $P > P'_T$ wachsen z. B. die Durchbiegungen viel rascher wie für $P < P'_T$. Die gemessenen und nach der Deutungshypothese gerechneten Werte stimmen dem Wesen nach überein.

Um die Frage des Momentenverlaufs zwischen P'_s und P'_T zu klären, hat der Verfasser im Mai 1936 Versuche entsprechend den Verhältnissen der Fig. 25 ausgeführt (siehe [17], Stahlbau 9, 1936, Septemberheft), bei dem ein I 10 · 10 mit $l_1 = 2{,}40$ m und $l_2 = 1{,}20$ m verwendet wurde.

Durch einen Vergleichsversuch mit einem in der Mitte belasteten einfachen

Balken wurde M'_s zu 262 cmt festgelegt. Unter Vernachlässigung des Einflusses infolge ständiger Last und des Einflusses der Formänderung durch die Schubkräfte ergibt sich $P'_s = 11{,}12$ t und $P'_T = 17{,}47$ t.

In Fig. 28a sind die versuchstechnisch bestimmten gemittelten Werte der Auflagerdrücke bei A und $\overline{A}$ aufgetragen, in Fig. 28b die mit diesen Werten unter Berücksichtigung des Eigengewichts bestimmten Feldmomente und Stützenmomente bei den einzelnen Laststufen. Bei $P'_s = 11{,}15$ t und bei $P'_T = 17{,}45$ t ist ebenfalls der Einfluß des Eigengewichts berücksichtigt. Fig. 28c zeigt die gemessenen Durchbiegungen in der Mitte des Mittelfeldes.

Wie Fig. 28b zeigt, weichen die tatsächlichen Feldmomente und die Stützenmomente von den nach der vereinfachten Deutungshypothese ermittelten strichpunktierten Werten nicht unerheblich ab. Man sieht jedoch deutlich, daß die Werte P'_s und P'_T charakteristisch für das tatsächliche Verhalten des Trägers sind. (Siehe dazu auch die Fig. 28c, aus der man deutlich sieht, daß erst von P'_T an die Durchbiegung sehr stark zu wachsen beginnt.) Bei $P > P'_s$ wachsen die Feldmomente über M'_s hinaus. Die praktisch verwertbare Tragfähigkeit des Trägers ist erst erreicht, sobald auch über den Stützen bleibende Formänderungen einzutreten beginnen d. h. sobald M_{st} nahe an den Wert M'_s kommt.

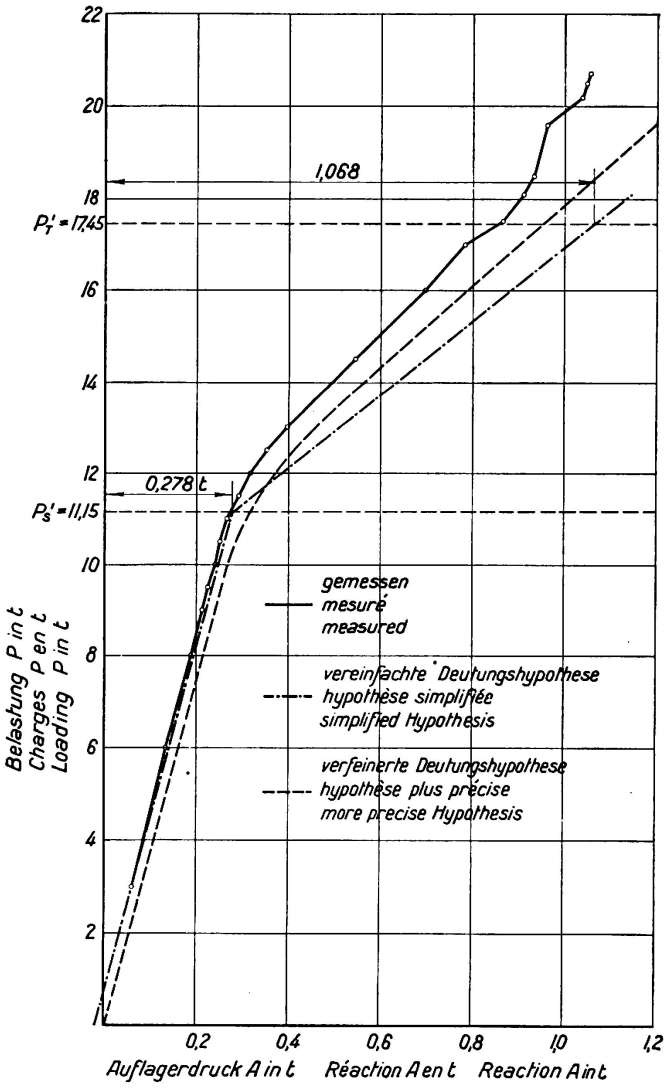


Fig. 28a.

