

Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH
Kongressbericht

Band: 2 (1936)

Artikel: Sicherheit der Bauwerke

Autor: Lévi, R.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-2676>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 24.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Sicherheit der Bauwerke.

Sécurité des constructions.

The Safety of Structures.

R. Lévi,

Ingénieur en Chef Adjoint au Service de la Voie et des Bâtiments des Chemins de fer de l'Etat, Paris.

Allgemeines.

I. Seit mehreren Jahren hat es sich als notwendig erwiesen, bei Betrachtungen über die Widerstandsfähigkeit von Stäben die plastischen Eigenschaften des Baustoffes zu berücksichtigen.

Die Festigkeitslehre wurde zuerst auf der Annahme aufgebaut, daß einer Zunahme der auf ein System einwirkenden Kräfte auch eine lineare Zunahme der Formänderungen und der Beanspruchungen entspreche.

Die vollkommene elastische Eigenschaft, die hierbei zu Grunde gelegt wird, ist jedoch für alle Baustoffe nur eine erste Annäherung. Diese Annahme wird jedoch immer hinfällig, wenn die Umstände zum Bruch der Bauteile oder mindestens zu außergewöhnlich großen Formänderungen führen.

Die Auswirkungen der plastischen Eigenschaften der Baustoffe sind je nach dem Fall für die Stabilität günstig oder ungünstig.

Während diese Auswirkungen bei einem auf Knicken beanspruchten Stab ungünstig sind, wird im allgemeinen angenommen, daß sie bei statisch unbestimmten Systemen die Stabilität erhöhen.

II. Wir wollen diese Behauptung nachprüfen. Um zu diesem Zweck den Sicherheitsgrad eines Bauwerkes kennen zu lernen, beobachten wir das Verhalten des Bauwerkes gegenüber wachsenden Lasten bis zum Bruch oder zu gefährlichen Verformungen.

Es wird dann nötig, statt des allgemein üblichen Elastizitätsmaßes E des elastischen Bereiches nunmehr Augenblicks-Elastizitätsmaße H' einzuführen, die sehr geringen zusätzlichen Lasten entsprechen. Diese Werte H' sind verschieden von Punkt zu Punkt und werden sogar verschieden sein, je nachdem die betrachtete zusätzliche Last die vorhandene Spannung erhöht oder vermindert.

Es sei hier daran erinnert, daß die Einführung der Augenblicks-Elastizitätsmaße die Ergebnisse der Knickversuche erklärt, die an der Eidgenössischen Technischen Hochschule in Zürich unter Leitung von *M. Roš* durchgeführt wurden.

Die Biegung als Wirkung einer Querkraft in einem an den Enden gedrückten

Stäbe erhöht die Druckbeanspruchung auf der Innenseite und vermindert sie auf der Außenseite (Fig. 1).

Die Spannungs-Dehnungs-Kurve für Schnitte parallel zur Achse ist eine gebrochene Linie (Fig. 2).

Das in die *Euler'sche* Gleichung einzuführende mittlere Elastizitätsmaß ist stets geringer als das gewöhnliche Elastizitätsmaß und zwar so, daß die Grenze

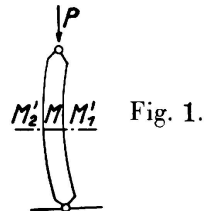


Fig. 1.

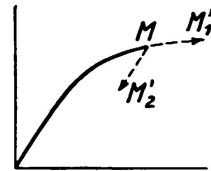


Fig. 2.

schon dann erreicht sein kann, wenn der Druck noch unterhalb der durch die gewöhnliche Rechnung festgelegten Grenze liegt.

Ebenso können sich in einem statisch unbestimmten System die Formänderungen von dem Augenblick an schnell bemerkbar machen, wo die Belastung zum Überschreiten der Elastizitätsgrenze der Baustoffe geführt hat; es ist daher gefährlich, sich mit zu einfachen Annahmen zufrieden zu geben, um den Sicherheitsgrad zu bestimmen.

III. Die folgende Bemerkung ist für die weitere Ausführung richtungsweisend.

Die Beziehung zwischen den Formänderungen eines Bauteiles und den Beanspruchungen stellt eine Eigenschaft des Stoffes dar. Das ist ein dem Baustoff *eigentümliches* Gesetz, das diese Veränderlichen miteinander verbindet (Fig. 3).

In einem Bauwerk aber kann im allgemeinen keine dieser Veränderlichen als etwas Gegebenes betrachtet werden und es ist nicht logischer zu sagen, die Formänderung sei eine Funktion der Belastung, als zu behaupten, daß die Belastung eine Funktion der Formänderung sei.

In Wirklichkeit hängt in einem Teil AB eines bestimmten Bauwerkes das Gleichgewicht zwischen den Formänderungen und den Beanspruchungen nicht

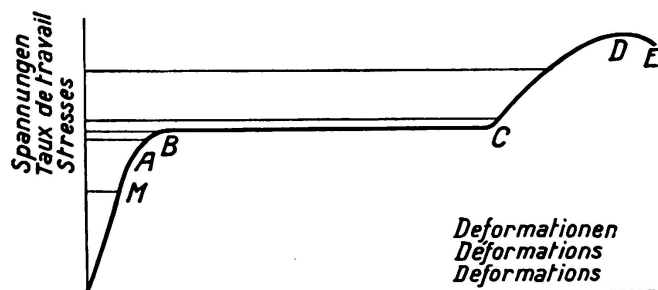


Fig. 3.

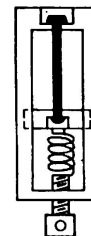


Fig. 4.

nur von der Elastizität des Baustoffes innerhalb des Teiles AB, sondern auch von der Elastizität des Systems außerhalb dieses Teiles ab.

Übt man z. B. auf einem Prüfstab eine Zugkraft mittels einer Schraube unter Zwischenschaltung einer Feder aus (Fig. 4), so deformiert die Zugkraft gleichzeitig den Prüfstab und die Feder. Man muß die Elastizität der letzteren auch kennen, um die Vorgänge im Zugstabe beurteilen zu können. Stellt man die

Formänderungen in Abhängigkeit von den Belastungen graphisch dar, so muß der jeder Schraubenstellung entsprechende Punkt der Kurve mit dem Schnittpunkt zweier, anderer Kurven zusammenfallen, nämlich der Spannungs-Formänderungslinie des Baustoffes (inneres Gesetz) und der vom Werkstoff unabhängigen Kurve (äußeres Gesetz), die aus dem Zusammenhang zwischen der Entfernung der Klemmbanken und der von ihnen übertragenen Kraft entsteht.

Läßt man ebenso auf ein statisch unbestimmtes System wachsende Lasten einwirken und stellt man wieder die Formänderungen des am höchsten beanspruchten Stabes in Abhängigkeit von der Belastung dar, so werden die Punkte dieser Kurve der Reihe nach Schnittpunkte der dem inneren Gesetz des Baustoffes entsprechenden Spannungs-Dehnungslinie mit einer Reihe von Kurven der vom Werkstoff unabhängigen, äußeren Art (Fig. 5). Diese Kurven sind

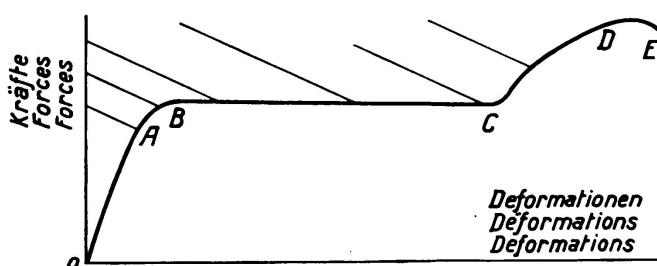


Fig. 5.

geneigt, denn in jedem Falle nimmt die Kraft im Stabe ab, wenn seine Formänderung zunimmt.

Wir vergleichen nun zwei Stäbe aus dem gleichen Metall, von denen der eine Stab einem statisch bestimmten, der andere einem statisch unbestimmten System angehört. Beide Stäbe werden bei einer gewissen niedrigen Belastung gleich beansprucht. Wir nehmen weiter an, daß die Kräfte in den Stäben, wenn sie selbst keine Formänderungen erlitten, proportional den Belastungen sind (Fig. 6).

