Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH Kongressbericht

Band: 2 (1936)

Artikel: Entwicklung der Berechnung von Bogen-Staumauern

Autor: Bažant, Zd.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-2736

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 13.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

VI 1

Entwicklung der Berechnung von Bogen-Staumauern.

Le développement du calcul des barrages arqués.

Development of the Analysis of Arch Dams.

Zd. Bažant,
Professor der Tschech. Techn. Hochschule, Prag.

Einleitung.

Die Staumauern wurden zuerst gerade durchgeführt und so berechnet, daß man einen zwischen zwei lotrechten Querschnitten in der höchsten Stelle der Staumauer liegenden Teil als einen lotrechten, unten eingespannten Freiträger betrachtete, der durch Eigengewicht und Wasserdruck belastet ist; beide Belastungen riefen eine kombinierte Beanspruchung auf Druck und Biegung hervor. Diese Art der Beanspruchung hatte zur Folge, daß man die Festigkeit des Mauerwerkes nur wenig ausnützen konnte, besonders wenn man die Zugfestigkeit vernachlässigte. Die schädlichen Wirkungen der Temperaturschwankungen suchte man später durch eine leichte Krümmung im Grundriß zu eliminieren; die statische Berechnung wurde aber weiter wie für eine gerade Mauer durchgeführt. Man setzte voraus, daß sich die gekrümmte Staumauer leicht den durch die Temperatur verursachten Längenänderungen anpassen kann, indem die Krümmung der Mauer geändert wird. Die Einspannung der Staumauer in die Talhänge, auch in waagerechter Richtung, sollte die Sicherheit auch für Eigengewicht und Wasserdruck erhöhen. Eine gründlichere statische Analyse zeigte aber, daß eine leichte Krümmung nicht die gewünschten guten Folgen hatte, weil die übliche statische Berechnung große Stärken erforderte. Betrachtet man die Staumauer als ein waagerechtes, durch Wasserdruck beanspruchtes Gewölbe, so bekommt man bei kleinem Pfeil und großer Stärke ansehnliche rechnungsmäßige Zugspannungen an der Wasserseite in den Kämpfern und an der Luftseite im Scheitel; diese Zugspannungen können lotrechte Risse zur Folge haben.[1] Obwohl man also durch Verstärkung der Staumauer Zugspannungen in waagerechten Fugen eliminieren will, so können doch Zugspannungen in lotrechten Fugen auftreten; die Verstärkung der Mauer durch Überschuß an Mauerwerk ist nur scheinbar, weil die Masse nicht gut verteilt ist.

Berechnung der Gewölbestaumauer als ein System von unabhängigen waagerechten Gewölben.

Gegenüber dem Freiträger ist das Gewölbe ein viel zweckmäßigeres Konstruktionselement, weil es bei guter Disposition eine viel gleichmäßigere Beanspruchung des Mauerwerks und bessere Ausnützung seiner Festigkeit erlaubt.

Diese Erkenntnis wurde berücksichtigt: um das Jahr 1800, bei der Staumauer Meer Allum bei Hyderabad in Indien, welche aus 21 waagerechten, halbkreisförmigen Gewölben zwischen lotrechten Pfeilern besteht, um 1845 bei einer Staumauer, welche nach dem Projekt von Ing. Zola bei Aix (Provence) in Frankreich in einem engen Tal in Form eines einzigen waagerechten Gewölbes aufgebaut wurde.[2] In weiteren Betrachtungen wird in der Regel die Wasserseite der Staumauer lotrecht vorausgesetzt.

Die Gewölbestaumauern wurden zuerst annähernd so berechnet, daß man waagerechte Teile in verschiedenen Höhen als selbständige Gewölbe betrachtete, die durch den vollen radialen, gleichmäßig verteilten Wasserdruck belastet sind. Diese Berechnung läßt die gegenseitige Verbindung in lotrechter Richtung unberücksichtigt, vernachlässigt also die Tangentialspannungen in waagerechten Schnitten, welche durch verschiedene waagerechte Verschiebungen der einzelnen Schichten verursacht werden. Bei leerem Becken wird das Eigengewicht der oberen auf die unteren Schichten durch lotrechten Druck wie in gerader Staumauer übertragen; bei vollem Becken betrachtet man waagerechte Schichten als selbständige Gewölbe, deren jedes den vollen zugehörigen Wasserdruck übernimmt. Ist die Wasserseite geneigt, so rechnet man die lotrechte Komponente des Wasserdrucks zum Eigengewicht[3]. *Delocre*, von dem die erste theoretische Abhandlung über Gewölbestaumauern herrührt,[4] setzte annähernd voraus, daß der Druckmittelpunkt im Scheitel und in den Kämpfern im oberen Kernpunkt liegt. *Pelletreau*[5] nimmt für radialen und gleichmäßigen Wasserdruck als die Drucklinie die kreisförmige Mittellinie des waagerechten Gewölbes (wie für dünne zylindrische Schalen), setzt also voraus, daß das Gewölbe in allen Querschnitten gleichmäßig auf Druck beansprucht ist. Diese Berechnungsart war dann üblich und besonders in Amerika wurde sie bei den meisten Gewölbestaumauern (die erste war die Staumauer Bear Valley in Kalifornien v. J. 1886) angewandt; auch die zahlreichen Gewölbestaumauern in Australien wurden auf diese Weise berechnet. Noch *H. Hawgood*[6] verteidigt diese Berechnung. Die auf diese Weise berechneten Staumauern zeigten sich als sehr sicher. Die Übertragung der äußeren Kräfte durch Bogenwirkung gibt eine viel bessere Verteilung der Spannungen und eine sehr ansehnliche Verminderung der Stärken im Vergleich zu den Staumauern, welche als lotrechte Freiträger dem Wasserdruck nur durch ihr Eigengewicht widerstehen, also sehr unvorteilhaft in Bezug auf die Verteilung der Spannungen und die Ausnützung der Materialfestigkeit sind.

Erst *R. Ruffieux*[7] berechnete das waagerechte Gewölbe einer Bogenstaumauer als einen elastischen Bogen (nach J. Résal); er berücksichtigte auch die Wirkung der Normalkraft, welche hier wichtig genug ist, und benützte die Theorie des *dünnen Bogens*. Dieselbe Methode wurde später durch *E. Mörsch*,[8] *H. Ritter*,[9] *C. Guidi*,[10] *W. Cain*,[11] *R. Kelen*[12] und *G. Ippolito*[13] angewandt.

Bei der Berechnung der Gewölbestaumauer als ein System von unabhängigen waagerechten Gewölben wurde gewöhnlich wie bei dünnen zylindrischen Schalen vorausgesetzt, daß die Normalspannungen gleichmäßig in der Richtung der Stärke t verteilt sind, also daß die kreisförmige Mittellinie die Seillinie zur gleichmäßigen radialen Belastung p_2 der Rückseite des Gewölbes vom Halb-

messer r_2 (Fig. 1) bildet. Das ergibt in jedem Bogenquerschnitt die Normalkraft

$$N_0 = -p_2 r_2 \text{ oder die Spannung } \nu_0 = \frac{N_0}{F} = -\frac{p_2 r_2}{b t}, \tag{1}$$

für einen Bogen von der Breite b und Querschnittsfläche $F = bt$; die Normalkraft N und Normalspannung V seien positiv als Zug. Anstatt des Druckes p_2 auf die Rückseite kann man den radialen gleichmäßigen Druck p auf die Mittellinie vom Halbmesser r nehmen; es ist dann

$$p = p_2 \frac{r_2}{r} \tag{2}$$

Diese Berechnung entspricht der Berechnung des Gewölbes als ein elastischer Bogen, wenn man die Wirkung der Normalkraft vernachlässigt, denn es ist dann die Mittellinie des Bogens zugleich Seillinie. Eine gründlichere Erforschung zeigte aber, daß man in diesem Falle selbst bei höheren Bogen die Wirkung der Normalkraft nicht vernachlässigen kann. Die Normalkraft verkürzt die Mittellinie, welche bei freier Stützung in einen Kreis mit kleinerem Halbmesser übergehen würde; weil sich aber bei festen Stützen die Spannweite des Bogens nicht ändert, kann der Bogen nicht kreisförmig bleiben und die

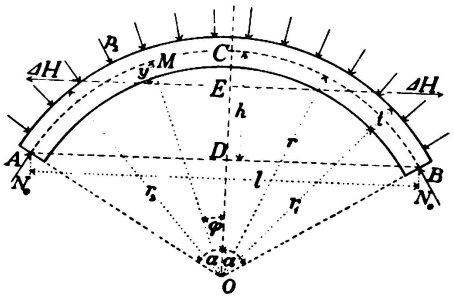

Fig. 1.

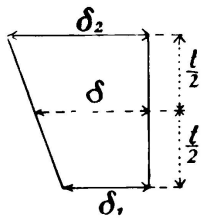

Fig. 2.

wirkliche Seillinie muß von der Mittellinie abweichen. Die durch die Normalkraft N_0 bei freien Stützen verformte Mittellinie kann man in die Lage bringen, bei welcher die Stützen ihre ursprüngliche Lage annehmen, indem man in der Schwerachse der Mittellinie die waagerechten Zusatzkräfte ΔH als Reaktionen anbringt (Fig. 1), welche auswärts wirken;[8] ihr Wert ist allgemein

$$\Delta H = \frac{N_0 \int \frac{\cos\varphi \, d s}{F}}{\int \frac{y^2 \, d s}{J} + \int \frac{\cos^2\varphi \, d s}{F}} \tag{3}$$

bei konstanter Stärke

$$\Delta \cdot H = \frac{N_0 \, l}{\frac{F}{J}\int y^2 \, d s + \int \cos^2\varphi \, d s} = \frac{N_0 \, l}{\left(\frac{12 r^2}{t^2} + 1\right)\left[\frac{l}{2 r}(r - h) + \frac{s}{2}\right] - \frac{12 l^2 r^2}{s t^2}} \tag{3a}$$

wenn F = Querschnittsfläche, J = Trägheitsmoment und $s = 2 r \alpha$ = Bogenlänge der Mittellinie.

Die in allen Punkten des Bogens gleiche Temperaturänderung δ gibt einen Bogenschub

$$H_t = \frac{\delta \varepsilon E l}{\frac{1}{J}\int y^2 \, d s + \frac{1}{F}\int \cos^2 \varphi \, d s} \tag{4}$$

wobei ε = Koeffizient der Temperaturausdehnung, E = Elastizitätsmodul. Ändert sich aber die Temperatur linear von δ_1 auf der Luftseite zu δ_2 auf der Wasserseite (Fig. 2) gleich in allen Querschnitten, so bekommt man in den Kämpfern nur ein Biegungsmoment

$$M_t' = -(\delta_2 - \delta_1)\, \varepsilon E \frac{\int \frac{d s}{t}}{\int \frac{d s}{J}} \tag{5}$$

bei konstanter Stärke

$$M_t' = -(\delta_2 - \delta_1)\, \varepsilon E \frac{J}{t} \tag{5a}$$

Eine genaue Analyse dieses Falles, die von *H. Ritter*[9] und später von *A. Stucky*[14] durchgeführt wurde, zeigte, daß auch die Querkraft eine Wirkung hat, die bei flachen Bogen beträchtlich sein kann. Der Nenner in der Formel (3) für ΔH hat allgemein den genauen Wert

$$\int \frac{y\, y' \, d s}{J} + \int \frac{\cos^2 \varphi \, d s}{F} + \beta \frac{E}{G} \int \frac{\sin^2 \varphi \, d s}{F}$$

wo β = Reduktionskoeffizient für Querkraft $\left(\text{für rechteckigen Querschnitt} = \frac{5}{6}\right)$ G = Schermodul, y' = Ordinate des Antipols der Schwerachse der Mittellinie in Bezug auf die Trägheitsellipse des Bogenelements. Für isotropes Material ist $\frac{E}{G} = 2{,}5$, also $\beta \frac{E}{G} = 3$. Annähernd ist $y' = y$ für dünne Bogen und für konstante Stärke hat man

$$\Delta H = -\frac{p\, r\, t^2}{C_1 r^2 + C_2 t^2};\; C_1 = 6\left(\cos\alpha + \frac{\alpha}{\sin\alpha} - \frac{2 \sin\alpha}{\alpha}\right);\; C_2 = \frac{2\,\alpha}{\sin\alpha} - \cos\alpha. \tag{3b}$$

H. Ritter[9] berechnete Tabellen für C_1, C_2 zur Erleichterung der Berechnung. Eine konstante Temperaturänderung erzeugt den Bogenschub

$$H_t = \frac{\delta \varepsilon E t^3}{C_1 r^2 + C_2 t^2} \tag{4a}$$

welcher in der Schwerachse der Mittellinie wirkt. *Ritter* ermittelte auch die Wirkung der Temperaturänderung für den Fall, wo sich die Temperatur stetig nach einer Kurve von Null auf der Wasserseite zu einem Maximum auf der Luftseite ändert. Ist (bei leerem Becken) die Temperaturänderung in dem Querschnitt symmetrisch zur Mitte, so hat der Bogenschub den Wert H_t nach (4a), wo δ die mittlere Temperaturänderung im Querschnitt bedeutet.

Eine sehr gründliche Berechnung des Bogens mit radialen Lasten wurde in der Abhandlung von *W. Cain*[11] und in der nachfolgenden Besprechung gegeben, weiter auch in der Abhandlung von *F. A. Noetzli*[15] und in der nachfolgenden Besprechung. *W. Cain* veröffentlichte in seiner Abhandlung und im Abschluß zur Besprechung[16] die Endformeln für die Berechnung des *Bogens ohne*

Gelenke, der durch radialen, gleichmäßigen Druck beansprucht ist (Fig. 3) wie folgt. Die Horizontalkraft H_c im Bogenscheitel ist durch die Formel gegeben

$$X = p\,r - H_c = \frac{p\,r}{\vartheta} \cdot 2\,\frac{i^2}{r^2}\,\alpha \sin\alpha, \tag{6}$$

wo

$$\vartheta = \left(1 + \frac{i^2}{r^2}\right)\alpha\left(\alpha + \frac{1}{2}\sin 2\,\alpha\right) - 2\sin^2\alpha + 2{,}88\,\frac{i^2}{r^2}\,\alpha\left(\alpha - \frac{1}{2}\sin 2\,\alpha\right); \tag{6a}$$

i = Trägheitshalbmesser $\left(i^2 = \frac{t^2}{12}\right)$, der numerische Faktor $2{,}88 = \beta\,\frac{E}{G}$ mit $\frac{E}{G} = 2{,}4$ für Beton $\left(\text{anstatt von } \frac{E}{G} = 3 \text{ für isotropes Material}\right)$ und $\beta = \frac{6}{5}$ für Rechteckquerschnitt. Das Glied mit dem Faktor 2,88 rührt von der Querkraft her. Die Wirkung der Querkraft kann für Winkel $90^0 < 2\alpha < 120^0$ vernachlässigt werden; für kleinere Winkel und große Verhältnisse t/r kann die Wirkung der

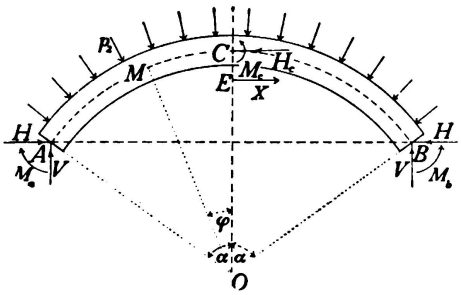

Fig. 3.