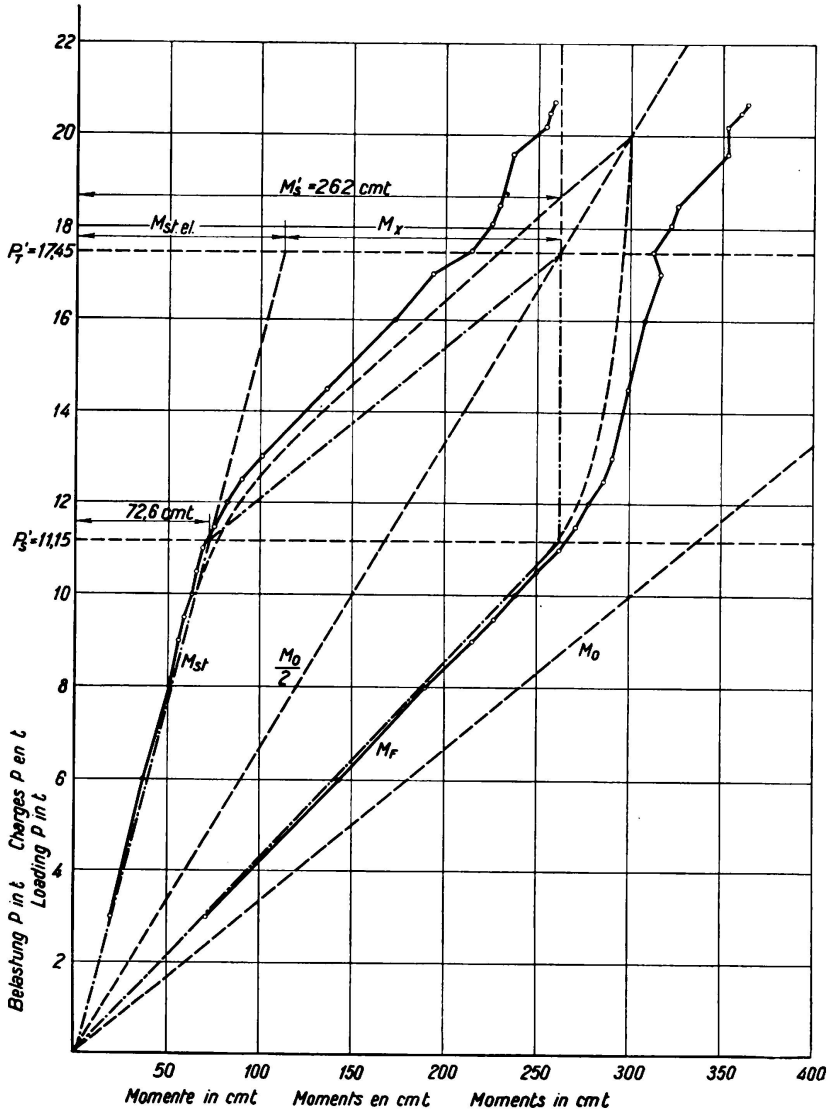


Fig. 28b.

Die gestrichelten Linien für M_F und M_{st} gelten natürlich nur, solange $M_{st} < M_s$ ist. Von der diesem Grenzfall entsprechenden Last P' an, weist die Stabform nach der Entlastung nicht nur in Balkenmitte, sondern auch über den Auflagern je einen Knick auf.

Jedenfalls darf man aus der Tatsache, daß die beiden Momente unter dem Wert P'_T nicht gleich groß werden, nicht schließen, daß dadurch die praktisch verwertbare Tragfähigkeit des durchlaufenden Trägers gegenüber P'_T vermindert wird. Im übrigen sind Abweichungen in M_{st} und M_F dadurch zu erklären, daß entsprechend der vereinfachten Deutungshypothese in der Fig. 4 eine gerade wagrechte Linie FG anstelle der Kurve CDE gewählt wurde. Verwendet man den versuchstechnisch bestimmten Linienzug CDE, so ergibt sich ohne Berücksichtigung des Einflusses des Eigengewichts und der Formänderungen durch die Schubkräfte, wie in [17] nachgewiesen ist, der in Fig. 28b ebenfalls (gestrichelt) eingezeichnete Verlauf der Feldmomente und der Stützenmomente.

F. Durchlaufende parallelgurtige Fachwerkträger mit drei Öffnungen.

Bei den von *M. Grüning* begonnenen durch *G. Grüning* und *E. Kohl* durchgeführten Versuchen (siehe [18] Bauingenieur 14, 1933, S. 67) wurde der Träger der Fig. 29a verwendet. Die Obergurtstäbe über den Mittelstützen und die drei mittleren Untergurtstäbe waren als Augenstäbe und auswechselbar ausgebildet. Beim Obergurtknoten 17 wurde nachträglich ein Bolzengelenk eingebaut. Die

