

**Zeitschrift:** IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH  
Kongressbericht

**Band:** 2 (1936)

**Artikel:** Spannungen in Trägern mit geknickter Achse

**Autor:** Fava, A. / Bertolini, I. / Oberti, G.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-2729>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 10.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# V6

Spannungen in Trägern mit geknickter Achse.

Contraintes dans les poutres à axe brisé.

Stresses in Girders with Broken Axis.

Dr. Ing. A. Fava,

Inspecteur général en chef des Chemins de fer de l'Etat, Direction générale des Chemins de fer de l'Etat, Ministère des Communications, Rome,

Dr. Ing. I. Bertolini, Dr. Ing. G. Oberti,  
de l'Institut de Statique constructive de l'Ecole Polytechnique Royale de Milan.

## 1. Einleitung.

Die Bedachung der Kopfhalle der neuen Eisenbahnstation Florenz S.M.N. ruht auf Balken als Hauptträgern, die in ca. 6,6 m Entfernung voneinander gelagert sind und die die in Fig. 1 links vom Grundriß dargestellte Form haben.

Alle diese an beiden Enden gelagerten Träger haben eine Spannweite von ca. 30 m und eine größte Höhe von 1,84 m. Ihr Querschnitt ist I-förmig mit einem 15 mm starken Steg, an den 33 cm breite Flanschen von 20 mm Dicke angeschweißt wurden, wobei diese Dicke in der Nähe der in Fig. 1 mit einem Kreis bezeichneten Knickpunkte  $\bar{A}$   $\bar{B}$  auf 30 mm erhöht wurde.

Der Steg des Trägers wurde dann durch Rippen verstärkt, die im allgemeinen 1,25 m voneinander entfernt und wie aus der Abbildung ersichtlich angeordnet sind.

Alle Verbindungen der einzelnen Teile des Trägers wurden mittels elektrischer Schweißung hergestellt.

Zur Erforschung des statischen Verhaltens solcher Träger wurde von der Brückenabteilung der Staatsbahnen im Verein mit dem Institut für angewandte Baumechanik der Kgl. Technischen Hochschule Mailand, unter Leitung von Professor A. Danusso, eine Reihe von Versuchen durchgeführt.

Besondere Aufmerksamkeit schenkte man hierbei den Knickpunkten  $\bar{A}$   $\bar{B}$ , in denen die Achse der Träger eine Kröpfung erfährt.

Diesbezüglich wurden im Laboratorium besagten Institutes Vorversuche an Modellen durchgeführt zu dem Zwecke, den Verlauf der Spannungen annähernd klarzustellen und eine Handhabe sowohl als eine Kontrolle bei der Berechnung und der Durchbildung solcher Träger zu haben.

Nach erfolgter Montage wurden ausgedehnte Abnahme- und Kontrollversuche im fertigen Bauwerk vorgenommen, um nachträglich den wirklichen Verlauf der Spannungen zu prüfen und die Möglichkeit eines Vergleiches mit den obigen Berechnungen und Versuchen zu schaffen. Außerdem konnte man nützliche Angaben über den Gesamt-Sicherheitsgrad des Bauwerks gewinnen.

## 2. Versuche an Modellen.

Es wurden zwei Versuchsreihen durchgeführt. Die erste wurde mit kleinen ebenen Modellen vorgenommen, die die Form des mittleren Teiles des Balkens

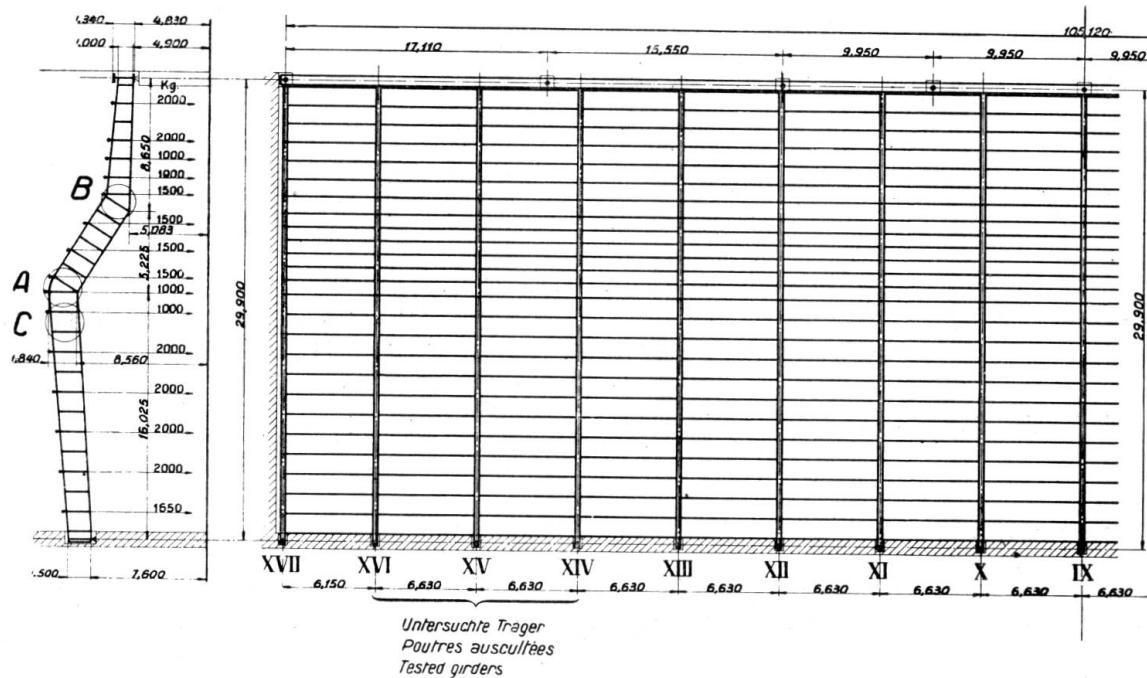


Fig. 1.

hatten und aus einem durchsichtigen Werkstoff — Glas und „Fenolit“ — hergestellt waren, und mit polarisiertem Licht nach der photo-elastischen Methode untersucht wurden.