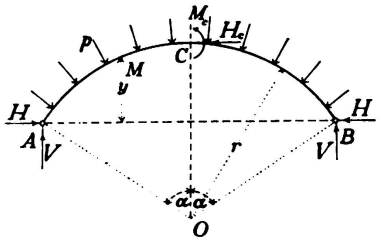

Fig. 4.

Querkraft ziemlich groß werden. Im Punkte M des Bogens, der durch den Winkel φ mit der Symmetrieachse gegeben ist, wirkt die Normalkraft (positiv wenn Zug)

$$N = X\cos\varphi - p\,r, \tag{7}$$

die Querkraft

$$T = X\sin\varphi \tag{8}$$

und das Biegungsmoment (positiv im Sinne des Uhrzeigers für Kräfte links)

$$M = -X\,r\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha} - \cos\varphi\right); \tag{9}$$

dies ist das Moment zum Punkt M einer Kraft X im Schwerpunkt E der Mittellinie nach rechts wirkend, wenn sie die Wirkung der rechten Seite darstellt, denn $\overline{OE} = \frac{r\sin\alpha}{\alpha}$. Die angeführten Resultate bedeuten, daß zur Normalkraft $N_0 = -pr = -p_2 r_2$ in jedem Querschnitt die erwähnte, im Schwerpunkt E wirkende Kraft X hinzutritt.

Radiale gleichmäßige Belastung erzeugt weiter im Bogenscheitel die Durchbiegung (positiv in der Richtung zum Mittelpunkt des Bogens)

$$\eta = \omega\,\frac{p\,r^2}{E\,t}; \tag{10}$$

wo

$$\omega = \frac{\alpha}{\vartheta}(1 - \cos\alpha)\left[\left(1 + \frac{i^2}{r^2}\right)(\alpha - \sin\alpha) + 2{,}88\,\frac{i^2}{r^2}\left(\alpha + \sin\alpha\right)\right] \tag{10a}$$

Die in allen Punkten des Bogens gleiche Temperaturänderung δ gibt die Horizontalkraft

$$H_t = \delta\,\varepsilon\,\frac{E\,J}{r^2}\cdot\frac{2\,\alpha\,\sin\alpha}{\vartheta}, \tag{11}$$

welche in der Schwerachse der Mittellinie wirkt, und die Durchbiegung des Bogenscheitels

$$\eta_t = -\,\omega\cdot\delta\,\varepsilon\,r; \tag{12}$$

ω ist durch Gl. (10a) gegeben. Eine gute Kontrolle der vorhergehenden Formeln ist dadurch gegeben, daß sie für $\alpha = 0$ in die Formeln für beiderseits eingespannten geraden Träger übergehen; das folgt, indem man für sin und cos unendliche Reihen substituiert und den Grenzwert für $\alpha = 0$ bestimmt.

Wenn die Verbindung zwischen Bogen und Kämpfern nicht steif genug ist (Verankerung von Armierungseisen), können an den Kämpfern Risse und Abweichungen des Bogens entstehen, welcher sich dann einem *Bogen mit zwei Gelenken* nähert, besonders bei dünnen Bogen. Für diesen Fall (Fig. 4) bekommt man, wenn man den Einfluß der Querkraft vernachlässigt, was für dünne Bogen zutrifft,

$$X = p\,r - H_c = \frac{p\,r}{\vartheta'}\cdot 2\,\frac{i^2}{r^2}\sin\alpha, \tag{13}$$

$$\vartheta' = \alpha\,(2 + \cos 2\,\alpha) - \frac{3}{2}\sin 2\,\alpha + \frac{i^2}{r^2}\left(\alpha + \frac{1}{2}\sin 2\,\alpha\right), \tag{13a}$$

$$M = X\,y. \tag{14}$$

Für N und T gelten auch hier die Formeln (7), (8). Die Durchbiegung des Bogenscheitels ist

$$\eta = \omega'\cdot\frac{p\,r^2}{E\,t}, \tag{15}$$

$$\omega' = 1 - \frac{\cos\alpha}{\vartheta'}\left[\sin\alpha + \alpha\,(1 - 2\cos\alpha) + \frac{i^2}{r^2}(\alpha - \sin\alpha)\right] \tag{15a}$$

Dieselbe Temperaturänderung in allen Punkten des Bogens erzeugt in den Kämpfern waagerechte Reaktionen

$$H_t = \delta\,\varepsilon\cdot\frac{E\,J}{r^2}\cdot\frac{2\sin\alpha}{\vartheta'} \tag{16}$$

und eine Durchbiegung im Bogenscheitel

$$\eta_t = -\,\omega'\cdot\delta\,\varepsilon\,r. \tag{17}$$

Cam. Guidi[10] wandelte die Formeln für den Bogen ohne Gelenke um, indem er Längen anstatt trigonometrische Funktionen einführte. Zur Normalkraft $N_0 = -\,p_2 r_2 = -\,pr$ in allen Querschnitten tritt in beiden Kämpfern eine waagerechte Zusatzkraft (Fig. 1) hinzu, welche durch den Schwerpunkt der Mittellinie geht und den Wert besitzt

$$\Delta H = -\,\frac{p\,r}{\vartheta''}\cdot 2\,\frac{i^2}{r^2}, \tag{18}$$

wo

$$\vartheta'' = \frac{s}{l} + \frac{r - h}{r} - \frac{2\,l}{s} + 2\,\frac{i^2}{r^2}\left(2\,\frac{s}{l} - \frac{r - h}{r}\right) \tag{18a}$$

Bei der Ableitung der Formeln wurde der Einfluß der Biegungsmomente, der Normalkräfte und der Querkräfte mit $\beta E/G = 3$ (wie für isotropes Material) erwogen. Dieselbe Temperaturänderung δ in allen Punkten des Bogens gibt

$$H_t = \frac{\delta \varepsilon E t^3}{6 \vartheta'' r^2} \tag{11a}$$

in der Schwerachse der Mittellinie. Ein gleichförmiger radialer Wasserdruck erzeugt die Durchbiegung des Bogenscheitels

$$\eta = \frac{p r}{E t} h \left\{1 + \frac{1}{\vartheta''}\left[2\frac{l}{s} - \frac{l^2}{4 h r}\left(1 - 2\frac{i^2}{r^2}\right)\right]\right\} \tag{10b}$$

Die Durchbiegung von einer konstanten Temperaturänderung ist

$$\eta_t = \eta \cdot \frac{\delta \varepsilon E t}{p r}, \tag{12a}$$

was mit der Formel (12) von Cain im Einklang steht. Guidi erleichterte die Berechnungen durch zahlreiche Tabellen, welche für verschiedene Werte des Zentriwinkels 2α die Werte von $\frac{s}{r}$, $\frac{s}{l}$, $\frac{l}{s}$, $\frac{l}{2r}$, $\eta : \frac{p r}{E}$ usw. angeben. Er berechnete auch den Fall eines nicht gleichförmigen Wasserdruckes, wie er bei geneigten Achsen (Oberflächengeraden) der Gewölbe in Rippenstaumauern auftritt, weiter den Einfluß des Eigengewichtes in einem Gewölbe mit geneigter Achse, den Bogen mit veränderlichem Querschnitt und die Pfeiler einer gegliederten Staumauer. Ein Gewölbe von beliebiger Form und veränderlicher Stärke berechnete schon *H. Ritter*.[9]

Für eine schnelle Vorberechnung kann man vorteilhaft die einfachen Formeln von *F. A. Noetzli*[17] benützen. Er vernachlässigte den Einfluß der Normal- und Querkraft, ersetzte die Mittellinie annähernd durch eine Parabel und vernachlässigte die Differenz zwischen der Bogenlänge und Sehne, einen flachen Bogen voraussetzend; so bekam er

$$\Delta H = -0{,}94\, p_2 r_2 \frac{t^2}{h^2}. \tag{19}$$

Besser wäre anstatt 0,94 der Koeffizient

$$k_t = \frac{h^2 l}{t^3\left(\int \frac{y^2\, d s}{J} + \int \frac{d s}{F}\right)}, \tag{19a}$$

dessen Werte für verschiedene Zentriwinkel und verschiedene Verhältnisse $\frac{t}{h}$ von Noetzli in einem Diagramm angegeben sind. Der Koeffizient k_t ist noch nicht genau, aber er beachtet den Einfluß der Normal- und Schwerkraft (mit der Annäherung, daß er 1 anstatt von $\beta \frac{E}{G} = 3$ setzt); er gibt Werte, die sehr nahe den genauen sind, wie von *W. A. Miller*[18] gezeigt wurde. Noetzli gibt für Temperaturänderung die angenäherte Formel

$$H_t = 0{,}94\, \delta \varepsilon E \frac{t^3}{h^2}, \tag{20}$$

deren Ableitung in derselben Weise erfolgt wie diejenige der Formel (19); er setzt annähernd die Kraft H_t in einer Entfernung $\frac{h}{3}$ vom Bogenscheitel. Das Schwinden des Betons hat denselben Einfluß wie eine Temperaturänderung von -35^0 F ($= -20^0$ C); sie gibt gleich der Temperaturänderung in derselben Geraden eine Kraft

$$H_s \doteq -0{,}94 \frac{E \cdot \Delta s}{l} \cdot \frac{t^3}{h^2}; \tag{21}$$

wo Δs die Verkürzung der Mittellinie durch Schwinden bedeutet.

Die Berechnung der *Normalspannungen* und deren Grenzwerte erfolgt entweder von den ermittelten Werten M, N laut der bekannten Formel

$$\nu_{1,2} = \frac{N}{F} \pm \frac{M e}{J} = \frac{N}{b t} \pm \frac{6 M}{b t^2}; \tag{22}$$

wo $e = \frac{t}{2}$ ist, oder so, daß man zur primären Spannung

$$\nu_0 = -\frac{p_2 r_2}{b t}$$

konstant im ganzen Bogen, die Zusatzspannungen addiert, welche in den Randfasern durch eine in der Schwerachse der Mittellinie wirkende Kraft ΔH entstehen; diese Kraft gibt in jedem Querschnitt ein Biegungsmoment M und eine Normalkraft N, von denen man durch Gl. (22) die Randspannungen $\nu_{1,2}$ berechnet.

Guidi[10] bringt die Formeln für Spannungen im Scheitel und an den Kämpfern bei einem Bogen gleicher Stärke auf eine einfache Form und gibt zur Erleichterung der Berechnung Tabellen der Koeffizienten in den Formeln. Die Scheitelspannung ist:

innen

$$\nu_1 = -p\left(\frac{r}{t} - \mu_1\right) - \varepsilon E\left(\delta \frac{t}{r} \mu_1 - \frac{\delta_2 - \delta_1}{2}\right), \quad \mu_1 = \frac{1}{\vartheta''}\left(\frac{s-l}{s} + \frac{t}{6r}\right), \tag{23a}$$

außen

$$\nu_2 = -p\left(\frac{r}{t} + \mu_2\right) + \varepsilon E\left(\delta \frac{t}{r} \mu_2 - \frac{\delta_2 - \delta_1}{2}\right), \quad \mu_2 = \frac{1}{\vartheta''}\left(\frac{s-l}{s} - \frac{t}{6r}\right); \tag{23b}$$

die Kämpferspannung hat den Wert:

innen

$$\nu'_1 = -p\left(\frac{r}{t} + \mu'_1\right) + \varepsilon E\left(\delta \frac{t}{r} \mu'_1 + \frac{\delta_2 - \delta_1}{2}\right), \quad \mu'_1 = \frac{1}{\vartheta''}\left[\frac{l}{s} - \frac{r-h}{r}\left(1 + \frac{t}{6r}\right)\right], \tag{24a}$$

außen

$$\nu'_2 = -p\left(\frac{r}{t} - \mu'_2\right) - \varepsilon E\left(\delta \frac{t}{r} \mu'_2 + \frac{\delta_2 - \delta_1}{2}\right), \quad \mu'_2 = \frac{1}{\vartheta''}\left[\frac{l}{s} - \frac{r-h}{r}\left(1 - \frac{t}{6r}\right)\right] \tag{24b}$$

Die Formeln setzen eine linear veränderliche Temperaturänderung voraus; δ_2 ist die Temperaturänderung außen, δ_1 innen und δ in der Mitte (Fig. 2).

Bei Gewölbestaumauern erreicht die Stärke der unteren Schichten im Vergleich zum Krümmungshalbmesser und zur Bogenlänge sehr beträchtliche Werte. Das widerspricht der Grundannahme für die übliche Bogenberechnung, daß die

Querschnittabmessungen im Verhältnis zum Krümmungshalbmesser und zur Bogenlänge klein sein sollen. Für *Bogen großer Stärke* (scharf gekrümmt) gilt die bekannte genauere Theorie, welche zur Änderung der Normalspannungen nach einer Hyperbel führt, wie schon *H. Bellet*[19] bemerkte; er versuchte auch eine genauere Berechnung des Einflusses der Normal- und Querkraft, aber kam für Normalspannungen zur Formel (von Lamé) für eine dicke Zylinderwand, weil er voraussetzte, daß sich der Winkel zweier unendlich naher radialer Querschnitte nicht ändert, was genau nur für eine Zylinderwand mit radialen gleichförmigen Pressungen zutrifft.

Von der Voraussetzung ausgehend, daß ebene Querschnitte eben bleiben, was für Bogen großer Stärke zum hyperbolischen Gesetz der Normalspannungen führt, leitete *B. F. Jakobsen*[20] die Berechnung des Kreisbogens gleicher Stärke ab, der durch radiale gleichförmige Kräfte belastet ist. *W. Cain*[21] gab in seiner Besprechung von Jakobsen's Abhandlung eine bessere Form der Endgleichungen an. Er bekommt (Fig. 5)

$$X = p_2 r_2 - H_c = \frac{p_2 r_2}{\vartheta_0} \cdot 2 \sin \alpha \frac{i^2}{r_0^2}, \tag{25}$$

$$\vartheta_0 = \left(\alpha + \frac{1}{2} \sin 2\alpha\right)\left(1 + \frac{i^2}{r_0^2}\right) - \frac{1 - \cos 2\alpha}{\alpha} + 2{,}88 \frac{r}{r_0} \cdot \frac{i^2}{r_0^2}\left(\alpha - \frac{1}{2} \sin 2\alpha\right), \tag{25a}$$

wo r_0 den Halbmesser der Neutrallinie bedeutet, welche von der Mittellinie abweicht; die Differenz beträgt

$$r - r_0 = c = r - \frac{t}{\log \text{nat.} \left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \tag{26}$$

Zum beliebigen Punkt M_0 der Neutrallinie, der durch den Winkel $COM_0 = \varphi$ gegeben ist, geben die äußeren Kräfte auf einer Seite des Querschnittes OM_0 ein Moment

$$M = - X r_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} - \cos \varphi\right), \tag{27}$$

was das Moment der Kraft X bedeutet, welche in der Entfernung $r_0 \frac{\sin \alpha}{\alpha}$ vom Mittelpunkt O wirkt, also im Schwerpunkt der Neutrallinie, und zwar nach rechts, wenn sie die Wirkung der rechten Hälfte bedeutet. In einem durch den Winkel φ gegebenen Querschnitt hat man außerdem laut Gl. (7) die Normalkraft

$$N = X \cos \varphi - p_2 r_2$$

und laut Gl. (8) die Querkraft

$$T = X \sin \varphi.$$

Das bedeutet, daß zu einer gleichmäßig im Querschnitt verteilten Normalkraft $= p_2 r_2$ die oben angeführte Kraft X zutritt, welche in einer zur Symmetrieachse senkrechten Schwerachse der Neutrallinie wirkt.