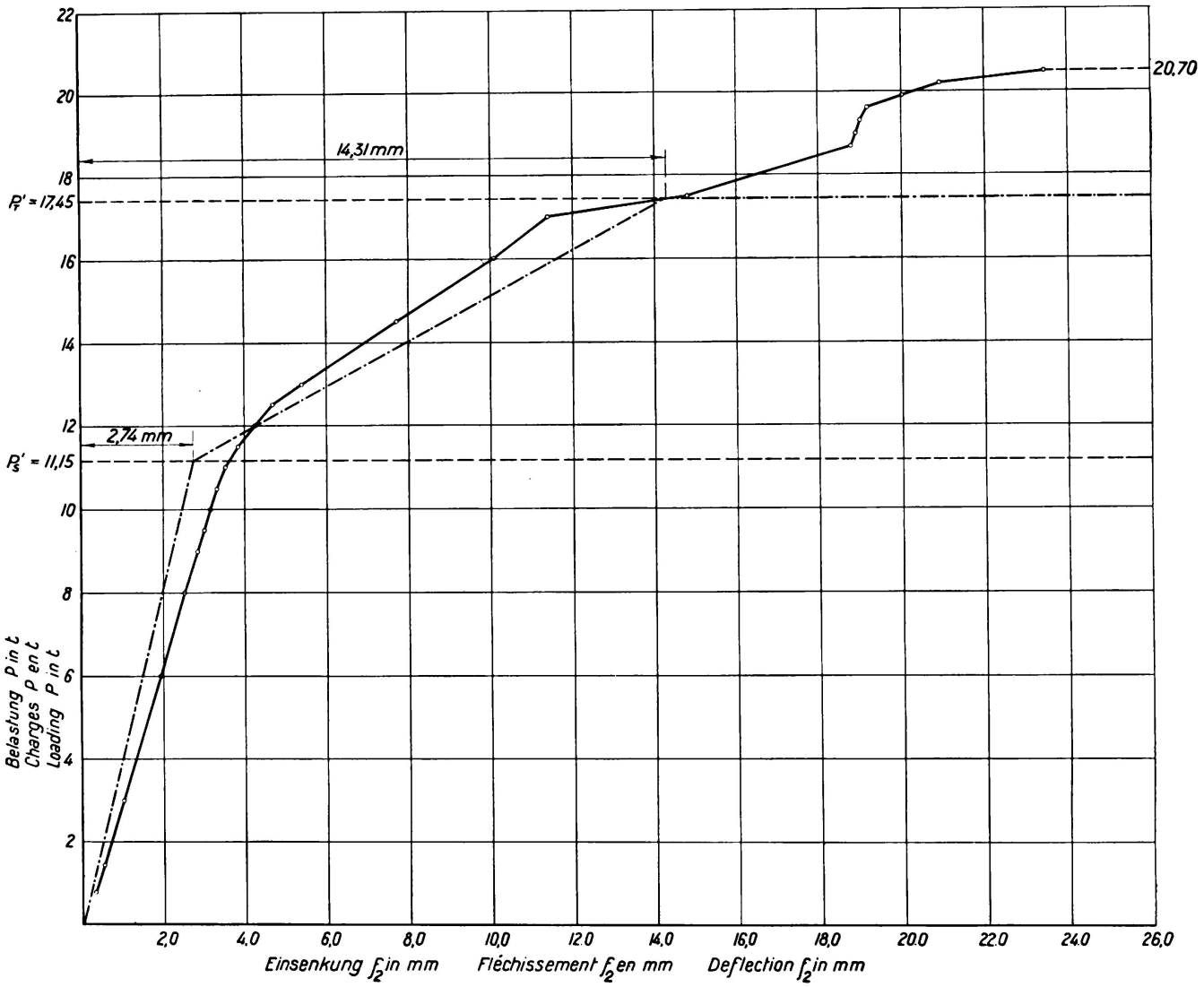


Fig. 28c.

Größe der Auflagerdrücke bei A und A wurden bei den einzelnen Laststufen versuchstechnisch bestimmt.

Bei einem der ersten Versuche waren die Querschnitte der Stäbe O_{10}, U_{17} und $\overline{O}_{10}$ je = 2,88 cm², ihre Streckspannung σ_s = 2,68 t/cm². Das tragbare Moment M_s = 2,88 · 50 · 2,68 = 386 cmt. Bei Außerachtlassen des Einflusses der ständigen Last ergeben sich für vier gleiche Lasten P in den Punkten 14, 16, $\overline{16}$, $\overline{14}$ an den äußeren Auflagern rein elastische Stützendrücke von 0,418 P und damit mittlere Auflagerdrücke von 2,418 P, ein Stützenmoment von 0,418 · 500 P = 209 P, sowie ein größtes Feldmoment von (500—209) P = 291 P. Die Lasten P_s, unter denen die Streckspannung im Stab U_{17} erreicht ist, ergeben sich entsprechend Fig. 29c aus: 291 P_s = M_s = 386 cmt zu P_s = 1,33 t. Die Lasten P_T, unter denen auch in den Stäben $\overline{O}_{10}$ und O_{10} die Streckspannung erreicht wird, findet man entsprechend Fig. 29d aus: M_{st} = M_o — M_s = M_s d. h. aus 500 P_T = 2 · 386 cmt zu P_T = 1,544 t. Die Zusammenhänge zwischen M_{st}, M_F, P_s, P_T gehen aus Fig. 30a hervor. Entlastet