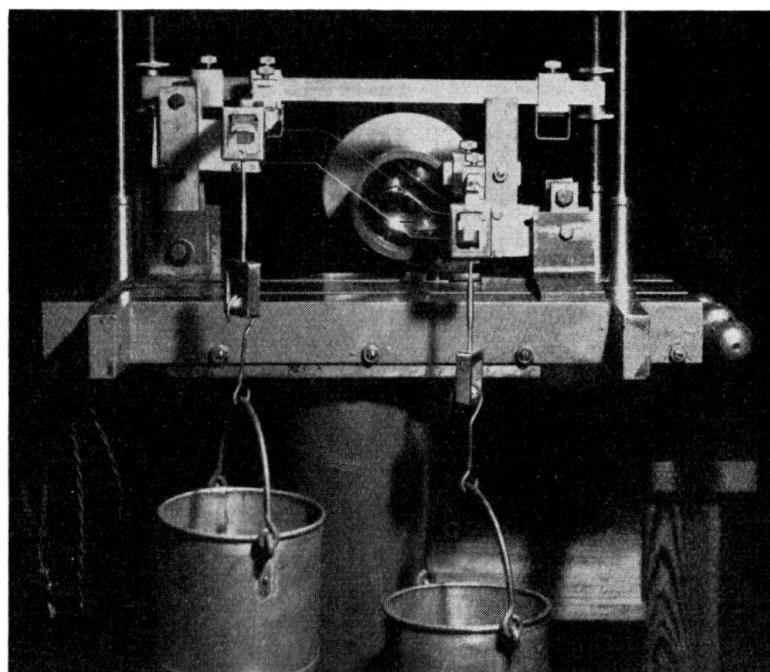


Fig. 2.

Es wurde so vorgegangen, daß in das Modell ein konstantes Kräftepaar durch eine geeignete, in Fig. 2 dargestellte Vorrichtung eingeleitet wurde.

Fig. 3 zeigt eines der Ergebnisse, aus dem die Kurven gleicher Hauptspannungen zu entnehmen sind, so wie sie sich bei Verwendung einfarbigen polarisierten Lichtes ableiten lassen.

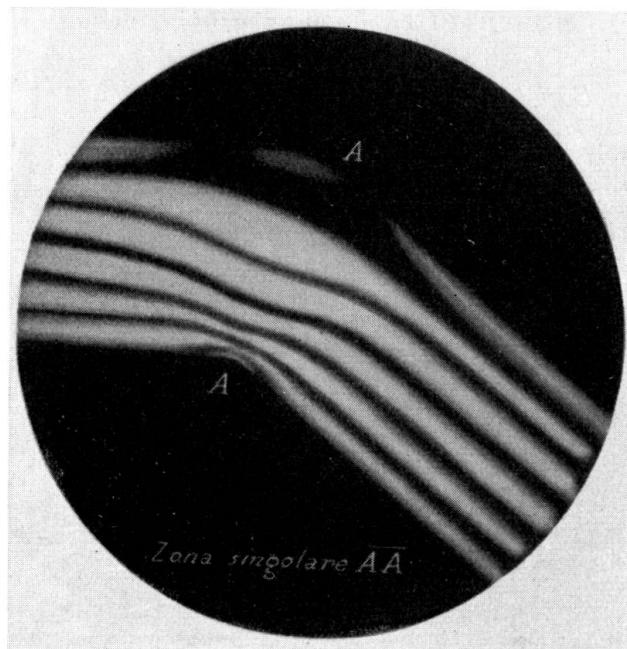


Fig. 3.

In der zweiten Versuchsreihe wollte man den wirklichen Verhältnissen möglichst nahe kommen, in dem man mit einem im Maßstabe 1:5 verkleinerten stählernen Modell des ausgeführten Bauwerkes arbeitete; das Modell bestand aus 2 Trägern, die in derselben Weise wie das Bauwerk verschweißt, verbunden und verstift waren. Fig. 4 zeigt das Gesamtmodell mit der Vorrichtung zum Anlegen der Belastung.

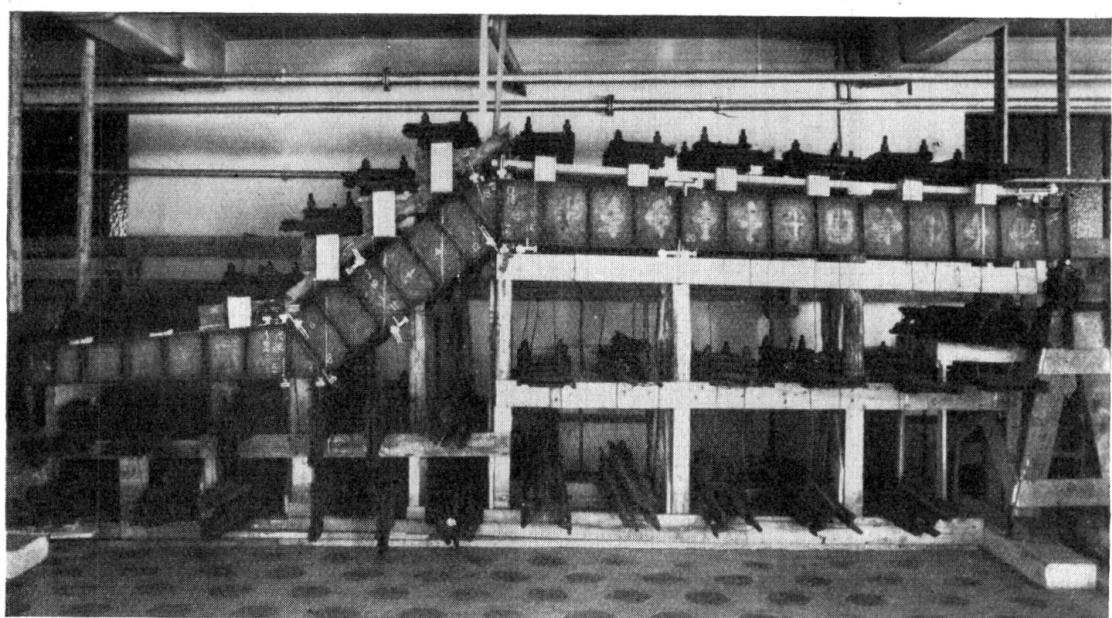


Fig. 4.

Bei diesem Modell hatten jedoch die Flanschen gemäß dem ursprünglichen Entwurf durchwegs eine Dicke von 5 mm (entsprechend 20 mm des wirklichen Trägers). Die Ergebnisse der photo-elastischen Untersuchungen und jener am Stahlmodell führten dazu, die Dicke der Flanschen in der Zone der Knickpunkte A und B auf 30 mm zu erhöhen, wie oben ausgeführt wurde.