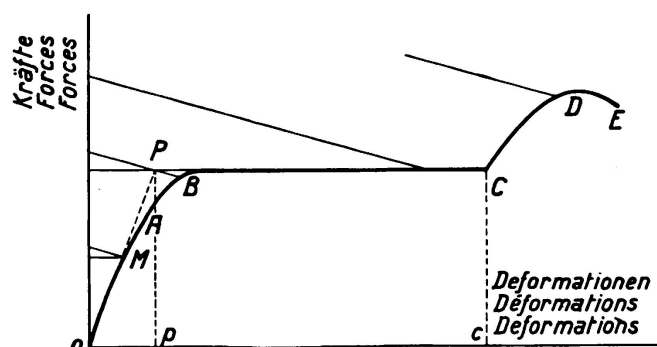


Fig. 6.

Multipliziert man in der Tat die Formänderungen und die Kräfte mit einem bestimmten Faktor, so ersetzt man die zusammenfallenden Punkte M, die den Zustand der Stäbe darstellen, durch einen Punkt P auf dem waagerechten Absatz der Elastizitätskurve, der nahe der Kurve AB liegt. Wenn man die Belastung mit einem kleineren Faktor multipliziert, so befinden sich beide Stäbe unter gleichen Verhältnissen. Multipliziert man aber mit einem größeren Beiwert, so nähert sich der erste Stab (aus dem statisch bestimmten System) sofort dem Bereich CD der großen, bleibenden Formveränderungen, während der zweite Stab zunächst auf dem waagerechten Absatz der Elastizitätsgrenze entlangrückt.

Der Gewinn ist umso größer, je größer das Verhältnis

$$n = \frac{p_c}{p} = \frac{\text{Verformung oberhalb Elastizitätsgrenze}}{\text{elastische Verformung}}$$

ist.

Er ist ebenfalls um so größer, je schneller die vom Werkstoff unabhängige Formänderung des Systems abfällt.

Das Verhältnis n , das in diesen Betrachtungen eine wesentliche Rolle spielt, kann daher als Plastizitätszahl bezeichnet werden.

Für Baustahl von 42/25 kg/2 mm Festigkeit sind die gewöhnlichen, zahlenmäßigen Unterlagen die folgenden:

Die Dehnung bis zum Ende des Fließbereiches mißt 0,027.

Das Elastizitätsmaß ist $22 \cdot 10^3$ kg/2 mm.

Die Elastizitätsgrenze liegt bei 26 kg/qmm.

Daraus folgt:

$$n = \frac{0,027 - \frac{26}{22000}}{\frac{26}{22000}} = 22$$

IV. Die vorstehenden Betrachtungen können nicht nur auf statisch unbestimmte Systeme angewendet werden, bei denen die Kräfteverteilung nur mit Hilfe der Formänderungen bestimmt werden kann; sondern auch bei den auf Biegung beanspruchten Teilen statisch bestimmter Systeme. Die Plastizität wirkt sich dann bei der Verteilung der Spannungen in einem Querschnitt aus.

Abschließend stellen wir fest: Wenn die Beanspruchungen in einem statisch unbestimmten Bauwerk oder in einem auf Biegung beanspruchten Bauteil anwachsen, so erleiden die am höchsten beanspruchten Zonen plastische Formänderungen von dem Augenblick ab, wo in ihnen die Elastizitätsgrenze erreicht ist. Die Belastungsverhältnisse des Bauwerkes können sich dann noch verschärfen, ohne daß die Spannung in den am höchsten beanspruchten Zonen zunimmt.

Diese Eigenschaft nennen wir Plastizität.

Die plastische Formänderung, die an der Elastizitätsgrenze auftritt, ist das Ergebnis der Zahl n und hängt von der Natur des Metalles und der elastischen Formänderung ab, die der Elastizitätsgrenze entspricht. Diese Zahl ist im allgemeinen rund 22.

Der Unterschied zwischen der Last, unter der die Elastizitätsgrenze erreicht ist, und der Last, unter der diese Grenze überschritten wird, ist im Verhältnis um so viel größer als die Zahl n größer ist. Er ist auch um so größer als das Stück oder ein Element des Stückes, das dem Strecken unterworfen ist, einer Beanspruchung unterliegt, die schneller abnimmt als die Formänderung.

Einfluß einer unveränderlichen Last.

Wir betrachten mehrere parallele Stäbe B , deren Enden starr miteinander verbunden sind, sodaß die Längenänderungen bei den einzelnen Stäben gleich groß

sind und bringen an das Ganze eine sich stetig steigernde Belastung F an. Der der Spannung $\frac{f_1}{s}$ der Dehnung eines bestimmten Stabes B_1 entsprechende Punkt durchläuft einen Teil der für das Metall charakteristischen Spannungs-Dehnungskurve. Ist H die Funktion, die $\frac{f}{s}$ in Abhängigkeit von der spezifischen Verlängerung darstellt, so lautet das vorhererwähnte, dem Baustoff innewohnende (innere) Gesetz:

$$\frac{d f_1}{s} = H'_1 \frac{d l}{l} \quad (1)$$

Das vom Werkstoff unabhängige (äußere) Gesetz erhält man durch Addieren der inneren Gesetze der anderen Stäbe.

Oder einfacher ausgedrückt: man addiert Glied für Glied der für sämtliche Stäbe angeschriebenen Gleichungen (1) und erhält:

$$dF = d l \sum \frac{s \cdot H'}{l} \quad (2)$$

Für den in Betracht kommenden Stab drückt sich die Größe der von ihm aufgenommenen Zusatzbeanspruchung durch folgendes Verhältnis aus:

$$\frac{d f_1}{d F} = \frac{s \cdot H'_1}{\sum s \cdot H'} \quad (3)$$

Dieser Anteil ist natürlich konstant, wenn die Kurvenpunkte aller Stäbe sich decken. Das ist aber nur dann der Fall, wenn alle Stäbe an ihren Enden ohne innere Beanspruchungen befestigt worden sind.

Es ist *anders*, wenn:

- a) Unterschiede in der Länge der verschiedenen Stäbe, im neutralen Zustande gemessen, oder in den Abständen ihrer Befestigungen bestehen,
- b) verschiedene Stäbe Zugspannungen unterworfen wurden, bevor sie mit den anderen starr verbunden worden waren,

oder wenn beide Bedingungen zugleich erfüllt sind. Die charakteristischen Punkte beschreiben dann dieselbe Kurve, ohne sich zu vereinigen. Aber nach dem früher Gesagten bleiben die Längenunterschiede, d. h. auch die Unterschiede der Abzissen, aufrecht erhalten.

Die aus III. sich ergebende, anteilige Zusatzbelastung für den am meisten deformierten Stab nimmt ab, wenn sich die Beanspruchung dieses Stabes der Elastizitätsgrenze nähert. Dasselbe gilt dann auch für die anderen Stäbe, bis die Elastizitätsgrenze überall erreicht ist. Die Zusatzbelastungen werden nachher wieder von den am meisten verformten Stäben aufgenommen.

Da die Zahl n sehr groß ist, wird in praktischen Fällen die Gleichheit in der Tat hergestellt, d. h. die am wenigsten belasteten Stäbe erreichen die Elastizitätsgrenze, bevor die Belastung der am meisten belasteten Stäbe wieder zu wachsen beginnt.

Vergleicht man dieses Ergebnis mit dem der Elastizitätstheorie, so sieht man sofort, daß die Streckung des Metalles eine Vereinfachung des Vorganges der

Formänderung mit sich bringt. Sie gleicht die Spannungen aus und macht die Bedingung der Überschreitung der Elastizitätsgrenze unabhängig von den ursprünglichen Bedingungen.