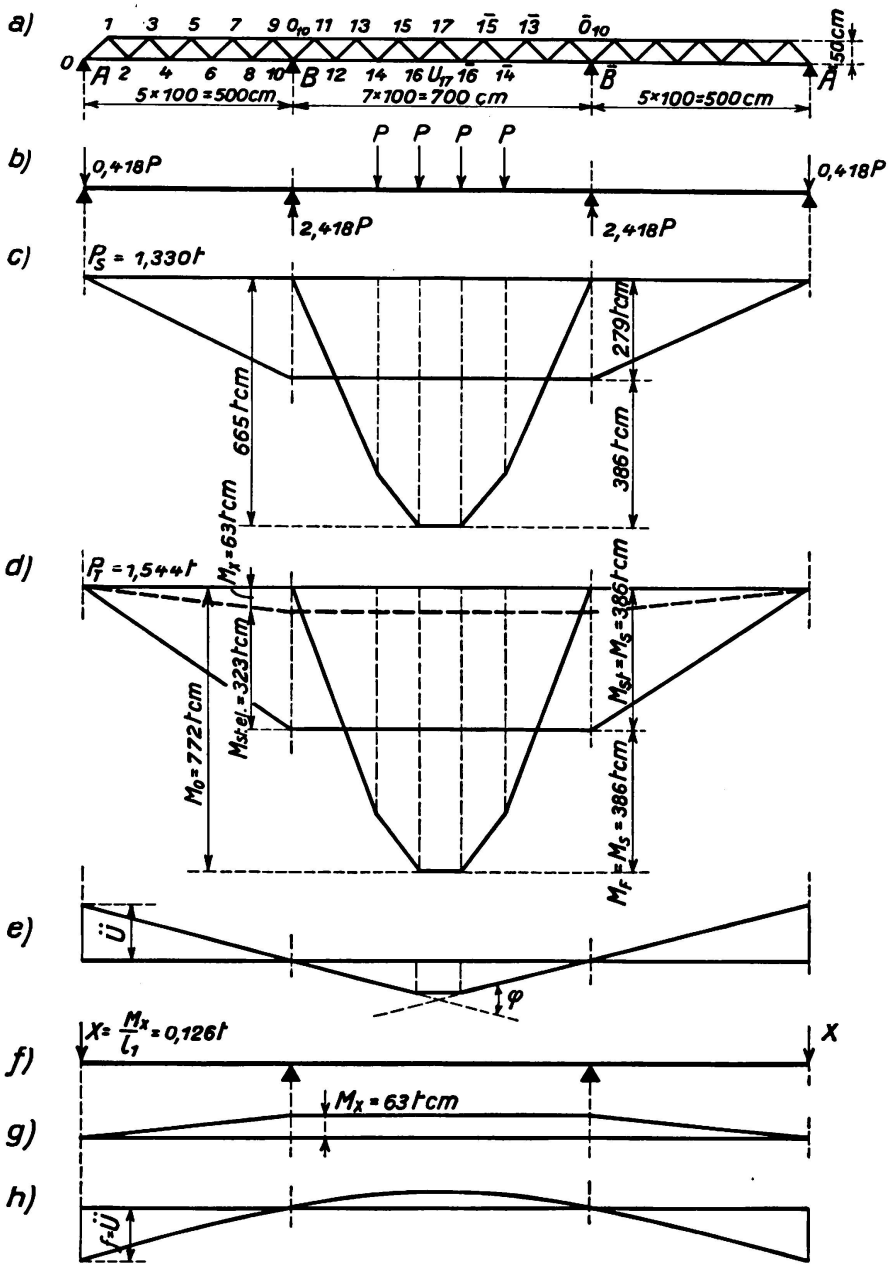


Fig. 29.

man den bis P_T belasteten Träger, so zeigt der Untergurt bleibende Durchbiegungen wie in Fig. 29 e. Die Biegelinie weist unter Punkt 17 einen Winkel φ auf, durch den die Überhöhung ü bestimmt ist. Bei einer Wiederbelastung des Trägers müssen zunächst durch Kräfte je = X (Fig. 29f) die äußeren Auflager wieder in ihre ursprüngliche Lage gebracht werden; dadurch entsteht ein Stützenmoment $M_x = X \cdot l_1$, zu dem bei Belastung bis P_T hinzu kommt $M_{st \cdot el} = 209 \cdot P_T = 323$ cmt. Aus $M_x + M_{st \cdot el} = M_s$ folgt (Fig. 29d) $M_x = 63$ cmt, $X = 0{,}126$ t. Die diesem X entsprechende Durchbiegung des äußersten Balkenendes f muß = ü sein; daraus folgt φ und die bleibende Längenänderung Δs des Stabes U_{17} unter P_T. [Δs hätte man auch aus der Formänderung des Balkens A, B, 16, 17, $\overline{16}$, $\overline{B}$, $\overline{A}$ finden können.] Die Verhältnisse bei einer Wiederbelastung sind in Fig. 30b anschaulich gemacht. Die der Fig. 7 in [18] entnommenen Versuchswerte zeigt Fig. 31. Sie zeigen im