### 3. Versuche auf der Baustelle.

Diese wurden nach Zusammenbau der einzelnen Träger mit den Pfetten und dem Windverband vorgenommen; es fehlte noch der Blankenbelag und die Eindeckung. Unter Berücksichtigung dieser fehlenden Gewichte und der Berech-

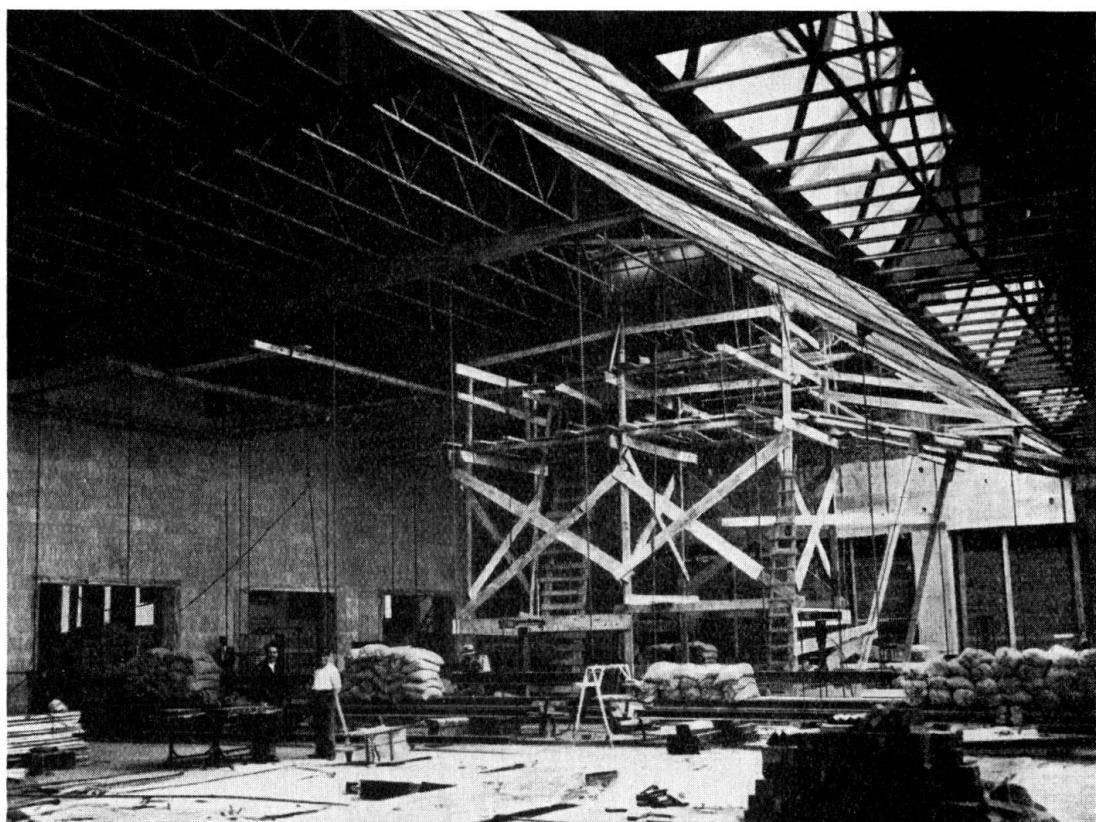


Fig. 5.

nung zugrunde liegenden weiteren Belastungen wurden bei den Versuchen 750 kg/m als senkrechte Belastung des Balkens aufgebracht. Der Einfachheit halber wurde diese Belastung gemäß Fig. 4 in einigen Punkten auf dem Träger gelagert.

Der Versuch auf der Baustelle beschränkte sich auf einen einzigen Träger Nr. XV. An diesen Träger wurden die Dehnungsmesser angebracht, die bei bekanntem Elastizitätsmodul die Größe der Spannungen angeben. Da die benachbarten Träger einen Teil der Belastung aufnehmen konnten, weil die Pfetten und der Windverband eine wirksame Verbindung ergaben, entschloß man sich, gleichzeitig mit dem geprüften Träger auch die beiden benachbarten zu belasten, wie Fig. 1 zeigt. Außerdem wurden mittels einer reichlichen Anzahl Biegungsmesser nicht nur die Durchbiegungen der drei obigen Träger, sondern auch die der

anderen, seitlich liegenden gemessen, um nachzuprüfen, wie weit sich der Einfluß der Belastung erstreckte (Fig. 6).

Um den mit den Versuchen angestrebten Zweck zu erreichen, war es erforderlich, die Belastung sehr oft einwirken zu lassen. Die Belastung wurde derart aufgebracht, daß mit Hilfe von hydraulischen Pressen Lasten, die am Boden aufruhten, angehoben wurden.

Fig. 5 zeigt die Versuchsanordnung mit den Druckwasserpressen auf der Baustelle. Die Messung der Belastung ergab sich aus der Ablesung der im Laboratorium in geeigneter Weise geeichten Manometer. Auch die Winden, die bei den Versuchen unterliegenden Trägern verwendet wurden, waren vorher genau geprüft worden.

#### 4. Verwendete Instrumente.

Für die Versuche wurden zwei Arten von Instrumenten verwendet, nämlich Biegungsmesser und Dehnungsmesser. Die ersten, Fabrikate der Firma Mahr, die bis auf  $\frac{2}{1000}$  mm zu messen gestatteten, wurden mit einer starren Stütze am Gerüst befestigt. Die Durchbiegungen wurden von den Trägern auf diese Instrumente mittels gespannter Stahldrähte übertragen. Im Ganzen fanden 22 Biegungsmesser Verwendung.

Die verwendeten Dehnungsmesser gehörten zwei gleich günstig bekannten Typen an, dem Huggenberger-Fabrikat mit mechanischer Verstärkung und direkter Ablesung, und dem auf elektromechanischer Grundlage aufgebauten Schäfer-Typ mit Fernmessung.