Was die oben angegebene Ausnahme betrifft, so würde sie nur auftreten, wenn der am meisten belastete Stab die Elastizitätsgrenze N überschreitet, bevor der am wenigsten belastete Stab sie erreicht. Das würde bedeuten, daß die Unterschiede zwischen den verhältnismäßigen Dehnungen die Länge des Fließbereiches BC der eingangs beschriebenen Kurve überschreiten würden, d. h. den Wert von ungefähr n mal die elastische Dehnung $\frac{N}{E}$ an der Elastizitätsgrenze. Ein derartiger Fall kann aber als außergewöhnlich und unzulässig betrachtet werden.

II. Das Vorhergehende findet ohne Einschränkung Anwendung auf Teile, die wirklich „parallel“ miteinander verbunden sind, wie z. B. die Kopfplatten eines Trägers. Montage-Fehler haben keine Rückwirkung auf deren Widerstandsfähigkeit an der elastischen Grenze. Dasselbe gilt von Stäben in Gitterträgern, die im gleichen oder im entgegengesetzten Sinne angeordnet sind.

Es gilt sogar, wenn ein Gitterträger durch Stäbe im spannungslosen Zustand verstärkt wird.

III. Ein allgemeinerer Fall liegt vor, wenn miteinander verbundene Stäbe sich ungleichmäßig, aber nach festen Verhältnissen verformen. Dann ist

$$\frac{d l_1}{l_1 \beta_1} = \frac{d l_2}{l_2 \beta_2} = \dots = d \alpha \quad (4)$$

wobei α ein veränderlicher Parameter und die β die Konstanten sind.

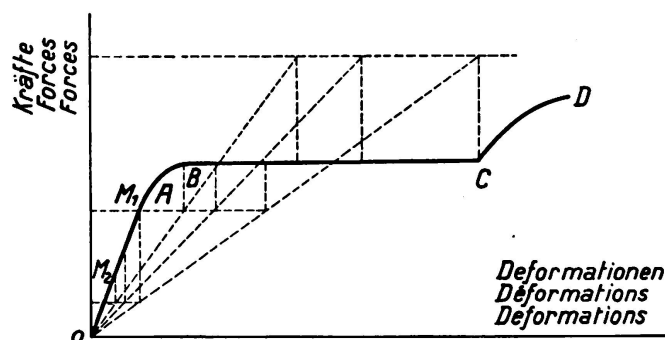


Fig. 7.

Die geometrische Konstruktion der Fig. 7 zeigt, wie die Beanspruchungen der verschiedenen Teile voneinander abhängen.

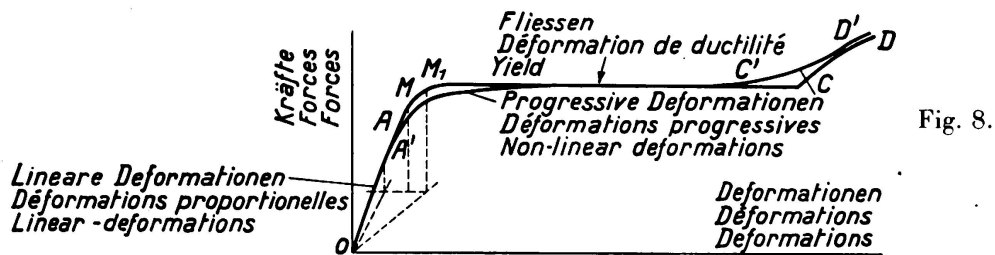
Der zusätzliche Betrag der Beanspruchung, der vom Stabe B aufgenommen wird, ist:

$$\frac{d f_1}{d F} = \frac{s_1 \frac{\beta_1 H'_1}{l_1}}{\sum s \cdot \frac{\beta \cdot H'}{l}} \quad (5)$$

Der am wenigsten verformte Stab erreicht die Elastizitätsgrenze, bevor sie von dem am meisten verformten Stab überschritten wird, wenn das Verhältnis ihrer Dehnungen geringer als $n + 1$ ist.

Die Tatsache, daß das Plastizitätsmaß sehr groß ist, hat also noch zur Folge, daß der Ausgleich der Spannungen sich in sehr allgemeiner Weise im Fließbereich vollzieht.

Die Fig. 8 zeigt dann die Art, in der sich der abgegliche Mittelwert der Formänderungen in Abhängigkeit vom abgeglichenen Mittelwert der Beanspruchungen ändert. Die so erhaltene Kurve weist größere Abrundungen als die wirkliche Kurve der Formänderung auf.



Bezeichnet K das Verhältnis der mittleren Dehnung zur Dehnung des am meisten belasteten Stabes, so wird die Bedingung, daß sich die Beanspruchungen bei der Elastizitätsgrenze ausgleichen, annähernd wie folgt ausgedrückt:

$$\frac{1}{2k-1} < n+1. \quad (6)$$

IV. Aus dieser Untersuchung folgt, daß man sich einer, im allgemeinen nicht zulässigen Annäherung bedient, wenn man jedem Stück die gleiche Beanspruchung überträgt, daß aber an der Elastizitätsgrenze diese Annäherung zulässig wird.

Diese Berechnung läuft darauf hinaus, daß für jedes Stück eine wohlbestimmte Grenzbelastung vorausgesetzt wird und somit eine Ansicht gerechtfertigt wird, die zwar oft als zu einfach betrachtet wird, wonach jedes Stück oder jeder Teil seine Widerstandsfähigkeit besitzt, und wobei die Fähigkeit des Ganzen gleich der Summe der einzelnen Widerstandsvermögen ist.

Diese Methode, die namentlich bei der Berechnung von Verbindungen angewendet wird, rechtfertigt sich also bis zu einem gewissen Grade, wenn die verschiedenen Einzelteile unter nicht allzu ungleichen Bedingungen arbeiten.

V. Es ist zweckmäßig von nun an zu prüfen, ob die Berücksichtigung der Plastizität bei der Berechnung die Sicherheit nicht herabmindert.

Unter Sicherheit verstehen wir entweder die Gewähr gegen die Einsturzgefahr des Bauwerkes oder gegen zu große Formänderungen, die das Bauwerk für seine Zwecke ungeeignet machen. Das Knicken betrifft die eine oder andere der beiden Möglichkeiten.

Auf alle Fälle wird die Sicherheit durch eine Zahl gekennzeichnet und man kann sie nicht besser definieren, als wenn man sie als jene Zahl bezeichnet, mit der man die Lasten multiplizieren muß, um eine gefahrdrohende Lage zu erhalten. Daraus folgt, daß, wenn M der Höchstwert ist, den man für die mittlere Beanspruchung festgesetzt hat, der Sicherheitsgrad gegenüber dem Überschreiten der Elastizitätsgrenze N jetzt N:M ist.

VI. Wenn wir den Fall der Knickung unterhalb der Elastizitätsgrenze außer acht lassen, können wir zwei Fälle unterscheiden:

a) die Knickgrenze Φ , die nur wenig höher als die Elastizitätsgrenze N liegt.

In diesem Falle werden die Belastungsüberschüsse, sobald die Belastungen die der Höhe der Elastizitätsgrenze entsprechenden Beanspruchungen überschritten haben, ausschließlich auf einen, dann zwei usw. Stäbe übertragen.

Der Betrag, um den die bereits vorhandenen Belastungen zu erhöhen sind, damit der am meisten belastete Stab die Knickgrenze Φ erreicht, kann daher außergewöhnlich gering sein wie es die Konstruktion der mittleren Beanspruchung in Fig. 9 zeigt, die dieser Möglichkeit entspricht.

Es ist also notwendig, besonders vorsichtig zu sein und als mittlere Beanspruchung eine Grenze zuzulassen, die so zu berechnen ist, als ob die Knickgrenze gleich der Elastizitätsgrenze wäre.

b) Fälle, wo alle Stäbe gezogen werden oder wo die Knickgrenze nahe der Bruchgrenze liegt.

Es kann dann vorkommen, daß wenn der charakteristische Punkt K_1 des am meisten belasteten Stabes seine gefährliche Grenze Φ_1 erreicht, die anderen charakteristischen Punkte alle auf der Kurve $C \Phi_1$ liegen. Dieses ist dann allgemein der Fall, wenn das Verhältnis der größten plastischen Verlängerung zur gefährlichen Verlängerung kleiner als $2k - 1$ ist.