Das Moment M und die Normalkraft N geben in einer Entfernung z von der Neutrallinie die Normalspannung

$$\nu = \frac{N r_0}{(r_0 + z)\, t} - \frac{M}{J} \cdot \frac{r_0 z}{r_0 + z}; \tag{28}$$

N und V sind positiv als Zug, das Moment M ist positiv im Sinne des Uhrzeigers für die links vom Querschnitt wirkenden Kräfte, z ist positiv an der Außenseite der Neutrallinie. Aus Gl. (28) bekommt man die Randspannungen, indem man außen $z = \frac{t}{2} + c$, $r_0 + z = r_2$ und innen $z = -\left(\frac{t}{2} - c\right)$, $r_0 + z = r_1$ einsetzt.

Der Wasserdruck erzeugt die Durchbiegung des Scheitels (positiv in der Richtung zum Mittelpunkt O)

$$\eta = \omega_0 \cdot \frac{p_2 r_2 r_0}{E t}, \tag{29}$$

wo*

$$\omega_0 = \frac{1}{\vartheta_0}(1 - \cos\alpha)\left[(\alpha - \sin\alpha)\left(1 + \frac{i^2}{r_0^2}\right) + 2{,}88\,\frac{r}{r_0}\cdot\frac{i^2}{r_0^2}(\alpha + \sin\alpha)\right]. \tag{29a}$$

Im Vergleich zu den Formeln für schwache Bogen geben die Gleichungen für starke Bogen einen kleineren Zug und einen größeren Druck; die Wirkung der starken Bogenkrümmung ist also vorteilhaft.

Eine gleiche Temperaturänderung gibt eine Horizontalkraft

$$H_t = \delta\,\varepsilon\,E\,t\,\frac{i^2}{r_0^2}\cdot\frac{2\sin\alpha}{\vartheta_0}, \tag{30}$$

welche in der Schwerachse der Neutrallinie wirkt. Die Durchbiegung des Scheitels von der Temperaturänderung ist

$$\eta_t = -\,\omega_0 \cdot \delta\,\varepsilon\,r_0. \tag{31}$$

Zur Erleichterung der Berechnung nach den Formeln von Cain hat *F. H. Fowler*[22] Nomogramme für Randspannungen in der Scheitel- und Kämpferfuge ausgearbeitet. Die numerischen Resultate zeigen, daß man für $\frac{t}{r} = 0{,}02$ bis 0,06 die Querkraft vernachlässigen kann.

Die Gleichungen für starke Bogen geben gute Ergebnisse, wenn die Stärke des Bogens nicht zu groß ist. Für sehr große Stärken, wie sie oft in den unteren Teilen der Gewölbestaumauern vorkommen, ist selbst diese Berechnung ungenau. Eine richtige Berechnung muß hier von der mathematischen Elastizitätslehre ausgehen, die in diesem Falle sehr gute Ergebnisse gibt, wie *R. Chambaud*[23] zeigte. Er geht von den mathematischen Beziehungen der Elastizität und Festigkeit aus und führt keine andere Voraussetzung als Hookes Gesetz ein. Chambaud leitete die Berechnung für einen Bogen mit Rechteckquerschnitt ab; diese kann für alle starken Bogen (Gewölbestaumauern, Tunnel usw.) wie für dicke Zylinderwände angewandt werden. Diese Theorie führt natürlich zu verwickelten Formeln, aber zahlreiche Nomogramme erlauben eine schnelle und einfache Benützung. Die Ergebnisse entsprechen sehr gut allen Oberflächenbedingungen mit Ausnahme eines kleinen Teiles an den Kämpfern. Sie können für irgendwelche Verteilung der äußeren Kräfte auf der Außen- und Innenfläche angepaßt werden, wie auch für jedwede Verteilung der inneren Formänderungen, also auch für verschiedenes Schwinden an einzelnen Stellen (verursacht z. B. durch die Methode des Bauens) oder für unregelmäßige Temperaturände-

* Hier ist ein Druckfehler in Cains Abhandlung (Transact, A. S. C. E., vol. 90, p. 541, Formel 109), wie deutlich der Vergleich mit der vorhergehenden Formel zeigt.

rungen. Die Berechnung ist besonders wertvoll, weil sie gewöhnlich viel günstigere Ergebnisse als die vorher angeführte Theorie der starken Bogen gibt. Die gewöhnliche Theorie der starken Bogen (und umsomehr die auf linearer Verteilung der Normalspannungen in den Querschnitten gegründete Theorie der schwachen Bogen) führt in der Regel zu namhaften Zugspannungen auf der Innenseite des Scheitels und besonders auf der Außenseite der Kämpfer, wo nach dieser Theorie der schwächste Punkt der Staumauer wäre. Große Zugspannungen würden in einem Gewölbe ohne Armierung Risse zur Folge haben und das nicht verletzte Mauerwerk würde einen neuen Bogen bilden, der imstande wäre, den Außenkräften sicher zu widerstehen; das bemerkte zuerst *J. Résal*[1] (er setzte ein parabolisches „aktives" Gewölbe voraus), später *M. Malterre*[24] (mit einem kreisförmigen „aktiven" Bogen von bleibender und veränderlicher Stärke) und *L. J. Mensch.*[25] Die genaue Berechnung nach der Theorie von Chambaud zeigt, daß die wirkliche Beanspruchung viel günstiger ist; es fallen besonders Zugspannungen auf der Außenseite weg (was besonders wichtig für Undurchlässigkeit des Mauerwerkes ist) und Zugspannungen auf der Innenseite beschränken sich höchstens auf eine kleine Partie am Scheitel. Die genaue Berechnung gibt im ganzen kleine Differenzen gegenüber der üb-

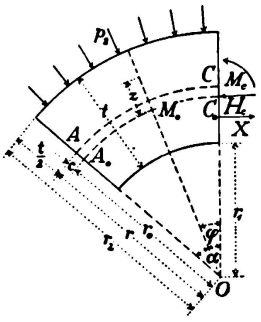

Fig. 5.

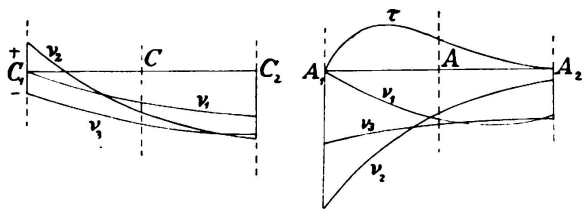

Fig. 6.

lichen Berechnung von stark gekrümmten Bogen, was den Einfluß des Biegungsmomentes anbelangt; namhafte Unterschiede treten aber beim Einfluß der Normalkraft auf, welcher bei starker Krümmung beträchtlich den Einfluß des Biegungsmomentes überwiegt, wenn man genau rechnet. Die Abweichungen in den Spannungen betreffen hauptsächlich die Innenseite des Bogens. Außerdem berücksichtigt die genaue Berechnung richtig den Einfluß der Querkraft. Die übliche Theorie der starken Bogen gibt unrichtige Ergebnisse für sehr große Stärken, weil sie auf Voraussetzungen fußt, die nicht ganz richtig sind: sie vernachlässigt radial gerichtete Normalspannungen und berechnet Normalspannungen in Querschnitten unter Voraussetzungen, daß ebene Querschnitte auch nach der Formänderung eben bleiben. Besonders die letzte Voraussetzung ist für krumme Stäbe (Bogen) nicht richtig, weil man hier nicht wie bei geraden Stäben die Berechnung des Einflusses von Normal- und Querkräften trennen kann. Die genaue Theorie gibt für Normalspannungen (v_1 in der Richtung des Halbmessers, v_2 tangential zum Bogen und v_3 in der Richtung der Zylinderachse) wie auch für Tangentialspannungen τ (senkrecht zur Achse im radialen und zylindrischen Schnitte) überhaupt Kurven; Fig. 6 zeigt diese Kurven für den Scheitelquer-

schnitt C_1C_2 und für den Kämpferquerschnitt A_1A_2 eines Bogens mit dem Halbmesser $r = t = C_1C_2 = A_1A_2$. Chambaud berechnete diese Spannungen für ein Gewölbe, in dem die äußeren und inneren Kräfte symmetrisch zur Ebene der Mittellinie wirken, sodaß es sich um einen ebenen Spannungszustand handelt. Für andere Fälle gibt diese Berechnung allerdings nur Näherungswerte.

Die Berechnung der Bogenstaumauer als ein System von waagerechten Gewölben, welche unabhängig dem Wasserdruck, den Temperaturänderungen, dem Schwinden und Schwellen des Betons widerstehen, trifft sehr gut zu, wenn z. B. durch Ausführung in Schichten der Zusammenhang der Schichten in lotrechter Richtung verletzt wird, was plötzliche Brüche der Biegungslinien für lotrechte Schnitte zeigen.[15] Diese Berechnung wäre genau, wenn die Staumauer wirklich in unabhängige waagerechte Bogen durch z. B. mit Asphalt und gebogenem Kupferblech ausgefüllte Dilatationsfugen getrennt wäre; das hat *A. Peña Boeuf*[26] vorgeschlagen. Sonst ist diese Berechnung nur annähernd.

Berechnung der Gewölbestaumauer als ein System von waagerechten Gewölben und lotrechten Freiträgern.

In Wirklichkeit hängen die waagerechten Bogen in lotrechter Richtung zusammen und können sich also nicht unabhängig verformen; dadurch entsteht die gegenseitige Wirkung zwischen den waagerechten Schichten in lotrechter Richtung. Das beachtet die genauere Methode der Berechnung von Gewölbestaumauern, bei der die Staumauer durch waagerechte Schnitte in waagerechte Bogen und durch lotrechte radiale Schnitte in lotrechte Freiträger geteilt wird. Die äußeren Kräfte werden auf diese beiden Tragsysteme verteilt. Die Bedingungen dieser Verteilung folgen aus der Verformung der Staumauer, welche in jedem Punkte für die beiden Systeme gleich sein soll. Wenn man dabei alle Komponenten der Verformung (drei Komponenten der Verschiebung in drei senkrechten Achsen und drei Komponenten der Drehung um diese Achsen) beachten würde, hätte man eine genaue Berechnung. Da aber diese Art der Berechnung praktisch fast unmöglich ist, wird sie dadurch vereinfacht, daß man alle Drehungen und die zugehörigen Drehungsspannungen, wie auch die tangentiale Komponente der waagerechten Verschiebung und die zugehörige Tangentialspannung vernachlässigt. Außerdem kann man auch die lotrechte Verschiebung vernachlässigen, wenn man die Staumauer nach der vollbrachten Verformung infolge des Eigengewichtes betrachtet. Es bleibt dann nur die waagerechte radiale Verschiebung, also eine einzige Bedingung für jeden Punkt, in dem sich die Mittellinie des gedachten waagerechten Bogens mit der Achse des lotrechten Freiträgers kreuzt. Auf diese Weise wird die Staumauer durch ein System von lotrechten Trägern und waagerechten Bogen ersetzt, welche sich gegeneinander ohne Einspannung stützen.[27] Die Drehungsspannungen, die dabei vernachlässigt werden, vermindern ein wenig die Beanspruchung auf Biegung und vergrößern die Sicherheit.

Eine richtige Berechnung auf diese Weise wäre schwierig, da die Verschiebung eines beliebigen Punktes im Träger (oder Bogen) von allen auf den Träger (Bogen) wirkenden Lasten abhängt. Die Bedingungen der gleichen Verschiebung von waagerechten Bogen und lotrechten Trägern in allen Punkten würden also Gleichungen ergeben, deren jede eine große Anzahl von Unbekannten enthält.

S. H. Woodard[28] vereinfacht die Berechnung dadurch, daß er die Verformung der Staumauer nur in einem durch die Bogenscheitel geführten Schnitte (in der höchsten Stelle der Staumauer) beachtet; er setzt in den Bogen einfache (gleichförmige) Druckbeanspruchung voraus, bestimmt die Durchbiegung des Scheitels unter Annahme eines Bogens mit zwei Gelenken und nimmt die Verteilung des Wasserdruckes auf die Bogen und Freiträger, die er so aus dem Scheitelpunkte berechnet, auf jedem Bogen gleichförmig. *R. Shireffs*[29] trachtete diese Berechnung zu verbessern, indem er die Scheiteldurchbiegung der Bogen unter Annahme eines Bogens ohne Gelenke bestimmte, sonst aber dieselbe Methode benützte; er vernachlässigte aber dabei den Einfluß von Normalkraft und bekam eine zu komplizierte und unrichtige Formel, wie *W. Cain*[11] zeigte. *H. Bellet*[19] berechnete die Verteilung des Wasserdruckes auf waagerechte Bogen und lotrechte Träger auf Grund einer falschen Annahme, daß die relative Dehnung der Bogenmittellinie in jedem Punkte gleich Null ist.

H. Ritter[9] nahm (i. J. 1913) in einem Zahlenbeispiel an jedem waagerechten Bogen eine gleichförmige radiale Belastung an und bestimmte deren Wert, indem er die Durchbiegung des Bogenscheitels und des lotrechten Trägers im mittleren lotrechten Schnitt gleich setzte. Ähnlich betrachtete auch *L. R. Jorgensen*[30] nur den mittleren lotrechten Schnitt, berechnet aber die Verteilung des Wasserdruckes auf waagerechte Bogen und lotrechte Träger nur mit grober Annäherung; *L. J. Mensch*[31] benützt für die Berechnung der Verteilung der äußeren Kräfte die unpassende Bedingung der Gleichheit von Formänderungsarbeiten. *J. Résal*[1] beachtet auch nur den mittleren lotrechten Schnitt.

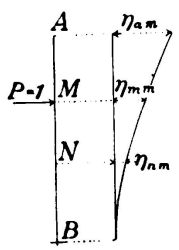

Fig. 7.

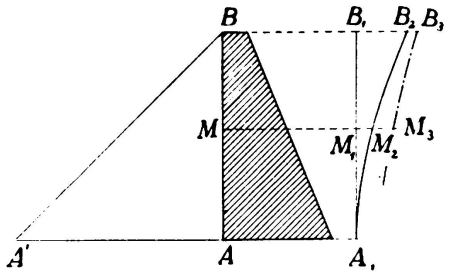

Fig. 8.