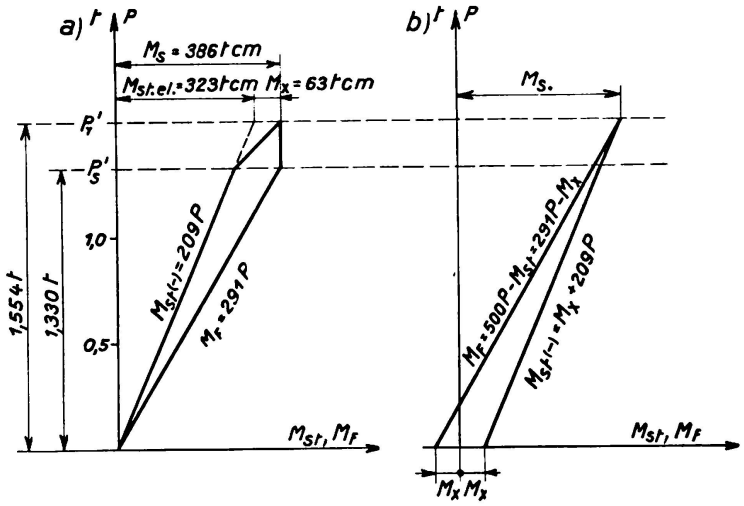


Fig. 30.

Wesen Übereinstimmung mit den Werten der Versuchsdeutung (Fig. 29 und 30), bei der das Trägereigengewicht unberücksichtigt und in Punkt 17 ein reibungsloses Gelenk angenommen ist.

Bei in [18] weiter untersuchten Fällen wurden Augenstäbe mit auf Teile ihrer Länge verminderten Querschnitten untersucht, Belastungen über P_T vorgenommen. Weiter wurde dem Einfluß von Stützensenkungen auf die Tragfähigkeit nachgegangen. Einmalige Hebungen der Außenstützen haben die Tragfähigkeit nicht herabgesetzt. Aufeinanderfolgende Stützenhebungen und Senkungen bei Belastung mit P_T gefährden naturgemäß den Bestand des Trägers.

Bezüglich der Schlußfolgerungen aus den Versuchen, die eine Fortsetzung erfahren sollen, muß auf [18] S. 72 verwiesen werden.

Von Wichtigkeit wäre es, Erkenntnisse über die tatsächliche Tragfähigkeit durchlaufender Fachwerkträger zu bekommen, wenn die kritischen Stäbe Verschwächungen z. B. durch Nietlöcher aufweisen.

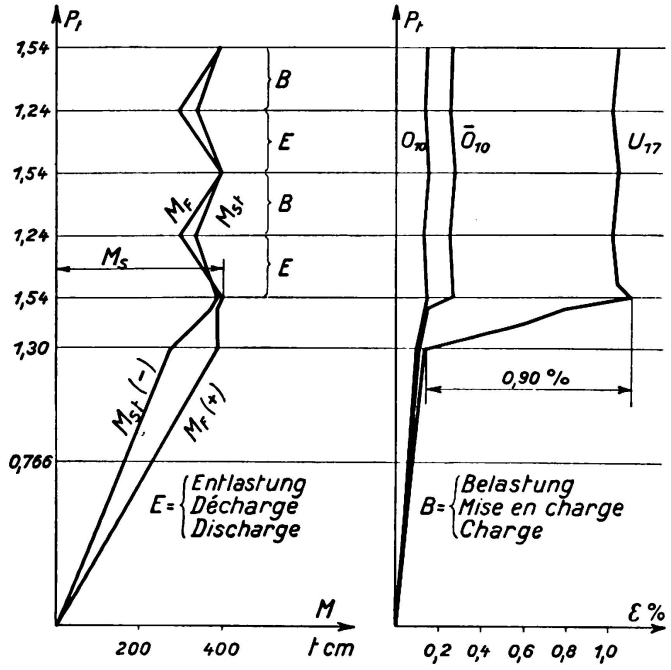


Fig. 31.

G. Rahmenträger mit wagrechtem Riegel.

In [19] Stahlbau 5 (1932), S. 121 ist ein von *K. Girkmann* durchgeführter Versuch beschrieben, für den die Fig. 32 gilt.

Der Rahmenträger AB mit steifen absichtlich überdimensionierten Ecken wurde in der Mitte des Riegels mit einer anwachsenden Kraft P belastet. Es entsteht zunächst eine Stützlinie AEB, der die eingezeichneten Beanspruchungen in den Querschnitten C und D entsprechen. Die größte Beanspruchung entsteht in der obersten Faser des Querschnitts C (Druck).