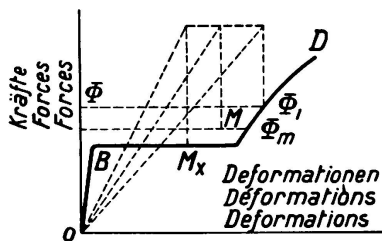


Fig. 9.

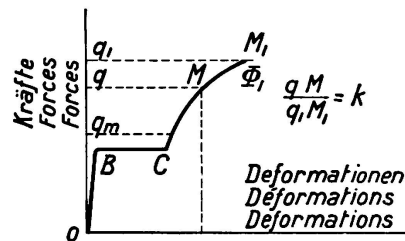


Fig. 10.

Dann ist der Schwerpunkt M der charakteristischen Punkte sehr nahe an der Kurve $C \Phi_1$ selber (Fig. 10). In angenäherter Weise kann man daher den gefährlichen Wert der mittleren Beanspruchung als denjenigen bezeichnen, der auf der Formänderungskurve der k -fachen gefährlichen Verlängerung entspricht.

Wenn das erfüllt ist, können die Sicherheitswerte einer Gruppe gemeinsam arbeitender Stäbe folgendermaßen erklärt werden: Die Widerstandsbedingungen des am meisten belasteten Stabes sind ziemlich die gleichen wie die eines gedachten Stabes mit mittlerer Belastung, dessen Knick- oder Bruchgrenze aber abgemindert ist.

Liegt die wirkliche Knickgrenze nicht viel höher als die Elastizitätsgrenze, so muß die Bruchgrenze des angenommenen Stabes noch näher an letzterer liegen.

Liegt die Knickgrenze hoch oder werden alle Stäbe gezogen, so muß man die gefährliche Dehnung mit k multiplizieren, um auf der Formänderungskurve die gefährliche Beanspruchung zu finden.

In allen Fällen muß der Sicherheitsbeiwert gegenüber Knickung oder Bruch gleich dem Verhältnis aus der so bestimmten Grenze und der mittleren Beanspruchung genommen werden.

Daraus kann man ableiten, daß, wenn ein statisch unbestimmtes System demjenigen ähnelt, das wir untersucht haben und wenn große Formänderungen in Erscheinung getreten sind, der noch vorhandene Sicherheitsgrad kleiner ist als der einer statisch bestimmten Konstruktion, unter sonst gleichen Umständen.

VII. Diese Grundsätze kann man auf ein mit Nietlöchern versehenes Blech anwenden, indem man es mit einem Bündel aus Fasern vergleicht.

Man kann als feststehend annehmen, daß in der Nähe der Nietlöcher die örtlichen Formänderungen im Verhältnis 1 : 3 größer geworden sind. Der Beiwert k ist also gleich $1/3$.

Folglich wird die Bruchgrenze an den Rändern der Nietlöcher erreicht, das heißt, daß dort Reißbildungen bei einem kritischen Wert der mittleren Beanspruchung auftreten, die man errechnen kann, wenn man die der Bruchgrenze entsprechende Dehnung mit $k = 1/3$ multipliziert.

Bei den üblichen Baustählen findet man so eine Beanspruchung von etwa $4/5$ der Bruchgrenze.

VIII. Wir wollen nunmehr an einigen Beispielen den Fall der statisch unbestimmten Parallelträger untersuchen.

- a) Träger mit konstantem Gurtquerschnitt, an einem Ende eingespannt und am andern Ende frei gestützt mit Diagonalen unter 45° (Fig. 11).

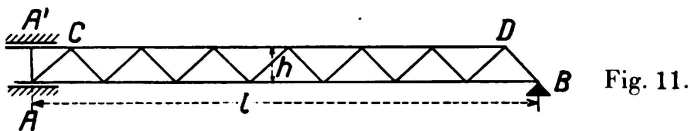


Fig. 11.

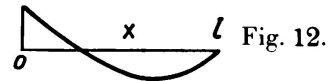


Fig. 12.

Bei steigender Belastung erreicht im allgemeinen der Stab $A'C$ zuerst die Elastizitätsgrenze. Der übrige Teil des Trägers verhält sich dann wie ein statisch bestimmtes System $ACBD$, das einer nach CA' gerichteten Kraft sN ausgesetzt ist.

Das Stützmoment ist:

$$M_o = s \cdot N \cdot h \quad (7)$$

Das Balkenmoment ist

$$M = \mu - s N h \frac{1-x}{l} \quad (8)$$

wobei μ das Moment des Balkens auf zwei gewöhnlichen Stützen ist.

Steigt die Belastung weiter, so wachsen auch die Formänderungen und erreichen einerseits im Fachwerkträger die Elastizitätsgrenze und andererseits im Stab $A'C$ die obere Grenze der Plastizität. Im allgemeinen wird letztere auch zuletzt erreicht; in diesem Falle wird die Elastizitätsgrenze im Balken erreicht wenn der Größtwert von (8) gleich dem Stützmoment (7) mit umgekehrtem Vorzeichen ist. Wirkt auf den Träger eine gleichmäßig verteilte oder eine veränderliche Einzellast, so ist das Größtmoment, dem der am meisten belastete Querschnitt des Balkens widerstehen kann, genau $\frac{4}{583}$, d. h. rund $2/3$ des Höchstmoments des gleichen Trägers auf zwei einfachen Stützen (Fig. 12).

Es ist jedoch festzustellen, ob die Formänderung des Stabes $A'C$ unter diesen Bedingungen nicht die höchste Formänderung der Plastizität überschreitet.

Man erhält sie, indem man die Verdrehung ω'_0 der neutralen Faser des Balkens in der Nähe von A berechnet. Es ist

$$\omega'_0 = \omega_0 - \int_0^1 \frac{s N h}{E J} \frac{(1-x)^2}{l^2} dx = \omega_0 - \frac{s N h l}{3 E J} = \omega_0 - \frac{2 l N}{3 E h} \quad (9)$$

Darin ist ω_0 die Auflagerdrehung des Balkens auf zwei Stützen.

Da die Füllstäbe unter 45° liegen, stellt ω'_0 auch die verhältnismäßige Dehnung von $A' C = h$ dar. Mithin ist:

$$\omega_0 - \frac{2 l N}{3 h E} < (n+1) \frac{N}{E} \quad (10)$$

Setzt man für ω_0 den Wert ein, der der gleichmäßig verteilten Höchstlast entspricht, so wird:

$$\frac{l N}{3 h E} - \frac{2 l N}{3 h E} < (n+1) \frac{N}{E}$$

oder

$$\frac{l}{h} < 3 (n+1) \quad (11)$$

Dieser Ungleichung genügen tatsächlich die Träger üblicher Abmessung aus handelsüblichen Stählen.

b) Gleicher Balken über zwei Felder durchlaufend.

Der Fall ist der gleiche, wobei der Querschnitt über der Mittelstütze die Rolle der Einspannstelle spielt.

Liegen anderseits die Stützpunkte nicht in gleicher Höhe, so tritt ein Korrekturglied hinzu, das den Wert des ersten Gliedes der Gleichung (11) vermehren kann, aber im allgemeinen zu klein ist, um die Ungleichung umzukehren.

c) Balken an beiden Enden eingespannt oder Mittelfeld bei drei Öffnungen, sonst wie vor.

In diesen beiden Fällen erhält man den Ausgleich der Momente über den Stützen und im Feld durch Halbierung des Größtmomentes des Trägers auf zwei einfachen Stützen. Die Gleichung (11) wird durch die folgende ersetzt, die noch leichter erfüllt wird:

$$\frac{l}{h} < 6 (n+1) \quad (12)$$

Wenn man von Ausnahmefällen absieht und den Balken auf gleiche Momente im Feld und auf Zwischenstützen rechnet und als Höchstbeanspruchung π zuläßt, so ist die Sicherheit gegen Überschreiten der Elastizitätsgrenze N gleich N/π .

IX. Wir wollen nun den vollwandigen Träger mit konstantem Querschnitt untersuchen, der entweder über mehrere Stützen durchläuft oder wenigstens über einer seiner Stützen eingespannt ist.