H. Ritter[32] gab das Prinzip einer genaueren Berechnung der Druckverteilung auf lotrechte Träger und waagerechte Bogen so an: Die Durchbiegung in einem Punkt M des lotrechten Trägers AB (Fig. 7) kann mittels deren Einflußlinie (d. i. Biegungslinie des mit der Last P = 1 im Punkte M belasteten Freiträgers AB); sie hat den Wert

$$\eta_m = \sum P_n' \, \eta_{nm} \tag{32}$$

wo P_n' eine im Punkte N auf den Freiträger wirkende Last bedeutet. Diese Durchbiegung wird verglichen mit der Durchbiegung des waagerechten Bogens in demselben Punkt, wobei auf den Bogen die Lasten $P_n'' = P_n - P_n'$ wirken; P_n ist die wirkliche Last im Punkte N. Auf diese Weise bekommen wir so viel Gleichungen, soviel waagerechte Teile wir nehmen, wenn wir die Belastung der Bogen gleichförmig voraussetzen, so daß auf jeden Bogen nur eine unbe-

kannte Last P_n'' entfällt. Ähnlich würden wir für jeden lotrechten Schnitt andere Bogenlasten bekommen; die Belastung der Bogen ist also nicht gleichförmig.

Erst *A. Stucky*[14] betrachtet wirklich (in der statischen Berechnung der Staumauer an der Jogne, die unter Mitarbeit von Prof. *A. Rohn* in der techn. Kanzlei von Ing. H. E. Gruner in Basel gemacht wurde) alle lotrechten Freiträger und waagerechten Bogen (beide von veränderlichem Querschnitt) und beachtet nicht nur verschiedene Spannungen und Pfeile der Bogen, sondern auch verschiedene Höhen der lotrechten Schnitte, welche einen wesentlichen Einfluß auf ihre Starrheit und dadurch auf die Verteilung der Lasten auf lotrechte Träger und waagerechte Träger haben. Die Auflösung der Bedingungsgleichungen kann man erleichtern, wenn man für jeden lotrechten Träger nur die ihn betreffenden Gleichungen auflöst, wobei nur die auf den Träger entfallenden Lasten genommen werden. Die so berechneten Näherungswerte können dann durch Iteration aus den ursprünglichen Gleichungen verbessert werden. Da aber bei Staumauern wegen der Baumethode und des Baumaterials die genaue Erfüllung der Voraussetzungen der Rechnung nicht garantiert werden kann, so muß man jede statische Berechnung der Staumauer nur als annähernd ansehen, sodaß oft schon die Ergebnisse der ersten Näherungsrechnung genügen. Das Ergebnis kann dadurch kontrolliert werden, daß man die Durchbiegungen der lotrechten Träger und waagerechten Bogen für errechnete Lasten bestimmt; es genügt, wenn die Differenzen zwischen den Durchbiegungen in demselben Punkt nicht mehr als 10% betragen.

Eine praktische Versuchsmethode wurde von *F. A. Noetzli*[17] angegeben und von W. Cain[33] ergänzt. Man ermittelt zuerst, ob die waagerechten Bogenträger überhaupt statisch wirken. Zu diesem Zweck muß man die Biegungslinie $A_1M_2B_2$ (Fig. 8) des lotrechten Trägers zwischen zwei lotrechten radialen Schnitten in der Mitte der Mauer, und zwar für den gesamten Wasserdruck *AA'B* bestimmen. Außerdem ermittelt man die Durchbiegungen der waagerechten Bogen wiederum für vollen Wasserdruck. Bekommt man die Durchbiegungen der lotrechten Träger überall kleiner als die durch die Kurve B_3M_3 gegebenen Durchbiegungen der waagerechten Bogenträger, so tragen die lotrechten Träger die gesamte Last; die Bogen könnten nur bei Temperaturerhöhung beansprucht werden, welche eine Verminderung ihrer Durchbiegung zur Folge hätte. Dieser Fall kommt vor, wenn der Querschnitt der Staumauer ohne Rücksicht auf Bogenwirkung (also wie für eine gerade Mauer) bestimmt wurde.

Bei einer schwächeren Mauer übertragen die lotrechten Träger einen Teil des Wasserdruckes, die waagerechten Bogenträger den Rest. Der lotrechte Träger übernimmt am Fuß den gesamten Wasserdruck, weil seine Durchbiegung dort sehr klein (kleiner als die Durchbildung des Bogens für vollen Wasserdruck) ist. Vom Fuß zur Krone der Mauer wächst die auf die Bogen entfallende Last annähernd nach einer Geraden AB' (Fig. 9); im oberen Teile der Staumauer sind die Bogen steif genug, so daß sie die Durchbiegung der lotrechten Träger hindern (sie biegen sich weniger durch als der lotrechte Träger, also stützen ihn) und infolgedessen auf den lotrechten Träger mit Reaktionen wirken, die entgegen dem Wasserdruck gerichtet sind. Vom Belastungsdiagramm des Wasserdruckes AA'B tragen die Bogen den Teil AB'B, die lotrechten Träger den Teil AA'B'B (AA'C' ist positiv, C'B'B negativ). Wir betrachten dabei den höchsten

lotrechten Schnitt und setzen auf den Bogen annähernd eine gleichförmige Belastung voraus. Zur Belastung des lotrechten Trägers bekommt man leicht (am besten durch Rechnung) die Biegungsmomente und konstruiert dann die Biegungslinie des Trägers als Seilpolygon zum Belastungsdiagramme mit Ordinaten $M\frac{J_0}{J}$; J_0 ist ein konstantes Trägheitsmoment, J das Trägheitsmoment des betreffenden Querschnittes. In einem gewählten Punkt C soll die gesamte Last durch den Bogen getragen werden. Wir bestimmen in C die Durchbiegung des Bogenscheitels für vollen Wasserdruck. Hat der lotrechte Träger in C eine größere Durchbiegung y_c als der Bogen, so ist es nötig, den Punkt C niedriger zu wählen und die Berechnung zu wiederholen. Die genaue Lage von C wird durch lineare Interpolation zwischen den gewählten Punkten, C_1, C_2 bestimmt (s. Fig. 10, wo $\overline{C_1C'_1}$, $\overline{C_2C'_2}$ die Durchbiegungen der Bogen $\overline{C_1C''_1}$, $\overline{C_2C''_2}$ die Durchbiegungen des lotrechten Trägers darstellen). Kennt man den Punkt C, so vergleicht man die Durchbiegungen der Bogen und des lotrechten Trägers in allen Punkten. Gewöhnlich bekommt man nicht eine volle Übereinstimmung. Um nicht nur in C, sondern auch in der Mauerkrone gleiche Durchbiegung zu bekommen, muß man das Belastungsdiagramm für waagerechte Bogen dadurch ändern, daß man die Gerade $C'B^4$ durch die Gerade C'B'' ersetzt; auf die Bogen entfällt dann

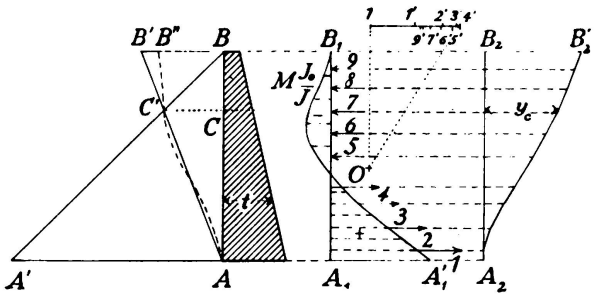

Fig. 9.

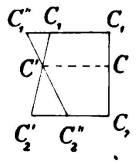

Fig. 10.

die durch AC'B''B (AC'A' ist positiv, C'B''B negativ) gegebene Last und auf die lotrechten Träger die durch AC'B''BA. Wir ändern den Punkt B'' so lange, bis wir in C und B gleiche Durchbiegungen für die Bogen und den lotrechten Träger bekommen. In anderen Punkten müssen die Durchbiegungen nicht gleich groß sein, weil anstatt der gebrochenen Linie AC'B'' eine Kurve sein sollte. Man kann diese Kurve durch Versuch bestimmen, indem man für die Bogen eine kleinere (größere) Last annimmt, je nachdem die berechnete Durchbiegung des Bogens größer (kleiner) als die Durchbiegung des lotrechten Trägers ist.

Der Wasserdruck erzeugt in den lotrechten Trägern die größten Spannungen in der untersten Fuge, wo auch größere Zugspannungen auf der Wasserseite entstehen können. Wenn sie nicht durch Armierung abgefangen werden, können waagerechte Risse auf der Wasserseite am Fuße der Staumauer auftreten. Dann wirkt der lotrechte Träger nicht als ein unten vollkommen eingespannter, sondern nur als ein teilweise eingespannter oder gelenkig befestigter Träger. Für diesen Fall kann man versuchsweise die richtige Lösung finden, wenn man die Tangente zur Biegungslinie im unteren Ende des Trägers wählt, die vorher angeführte Berechnung vornimmt und sich davon überzeugt, ob die Durchbie-

gungen des lotrechten Trägers und die der waagerechten Bogen überall übereinstimmen.

R. Chambaud[23] deutet auch eine Methode zur Bestimmung der Lastverteilung auf waagerechte Bogen und lotrechte Träger an. Er geht von einem beliebigen (annähernden) Gesetz für den auf die Bogen entfallenden Teil des Wasserdruckes aus, setzt in jedem Bogen die Belastung gleichförmig voraus und berechnet waagerechte Verschiebungen der Bogenscheitel aus der Belastung der Bogen, wie auch aus der Belastung des lotrechten Trägers und dessen Formänderung. Für die zweite Berechnung wählt er arithmetische Mittel dieser Verschiebungen, ermittelt daraus die Lastverteilung und wiederholt die Berechnung. So kann er die genauen Werte approximieren. Zugleich betrachtet er auch annähernd die Normalspannungen in lotrechter Richtung, und zwar mit ihrem durchschnittlichen Wert.

A. Rohn[34] empfiehlt für die erste Berechnung diese *Näherungsmethode:* Auf die lotrechten Träger nimmt man vom Diagramm AA'B (Fig. 11) des gesamten Wasserdruckes den dreieckigen Teil AA'D mit der Basis $\overline{AA'} = x =$ Höhe der Mauer und $\overline{AD} = n \cdot x$, wo $n = {}^1/_5$ bis ${}^1/_2$ für $\frac{b}{h} = 1{,}1$ bis $1{,}8$; b ist die Länge der Mauerkrone, h die Höhe der Mauer. Der Rest des Wasserdruckes wirkt auf die waagerechten Bogen. Außerdem empfiehlt er, immer den Auftrieb des Wassers mit einem dreieckigen Diagramm $A_1C_1A_2$ (als für gerade Mauern) zu beachten, wo $\overline{A_1A_2} = m \cdot x$ mit $m \leq 1$; im oberen Teil der Mauer würde $m = 0{,}8$ genügen. Für einen Dreieckquerschnitt der Mauer ist die nötige Stärke am Fuß

$$y = n \cdot x \sqrt{\frac{1}{\gamma - m}}; \tag{33}$$

γ ist das spezifische Gewicht des Mauerwerks. Für $m = 1$, $n = {}^1/_4$, $\gamma = 2{,}3$ (t/m³) würde $y = 0{,}22\,x$ bekommen.

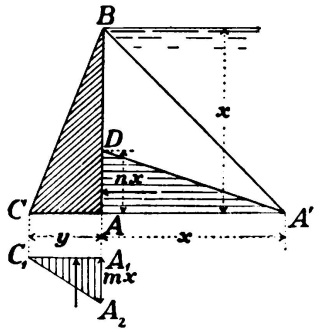

Fig. 11.

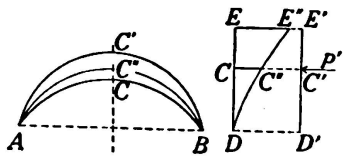

Fig. 12.

Die gleichförmige Verteilung der radialen Drucke auf den Bogen, welche in den meisten Näherungsmethoden vorausgesetzt wird, ist nicht genau genug. Die Verteilung des Wasserdruckes auf waagerechte Bogen und lotrechte Träger hängt sehr wesentlich von der Gestalt des Talprofils ab. Man soll also bei der Berechnung der Spannungen richtig nicht nur einen lotrechten Träger (in höchster Stelle der Mauer) beachten, sondern eine größere Anzahl von lotrechten

Trägern und waagerechten Bogen, was schon *A. Stucky*[14] getan hat. Eine andere Versuchsmethode wurde durch *C. H. Howell* und *A. C. Jaquith*[35] angegeben; sie wählen eine ungleichmäßige Belastung der Bogen, berechnen für sie die Durchbiegungen der Bogen und für den Rest der Belastung die Durchbiegungen der lotrechten Träger in ihrer ganzen Länge, und ändern nach und nach die Belastung der Bogen so lange, bis sie in allen Punkten praktisch gleiche Durchbiegungen für Bogen und Träger bekommen. Es ist nötig mehrere Versuche zu machen, bevor man zu einer genügenden Übereinstimmung kommt. Die resultierende Belastung dient zur Berechnung der Spannungen in den Bogen und Trägern. Howell und Jaquith vernachlässigen in ihrer Berechnung die gezogenen, nicht aktiven Teile der Bogen und Träger und beschränken die endgültige Berechnung der Mauer (ohne Armierung) nur auf diejenigen Teile, die auf Druck beansprucht werden. Sie bekommen so immer Bogen von veränderlichem Querschnitt, die sie mit Vernachlässigung des Einflusses der Querkraft berechnen.

Der Vergleich einiger Fälle zeigte, daß die Berechnung der Gewölbestaumauer als ein System von unabhängigen waagerechten Gewölben nicht zutrifft und daß sie auch mehr Material erfordert, besonders wenn die Bogen in grober Annäherung als dünne zylindrische Schalen berechnet werden, wie es früher üblich war. Bei den Projekten der Gewölbestaumauern sollte man nicht den Einfluß der lotrechten Träger vernachlässigen, da er immer auftritt und die Belastung wie den Spannungszustand der waagerechten Bogen ändert. Die letzte Berechnungsmethode kann für beliebige, auch unsymmetrische Form des Talprofils angewandt werden.

Der *Einfluß der Temperaturänderungen,* welche größere Spannungen als der Wasserdruck erzeugen kann, wird ähnlich berechnet wie der des Wasserdruckes. Man kann sogar nach *H. Ritter*[9] diesen Einfluß durch einen gedachten Wasserdruck ersetzen, der dieselben Durchbiegungen wie die Temperaturänderung hervorrufen würde; dieser gedachte Wasserdruck verteilt sich auf das System von lotrechten Trägern und waagerechten Bogen ähnlich wie der wirkliche Wasserdruck.