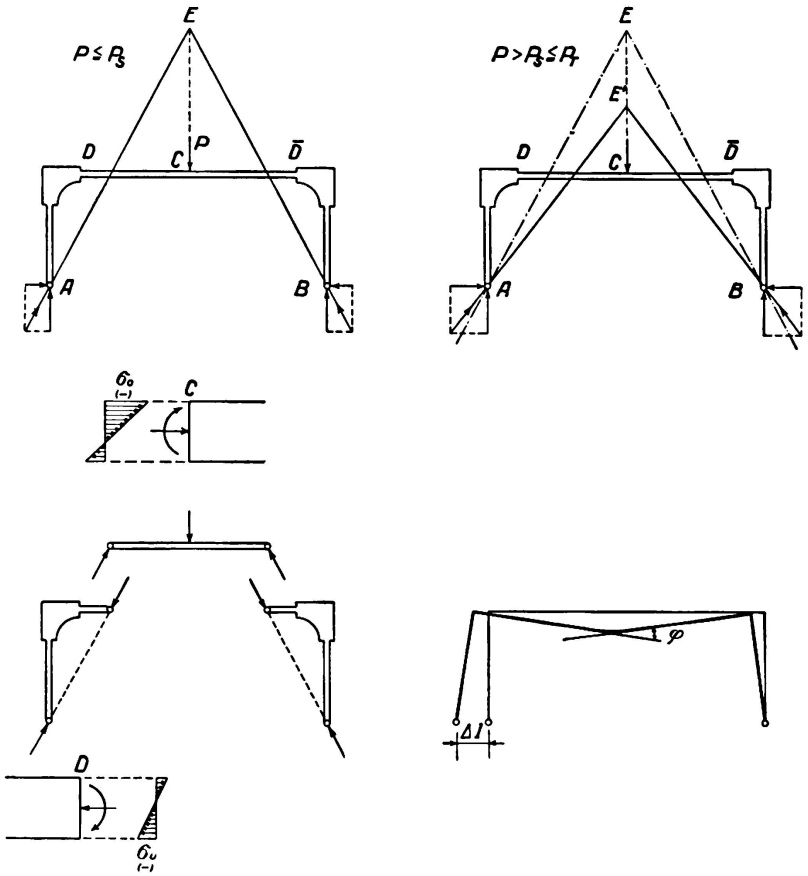


Fig. 32.

Unter der Last P_s erreicht diese Spannung die Streckgrenze. Bei weiter anwachsender Last $P > P_s$ werden die Riegelteile in der Nähe von C plastisch so verformt, daß bei der Verwandlung eines der festen Gelenkauflager in ein bewegliches eine Verschiebung dieses Auflagers nach außen um Δl entstehen würde; d. h. für Werte $P > P_s$ ist der Horizontalschub größer, als nach der üblichen Theorie zu erwarten ist. Die Drucklinie wird flacher. Der Rahmen beginnt endgültig zu versagen, wenn auch in dem Querschnitt D (unten) die Streckgrenze erreicht ist. Mit für die praktische Anwendung genügender Annäherung kann man die praktisch tragbare Last aus dem Fall rechnen, bei dem die Drucklinie in der Mitte zwischen D und C, genauer zwischen den Kernpunkten die für σ_o in C und für σ_u in D maßgebend sind, durchgeht. Führt man die Querschnittsgrößen ohne Nietverschwächung in die Rechnung ein, so ergibt sich:

$P_{zul} = 2{,}88$ t bei $\sigma_{zul} = 1{,}2$ t/cm²; $P_s = 6{,}28$ t, wobei an *einer* Stelle (oben in C) $\sigma_s = 2{,}62$ t/cm² erreicht ist; $P_T = 9{,}00$ t als die praktisch tragbare Last. Dabei ist die Annahme gemacht, daß der Querschnitt C schon sofort nach Erreichen der Streckspannung in seiner oberen Faser wie ein Gelenk wirkt.

Die übliche Theorie nimmt bei dem dem vorliegenden Versuch unterzogenen Rahmen stillschweigend eine Tragfähigkeit von 6,28 t an. Der Versuch hat gezeigt, daß erst von P = 11,25 t (Fig. 33) die Durchbiegungen in Riegelmitte rasch zunehmen.

P'_T ist also = 11,25 t und dementsprechend $P'_s = \sim P'_T \cdot \frac{P_S}{P_T} = \sim 11{,}25 \cdot \frac{6{,}28}{9{,}00}$ = 7,9 t. Bei $P_v = 13{,}17$ t entstand ein Riß in einer Nietlochwand in der Riegelmitte. Über die eingehenden weiteren Beobachtungen beim Versuch siehe [19].

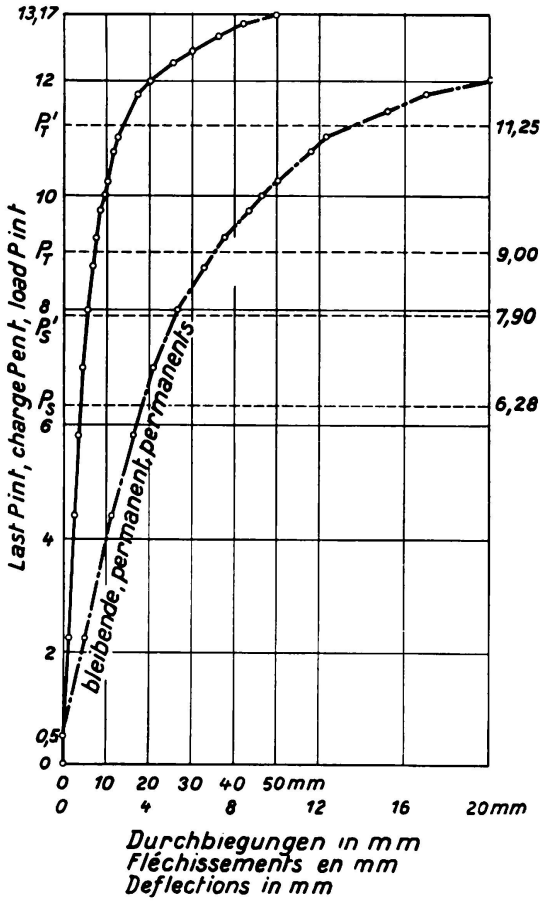


Fig. 33.