Die Steigerung der Belastung bringt die Beanspruchung an die Elastizitätsgrenze in der Nähe der Zwischenstützen. Dann wächst der so plastisch ge-

machte Bereich. Nachher tritt in einem mittleren Teil des Feldes eine plastische Formänderung auf. Aber es ist nicht selbstverständlich, daß diese Erscheinung dem Belastungsfall vorangeht, für den die erste plastische Zone die Elastizitätsgrenze überschreitet. Um das zu bestimmen, muß man die Ausdehnung dieser Zone untersuchen.

Man muß dabei daran denken, daß in einem geraden Querschnitt, der sogar teilweise von der Plastizität erreicht ist, das Gesetz der verhältnismäßigen Formänderungen der Längsfasern in Bezug auf den Abstand zur neutralen Faser linear bleibt.

Es sei 0 ein Punkt der neutralen Faser. Dann tragen wir in der Trägerebene das Spannungs-Dehnungs-Diagramm in einem beliebigen Maßstabe auf. Projiziert man in Richtung der Abszisse x einen Punkt des Querschnittes auf eine bestimmte Gerade OD , dann in Richtung der Ordinate y von da aus auf obiges Diagramm, so erhält man den Wert der entsprechenden Beanspruchung (Fig. 13).

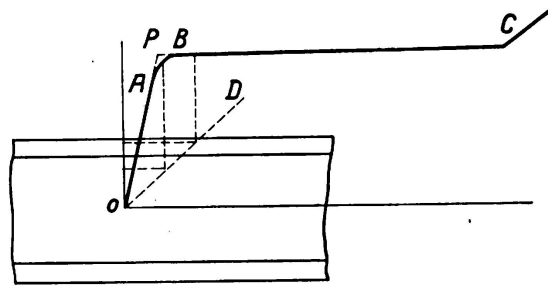


Fig. 13.

Steigt das Bieugungsmoment, so dreht sich die Gerade OD im Uhrzeigersinn. Es ändert sich von der Größe M_0 zur Größe M_1 in der plastischen Zone, während der Punkt B der Kurve, der mit dem Punkt P gleichgesetzt werden kann, sich nach C verschiebt. Es wird ziemlich genau

$$M_0 = \int 2 \frac{N v^2}{h} d\sigma = N \int \frac{2 v^2}{h} d\sigma \quad (13)$$

und

$$M_1 = \int N v d\sigma = N \int v d\sigma \quad (14)$$

Dabei ist v der Abstand bis zur neutralen Faser und $d\sigma$ das Querschnittselement.

Der Unterschied ist

$$M_1 - M_0 = N \int 2 \frac{v}{h} \left(\frac{h}{2} - v \right) d\sigma \quad (15)$$

und kann auf den Wert des Integrals für den Steg allein beschränkt werden.

Ist b seine Stärke, dann wird

$$M_1 - M_0 = N \frac{b h^2}{12} \quad (16)$$

Zwischen den beiden Werten M_0 und M_1 ändert sich das Moment nach einem parabolischen Gesetz in Abhängigkeit der Höhe Z des nicht plastischen Teiles.

$$M = M_0 + \frac{N b}{12} (h^2 - Z^2) \quad (17)$$

Die Änderung des Biegemomentes liefert also die Form der Grenzlinie der plastischen Zone. Sie ist parabolisch, wenn die Querkraft konstant ist und gerade, wenn sich die Querkraft geradlinig ändert.

Der plastische Bereich ist am größten, wenn er, wie in Fig. 14 angegeben, begrenzt wird.

Es ist

$$d = \frac{b h^2 N}{12 T} \quad (18)$$

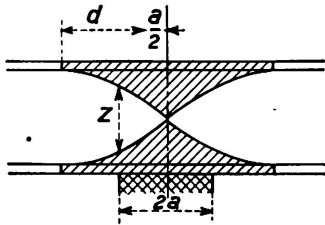


Fig. 14.

Wir wollen voraussetzen, daß die Stärke des Steges so berechnet ist, daß bei einer Querkraft T die Elastizitätsgrenze erreicht ist, d. h. es sei genau $b h N = T$.

Aus Gleichung (18) folgt, daß die halbe Länge der plastischen Zone

$$d + \frac{a}{2} = \frac{h}{12} + \frac{a}{2} \quad (19)$$

wird.

Wir stellen also fest, daß die Länge des plastisch verformten Teiles des Balkens nur einen kleinen Bruchteil seiner Höhe beträgt. Die Bedingung (11) muß also durch eine andere ersetzt werden, die schwerer zu erfüllen ist.

$$\frac{b h^2 N}{12 T} + \frac{a}{2} > \frac{1}{3(n+1)} \quad (20)$$

Wenn der Steg ganz genau bemessen wird, würde diese Bedingung dazu führen, mit der Trägerhöhe nicht unter $1/6$ der Stützweite zu gehen, da sonst die Elastizitätsgrenze an der Stütze überschritten würde, bevor sie im Felde erreicht wäre.

Daraus folgt, daß nur die Plastizität der durchlaufenden Balken über den Stützen auszunützen, der Steg umsomehr verstärkt werden muß, je dünner der Balken ist. Diese Verstärkung muß sich auf etwa $1/60$ der Spannweite erstrecken.

Im Gegenfalle dreht sich der Träger sozusagen auf der Stütze; im äußersten Falle besteht die Neigung zu einem Bruch im Querschnitt des Trägers, wenn das Stegblech zu schwach ist.

Vom Standpunkte der Plastizität bieten also die Verstärkungen des Stegbleches und die Versteifungen in der Nähe der Stützen ein besonderes Interesse und verdienen in der Nähe der Einspannstellen und Zwischenstützen ausführlich behandelt zu werden.

X. Es ist nützlich sich nicht nur mit der Gefahr großer Formänderungen der Balken zu beschäftigen, die entstehen würden, wenn die Elastizitätsgrenze an mehreren Stellen überschritten ist, sondern auch mit der Gefahr des Bruches, jedoch ohne dieser Gefahr eine größere Bedeutung beizumessen als sie durch die besonderen Bedingungen der Konstruktion berechtigt ist.

Zu dem Zweck wollen wir die bei einer geringeren Vermehrung der Lasten

auftretende Änderung δM des Biegemomentes betrachten. Die Änderung der Krümmung wird ausgedrückt durch:

$$\delta \left(\frac{d^2 u}{dx^2} \right) = \frac{\delta M}{H' J} \quad (21)$$

Der Beiwert H' ist nichts anderes als der Augenblicks-Elastizitätskoeffizient der Gurtungen, wenn es sich um einen Balken ohne Steg handelt. Wenn der Steg die Biegung beeinflußt, wird der Ausdruck $H' J$ als die Summe der mit den entsprechenden H' multiplizierten der Querschnittelementen bezeichnet.

Wir wollen als Beispiel den Fall eines an seinen zwei Enden eingespannten Trägers betrachten. Da die Drehung an jedem Ende gleich Null ist, wird:

$$0 = \int \delta \left(\frac{d^2 u}{dx^2} \right) dx = \int \frac{\delta M}{H' J} dx \quad (22)$$

Nun ist aber M die Summe des Stützmomentes ($-M_0$) und des Momentes μ , das im einfachen Balken bestehen würde.

Man hat also

$$\delta M_0 \int \frac{dx}{H' J} = \int \frac{\delta \mu}{H' J} dx$$

oder

$$\delta M_0 = \frac{\int \frac{\delta \mu}{H' J} dx}{\int \frac{1}{H' J} dx} \quad (23)$$

Dieser Ausdruck nähert sich der Gleichung (3), die sich auf parallel verbundene Stäbe bezieht. Hier sind die auf Biegung beanspruchten Querschnitte hintereinander angeordnet; daraus erklärt es sich, daß die Beiwerte H' vom Zähler nach dem Nenner übergehen.