Insgesamt wurden 29 Dehnungsmesser nach *Huggenberger* verwendet, nebst 27 Schäfer-Meßstellen verschiedener Art, wie aus nachstehender Tabelle hervorgeht:

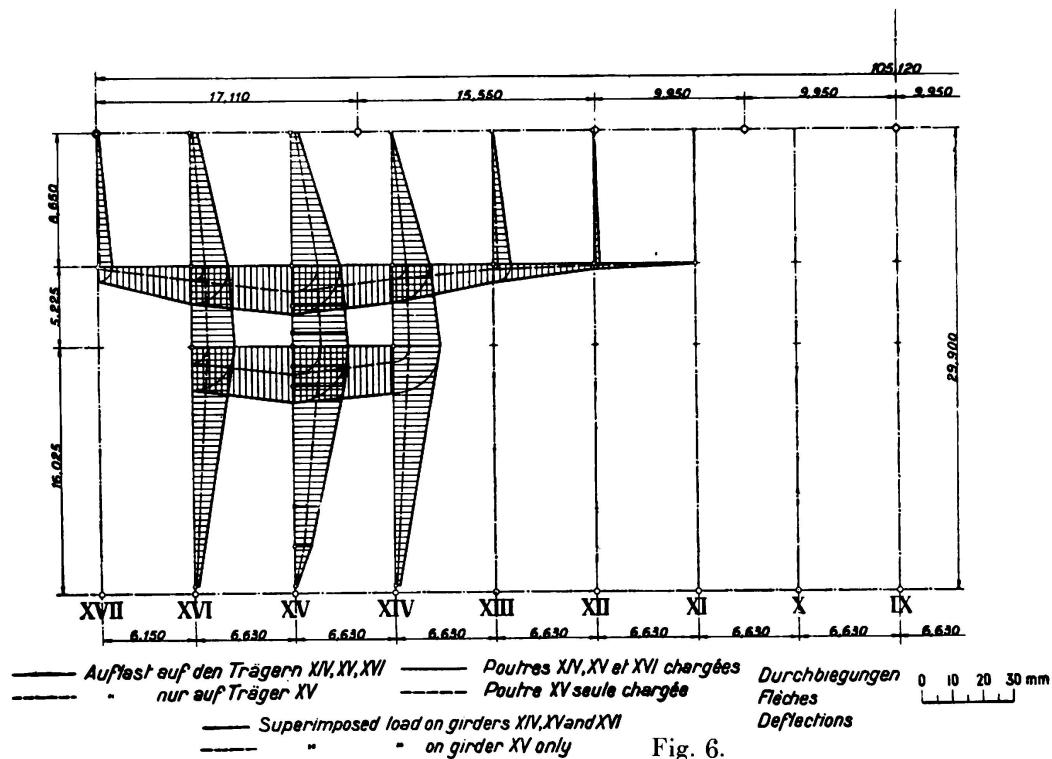
Dehnungsmesser	Meßlänge mm	Verwendete Nr.	Mittlere Verstärkung	Einheitliche Formänderung pro Grad
Huggenberger A	20	7	1220	—
„ B	20	16	1000	—
„ C	100	6	320	—
<hr/>				
Schäfer Typ D 6	150	16	—	$4,25 \cdot 10^{-6}$
„ „ D 177	120	7	—	$3,26 \cdot 10^{-6}$
„ „ D 156	120	2	—	$2,10 \cdot 10^{-6}$
„ „ D 234	20	2	—	$3,29 \cdot 10^{-6}$

In Anbetracht der hohen Temperatur, die an den Versuchstagen herrschte, wurden die Versuche vorzugsweise früh morgens oder spät abends durchgeführt, um den Einfluß der Temperatur auf einen vernachlässigbar kleinen Wert herabzudrücken. Aus denselben Gründen wurde dafür Sorge getragen, die Zeit für die Ablesungen möglichst gering zu halten; trotz der großen Anzahl der Apparate gelang es, diese Zeit für alle Belastungen auf weniger als 20 Minuten herabzusetzen.

### 5. Die Meßergebnisse der Durchbiegungen.

Sie sind in Fig. 6 dargestellt. Man findet dort die mittleren Ergebnisse, die sowohl aus der Belastung eines einzigen Trägers (Nr. XV) als auch aus der gleichzeitigen Belastung dreier Träger gewonnen wurden.

Bei Belastung eines einzigen Trägers stellt man eine erhebliche Mitwirkung der seitlichen Träger fest. Bei gleichzeitiger Belastung dreier Träger kann man dagegen aus den Biegungslinien (indem man sie als Einflußlinien betrachtet) ersehen, daß der mittlere Träger ungefähr 75 % der Gesamtbelastung trägt, die auf ihn entfallen würde, wenn er allein wirken könnte.



### 6. Die Dehnungs-Meßversuche.

Diese lassen sich nach den untersuchten Zonen in drei Gruppen einteilen. Die erste umfaßt die Messung der Formänderungen im Querschnitt C (siehe Fig. 1), der genügend weit von den Knickpunkten entfernt liegt; die zweite Gruppe betrifft die Zone der Knickpunkte AA und die dritte die Zone der Knickpunkte BB.

Die Versuche wurden stets mehrere Male wiederholt und die Endergebnisse stellen den Mittelwert von wenigstens 4 Ablesungen dar. Die ermittelten Abweichungen fielen stets sehr klein aus und überstiegen nie 10 %.

Das Bauwerk verhielt sich elastisch und die Ableserückstände nach jedem Belastungsvorgang waren auch bei jenen Instrumenten sehr klein, die in den Zonen größter Beanspruchung angebracht waren.

### 7. Die Ergebnisse im Querschnitt C.

Die bei der ersten Versuchsreihe gewonnenen Ergebnisse wurden in der Fig. 7 zusammengestellt.

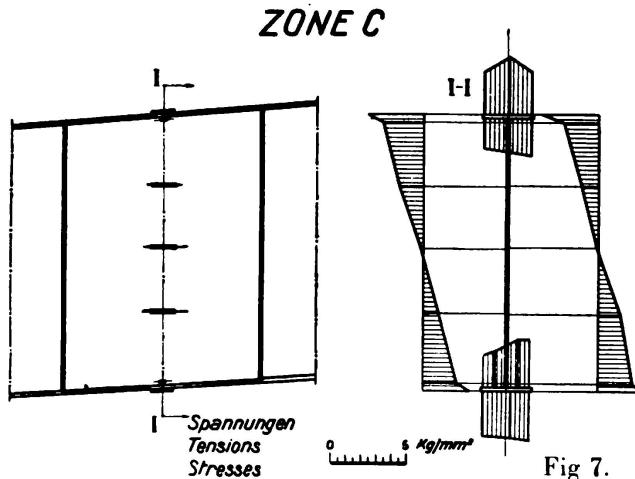


Fig. 7.

Eine Prüfung dieser Diagramme ergibt, daß das lineare Spannungsverteilungsgesetz längs des Steges genügend genau eingehalten ist, während in den Flanschen des Trägers Abweichungen auftreten. Diese bereits in anderen Fällen festgestellte Tatsache wird hier besonders fühlbar, weil die Flanschen mit dem Steg verschweißt sind und der Steg selber versteift ist; hieraus ergibt sich eine Verbiegung der Flansche, die, wenn auch in geringem Maße, sowohl im Quersinne als im Längssinne gegen das Innere des Trägers auftritt. Daraus folgt, daß die innere Flanschseite, wie festgestellt wurde, etwas weniger beansprucht sein kann als die äußere.