Durch Versuch kann man den Einfluß der Temperaturänderung nach *F. A. Noetzli*[17] bestimmen, dessen Methode von *W. Cain*[21] verbessert wurde. Wir setzen wieder voraus, daß die Staumauer in lotrechte Träger und waagerechte Bogen geteilt ist. Die Mittellinie des Bogens ACB (Fig. 12), der an den Enden eingespannt, sonst aber frei wäre, würde durch Temperaturänderung die Form AC'B annehmen; die Durchbiegung des Bogenscheitels wäre laut Formel (31) für starke Bogen

$$\eta_t = \overline{C\,C'} = -\,\omega_0 \cdot \delta\,\varepsilon\,r_0.$$

Diese Durchbiegung ist verhindert durch die Reaktionen p' des lotrechten Trägers DCE; wenn man p' als konstant auf dem ganzen Bogen annimmt, hat man laut (29) die Verschiebung

$$\eta' = \overline{C''C'} = \omega_0 \cdot \frac{p'\,r_2\,r_0}{E\,t}$$

Die resultierende Verschiebung ist

$$y = \overline{C\,C''} = \omega_0 \cdot r_0 \left(\frac{p'\,r_2}{E\,t} - \delta\,\varepsilon\right) \tag{34}$$

Die endgültige Biegungslinie des lotrechten Trägers ist DC''E''. Die Belastung p' kann durch Berechnung der Staumauer bestimmt werden. Am Fuße der Mauer ist

$$y = \omega_0 r_0 \left(\frac{p'_0 r_2}{E t} - \delta \varepsilon\right) = 0.$$

was $p'_0 = \frac{\delta \varepsilon E t}{r_2}$ ergibt. Wir wählen dann in der Krone einen kleinen spezifischen Druck (Fig. 13) und im lotrechten Schnitt eine Kurve für die Verteilung der Drucke p' (für die erste Berechnung kann eine Gerade gewählt werden). Zu der so gewählten Belastung bestimmt man für den lotrechten Träger die Biegungsmomente M und die Werte $M \cdot \frac{y_0}{J}$, welche das Belastungsdiagramm für die Biegungslinie als Seillinie bestimmen. Die Berechnung ist richtig, wenn die Durchbiegungen y des lotrechten Trägers mit denen der Bogen laut Gl. (34) übereinstimmen; die Bogen haben dieselbe Belastung p' wie der lotrechte Träger, aber in entgegengesetzter Richtung. Gibt es keine Übereinstimmung, so muß man die Belastungslinie für p' ändern.

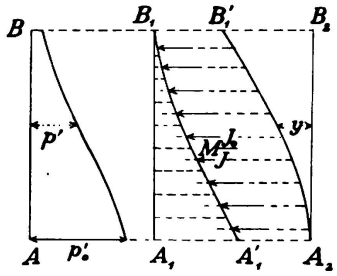

Fig. 13.

Die Temperatursenkung kann mit dem *Schwinden des Betons* kombiniert werden; ist ε' das Schwinden für eine Längeneinheit, so ist die resultierende Durchbiegung des Bogenscheitels

$$y = \overline{C C''} = \omega_0 r_0 \left(\varepsilon' - \delta \varepsilon - \frac{p' r_2}{E t}\right); \qquad (34a)$$

die Temperaturänderung ist hier negativ und die Reaktion p' des lotrechten Trägers (in der letzten Gleichung positiv) wirkt in der Richtung vom Bogenmittelpunkt. Das Schwinden des Betons hat natürlich denselben Einfluß wie eine Temperatursenkung, welche dieselbe Verkürzung des Bogens verursachen würde.

Die Temperaturerhöhung bei leerem Becken hat eine Ausbiegung der Staumauer nach der Wasserseite zur Folge; lotrechte Schnitte verbiegen sich auch nach der Wasserseite hin, was in lotrechten Trägern Zugspannungen an der Luftseite des unteren Teiles der Staumauer verursacht. In den Bogen entstehen im Gegenteil Zugspannungen im Scheitel an der Wasserseite, welche lotrechte Risse zur Folge haben können, falls es keine Armierung gibt. Bei vollem Becken und Temperatursenkung bewegt sich die Staumauer talwärts; da können eventuell Zugspannungen im lotrechten Träger im unteren Teil der Wasserseite, in den Bogenscheiteln auf der Luftseite entstehen. Alle Zugspannungen sollten durch entsprechende Armierung aufgefangen werden, da sonst

in den Bogenscheiteln lotrechte Risse auf beiden Seiten auftreten und die Sicherheit der Staumauer sehr ungünstig beeinflussen würden. Vernachlässigt man bei dem Projekt der Staumauer die Verteilung der Belastung auf lotrechte Träger und waagerechte Bogen (also rechnet man nur mit dem Widerstand der Bogen), können leicht durch ungeeignete Ausführung waagerechte Risse entstehen, wie auch die Ergebnisse der Messungen an einigen Staumauern zu zeigen scheinen.[17]

Was den Wert der Temperaturänderung anbelangt, so empfiehlt *F. A. Noetzli*[17] für höhere, also unten stärkere Staumauern in der Krone die größte Änderung (etwa + 14° C), am Fuß keine Änderung zu nehmen; für genaue Berechnung hat man bisher nicht genügende Grundlagen in wirklichen Messungen. Bei der Staumauer Arrow-Rock[36] wurde eine jährliche Temperaturschwankung in der Krone 29° F und am Fuße nur 6,5° F gefunden. Es können auch verschiedene Kombinationen der Temperaturänderungen auf der Wasser- und Luftseite auftreten. Es ist besonders nötig bei leerem Becken die gleiche größte Abkühlung auf der Wasser- und Luftseite, und bei vollem Becken eine verschiedene Abkühlung auf der Wasserseite (zur niedrigsten Temperatur des Wassers) und auf der Luftseite (zur niedrigsten Temperatur der Luft) zu betrachten.

Bei größeren Stärken der Staumauer durchdringt die Temperaturänderung nicht gleich die ganze Mauer; näher behandelt diese Frage *A. Stucky*[14]. Ausführlich verfolgt die Eindringung der Temperaturänderungen der Luft in das Mauerwerk *G. Ippolito*,[13] welcher für die Verteilung der Temperatur im Mauerwerk einfache Formeln ableitet; man kann sie für beliebige massive Bauwerke zur Bestimmung der täglichen und jährlichen Temperaturschwankungen benützen. Derselbe Verfasser ermittelt auch den Einfluß der Erwärmung beim Erhärten des Betons und gibt die Ergebnisse der Temperaturmessungen an verschiedenen Staumauern wieder; diese Messungen genügen nicht, um sichere Schlußfolgerungen zu gestatten. Die Berechnungen ergeben gewöhnlich zu große Temperaturspannungen, wenn man die Temperaturänderung in der ganzen Staumauer gleich oder linear veränderlich annimmt, was der Wirklichkeit nicht entspricht. Die durch Temperatur verursachten Formänderungen können auch einen ziemlich wesentlichen günstigen Einfluß auf die Größe der Spannungen ausüben, wenn die Kämpfer unelastisch nachgeben oder auch im Innern der Staumauer unelastische Formänderungen auftreten.

Eine einfache Formel für das Durchdringen der Temperaturänderungen in das Innere einer dicken Staumauer wurde auf Grund amerikanischer Messungen von *H. Ritter*[9] angegeben:

$$\delta = \frac{\delta_1}{3\sqrt[3]{x}}, \tag{35a}$$

wo δ die Temperaturänderung im Mauerwerk in einer Entfernung x von der Oberfläche, δ_1 die Temperaturänderung der Luft bezeichnet. *G. Paaswell*[37] leitet für diesen Fall die Formel ab:

$$\delta = \delta_1 \, e^{-kx} \cos k\,x; \tag{35b}$$

k ist eine vom Material und von der Zeit abhängige Konstante: für Beton und eine eintägige Periode ist $k = 0{,}079$, für Beton und eine einjährige Periode $k = 0{,}00413$.

Zu große Einflüsse von Temperaturänderungen und Schwinden des Betons können durch Errichtung von *Dilatationsfugen* ausgeschieden werden. Betrachtet man bei der Berechnung die Staumauer als einen oben freien, unten eingespannten Träger, so sind diese Fugen statisch unschädlich. Bei einer Gewölbestaumauer ist eine zu große Anzahl von Dilatationsfugen ein Nachteil für die Stabilität.

Berechnung der Staumauer als einer elastischen Schale.

Die Gewölbestaumauer ist eigentlich eine oben freie, in den Talhängen und im Talboden gestützte oder eingespannte Schale. Aber die Berechnung der Staumauer auf dieser Grundlage ist sehr schwierig. Es ist dabei nötig vom Gleichgewicht und von der Formänderung eines unendlich kleinen Elementes auszugehen und den Randbedingungen zu genügen, welche durch die Stützung in den Talhängen und im Talboden, sowie durch die freie Oberfläche in der Mauerkrone gegeben sind. Der Gedanke einer solchen Berechnung wurde allgemein von *G. Pigeaud*[3] formuliert.

B. A. Smith[38] versuchte zum erstenmal eine Gewölbestaumauer als eine elastische Schale zu berechnen. Er vereinfachte die Berechnung, indem er nur den höchsten Teil der Mauer betrachtete und in waagerechter Richtung überall dieselben Verhältnisse wie im höchsten Schnitt voraussetzte; er schied dadurch von der Rechnung die Änderung in waagerechter Richtung aus (die Abhängigkeit vom Zentriwinkel φ). Er beachtete die Randbedingungen nur für die Krone und den Fuß des lotrechten Schnittes; das stimmt eigentlich mit der Berechnung einer Behälterwand überein. Der Zusammenhang der Teile in waagerechter Richtung ist zwar in Spannungen, nicht aber in Formänderungen berücksichtigt. Es ist nur mit einer groben Annäherung gezeigt, daß für Zentriwinkel, die kleiner als 120° sind, die Durchbiegung des Scheitels eines waagerechten Bogens als für einen vollen Kreis berechnet werden kann, wenn man den wirklichen Elastizitätsmodul E_0 durch $\frac{2}{3}$ E_0 ersetzt. Smith betrachtet auch die Scherkräfte in waagerechten Ebenen und bekommt aus dem Gleichgewicht der auf das Element t.ds.dy (zwischen zwei waagerechten Ebenen, zwei lotrechten radialen Ebenen und beiden Oberflächen der Staumauer) wirkenden Kräfte und aus der Formänderung des lotrechten Freiträgers durch Biegungsmomente und des waagerechten Bogens durch Normalkräfte (bei Vernachlässigung der Biegungsmomente im Bogen) die Grundgleichung

$$\frac{d^2}{dy^2}\left(C_1 \frac{d^2 z}{dy^2}\right) + \frac{E_0}{r_2^2} t z = p; \tag{36}$$

hier bedeutet r_2 den Halbmesser der Wasserseite (Fig. 14), p den gleichförmig am Bogen verteilten äußeren Druck (Wasserdruck), t die Stärke der Mauer. $C_1 = E_1 J = \frac{1}{12} E_1 t^3$ die Biegungssteifigkeit (für ein lotrechtes Element von der Breite gleich der Längeneinheit), E_1 den Elastizitätsmodul für den lotrechten Träger (welcher bei anderer Armierung vom Modul E_0 für den Boden abweichen kann), z die radiale Verschiebung und y die Tiefe, gemessen von der Wasseroberfläche (in der Ebene der Mauerkrone) in der Richtung der lotrechten

Achse beider zylindrischen Oberflächen der Mauer. Die Berechnung ist fehlerhaft, weil dabei der lotrechte Träger ohne Verbindung mit anderen lotrechten Trägern als ein unabhängiges Tragelement genommen wird; dadurch fällt aus der Gleichung Poisson's Konstante der Querdehnung weg.

Smith führte die Berechnung für eine Staumauer gleicher Stärke und für den Fall durch, daß sich die Mauerstärke linear ändert, also für lotrechten Trapezquerschnitt. Im ersten Falle ist die Lösung ähnlich der bekannten Lösung für eine Behälterwand, nur fehlt Poisson's Konstante. Für den Fall einer linear veränderlichen Stärke enthält die Lösung Reihen in der Form von speziellen *Funktionen von Michell.* Die Abhandlung enthält Tabellen dieser Funktionen zur Erleichterung der Berechnung und leitet den Zusammenhang mit den komplexen Funktionen von Bessel ab.

W. Cain[33] zeigte in einem numerischen Beispiel, daß die Methoden von Smith und Noetzli vollkommen gleiche Ergebnisse geben, obwohl Noetzli die Scherkräfte außer acht ließ, was demnach möglich ist. Die Übereinstimmung von beiden Methoden ist natürlich, da sie den gleichen Grund haben: beide betrachten den lotrechten Träger in der Mitte der Mauer und vernachlässigen die Änderung der Werte in waagerechter Richtung. Der einzige Unterschied ist, daß Smith eine Differentialgleichung integriert, also unendlich kleine Elemente benützt, während Noetzli endliche Elemente nimmt, was auf die Ergebnisse keinen wesentlichen Einfluß hat, wenn die Anzahl der Teile im lotrechten Schnitt nicht zu klein ist.

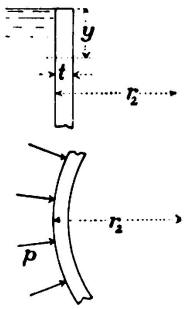

Fig. 14.

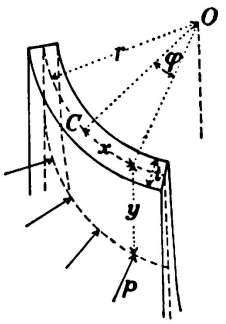

Fig. 15.

G. Paaswell[37] leitet von den Grundbezichungen für Formänderung und von der Formänderungsarbeit die allgemeine Differentialgleichung für die Biegung einer elastischen Schale in der Form ab:

$$p = \frac{E\,J}{1-\mu^2}\left(\frac{\partial^4 z}{\partial y^4} + \frac{2}{r^2}\cdot\frac{\partial^4 z}{\partial y^2\,\partial \varphi^2} + \frac{1}{r^4}\cdot\frac{\partial^4 z}{\partial \varphi^4} + \frac{2}{r^2}\cdot\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + \frac{2}{r^4}\cdot\frac{\partial^2 z}{\partial \varphi^2} + \frac{z}{r^4}\right); \quad (37)$$

z ist hier die Durchbiegung der Schale, y der lotrechte Abstand von der Wasseroberfläche (Fig. 15), φ der Winkel mit der Symmetrieebene, gemessen in waagerechter Ebene, r der Halbmesser der zylindrischen Mittelfläche, p der radiale äußere Druck (Wasserdruck) und $\mu = \frac{1}{m}$, wenn m Poisson's Konstante bedeutet. Für $r = \infty$ (und $r \cdot d\varphi = dx$) geht Gl. (37) in die Grundgleichung für ebene Platte über, Paaswell bestimmt nicht das allgemeine Integral der Glei-

chung (37); er gibt nur eine partikuläre Lösung an und leitet von ihr die Beziehung von Biegungsmomenten im lotrechten Träger und Bogen ab. Es zeigt sich, daß die Momente im lotrechten Träger am Fuß viel größer sind als die Momente im Bogen und daß die Momente in den Bogen im unteren Mauerteil ihr Vorzeichen wechseln.