Die allgemeine Gleichung (23) erlaubt es uns die Erörterung der folgenden Fälle wieder aufzunehmen:

Zustand der Elastizität:

H' ist überall gleich E . Es wird einfach:

$$\delta M_0 = \int \frac{\delta \mu}{I} dx \quad (24)$$

Zustand der Plastizität über den Stützen:

Da H' über den Stützen verschwindet, liefern die den Stützen benachbarten Abschnitte in den Integralen vorherrschende Ausdrücke, die im Zähler mit sehr kleinen Werten $\delta \mu$ zu multiplizieren sind. Der Bruch wird annähernd

$$\delta M_0 \approx 0. \quad (25)$$

Zustand der Plastizität in den Feldern:

Da H' in einer Zone zu Null wird, wo die Änderung $\delta \mu_c$ nicht Null ist, entsteht als Bruch der vorherrschenden Ausdrücke in den beiden Integralen der Gleichung (23) jetzt

$$\delta M_0 = \delta \mu_c$$

Man hat also

$$\delta M_0 = -\delta M_0 + \delta \mu_c = 0. \quad (26)$$

Zustand der großen Formänderungen:

Die plastischen Zonen breiten sich von den Teilen aus, in denen die Elastizitätsgrenze überschritten ist. Man kann feststellen, daß der Wert $\frac{\delta M_0}{\delta \mu_c}$ kleiner wird ohne bis zur Größe von $1/2$ wie im Falle des statisch bestimmten Trägers herabzusinken.

In der Fig. 15 sind die Veränderungen der Beanspruchungen in Abhängigkeit von den Belastungen dargestellt.

Ebenso ist bei einem Träger mit einer Zwischenstütze der Grad der Veränderung nach dem Ausgleich 1,5 mal so groß, als er vorher im Durchschnitt

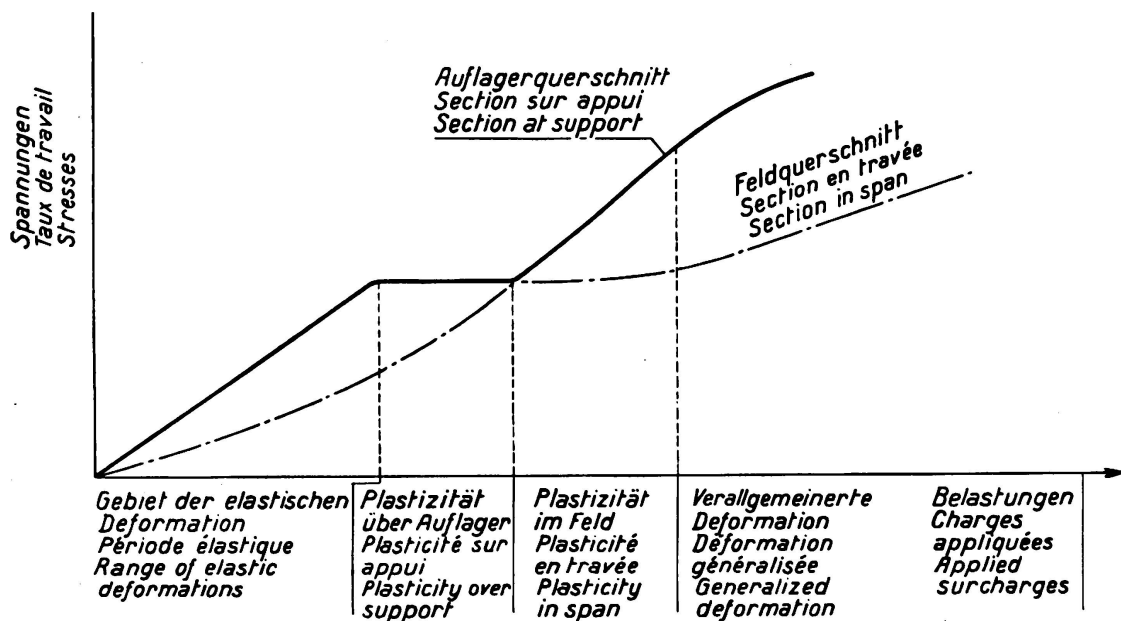


Fig. 15.

war. Er ist gleich dem umgekehrten Werte des Verhältnisses des Biegemomentes, welches bei der Ausgleichung der Momente auftritt, zum Biegemoment, das ohne Kontinuität bestehen würde. Mit anderen Worten: Wenn die Plastizität zuerst die Beanspruchung über den Stützen vermindert, so wirkt sie sich nachher im entgegengesetzten Sinne aus.

Man sieht schließlich, daß die Beanspruchung über den Stützen die Knickgrenze Φ des Druck-Gurtes bei einer Erhöhung der Belastungen im Verhältnis $\frac{N + \Phi}{2\pi}$ im Falle von zwei Zwischenstützen erreicht und von $\frac{N + 2\Phi}{3\pi}$ bei nur einer Zwischenstütze.

Wenn man demzufolge den Höchstwert π der Beanspruchungen in einem Balken mit ein oder mehreren Zwischenstützen bestimmt, in der Annahme, daß sie sich in der größtmöglichen Anzahl von Querschnitten ausgleichen, so ist der Sicherheitsgrad gegen Überschreitung der Elastizitätsgrenze N tatsächlich N/π .

Der Sicherheitsgrad gegen Knicken im Druckgurt ist zwischen dem vorhergehenden und dem Verhältnis Φ/π .

Die Spanne zwischen diesen beiden Sicherheitsbeiwerten muß im gleichen Verhältnis vermindert werden, wie das größte Moment im Felde sich zu dem Moment des gleichen Balkens auf einfachen Stützen verhält.

XI. Der Fall der statisch unbestimmten Bögen liegt ähnlich wie bei den durchlaufenden oder eingespannten Trägern.

Indessen wollen wir nachprüfen, was in dem Querschnitt vor sich geht, wo die Beanspruchung am größten ist, wenn die Drucklinie durch den Schwerpunkt des Querschnittes geht. Wenn die Belastungen steigen, überschreitet die normale Beanspruchung die Elastizitätsgrenze sehr bald, nachdem sie diese erreicht hat. Dem Bogen nützt dann die Plastizität nichts, wenn seine Querschnitte mit geringerer Widerstandskraft nicht auf Biegung beansprucht werden. Dieses tritt übrigens für verschiedene Belastungsfälle in parabelförmigen Bögen, in eingespannten Bögen, die im Viertel dünner werden und in Zweigelenkbögen, die in Scheitel dünner werden ein.

Außer diesem Fall wird die Elastizitätsgrenze nicht gleichzeitig in allen Punkten des am meisten beanspruchten Querschnittes erreicht. Denken wir uns z. B. den Bogen mit zwei Gurtungen. Wenn der Querschnitt einer Gurtung plastisch ist, bringt das Anwachsen der Lasten nur zusätzliche Belastung in der anderen Gurtung, d. h. die Drucklinie, die den zusätzlichen Lasten entspricht, geht durch sie hindurch (Fig. 16).

Ganz allgemein bewirkt die Plastizität, daß sich die Drucklinie dem Schwerpunkt der plastisch beanspruchten Schnitte nähert (Fig. 17).

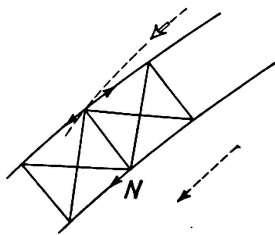


Fig. 16.

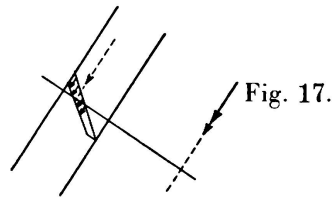


Fig. 17.

Hier entspricht die Spanne zwischen dem Augenblick, wo die erste Zone plastisch erscheint und dem, wo der ganze Querschnitt die Elastizitätsgrenze erreicht hat, einem Anwachsen der Lasten, das beträchtlich sein kann; in der gleichen Zeit dehnt sich die Plastizität längs des Bogens aus:

Ein Bogen kann daher in den Zonen geringerer Widerstandsfähigkeit große Formänderungen ohne Überschreiten der Elastizitätsgrenze erleiden, vorausgesetzt, daß die Drucklinie nicht durch den Schwerpunkt dieser Schnitte verläuft. Während dieser Formänderung verhält sich der Bogen so, als ob er dort gelenkig wäre.