Zusammenfassung.

An Hand reichhaltiger Figuren beschreibt der Autor die Ergebnisse von Versuchen, die zur Abklärung von plastizitätstheoretischen Fragen durchgeführt wurden. In jedem Falle läßt sich zeigen, daß für die tatsächliche Tragfähigkeit nicht die Belastung P_s maßgebend ist, unter der bei Anwendung der Elastizitätstheorie in irgend einem Trägerglied zuerst die Streckspannung erreicht ist, sondern ein höherer Wert P_T. Zur Bestimmung dieser tatsächlichen Tragfähigkeit wird ein, auch zur Deutung der Versuche verwendetes Verfahren (vereinfachte Deutungshypothese) angegeben, das für die praktische Anwendung genügend genaue Werte liefert. Es steht nichts im Wege, die Deutung der Versuche und die Rechnungsverfahren zur Bestimmung von P_T noch zu verfeinern.

Verzeichnis

der wichtigsten Abhandlungen über die Frage des Einflusses der Dehnbarkeit des Baustahls auf die Bemessung von Stahltragwerken, vor allem insoweit auf Versuche Bezug genommen ist.

F. Bleich: La Ductilité de l'Acier. Son application au dimensionnement des systèmes hyperstatiques.
L'Ossature Métallique 3 (1934), S. 93.

F. Bleich: La théorie et la recherche expérimentale en construction métallique.
L'Ossature Métallique 3 (1934), S. 627.

H. Bleich: Über die Bemessung statisch unbestimmter Stahltragwerke unter Berücksichtigung des elastisch-plastischen Verhaltens des Baustoffes.
Bauingenieur 13 (1932), S. 261.

[8] *F. Bohny:* Über die Verwendung von Nickelstahl im Brückenbau (S. 90 Versuch mit I 30).
Der Eisenbau 2 (1911), S. 79.

[9] *J. E. Brik:* Über den Knickwiderstand der Druckgurte vollwandiger Balkenträger (enthält Angaben über Versuche mit einfachen Balken).
Der Eisenbau 3 (1912), S. 351 und 4 (1913), S. 189, 192, 353.

Eisenmann: Theorie und Statik plastischer Träger des Stahlbaues.
Stahlbau 6 (1933), S. 25. Erwiderung 6 (1933), S. 54.

[16] *F. v. Emperger:* Versuche mit eingespannten Balken in Heft 5 der Mitteilungen über Versuche ausgeführt vom Eisenbetonausschuß des österreichischen Ingenieur- und Architekten-Vereins.
F. Deuticke, Leipzig und Wien 1917.

[3] *J. Fritsche:* Die Tragfähigkeit von Balken aus Stahl mit Berücksichtigung des plastischen Verformungsvermögens.
Bauingenieur 11 (1930), S. 851, 873, 888.

J. Fritsche: Die Tragfähigkeit von Balken aus Baustahl bei beliebig oft wiederholter Belastung.
Bauingenieur 12 (1931), S. 827.

[5] *J. Fritsche:* Grundsätzliches zur Plastizitätstheorie.
Stahlbau 9 (1936), S. 65.

[19] *K. Girkmann:* Über die Auswirkung der „Selbsthilfe" des Baustahls in rahmenartigen Stabwerken.
Stahlbau 5 (1932), S. 121.

[14] *O. Graf:* Über Dauerversuche mit I-Trägern aus St. 37.
Stahlbau 7 (1934), S. 169.

[18] *G. Grüning & E. Kohl:* Tragfähigkeitsversuche an einem durchlaufenden Fachwerkbalken aus Stahl.
Bauingenieur 14 (1933), S. 67.

Martin Grüning: Die Tragfähigkeit statisch unbestimmter Tragwerke aus Stahl bei beliebig häufig wiederholter Belastung.
Broschüre Berlin 1926.

[2] *M. Grüning-Kulka* und andere: Zuschriften an die Schriftleitung betreffend Plastizität (siehe [11]).
Bautechnik 6 (1928), S. 274.

[4] *F. Hartmann:* Die Formänderungen einfacher und durchlaufender Stahlträger. Mit einem Versuch.
Schweiz. Bauzeitung 101 (1933), S. 75.

F. Hartmann: Über die Erhöhung der zulässigen Inanspruchnahme von stählernen Brücken.
Zeitschrift des Österr. Ingenieur- und Architekten-Vereins 1935, Heft 21/22 und 23/24.

A. S. Joukoff: Principes d'application de la plasticité au calcul des constructions métalliques hyperstatiques.
L'Ossature Métallique 3 (1934), S. 379.