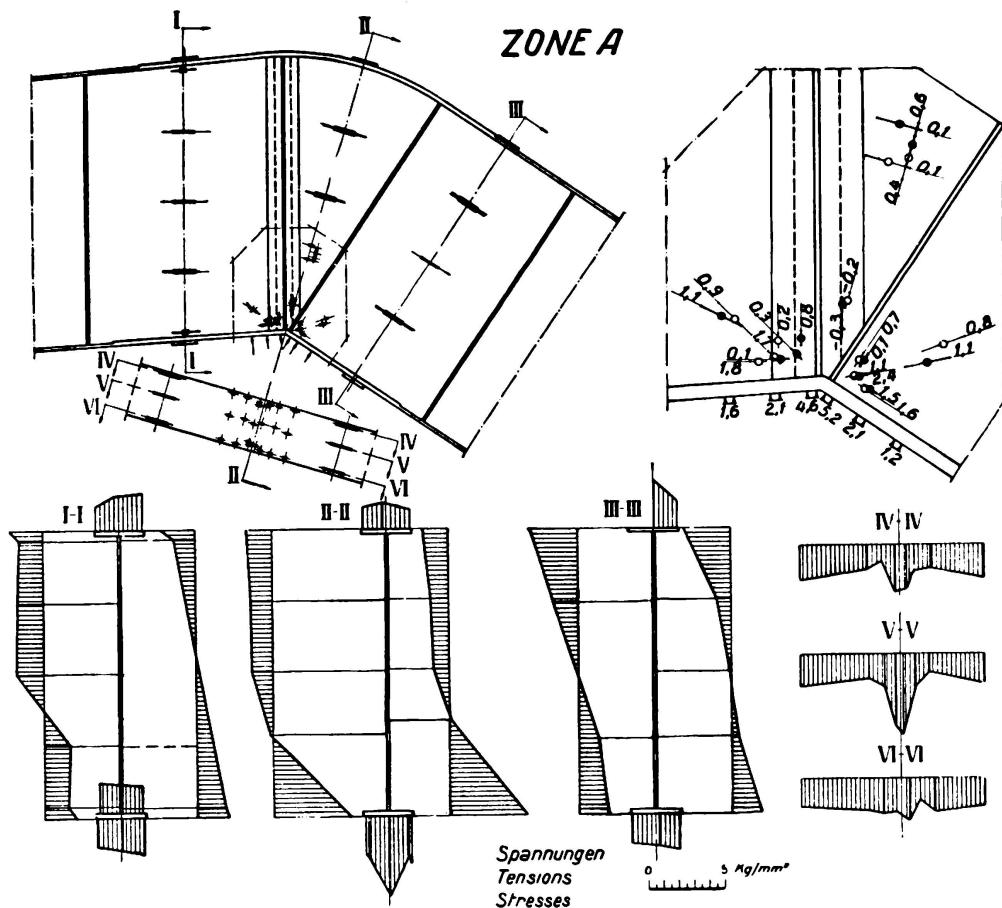


Fig. 8.

Aus dem Spannungsverlauf wurde mittels graphischer Integration in notwendigerweise angenäherter Form auf das einwirkende Moment rückgeschlossen. Es stellte sich heraus, daß das Kräftepaar einen Hebelarm von ungefähr 1,40 m und Kräfte von etwas über 50 Tonnen aufweist.

Bei der aufgebrachten Belastung hätte das Moment in diesem Querschnitt ungefähr 90 mt betragen sollen; es liegt somit um 30 % niedriger und dies dürfte vorwiegend auf die Verteilung der Belastung auf die nicht direkt belasteten Träger und auf die Verbindungsglieder zurückzuführen sein, was ziemlich gut mit den Ergebnissen der vorher durchgeföhrten Biegungsmessungen in Einklang steht.

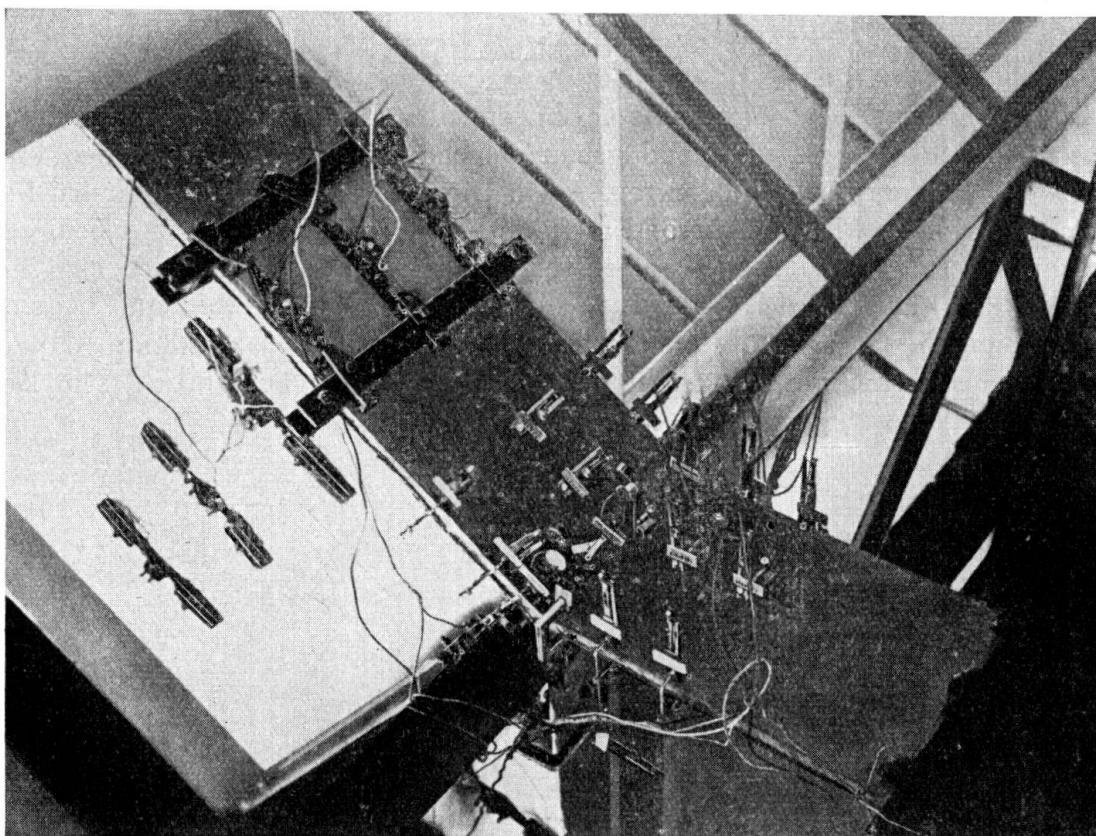


Fig. 9.