Von außergewöhnlichen Fällen abgesehen, wird die Elastizitätsgrenze nach und nach erreicht, ohne daß sie in n -Punkten überschritten wird, wenn n der Grad der statischen Unbestimmtheit für eine gewisse Belastung ist.

Um diese n -Querschnitte zu finden und zu gleicher Zeit einen Belastungsfall in Beziehung zu der angenommenen Sicherheitsbeanspruchung π zu bringen, ist es notwendig mit aufeinanderfolgenden Voraussetzungen zu arbeiten:

1. Wir suchen die unter der gegebenen Last (verteilte Last oder Einzellast) gefährdetsten Querschnitte unter Zulassung elastischer Deformationen.

2. Bestimmung der Laststärke, bei der die Sicherheitsgrenze π in diesen Querschnitten erreicht ist.
3. Abschätzung des Einflusses von zusätzlichen, allein betrachteten Belastungen auf die anderen Querschnitte unter der Annahme, daß ihre Drucklinie durch die Hälfte der oben gefundenen Querschnitte geht, die den am meisten belasteten Punkten gegenüberliegt.
4. Bestimmung der Laststärke, für die die Summe der unter 1 und 3 definierten Beanspruchungen als Maximum den Wert π erreicht.

Die Querschnitte, in denen dieser Höchstwert auftritt und die vorher ermittelten Querschnitte gelten als diejenigen, die unter den betrachteten Belastungen die Sicherheitsgrenze π erreichen.

Der Sicherheitsgrad gegenüber dem Überschreiten der Elastizitätsgrenze N ist dann gleich N/π , da eine Erhöhung der Lasten in diesem Verhältnis bewirkt, daß nacheinander die zuerst beschriebenen Querschnitte und dann die anderen die Elastizitätsgrenze erreichen.

Bei einem erneuten Anwachsen der Lasten steigen die Beanspruchungen im gesamten Bogen an, außer in den durch die Plastizität zuerst erreichten Gebieten.

Infolgedessen wird die Bruchgrenze bei einer neuen Erhöhung der Lasten $\frac{R}{N} < \frac{R}{\pi}$ erreicht, d. h. der Sicherheitsbeiwert gegenüber Bruch liegt zwischen dem Verhältnis N/π und R/π .

XII. Die Verallgemeinerung der obigen Ergebnisse erfordert große Vorsicht.

Die Anzahl der Stäbe, die fortfallen können, darf nicht als der Grad der statischen Unbestimmtheit des Gesamtbauwerkes angesehen werden. Letztere Zahl darf nur bei der Anwendung der Plastizitätstheorie in Rechnung gestellt werden.

Im Auslegersystem der Fig. 18 z. B. wäre es nicht zulässig den Ausgleich der Momente über der Zwischenstütze B und im Feld A B anzunehmen, selbst

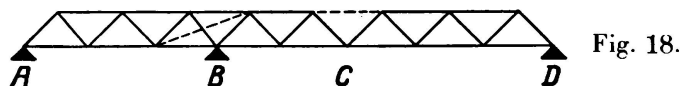


Fig. 18.

wenn ein hinzugefügter Schrägstab den Balken A B C statisch unbestimmt machen würde. Das ganze Fachwerk wird nur statisch unbestimmt und die Plastizitätstheorie ist nur anwendbar, wenn man gegenüber dem Knotenpunkt C einen Stab einfügt.

Andererseits ist es bei verwickelten Systemen von Bedeutung allmählich vorzugehen, um die Querschnitte, die nacheinander durch die Plastizität erreicht werden, festzulegen.

Endlich ist sorgfältig nachzuprüfen, ob die durch die Plastizität beeinflussten Zonen nicht imstande sind einen Bruch der neutralen Faser herbeizuführen, bevor die Elastizitätsgrenze in den anderen betrachteten Querschnitten erreicht sei. Außerdem soll man daran denken, daß die bei den Berechnungen über die Plastizität zugelassenen Beanspruchungen nur als Vergleichsbasis für die Bestimmung der Sicherheit gegenüber dem Überschreiten der Elastizitätsgrenze dienen können. Gegenüber Bruch können die Sicherheitswerte kaum höher liegen als die vorhergehenden.

Veränderliche Belastung.

I. Wenn gewisse Belastungszustände sich wiederholen und wenn die Elastizitätsgrenze in keinem Punkt überschritten wird, können wir annehmen, daß die Formänderungen und Spannungen sich zyklisch wiederholen. Diese Ansicht wird durch keinen Versuch widerlegt.

Wir haben nachzuprüfen versucht, daß es sich so auch verhält, wenn ein Bauteil wechselnde Beanspruchungen zwischen zwei Grenzen erleidet, die durch genau bestimmte Gesetze, unabhängig vom Baustoff, gekennzeichnet sind, und deren obere Grenze genügt, um den Bauteil plastisch zu machen.

Zu diesem Zwecke haben wir einen Zerreißstab zwischen zwei Backen eingeklemmt, von denen die eine an einer Schraubenspindel, die andere an einem Exzenter befestigt war.

Der Exzenter wurde zunächst in die Stellung gebracht, die der größten Verlängerung des Prüfstabes entspricht. Dann wurde am anderen Ende eine Zugkraft mit Hilfe der Schraubenspindel ausgeübt, die sicher in das plastische Gebiet des Stahles reichte. Dann wurde der Exzenter mehreremale gedreht, um eine Längenänderung des Versuchsstabes zwischen zwei genau festgelegten Grenzen zu erreichen, wodurch der Probestab be- und entlastet wurde.

Bei diesem Versuch wird das vom Werkstoff unabhängige Gesetz, das der größten Belastung im Zerreißstab entspricht, durch eine senkrechte Gerade im Spannungs-Dehnungsdiagramm dargestellt und nicht durch eine waagerechte Linie wie in den klassischen Zugversuchen.

Die Spannung im Prüfstab wurde durch die Frequenz der Schwingungen bestimmt, die durch einen Schlag in der Querrichtung hervorgerufen wurden.

Das Ergebnis dieser Versuche ist negativ gewesen. Es scheint also, daß, wenn das Metall in den Zustand der Plastizität eingetreten ist, die innere Beanspruchung eine eindeutige Funktion der linearen Formänderung sei, sofern sie nicht das vorher erreichte Maximum überschreitet (Fig. 19).

Wenn bestimmte Belastungen eine Zone bis zur Elastizitätsgrenze beanspruchen, so scheint die Wiederholung dieser Belastungen den Wert der erreichten Spannungen nicht zu ändern. Folglich scheint auch die Gefahr der Überschreitung der Elastizitätsgrenze mit wiederholten Belastungen nicht größer zu sein, als mit einer konstanten Last.

Die Schlußfolgerungen des vorhergehenden Kapitels bleiben also bestehen.

II. Die Frage wird unendlich viel schwieriger, wenn man die Gefahr des Bruches abschätzen will. Man muß dann die Erfahrungen berücksichtigen, die wir zuvor bei Brüchen infolge wiederholter Belastung gemacht haben.

Ohne Zweifel sind die im Stahlbau verwendeten Stäbe viel weicher als die, deren Dauerversuche eine viel größere Empfindlichkeit gegenüber wiederholten Belastungen als gegenüber einer einmaligen gezeigt haben.

Es folgt daraus nichtsdestoweniger, daß für jedes beliebige Metall der Bruch möglich ist, wenn die wiederholten Beanspruchungen kleiner sind als die Bruchspannung in einem gewöhnlichen Zugversuch.

Genau wie oben besteht aus Gründen der Vorsicht der Grundsatz, den wir vorschlagen, darin, Regeln für statisch bestimmte Bauwerke zu finden, die sich

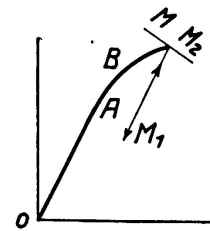


Fig. 19.

mit den gewöhnlichen Sicherheitsvorschriften decken und die bei statisch unbestimmten Bauwerken die gleichen Beiwerte als Verhältnis zwischen zulässiger und gefährlicher Belastung liefern.