In der ausgezeichneten Schrift „*Report on Arch Dam Investigation, Vol. I*[2], befaßt sich *H. M. Westergaard* theoretisch mit der Berechnung der Gewölbestaumauer als einer elastischen Schale. Er betrachtet in radialen und waagerechten Schnitten Normalkräfte und zwei Komponenten der Scherkräfte (in radialer und dazu senkrechter Richtung), dann Biegungsmomente in lotrechten Schnitten und waagerechten Bogen und Drehmomente; die Verteilung der Spannungen ist wie für Platten angenommen, also die Normal- und Tangentialspannungen linear veränderlich in der Mauerstärke, was eine kleine Stärke voraussetzt. Vom Gleichgewicht und der Formänderung eines Elementes, das aus der Mauer durch zwei waagerechte Ebenen in einer Entfernung dy und zwei radiale Ebenen in einer Entfernung dx (auf dem mittleren Kreise vom Halbmesser r gemessen) herausgeschnitten wird, leitet Westergaard die Biegungsgleichung ab

$$\frac{\partial^4 z}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 z}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 z}{\partial y^4} + \frac{1}{r^2}\cdot\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\mu}{r^2}\cdot\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + K\left(\frac{\partial^3 z}{\partial y^3} + \frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y} + \frac{\mu}{r^2}\cdot\frac{\partial z}{\partial y}\right)$$
$$+ k\left(\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + \frac{\mu\,\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\mu}{r^2}\cdot z\right) - \frac{1}{N}\left(p - \frac{P_x}{r} + P_y r'' + \gamma t r'\right) = 0 \tag{38}$$

und die Kräftegleichung

$$\frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} - \frac{E t}{r}\cdot\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0 \tag{39}$$

In diesen Gleichungen bedeutet: z die Durchbiegung der Mauer, r den Halbmesser des Zylinder, der z. B. durch den Mittelkreis in der Mauerkrone (Fig. 15) geht, x die auf diesem Mittelkreis von der lotrechten Symmetrieebene (OC ist Symmetrieachse in der Krone) gemessene Entfernung, y die lotrechte Entfernung von der Mauerkrone, t die Mauerstärke; weiter ist $r' = \frac{d r_y}{d y}$, $r'' = \frac{d^2 r_y}{d y}$, wo r_y den Halbmesser der Mittelfläche (der nur von y abhängt) bedeutet, E ist Elastizitätsmodul des Mauerwerks, μ Poisson's Zahl (für Beton $\mu = 0{,}15$), $N = \frac{E t^3}{12(1-\mu^2)}$ das Maß der Biegungssteifigkeit der Mauer, $K = \frac{2N'}{N}$, $k = \frac{N''}{N}$, $N' = \frac{d N}{d y}$, $N'' = \frac{d^2 N}{d y^2}$, p = spezifischer Wasserdruck, bezogen auf den Zylinder vom Halbmesser r, γ = spezifisches Gewicht des Mauerwerks, P_x = waagerechte Normalkraft für Längeneinheit im lotrechten radialen Schnitte P_y = lotrechte Normalkraft für Längeneinheit im waagerechten Schnitte. Schließlich bedeutet F die Spannungsfunktion, welche die inneren Kräfte mit Hilfe der Gleichungen bestimmt

$$\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} - P_x, \quad \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \gamma\int_0^y t\,d y = P_y, \quad P_{xy} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}; \tag{40}$$

P_{xy} ist die lotrechte Scherkraft für Längeneinheit im radialen Schnitt.

In derselben Schrift leitet *W. Slater* von der Differentialgleichung für ebene Platten eine einfachere Differentialgleichung für die Biegung der Staumauer

$$\frac{\partial^4 z}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 z}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 z}{\partial y^4} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{F}{J r}\left(\lambda_x + \mu \lambda_y\right) = p \cdot \frac{1 - \mu^2}{E J} \qquad (41)$$

ab, wo F die Querschnittsfläche des radialen lotrechten Schnittes, J dessen Trägheitsmoment und λ_x, λ_y die relativen Dehnungen in der Richtung x und y bedeuten.

Zur genauen Berechnung der Staumauer wäre es nötig, die Differentialgleichungen (38), (39) zu lösen und die Randbedingungen für die freie Krone und für die Stützung an den Talhängen und am Talboden zu befriedigen. Bei der Berechnung der Staumauer kann man auch nach *Fred. Vogt*[39] die Formänderung des Baugrundes (Felsen) beachten. Auf Grund seiner Theorie bestimmte Fred. Vogt[40] allgemein und numerisch den Einfluß eines *Nachgebens des Felsengrundes* in einer Gewölbestaumauer. Er kam zum Ergebnis, daß man das Nachgeben des Felsengrundes sehr annähernd dadurch ermitteln kann, daß man den Bogen um die Länge 0,45 t zum gedachten unnachgiebigen Grunde verlängert. Das Nachgeben des Grundes ändert natürlich die Spannungen und Formänderungen einer Gewölbestaumauer. Für kleine Stärke hat dieses Nachgeben keinen wesentlichen Einfluß. Bei großen Stärken (in den unteren Teilen hoher Staumauern) vermindert das Nachgeben des Grundes das Biegungsmoment am Bogenkämpfer, also vermindert auch die Zugspannung an der Wasserseite; im Gegenteil wächst im Bogenscheitel das Biegungsmoment und die Zugspannungen an der Luftseite. Die Spannungen von der Temperaturänderung und vom Schwinden und Schwellen des Betons werden durch das Nachgeben des Grundes kleiner, die Durchbiegung des Scheitels wächst aber wesentlich (bis zu zweifacher Größe).

Die Auflösung der Differentialgleichungen (38), (39) ist sehr kompliziert und schwierig, auch wenn sie so viel als möglich vereinfacht wird, wie es Westergaard am Beispiel der Versuchsstaumauer am Stevenson Creek in Californien zeigte. Für gewöhnliche praktische Fälle ist diese Berechnungsmethode zu mühsam.

Form der Gewölbestaumauern.

Die ersten Gewölbestaumauern wurden in der Regel mit lotrechter Wasserseite und gleichem Krümmungshalbmesser in allen Schichten oder mit einem nach unten wachsenden Halbmesser ausgeführt. Eine solche Form ist zweckmäßig, wenn die Breite der Mauer in allen Schichten gleich groß ist, also für ein Gewölbe zwischen lotrechten Pfeilern, obwohl es auch hier besser ist, den stärkeren unteren Schichten einen kleineren Halbmesser zu geben, um nachgiebigere Bogen zu erhalten. Wenn aber die Staumauer in einem Tale liegt, dessen Breite sich nach unten vermindert, bekommt man bei konstantem Halbmesser unten sehr flache Bogen. Wird die Staumauer als ein System von lotrechten Trägern und waagerechten Bogen berechnet (das gilt auch weiter), so entfällt auf die Bogen ein verhältnismäßig kleiner Teil des Wasserdruckes, der meistenteils durch lotrechte Träger getragen wird; das erfordert wegen ungünstiger Beanspruchung der lotrechten Träger auf Biegung viel Material.

Es ist deshalb vorteilhafter, den Krümmungshalbmesser von der Krone zum Fuß zu vermindern; dadurch wird ein größerer Teil der Belastung auf die Bogen übertragen, wo die Beanspruchung gleichmäßiger und die Festigkeit des Materials besser ausgenützt ist (*Stucky*[14]). Das führte *L. R. Jorgensen*[30] zum Entwurf der Staumauer mit konstantem Zentriwinkel in allen waagerechten Schichten; solche Staumauern wurden in Amerika oft in großen Abmessungen gebaut. Aber die Gleichheit des Zentriwinkels ist nicht nötig und kann praktisch nicht genau erreicht werden.

Den Gedanken des konstanten Zentriwinkels hat eigentlich schon 1879 *Pelletreau*[5] ausgesprochen, welcher auch zum erstenmal den vorteilhaftesten Wert des Zentriwinkels, wenn man vom Einfluß der Normalkraft absieht, mit dem Näherungswert von 134° bestimmte, der zum kleinsten Volumen des Bogens führt. Wenn man den Einfluß der Normalkraft beachtet, so ist nach *Ritter*[9] der vorteilhafteste Zentriwinkel zwischen 120° und 180°; in diesen Grenzen ändert sich das Volumen des nötigen Mauerwerks nur wenig. Zugspannungen in einem dünnen Bogen mit gleichförmigem radialen Druck werden ausgeschlossen, wenn bei gleicher Stärke der Zentriwinkel größer als 158° ist; bei einem kleineren Zentriwinkel können die Zugspannungen auf der Wasserseite bei den Kämpfern vermieden werden, wenn der Zentriwinkel mehr als 115° beträgt. In Betreff des Einflusses der Temperaturänderungen zeigt *Ritter*,[9] daß ein Halbkreisbogen am besten ist.

Ippolito[13] untersucht sehr gründlich die Bedingungen der größtmöglichen Wirtschaftlichkeit, indem er von der Theorie eines elastischen Bogens relativ kleiner Stärke und von der Berechnung der Staumauer als ein System von unabhängigen waagerechten Gewölben ausgeht. Er zeigt, daß für einen Gewölbegurt gleicher Stärke der vorteilhafteste Zentriwinkel zwischen 133° bis 180° liegt und von der Wassertiefe abhängig ist; in einer Tiefe, welche in Metern numerisch gleich der zulässigen Spannung k in kg/cm² ist, wäre annähernd der Winkel von 180° am besten. Er ermittelt dann zuerst für eine konstante Spannweite (also für ein Gewölbe zwischen lotrechten Pfeilern) den besten Zentriwinkel, für den das Volumen der ganzen Staumauer am kleinsten ist. Für eine Gewölbestaumauer in einem Tal, dessen Breite sich der Höhe nach ändert, konstruierte er Nomogramme, welche erlauben, für einen gegebenen Zentriwinkel in der Mauerkrone das Volumen von Gewölbegurten in verschiedener Höhe (für konstanten Halbmesser der Mittelfläche oder der Wasserseite), durch Summierung das Volumen der ganzen Staumauer und durch Vergleich der Ergebnisse für verschiedene Winkel den besten Zentriwinkel in der Krone zu bestimmen, der zum kleinsten Volumen der ganzen Staumauer führt.

Die beste Form der Bogenmittellinie für einen gleichförmigen radialen Druck ist ein Kreisbogen, der auch für praktische Ausführung Vorteile besitzt. In Wirklichkeit sind aber die Drücke auf die Bogen nicht gleichmäßig verteilt, weil infolge von verschiedenem Widerstand der lotrechten Träger ungleicher Höhe (bei Berechnung der Staumauer als ein System von waagerechten Bogen und lotrechten Trägern) auf die Bogen in verschiedenen Punkten verschiedene Anteile des Wasserdruckes in der betreffenden Schicht entfallen. Es wäre natürlich möglich, die Form der Staumauer dem anzupassen, indem man für Mittellinie

in einzelnen Schichten immer eine Seillinie zur betreffenden Belastung wählen würde (*Stucky*[14]). Die eventuelle Materialersparnis würde aber wahrscheinlich durch Nachteile bei der Ausführung überwogen, denn für die Ausführung sind die Kreisbogen, welche auch die einfachste Berechnung gestatten, am besten.[41] Außerdem ist die Berechnung der Druckverteilung auf den Bogen mühsam und kann nicht genau durchgeführt werden. Wenn die Form der Bogen der berechneten Druckverteilung angepaßt ist, kann es vorkommen, daß die wirkliche Druckverteilung eine andere ist und der ermittelten Bogenform nicht entspricht, so daß die wirklichen Spannungen die berechneten Grenzwerte überschreiten können.

Ein Dreiecksquerschnitt im lotrechten Schnitt, der für gerade oder leicht gekrümmte Staumauern, wo man die Bogenwirkung vernachlässigt, paßt, ist für eine Gewölbestaumauer nicht vorteilhaft. Mit Rücksicht auf die Beanspruchung ist es günstig, die Staumauer möglichst dünn zu wählen und sie gegen die Kämpfer an den Talhängen und am Talboden zu verstärken (*Stucky*[14]), besonders bei Staumauern mäßiger Höhe (bis zu 30 m), wo man die Festigkeit des Mauerwerks nicht voll ausnützen kann und wo in den unteren Teilen eine beträchtliche Belastung auf die lotrechten Träger entfällt. Eine vielfach elastische Unbestimmtheit in der Lastverteilung auf das System von lotrechten Trägern und waagerechten Gewölben macht die Gewölbestaumauer sehr empfindlich gegenüber den Abmessungsänderungen; durch geeignete Änderungen der Stärken kann man immer die Ausnützung der Materialfestigkeit verbessern oder das Volumen des Mauerwerks vermindern, denn diese Änderungen können wesentlich die Biegsamkeit der waagerechten Bogen und lotrechten Träger und dadurch die Verteilung der äußeren Kräfte auf beide Tragsysteme beeinflussen, wie auch *Howell* und *Jaquith*[35] gezeigt haben.

Für sehr hohe Staumauern ist die Verstärkung an den Kämpfern vorteilhaft, bei größerer Talbreite auch die lotrechte Wasserseite, welche den lotrechten Trägern größere Steifigkeit gibt.[35] Der Einfluß des Auftriebes ist für Gewölbestaumauern viel weniger gefährlich als für gerade Staumauern, weil die seitliche Einspannung schon allein das Umkippen der Staumauer verhindert. Aber es ist angezeigt, mit dem Auftrieb besonders da zu rechnen, wo die Belastung größtenteils auf die lotrechten Träger wirkt.

Eine besondere Vorsicht ist nötig, wenn man die Abmessungen der Staumauer da ermittelt, wo sich die Talbreite plötzlich ändert. Hier ändert sich auch plötzlich die Spannweite der Bogen, welche dann in benachbarten waagerechten Schichten sehr verschiedene Formänderungen haben sollten. Um hier zu große Scherspannungen zu vermeiden, empfiehlt es sich, an dieser Stelle mächtige Widerlager für die Gewölbestaumauer zu errichten; das gibt dem Umfange eine regelmäßigere Form, welche erlaubt, die Festigkeit des Mauerwerks voll und ohne Gefahr zu großer Spannungen auszunützen (*Résal*[1]).

Vereinzelt in der Form ist die Gewölbestaumauer am Six-Mile Creek bei Ithaca in Nord-Amerika; der Entwurfsverfasser *G. S. Williams*[42] wollte hier die Wirkung des lotrechten Trägers gänzlich vermeiden und nur die Bogenwirkung zur Geltung zu bringen. Die Staumauer hat unten die Form einer verkehrten Kuppel, was auch im Talbogen sichere Kämpfer gibt; der Wasserdruck auf die Kuppel hebt teilweise das Gewicht der Staumauer auf.

Kuppeln von großen Abmessungen in Eiform wurden bei der Coolidge-Staumauer am Gila River (Arizona) benützt.[43] Diese Staumauer wurde als ein System von unabhängigen Gewölben berechnet, die von den Kuppeln durch schiefe, zu den geneigten Kämpferlinien senkrechte Ebenen abgetrennt wurden.