8. Die Untersuchung der Zone der Knickpunkte AA war besonders der Bestimmung des Spannungszustandes in der Nähe des unteren Knickpunktes gewidmet. Hier hätte der Flansch eine scharfe Kante bilden sollen; in Wirklichkeit ergab die Messung an der Stelle der äußeren Faser einen Krümmungsradius von 9,7 cm. Die Berechnung und die Modellversuche (siehe Fig. 3) hatten eine Vergrößerung der Beanspruchung erwartet lassen, die nachzuprüfen von besonderem Interesse war. Fig. 8 zeigt schematisch die Anordnung der in dieser Zone angebrachten Dehnungsmesser. Mit schwarzen Punkten sind die auf einer Seite angebrachten Instrumente, mit kleinen Kreisen die auf der anderen Seite angeordneten dargestellt.

Fig. 9 zeigt die Versuchsanordnung und die Anzahl der benutzten Instrumente.

In die erwähnte Fig. 8 wurden außerdem die mittleren Ergebnisse der in der Nähe des Knickpunktes und in drei Querschnitten vorgenommenen Mes-

sungen zusammengestellt; der Querschnitt II ist hierbei durch den Krümmungsmittelpunkt und die beiden Querschnitte I und II, seitlich und symmetrisch zum Schnitt II gelegt.

Die höchste gemessene Beanspruchung ist  $5,2 \text{ kg/mm}^2$ , mit einer auf den Mittelwert am Rande der Querschnitte II und III bezogenen Erhöhung von ungefähr 250 %.

Die so erhaltenen Versuchsergebnisse wurden mit den rechnerisch ermittelten Ergebnissen verglichen. Mit Bezug auf den Querschnitt II wurde aus den erhaltenen Ergebnissen eine Kurve des Spannungsverlaufes interpoliert, die dem einwirkenden Moment entspricht, welches bei der bereits erwähnten Untersuchung der Normalzone  $\bar{C}$  vorausbestimmt worden war.

Diese Kurve wurde mit den aus der Berechnung gewonnenen verglichen. Diesbezüglich wurden drei Einzeluntersuchungen auf Grund der bekannten Theorie des Balkens mit gekrümmter Achse angestellt:

a) In die Rechnung wird der tatsächlich vorhandene Querschnitt eingeführt. Es wurden bei gleichem einwirkendem Moment die Ergebnisse (Fig. 10) erhalten. Die dünn ausgezogene Linie entspricht der Rechnung, die fett ausgezogene dem Versuch.

b) Es wird ein reduzierter Balkenquerschnitt vorausgesetzt nach *Bleich* („Stahlhochbauten“, 2. Teil, S. 644), um der Tatsache Rechnung zu tragen (nunmehr auch versuchsmäßig festgestellt), daß die Beanspruchung in den Flanschen nach außen abnimmt infolge der Querbiegung des Flansches selbst. Man erhält einen verminderten fiktiven Querschnitt und die Resultate in Fig. 11.

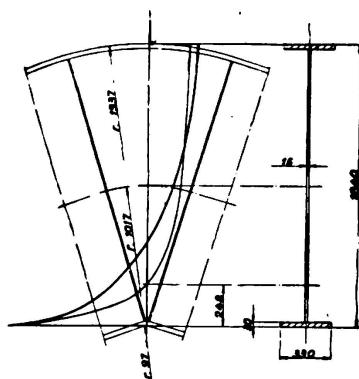


Fig. 10.

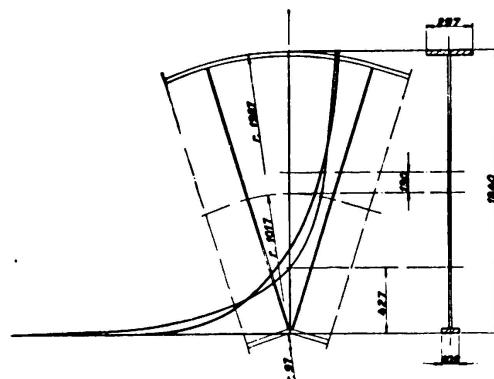


Fig. 11.

Es ist interessant, festzustellen, daß die theoretische und die versuchsmäßig ermittelte Kurve nahezu gleich verlaufen. Der theoretische Nullpunkt liegt tiefer als in Wirklichkeit, allerdings viel weniger als im vorhergehenden Fall. Die Beanspruchungsspitze ist in beiden Fällen beträchtlich verschieden. Das dürfte auf zwei Tatsachen zurückzuführen sein: zunächst darauf, daß die Instrumente auf dem Flansch in ca. 1 cm Entfernung von dem Querschnitt entfernt angebracht waren und infolgedessen die höchste Beanspruchung nicht wiedergeben konnten; zweitens darauf, daß in Wirklichkeit die Aussteifungen die Quer-Durchbiegung des Flansches herabsetzen und dadurch zu einer gleichmäßigeren Verteilung der Beanspruchungen im Flansch selber beitragen, also auch die Höchst-Beanspruchung in der Nähe des Querschnittes dem Fall a) nähern. Tatsächlich stellte sich denn auch die aus dem Versuch hergeleitete gedachte Breite des Flansches

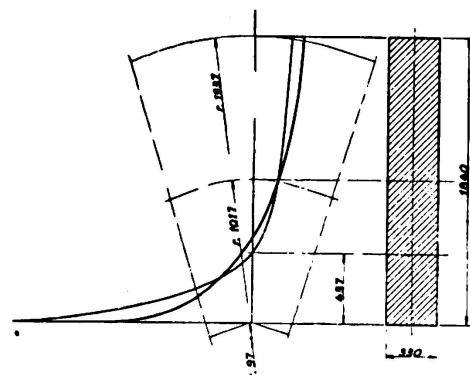


Fig. 12.

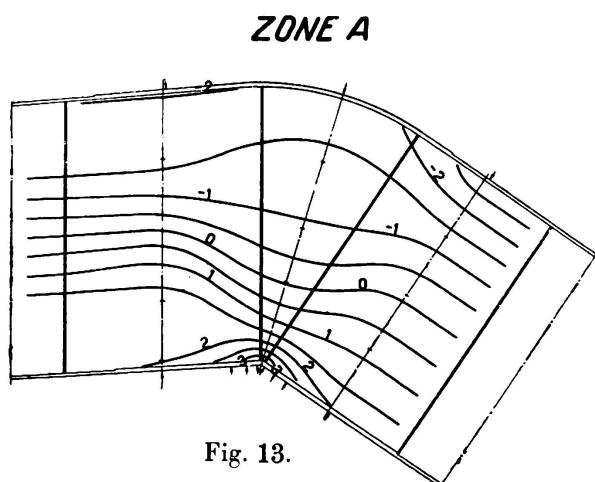


Fig. 13.