F. Kann: Der Momentenausgleich durchlaufender Traggebilde im Stahlbau.
Broschüre, Verlag de Gruyter & Co. 1932.

F. Kann: Rechnerische Untersuchungen über die Größe des Fließbereiches in stählernen Durchlaufbalken unter Berücksichtigung des Momentenausgleichs.
Stahlbau 5 (1932), S. 105. Berichtigung (1932), S. 160.

[15] *G. v. Kazinczy:* Kisérletek befalozott tartókkal. (Versuche mit eingespannten Trägern.)
Betonszemle 2 (1914), Nr. 5, 6, 7.

G. v. Kazinczy: Bemessung von statisch unbestimmten Konstruktionen unter Berücksichtigung der bleibenden Formänderungen.
Internationaler Kongreß für Eisenbau, Liége September 1930.

[13] *G. v. Kazinczy:* Statisch unbestimmte Tragwerke unter Berücksichtigung der Plastizität.
Stahlbau 4 (1931), S. 58.

G. v. Kazinczy: Die Weiterentwicklung der Plastizitätslehre.
Sonderdruck aus dem 12. Jahrgang der „Technica", Budapest 1931.

G. v. Kazinczy: Die Bemessung unvollkommen eingespannter Stahl I-Deckenträger unter Berücksichtigung der plastischen Formänderungen.
2. Band der Abhandlungen der Internationalen Vereinigung für Brückenbau und Hochbau, Zürich 1934.

N. C. Kist: Die Zähigkeit des Materials als Grundlage für die Berechnung von Brücken, Hochbauten und ähnlichen Konstruktionen aus Flußeisen.
Der Eisenbau 11 (1920), S. 425.

N. C. Kist: Ductility as a base for design-computation of steel bridges and structures instead of proportionality of stress and strain.
La Technique des Travaux, Liége September 1930.

N. C. Kist: La Déformation en palier de l'acier substituée à la loi de Hooke comme base de calcul de la résistance des ponts et charpentes métalliques.
Science et Industrie. Edition: Construction et Travaux Publics. März 1933.

O. Knackstedt: Beitrag zur Ermittlung der wirklichen Tragfähigkeit statisch unbestimmter Vollwandträger aus Stahl unter Berücksichtigung der plastischen Verformung.
Dissertation, Braunschweig 1932.

O. Lienau: Der Einfluß der Streckung auf die Tragfähigkeit durchlaufender Eisenträger.
Zeitschrift Der Schiffbau 29 (1928), S. 532.

[11] *Maier-Leibnitz:* Beitrag zur Frage der tatsächlichen Tragfähigkeit einfacher und durchlaufender Balkenträger aus Baustahl St. 37 und aus Holz.
Bautechnik 6 (1928), S. 11, 27.

Maier-Leibnitz: Diskussionsbeitrag im Bericht über die 2. Internationale Tagung für Brückenbau und Hochbau.
Wien 1928, S. 257.

[1] *Maier-Leibnitz:* Versuche mit eingespannten und einfachen Balken von I-Form aus St. 37.
Bautechnik 7 (1929), S. 313. Berichtigung (1929), S. 366.

Maier-Leibnitz: Artikel: „Zulässige Beanspruchung" in Luegers Lexikon der Gesamten Technik und ihrer Hilfswissenschaften.
Luegers Lexikon der gesamten Technik ca. 1930.

[17] *Maier-Leibnitz:* Versuche zur weiteren Klärung der Frage der tatsächlichen Tragfähigkeit des durchlaufenden Balkens aus Baustahl.
Stahlbau 9 (1936). Septemberheft.

[7] *H. F. Moore:* The strength of I-beams in flexure (dort auch weitere Literaturangaben über Versuche mit einfachen Balken).
Bulletin Nr. 68 der University of Illinois, Engineering Experiment Station vom 1. September 1913.

[10] *K. A. Müllenhoff:* Versuche an schmiedeeisernen Blechträgern (enthält Versuche von F. Mc. Kibben der Lehigh Universität an einfachen Balken).
Der Eisenbau 4 (1913), S. 157.

[12] *J. H. Schaim:* Der durchlaufende Träger unter Berücksichtigung der Plastizität.
Stahlbau 3 (1930), S. 13.

E. Siebel und *H. F. Vieregge:* Über die Abhängigkeit des Fließbeginns von Spannungsverteilung und Werkstoff.
Mitteilungen aus dem Kaiser-Wilhelm-Institut für Eisenforschung 1934, Band XVI, Lieferung 21.

[6] *F. Stüssi* und *C. F. Kollbrunner:* Beitrag zum Traglastverfahren.
Bautechnik 13 (1935), S. 264.

F. Stüssi: Sicherheit statisch unbestimmter Fachwerke bei Veränderung einzelner Stabquerschnitte. Beitrag zur wirtschaftlichen Verstärkung statisch unbestimmter Fachwerkträger mit geringsten Eingriffen.
Bautechnik 9 (1931), S. 603.

F. Stüssi: Aktuelle baustatische Probleme der Konstruktionspraxis.
Schweiz. Bauzeitung 1935, Sonderdruck.