Die Verteilung der waagerechten äußeren Kräfte auf das System von lotrechten Trägern und waagerechten Bogen hängt vom Verhältnis der Höhe zur Kronenlänge der Staumauer ab. Mit der wachsenden Länge der Staumauer nimmt die Länge der waagerechten Bogen und ihre Biegsamkeit zu, aber die lotrechten Träger behalten ihre Steifigkeit. Es entfällt daher ein größerer Teil der waagerechten Belastung auf lotrechte Träger und die Staumauer nähert sich in ihrer statischen Wirkung der geraden Mauer, wo alle Lasten von auf Biegung und Druck beanspruchten lotrechten Trägern übernommen werden. Im Gegenteil wirkt in kürzeren Staumauern der größte Teil der waagerechten Belastung auf die waagerechten Bogen; vermindert sich die Länge, so nähert sich die Staumauer dem Falle, wo die Wirkung der lotrechten Träger verschwindet und nur die waagerechten Bogen wirken. An Hand von ausgeführten und durchgerechneten Staumauern zeigen *Résal*[1] und *Stucky*,[14] daß *die Bogenwirkung nur in Staumauern zur Geltung gelangt, wo das Verhältnis der Kronenlänge l zur Mauerhöhe h höchstens 2.5 beträgt.* Staumauern mit $l > 2.5\ h$, deren Stärke größer ist, sind als gerade Mauern (Schwergewichtsmauern) zu berechnen. In diesem Falle kann man die Bogenwirkung vernachlässigen, da sie geringe Bedeutung hat; sie ist auch für die Stabilität vorteilhaft, da sie ein wenig, besonders in oberen Teilen, die lotrechten Träger entlastet. In verhältnismäßig dünnen Staumauern, auch von größerer Länge, kommt die Bogenwirkung so zur Geltung, daß man mit ihr rechnen kann.[35]

Gewölbestaumauern brauchen natürlich sichere Widerlager in den Talhängen; sie können nur da errichtet werden, wo die Talhänge aus festen Felsen bestehen. Die Bogen sollen an den Kämpfern annähernd senkrecht zu Schichtenlinien des Baugrundes verlaufen, um eine sichere Stützung zu bekommen.

Ist die Berechnung der Gewölbestaumauer genauer, die wirklichen Spannungen ausführlich ermittelt und die Temperaturwirkung in Betracht gezogen, so kann man (ähnlich wie für Brückenkonstruktionen) die zulässigen Spannungen im Vergleich zur gewöhnlichen flüchtigen Berechnung erhöhen. *Stucky*[14] empfiehlt in diesem Falle für Beton eine zulässige Spannung auf Druck bis 35 kg/cm², auf Zug bis 10 kg/cm². *Juillard*[41] wendet dagegen ein, daß man über die bisher üblichen zulässigen Spannungen nicht gehen sollte, so lange als eine längere Erfahrung die Zuverlässigkeit der neuen Berechnungsmethoden nicht nachweist.

Die wirklichen Spannungen in Gewölbestaumauern können wesentlich von der Art der Ausführung abhängen.[44] Um die Bogenwirkung zur Geltung zu bringen, ist es nötig, daß die Staumauer in lotrechter und waagerechter Richtung monolithisch ist: alle vorherigen Betrachtungen setzen also voraus, daß beim Bau alle Schichten gut miteinander verbunden werden. Wenn man in der Staumauer lotrechte Dilatationsfugen ausführt, so kann die Bogenwirkung wesentlich vermindert oder bei offenen Fugen gänzlich ausgeschieden werden. Füllte man nachher enge Dilatationsfugen aus, dann können waagerechte Kräfte in der Querrichtung (in waagerechten Bogen) übertragen werden, wozu auch die durch

Normaldrücke hervorgerufene Reibung in den Dilatationsfugen hilft. Dann kann man auch mit Bogenwirkung (wenigstens teilweise) rechnen.

Bestätigung der Theorie durch Messungen und Versuche.

Die Spannungen in der Staumauer können aus gemessenen Durchbiegungen bestimmt werden, wie von *F. A. Noetzli*[15] gezeigt wurde. Ist Δs die Verkürzung der Bogenmittellinie (absoluter Wert), so gilt für die durch Δs allein erzeugte Horizontalkraft die Formel

$$H = - k_f \cdot \frac{E t^3}{h^2 l} \cdot \Delta s \tag{42}$$

mit*

$$k_f = \frac{h^2 s}{t^3 \left(\int \frac{y^2 d s}{J} + \int \frac{\cos^2 \varphi \, d s}{t} + 3 \int \frac{\sin^2 \varphi \, d s}{t} \right)} \tag{42a}$$

für einen Bogen von der Breite $b = 1$;[47] die Bedeutung der anderen Größen wurde früher erwähnt (s. Fig. 1). Die Werte von k_f für verschiedene Zentriwinkel 2α und für verschiedene Verhältnisse $\frac{t}{h}$ wurden von Noetzli in einem Nomogramm zusammengestellt. Ersetzt man die Mittellinie annähernd durch eine Parabel und beachtet nur den Einfluß des Biegungsmomentes, so ist $k_f = 0.94$; stellt man auch den Einfluß der Normal- und Querkraft in Rechnung, so kann man setzen $k_f = 0.75$.

Für eine Verkürzung Δs der Mittellinie bekommt man annähernd, wenn man die verformte Mittellinie als Kreisbogen (wie bei einem Zweigelenkbogen) annimmt, die Durchbiegung des Bogenscheitels (positiv in der Richtung zum Bogenmittelpunkt) $\eta = \frac{3}{16} \cdot \frac{s}{h} \cdot \Delta s$.

Durch Einsetzung von Δs aus dieser Gleichung in (42) erfolgt

$$H = - \frac{16}{3} k_f \cdot \frac{E t^3}{h s^2} \cdot \eta \tag{43}$$

Annähernd kann man einsetzen $k_f = 0{,}75$; $\frac{s^2}{h} = 8{,}3\, r$, wo r den Halbmesser der Mittellinie bedeutet; es ist dann

$$H = - 0{,}48 \frac{E t^3}{h^2 r} \cdot \eta \tag{43a}$$

Diese Kraft H wirkt in der Schwerachse der Mittellinie, also annähernd in der Entfernung $\frac{h}{3}$ vom Bogenscheitel; es ist dann leicht, die Spannungen im Scheitel und in den Kämpfern zu berechnen.

Die Formeln von Noetzli können nach *W. Cain*[45] gute Ergebnisse für Zentriwinkel von 0 bis 30° und für dünne Bogen; für größere Winkel und starke Bogen werden die Ergebnisse von den genauen wesentlicher abweichen.

* Der Nenner von k_f sollte richtig $\frac{h^2 l^2}{s}$ anstatt von $h^2 s$ sein, wie aus der Ableitung folgt.

Betrachtet man den Wasserdruck p (auf die Wasserseite) und die gleichmäßige radiale Belastung p' (positiv in der Richtung zum Bogenmittelpunkt), welche die Temperaturänderung und das Schwinden des Betons ersetzt, so hat die waagerechte Durchbiegung des Bogenscheitels nach *W. Cain* [21] den genaueren Wert

$$y = \omega_0 r_0 \left[\varepsilon' - \delta \varepsilon + \frac{(p + p') r_2}{E t} \right] \tag{44}$$

mit den in Gl. (34a) schon benützten Bezeichnungen; für eine Temperatursenkung würde man δ und p' negativ einsetzen. Aus (44) kann man (p+p') berechnen, wenn man die wirkliche Durchbiegung y und andere Größen in der Formel durch Messung bestimmt; (p+p') ist die gesamte radiale Belastung, die gleichförmig vorausgesetzt wird. Die Formel (44) wie auch (34), (39a) gelten nur dann, wenn der betrachtete Bogen voll wirkt, also wenn es keine Risse vom Schwinden des Betons oder von zu großen Zugspannungen gibt.

Wenn in der Staumauer lotrechte Risse auftreten, welche die Wirkung der waagerechten Bogen (ihre Querschnitte) ändern, sollte man die Messungen der Durchbiegungen und der Temperatur in einer Zeit vornehmen, wann die Risse geschlossen sind; aus zwei Beobachtungen in verschiedenen Zeitpunkten könnte man durch die Differenz der beobachteten Größen die Durchbiegung y und die Temperaturänderung δ bestimmen, die man in die Formel einzusetzen hat. Es ist auch darauf zu achten, daß man die ungünstigen Einflüsse des ungleichen Elastizitätsmoduls (der Ungleichartigkeit des Betons) und der Ungleichmäßigkeit in Temperaturverteilung ausscheidet. Um das zu erreichen, muß man die Durchbiegungen und die Temperatur in einer mehrtägigen Periode messen, in welcher sich die Lufttemperatur nicht ändert. Bekommt man durch Rechnung aus den gemessenen Größen den Druck p fast gleich dem Wasserdruck am Fuße der Staumauer oder größer, so bedeutet es, daß in der Staumauer Risse vorhanden waren oder daß die Temperatur zu ungleichmäßig verteilt war; die Ergebnisse solcher Messungen kann man nicht benützen.

Von der gemessenen radialen Durchbiegung μ im Scheitel des waagerechten Bogens kann das Biegungsmoment im Bogenscheitel nach der Gleichung

$$M_0 = - a \cdot \frac{E t^3}{h r} \cdot \eta, \tag{45}$$

berechnet werden; die Gleichung gilt gleichfalls für die vom radialen Druck (Wasserdruck) wie von der Temperatur herrührende Durchbiegung. Der Koeffizient a hat den Wert: für einen gelenklosen Boden,[21] wenn der Einfluß der Scherkraft vernachlässigt wird,

$$a = \frac{1}{6} \cdot \frac{\sin \alpha \left(1 - \frac{\sin \alpha}{\alpha}\right)}{(\alpha - \sin \alpha)\left(1 + \frac{i^2}{r_0^2}\right) + 2{,}88 \frac{r}{r_0} \cdot \frac{i^2}{r_0^2} (\alpha + \sin 2\alpha)} \tag{45a}$$

und für Zweigelenkbogen,[16] wenn die Scherkraft vernachlässigt wird,

$$a = \frac{1}{6} \cdot \frac{\sin \alpha (1 - \cos \alpha)}{\sin \alpha + \alpha (1 - 2 \cos \alpha) + \frac{i^2}{r^2} (\alpha - \sin \alpha)} \tag{45b}$$

Der Koeffizient a hängt nur vom Zentriwinkel 2α und vom Verhältnis $\frac{i}{r}$ ab, so daß man a für verschiedene Winkel α und verschiedene Verhältnisse $\frac{i}{r}$ berechnen kann. Man kann da a direkt einer so zusammengestellten Tabelle entnehmen und aus der Formel (45) M_0 berechnen. Daraus bekommt man leicht die Kraft $X = p\,r - H_c$, weil M_0 das Moment zum Bogenscheitel dieser Kraft bedeutet, die beim gelenklosen Bogen in der Schwerachse der Neutrallinie (beim Zweigelenkbogen in der Verbindungsgeraden der Kämpfergelenke) wirkt. Weiter bestimmt man H_c und aus dieser Kraft und dem Moment M_0 die Beanspruchung in der Scheitelfuge des Bogens. Aus M_0 und H_c kann man nach früher angeführten Formeln das Moment und die Normalkraft, also auch die Spannungen in der Kämpferfuge berechnen.

Wenn für jede Belastung und Temperaturänderung die volle Bogenwirkung gesichert ist, das heißt wenn die Gewölbestaumauer so armiert und am Felsen in den Talhängen befestigt ist, daß sich keine lotrechten Risse bilden können, kann man aus genau gemessenen Durchbiegungen und der Temperatur den Elastizitätsmodul E berechnen. Es ist dazu nötig, durch Berechnung der Staumauer (nach Smith oder Noetzli) die radiale Belastung p' des waagerechten Bogens zu bestimmen; E ist dann durch Gl. (34) gegeben. Es ist vorteilhafter, die Temperaturänderungen dadurch auszuscheiden, daß man die Durchbiegungen bei verschiedener Wassertiefe und gleicher Temperatur beobachtet.

Zur Kontrolle der Theorie kann man auf Grund der vorhergehenden Formeln ausgeführte *Messungen* an fertigen Staumauern[46] benützen, oder man kann die Theorie durch systematische *Versuche an Modellen* nachprüfen. *Cam. Guidi*[47] prüfte ein Modell der Bogenstaumauer in der Form eines halbkreisförmigen Bogens vom Halbmesser 2,61 m, konstanter Stärke 16 cm und Höhe von 5 m; er belastete das Modell mit dem Druck des Wassers, das zwischen diesem und einem 20 cm starken größeren Bogen mit derselben Achse in einer Entfernung von 1,01 m enthalten war (Fig. 16). Beide Bogen waren in den Boden und in zwei große seitliche lotrechte Pfeiler eingespannt; der äußere Bogen war auch mit einer Betonplatte oben befestigt, aber der innere Bogen endete unter dieser Platte, und zwischen dem Bogen und der Platte war eine elastische Verbindung, welche ermöglichte, daß man den Bogen unter Druck setzen konnte. Die Versuche zeigten, daß die Biegungslinie des Bogens nicht einer gleichförmigen Belastung durch Wasserdruck entspricht, daß sie aber gut im Einklang ist mit einer Belastung, welche im Scheitel gleich $^3/_4$ Wasserdruck ist und zu den Kämpfern kontinuierlich auf vollen Wasserdruck wächst; das hat Guidi schon in seinem Buche über die Statik der Staumauern empfohlen.[10]

Für Versuche an Modellen schlugen *A. Mesnager* und *J. Veyrier*[48] im Jahre 1926 eine sehr zweckmäßige Methode vor, welche erlaubt, an einem Modell in verkleinertem Maßstab dieselben Spannungen wie im wirklichen Bau zu bekommen. Wenn man anstatt des Wassers zur Belastung des Modells eine Flüssigkeit benützt, deren spezifisches Gewicht n-mal größer ist (z. B. Quecksilber mit spezifischem Gewicht $n = 13.6$), so bekommt man im Modell aus demselben Material wie die wirkliche Staumauer, das im Verhältnis $1:n$ ver-

kleinert ist, dieselben Spannungen wie im betreffenden Punkt der wirklichen Staumauer; die Formänderungen sind ähnlich. Benützt man für das Modell ein Material, dessen Festigkeit m-mal kleiner ist und belastet man das Modell mit einer Flüssigkeit von spezifischem Gewicht n, so bekommt man gleiche Wirkung mit Rücksicht auf Bruch, wenn das Modell im Maßstab 1 : mn ausgeführt ist. Auf diese Weise prüften Mesnager und Veyrier das Modell einer gekrümmten Stufenstaumauer,* die sie am Flusse Dordogne bei Marèges für die Höhe von 70 m (5 Stufen je 14 m) vorschlugen. Sie benützten für die Belastung Quecksilber

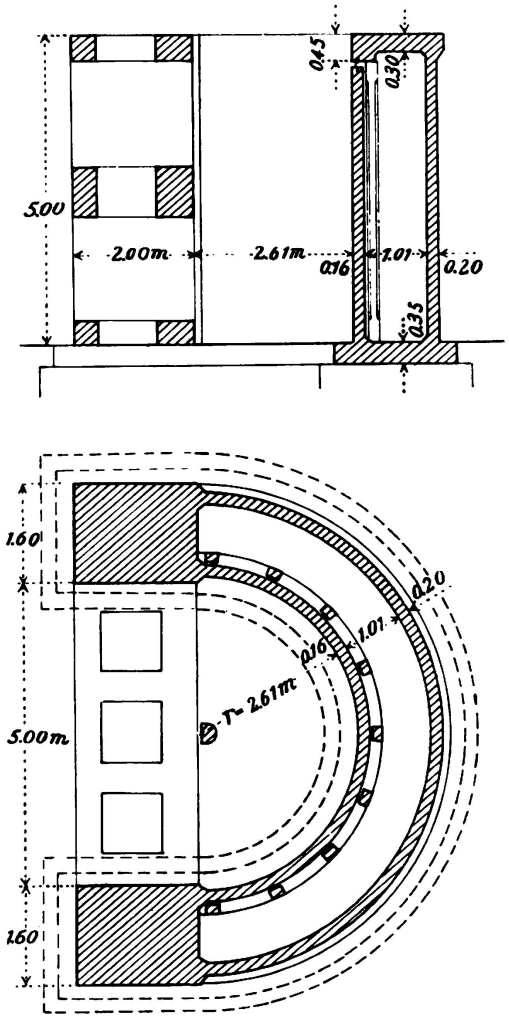

Fig. 16.