(die mit dem Steg zusammenarbeitende Breite) als ungefähr zweimal größer als die rechnerisch (10,9 cm) ermittelte heraus.

c) Man nimmt den Balkenquerschnitt als rechteckig und mit einer Breite gleich der des Flansches an. Diese Berechnung wurde zunächst zu dem Zweck gemacht, einen Vergleich mit den Fällen a) und b) zu ermöglichen, um die Zuverlässigkeit der durch die photo-elastischen Versuche gewonnenen Ergebnisse nachzuweisen. Fig. 12 zeigt die Ergebnisse: die photo-elastischen Ergebnisse decken sich fast völlig mit den rechnerischen (dünne Linie).

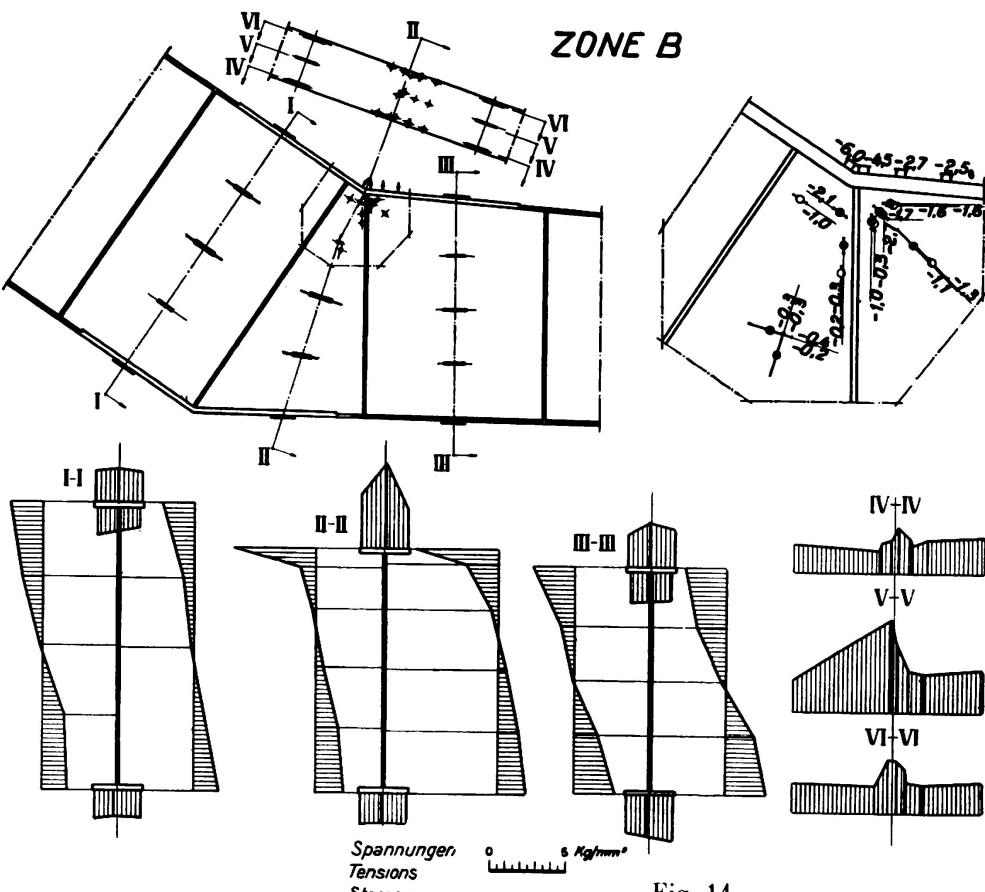


Fig. 14.

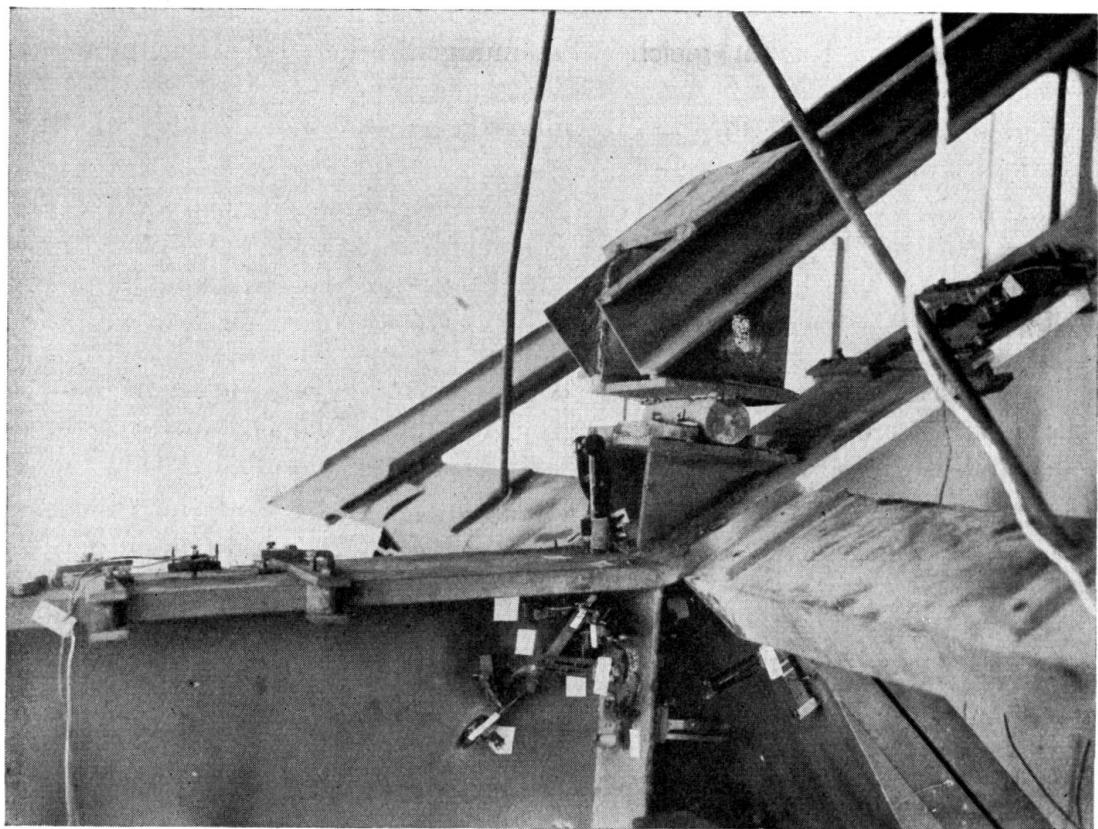


Fig. 15.