Nimmt man diesen Standpunkt ein, so folgt daraus, daß eine statisch bestimmte Konstruktion in Bezug auf die Stabilität als einwandfrei anzusehen ist, wenn sie einen Sicherheitsgrad bietet einerseits gegen Überschreiten der Elastizitätsgrenze, andererseits gegen Bruch bei der 1. Belastung und außerdem vom Grenzfall genügend weit entfernt ist, wo der Bruch bei unbegrenzter Wiederholung der Nutzlast auftreten würde.

Was wir bezüglich des Bruches durch wiederholte Belastung wissen, führt uns zu der Überlegung, daß die ständige Last eine untergeordnete Rolle gegenüber den Nutzlasten spielt. Es ist daher nützlich, nicht nur die Höchstbeanspruchung, sondern die Summe der zwei folgenden Ausdrücke zu betrachten:

1. Die halbe Amplitude der Änderung der Beanspruchung von σ_2 und σ_1 .
2. Das Produkt des Mittelwertes $\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}$ der äußersten Beanspruchungen

mit einem Beiwert α , der klein sein würde.

Nach den Versuchen, die unter Leitung von Herrn *Caquot* in der lufttechnischen Versuchsanstalt unternommen wurden, kann man diesen Beiwert α zu ungefähr $\frac{1}{5}$ annehmen.

Sicherheitsregeln, die auf statisch bestimmte Bauwerke anwendbar sind und der Gefahr des Bruches bei wiederholter Belastung Rechnung tragen, würden also dazu führen, den oben erklärten, aus zwei Gliedern bestehenden Ausdruck mit einem Grenzwert π_F zu vergleichen, den man erhält, wenn man die Dauerfestigkeitsgrenze durch einen Sicherheitsbeiwert teilt.

Ohne die jetzigen Vorschriften zu übertreiben, würde man dazu geführt, für den zulässigen Grenzwert π_F nicht weniger als den Wert π_0 zu nehmen, der früher für die Gesamtbeanspruchung eines Gliedes zugelassen wurde, das wechselnde Beanspruchungen erleidet.

Es wäre als die folgende Ungleichung zu prüfen:

$$\frac{\sigma_2 - \sigma_1}{2} + \alpha \frac{\sigma_2 + \sigma_1}{2} \leq \pi_1 (\geq \pi_0) \quad (27)$$

Wenn wir jetzt eine statisch unbestimmte Konstruktion betrachten, müssen wir eine ähnliche Bedingung auferlegen. Bis zum Beweis des Gegenteiles kann man aber annehmen, daß die Tatsache, wonach die wiederholte Beanspruchung $\sigma_2 = N$ ist, nicht von größerem Einfluß auf die Gefahr des Bruches ist, als auf die Beziehung zwischen Formänderung und Kraft. Versuche auf diesem Gebiete wären sehr nützlich.

Mangels größerer Genauigkeit der Unterlagen werden wir also annehmen, daß in einem statisch unbestimmten Bauwerk der Bedingung (27) zu genügen ist, in der σ_2 die Beanspruchung durch die erstmalige Belastung darstellt.

Genauer ausgedrückt, werden wir den Ausdruck (27) mit der Wirkung der K mal größeren Belastung mit der Dauerfestigkeit $K\pi_F$ vergleichen. Wenn wir jetzt die beiden Glieder durch K teilen, so erhalten wir

$$\frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} + \alpha \left(\frac{\sigma_d}{2} - \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} \right) \leq \pi_1 \quad (28)$$

worin σ_d in der Plastizitätstheorie die der betrachteten Last entsprechende Belastung bedeutet.

σ_{\max} und σ_{\min} bedeuten die äußersten Beanspruchungen nach dem Gesetz von *Hooke*.

Der erste Ausdruck ist ausschließlich aus der Betrachtung über die Elastizität abzuleiten. Den zweiten erhält man als Unterschied zwischen den Ergebnissen der Elastizitäts- und Plastizitätstheorie.

Der durch die Plastizität bedingte Gewinn besteht darin, daß der letzte Ausdruck kleiner ist als der aus dem *Hooke'schen* Gesetz abgeleitete Wert, indem man σ_d durch σ_{\max} ersetzt. Da aber der Beiwert α niedrig ist, ist dieser Vorteil ziemlich geringfügig, besonders, wenn die Amplitude der Änderung der Beanspruchung vorherrscht, d. h. wenn die Nutzlasten bedeutend sind gegenüber dem Eigengewicht.

Die Bedingung (28) kann durch eine schwerere ersetzt werden, worin σ_d durch seinen Grenzwert

$$\frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} \leq \frac{\pi_f - \alpha \pi_0}{1 - \alpha} \quad (29)$$

ersetzt wird.

Letzten Endes scheint es uns, daß man grundsätzlich zwei Feststellungen machen muß, wenn man beim Entwurf der Bauwerke den Spielraum der Plastizität ausnutzen will:

1. Es ist unerläßlich, festzustellen, daß eine passende Sicherheitszahl besteht sowohl gegenüber dem Überschreiten der Elastizitätsgrenze als auch beim Bruch oder Knicken für erstmalige Belastung.

Diese erste Feststellung folgt aus den Regeln, die man aus der Kenntnis der Plastizität ableiten kann unter Berücksichtigung unserer früher gemachten Beobachtungen.

2. Man muß feststellen, daß ein passender Sicherheitsbeiwert gegenüber der Ermüdung der Bauteile besteht. Zu diesem Zwecke wird man die Änderungen der Beanspruchungen aus der Kenntnis der Elastizitätsgesetze ableiten. Man wird sie mit einer bestimmten Dauerfestigkeitsgrenze vergleichen.

Sind zwei Ungleichheiten nachzuprüfen, so wird natürlich die erste die ausschlaggebende sein, wenn die dauernde Last vorherrscht. Auf die zweite kann man dann verzichten.

Diese wird maßgebend, wenn es sich um ein im Verhältnis zu den Nutzlasten leichtes Bauwerk handelt wie ein Längs- oder Querträger.

Kurz gesagt: die Plastizität bewirkt, daß der Sicherheitsgrad der Konstruktionen unabhängig von den Montagefehlern und von Ungleichheiten der Spannungsverteilung infolge Eigengewicht ist. Sie macht die Annahme gültig, wonach ein Ausgleich der größten Beanspruchungen stattfindet, wenn es sich um dauernde Lasten und eine gut durchgearbeitete Konstruktion handelt.

Dagegen erhöht die Plastizität in keiner Weise die Sicherheit gegenüber wiederholten Nutzlasten, wenn der Anteil dieser in den Beanspruchungen vorherrschend ist.

Zusammenfassung.

In jedem Konstruktionselement, wo die Beanspruchung nicht nur von den auf das ganze Bauwerk wirkenden Lasten, sondern auch von den Formänderungen abhängt, kann die Elastizitätsgrenze erreicht werden, ohne sogleich überschritten zu werden. Daraus folgt, daß die auf ein statisch unbestimmtes System wirkenden Kräfte sich in einem gewissen Bereich ändern können, ohne daß die Spannungen die Elastizitätsgrenze überschreiten; dagegen wachsen die Beanspruchungen in andern Teilen des Bauwerks. Diese Schlußfolgerung gilt auch bei statisch bestimmten Bauwerken für die Verteilung der Beanspruchung im Innern.

Die auf den Spannungsausgleich in den Konstruktionen gegründete Berechnungsmethode ist also gerechtfertigt; jedoch dürfen die Beanspruchungen die Elastizitätsgrenze nicht überschreiten, bevor der Spannungsausgleich sich eingestellt hat. Deshalb dürfen die Gesetze der Plastizität auf Bogen und hochgradig statisch unbestimmte Bauwerke nur mit größter Vorsicht angewendet werden.

Unter diesen Voraussetzungen kann man sagen, daß die Hypothese des Spannungsausgleichs zu einer genauen Bestimmung des Sicherheitsgrades führt. Die Berücksichtigung der Plastizität erhöht aber die Sicherheit gegen oftmals wiederholte Belastung *nicht*.