(spez. Gewicht 13.6) und verfertigten das Modell aus Gips, das so bereitet war, daß seine Festigkeit 7.35-mal kleiner als diejenige des Betons war; dann genügte ein Modell im Maßstab $1 : mn = 1 : 13.6 \times 7.35 = 1 : 100$. Sie belasteten das Modell bis zum Bruch und bestimmten so das Sicherheitsmaß (von 3 bis 5) für jeden Bogen im wirklichen Bau nach ihrem Entwurf. Sie fanden auch, daß die Formeln und Tabellen von Guidi für die Praxis gut und sicher sind. Sie beabsichtigten weitere Versuche mit einem Modell aus Beton im Maßstabe 1 : 13.6 bei Belastung durch Quersilber zu machen.

* Die erste Stufenstaumauer wurde 1894 von *Boulé* für die Staumauer am Nil bei Assuan entworfen, nachher 1912 von *Rutenberg* in Italien.

Im großen Maßstabe wurden Versuche mit einer Gewölbestaumauer in Nordamerika ausgeführt, wo auf Veranlassung von *F. A. Noetzli* im Jahre 1926 eine Versuchsstaumauer am Stevenson Creek in Kalifornien errichtet wurde. Die Versuche wurden ausführlich beschrieben.[2] Die amerikanischen Versuche sind höchst wichtig für die Nachprüfung verschiedener Theorien wegen ihres Umfanges und sorgfältigen Bearbeitung der Ergebnisse. Sie brachten viel Interessantes und zeigten deutlich, welche von den bisher benützten Berechnungsmethoden eine Berechtigung haben.

Sicherheit von Staumauern.

Gerade Staumauern besitzen ein kleines Sicherheitsmaß, in der Regel kaum größer als 1,5. Das beweisen die Unfälle, welche gerade Staumauern betroffen haben. Bei der Staumauer von Bonzey genügte die Überhöhung des vorgesehenen Wasserspiegels um 80 cm zur Herbeiführung einer Katastrophe,[54] so daß hier das Sicherheitsmaß nur wenig größer war als 1. Eine Reihe weiterer Unfälle bei geraden Staumauern hatte in der Regel auch ihre Ursache in der Erhöhung des Wasserspiegels über das höchste, im Entwurf vorgesehene Maß (ungenügende Überfälle) und im Überströmen der Staumauer. Die Sicherheit der Staumauer wächst erheblich ohne Querschnittsänderung, wenn sie im Grundriß gekrümmt wird; das kann außerdem wesentlich den ungünstigen Einflüssen der Temperaturänderung und des Schwindens von Beton abhelfen, welche in einem geraden Damm durch Errichtung von Dilatationsfugen vermieden werden können.

Das Sicherheitsmaß der Gewölbestaumauern ist im Gegenteil erheblich größer als das der geraden Staumauern. Das bezeugt auch der Umstand, daß bei Gewölbestaumauern Unfälle sehr selten sind und meistens durch ungenügende Fundamente herbeigeführt werden (Moyie River,[50] Lake Lanier[56] und Gleno[51] Staumauer). Gut ausgeführte Gewölbestaumauern haben eine erhebliche Sicherheit, viel größer als bei geraden Staumauern. Eine gerade Staumauer widersteht dem Wasserdrucke nur durch Eigengewicht. Steigt der Wasserdruck nur ein wenig (durch unvorhergesehene Erhöhung des Wasserspiegels), so kann sich die größte Druckspannung am luftseitigen Ende der untersten Fuge sehr wesentlich vergrößern; die Bruchlast hat oft zur Entwurfslast das Verhältnis (Sicherheitsmaß) wenig größer als 1. Die Krümmung der Staumauer vergrößert ihre Sicherheit sehr erheblich; eine gekrümmte Staumauer ist schon durch ihre Form selbst gegen Umkippen gesichert. Die Versuche von Mesnager zeigten, daß die Last, welche die gekrümmte Staumauer sicher tragen kann, mehrfach gehoben werden kann, bevor es zum Bruch kommt. Das Sicherheitsmaß, das durch das Verhältnis der Bruchlast zur wirklichen Last gegeben ist, hat hier ähnliche Werte wie bei anderen Ingenieurbauten.

Schrifttum:

[1] *J. Résal:* «Formes et dimensions de grands barrages en maçonnerie» (Annales des Ponts et Chaussées 1919, II, S. 165—221).

[2] „Report on Arch Dam Investigation, Bd. I" (Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Mai 1928).

[3] *G. Pigeaud:* «Notes sur le calcul des barrages en voûte» (Génie civil 1922, Bd. 81, S. 106).

[4] *Delocre:* «Sur la forme du profil à adopter pour les grands barrages en maçonnerie des réservoirs» (Annales des Ponts et Chaussées 1866, II, S. 212).

[5] *Pelletreau:* «Barrages cintrés en forme de voûte» (Annales des Ponts et Chaussées 1879, I, S. 198—218).

[6] *H. Hawgood:* „Huacal Dam, Sonora, Mexico" (Transactions of the Amer. Society of Civil Engineers 1915, Bd. 78, S. 564).

[7] *R. Ruffieux:* «Etude sur la résistance des barrages en maçonnerie» (Annales des Ponts et Chaussées 1901, I, S. 197—234).

[8] *E. Mörsch:* „Berechnung kreisförmiger Gewölbe gegen Wasserdruck" (Schweizerische Bauzeitung 1908, Bd. 51, S. 233—235).

[9] *H. Ritter:* „Die Berechnung von bogenförmigen Staumauern", Karlsruhe 1913.

[10] *Cam. Guidi:* „Statica delle dighe per laghi artificiali" 1st ed. 1921, 3rd ed. Torino 1928).

[11] *W. Cain:* „The Circular Arch under Normal Loads" (Proceedings of the Amer. Society of Civil Engineers 1921, Bd. 47, S. 285—300).

[12] *R. Kelen:* „Die Staumauern", Berlin 1926.

[13] *G. Ippolito:* (trad. par. *J. Boudet:*) «Nouvelle contribution à l'étude des barrages en arc», Paris 1927.

[14] *A. Stucky:* «Etude sur les barrages arqués», Lausanne 1922 (Bulletin technique de la Suisse romande).

[15] *F. A. Noetzli:* „The Relation between Deflections and Stresses in Arch Dams" (Transactions of the Amer. Society of Civil Engineers 1922, Bd. 85, S. 284—307).

[16] Transactions of the Amer. Society of Civil Engineers 1922, Bd. 85, S. 264—283.

[17] *F. A. Noetzli:* „Gravity and Arch Action in Curved Dams (Transactions of the Amer. Society of Civil Engineers 1921, Bd. 84, S. 1—60).

[18] Transactions of the Amer. Society of Civil Engineers 1922, Bd. 85, S. 334.

[19] *H. Bellet:* «Barrages en maçonnerie et murs de réservoirs» Paris 1907.

[20] *B. F. Jakobsen:* „Stresses in Thick Arches of Dams" (Transactions of the Amer. Society of Civil Engineers 1927, Bd. 90, S. 475—521.

[21] Transactions of the Amer. Society of Civil Engineers 1927, Bd. 90, S. 522—547.

[22] *F. H. Fowler:* „A Graphic method for Determining the Stresses in Circular Arches under Normal Loads by the Cain Formulas" (Proceedings of the Amer. Society of Civil Engineers 1927, Bd. 53, S. 1893—1917).

[23] *R. Chambaud:* «Le problème élastique des voûtes épaisses et des pièces à forte courbure», Paris 1926 (Génie civil).

[24] *M. Malterre:* «Calcul des grands barrages de réservoirs en forme de voûtes» (Annales des Ponts et Chaussées 1922, II, S. 223).

[25] Transactions of the Amer. Society of Civil Engineers 1902, Bd. 85, S. 249.

[26] Annales des Travaux Publics de Belgique 1928, S. 142.

[27] *H. Juillard:* «Influence de l'encastrement latéral dans les grands barrages» (Schweizerische Bauzeitung 1921, Bd. 78, S. 271).

[28] *S. H. Woodard:* „Analysis of Stresses in Lake Cheesman Dam" (Transactions of the Amer. Society of Civil Engineers 1904, Bd. 53, S. 108).

[29] In the discussion to „Lake Cheesman Dam and Reservoir" (Transactions of the Amer. Society of Civil Engineers 1904, Bd. 53, S. 155).

[30] *L. R. Jorgensen:* „The Constant Angle Arch Dam" (Transactions of the Amer. Society of Civil Engineers 1915, Bd. 78, S. 85).

[31] Transactions of the Amer. Society of Civil Engineers, 1915, Bd. 78, S. 610.

[32] Transactions of the Amer. Society of Civil Engineers, 1921, Bd. 84, S. 124.

[33] Transactions of the Amer. Society of Civil Engineers, 1921, Bd. 84, S. 71—91.

[34] *A. Rohn:* „Beitrag zur Berechnung massiver Staumauern" Schweizerische Bauzeitung 1922, Bd. 79, S. 126).

[35] *C. H. Howell* and *A. C. Jaquith:* „Analysis of Arch Dams by the Trial Load Method" (Proceedings of the Amer. Society of Civil Engineers 1928, Bd. 54, S. 61—95).

[36] *A. J. Wiley:* in Transactions of the Amer. Society of Civil Engineers 1921, Bd. 81, S. 109.

[37] Transactions of the Amer. Society of Civil Engineers 1927, Bd. 90, S. 567.

[38] *B. A. Smith:* „Arched Dams" (Transactions of the Amer. Society of Civil Engineers 1919—1920, Bd. 83, S. 2027—2093).

[39] Fred. Vogt: „Über die Berechnung der Fundamentdeformation", Oslo 1925.

[40] Transactions of the Amer. Society of Civil Engineers 1927, Bd. 90, S. 554—567.

[41] *H. Juillard:* «Calcul des barrages arqués» (Schweizerische Bauzeitung 1923, Bd. 81, S. 11).

[42] Transactions of the Amer. Society of Civil Engineers 1904, Bd. 53, S. 182.

[43] Engineering News-Record 1926, Bd. 96, S. 865.

[44] *D. C. Henny:* in Transactions of the Amer. Society of Civil Engineers 1915, Bd. 78, S. 685.

[45] Transactions of the Amer. Society of Civil Engineers 1922, Bd. 85, S. 310—320.

[46] Schweizerische Bauzeitung 1923, Bd. 81, S. 21.

[47] *Cam. Guidi:* «Etudes expérimentales sur les constructions en béton armé» (Translated by A. Paris, Lausanne 1927, Bulletin technique de la Suisse romande).

[48] *A. Mesnager* et *J. Veyrier:* «Les barrages-réservoirs à voûtes et à charge fractionnée» (Annales des Travaux Publics de Belgique 1928, S. 219—257).

[49] A. Mesnager: «Les barrages hydrauliques», Paris 1928.

[50] Engineering News-Record 1926, Bd. 97, S. 616.

[51] Der Bauingenieur 1924, S. 382.

Zusammenfassung.

Die Konstruktion der Gewölbemauern hat bis heute eine lange Entwicklung durchgemacht. Auch ihre Theorie, welche mit einer Abhandlung v. J. 1866 beginnt, entwickelte sich von den einfachen Anfängen zu der heutigen bedeutenden Vollkommenheit. Die Gewölbestaumauern werden immer mehr und in immer größeren Abmessungen gebaut; sie sind sehr wichtig für die Sicherheit der unter ihnen liegenden Gegend. Es ist deshalb interessant, die Entwicklung ihrer Theorie zu verfolgen. Es zeigt sich dabei klar, wie der menschliche Gedanke die wahre Bedeutung und Wirkung dieses wichtigen Ingenieurbaues durchdringt.

Am Anfang wurde die Gewölbestaumauer als ein *System von unabhängigen waagerechten Gewölben* angesehen, welche dem Wasserdruck, den eventuellen Temperatureinflüssen und dem Schwinden des Betons widerstehen. Die Grundlage der Theorie ist hier dieselbe wie für gewöhnliche Gewölbe, auf welche lotrechte Lasten wirken. Dennoch aber erfordert die radiale Belastung eine etwas verschiedene und besonders gründliche Berechnung als gewöhnlich bei lotrechten Gewölben. Die Theorie des waagerechten Gewölbes wurde nach und nach vervollkommnet, indem man neben Biegungsmomenten und Normalkräften auch Querkräfte berücksichtigte. Weiterhin ging die Theorie des dünnen Gewölbes in die Theorie des dicken Gewölbes über, zuerst eine angenäherte, dann eine genaue, die auf der mathematischen Elastizitätslehre aufgebaut ist.

Größere Höhen von Staumauern führten zur Notwendigkeit, den Zusammenhang der waagerechten Bogen in lotrechter Richtung zu beachten. Dem entspricht die Theorie der Gewölbestaumauer als ein *System von waagerechten Bogen und lotrechten Freiträgern.* Die Verteilung der Belastung auf beide

Systeme wurde zuerst annähernd bestimmt, indem man die Belastung des Bogens als gleichmäßig annahm. Die Berechnung wurde nach und nach vervollkommnet, sodaß wir heute die genaue Lastverteilung auf Bogen und lotrechte Freiträger zu berechnen vermögen, und zwar für symmetrische wie für unsymmetrische Staumauern.

Das letzte Wort in der Theorie der Gewölbestaumauer ist ihre Berechnung als die einer *elastischen Schale,* welche zuerst in den U.S.A. praktisch ausgearbeitet und dort auch vervollkommnet wurde.

Amerikanische Ingenieure haben außer theoretischen Arbeiten auch praktische *Messungen* in großem Maßstabe durchgeführt und sie mit Messungen an kleinen Modellen verglichen. Diese Versuche klärten manche theoretischen Fragen und versprechen, einen sicheren Weg zur richtigen Bemessung und Konstruktion von Gewölbestaumauern zu zeigen.