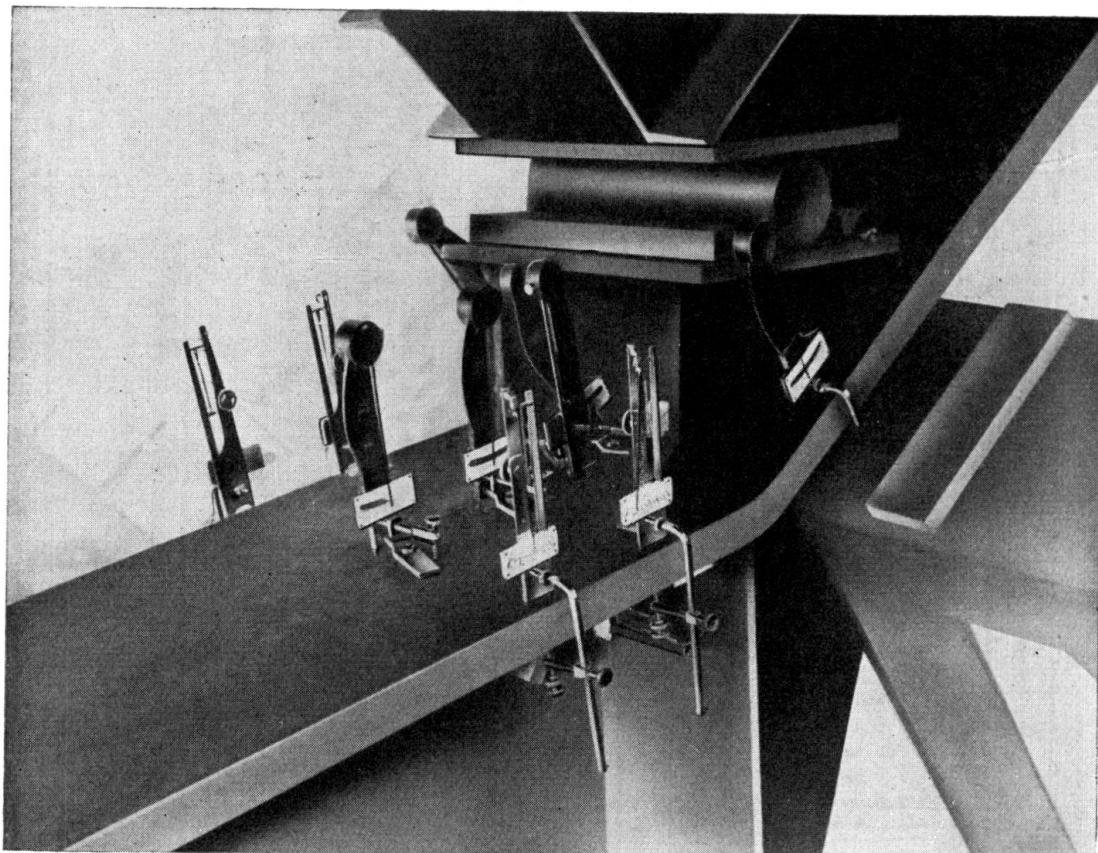


Fig. 16.

Um das Studium der Zone A zu vervollständigen, wurden auch die versuchsmäßig abgeleiteten Kurven gleicher Spannungen unter Berücksichtigung der auf die Achse des Balkens bezogenen Längenänderungen (sowohl im Längs- als im Quersinne zur Achse) in Fig. 13 aufgetragen, wobei die Zahlen die Beanspruchungen in  $\text{kg/mm}^2$  darstellen.

Es ist interessant, festzustellen, daß der Verlauf dieser Linien dem der auf photo-elastischem Wege gewonnenen sehr ähnlich ist (siehe Fig. 3). Charakteristisch ist die Annäherung der neutralen Achse an den Knickpunkt und das Abnehmen der Beanspruchung nahe an dem oberen Flansch.

9. In ähnlicher Weise wie die Zone der Knickpunkte  $\overline{AA}$  wurde die Zone  $\overline{BB}$  versuchsmäßig erforscht (siehe Fig. 1). Die Anordnung der Dehnungsmesser und die erhaltenen Ergebnisse sind in Fig. 14 zusammengestellt worden.

Die Fig. 15 und 16 zeigen die Anordnung einiger Instrumente im Querschnitt in 2 verschiedenen Abschnitten der Messung: das eine Mal wirkte die in der Nähe

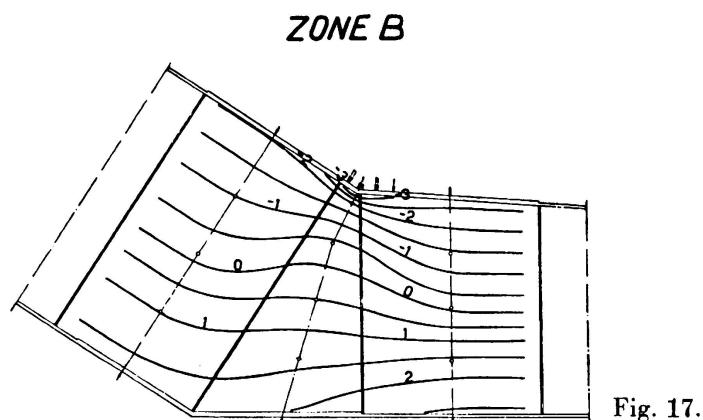


Fig. 17.

des Knotenpunktes konzentrierte Belastung ein, das andere Mal war dagegen während der Versuche die Einwirkung dieser Belastung aufgehoben.

In diesem Knickpunkt wurde die höchste gemessene Beanspruchung ( $6 \text{ kg/mm}^2$ ) erhalten, wobei eine örtliche Erhöhung von ungefähr 240 % vorlag, trotzdem eine erhebliche Versteifung in dem am meisten beanspruchten Teil vorhanden war, die, wie die Angaben der Instrumente zeigten, wirksam dazu beitrug, die Beanspruchung im Knickpunkt herabzusetzen.

Fig. 17 gibt zum Schluß die Kurven gleicher Normal-Spannungen in dieser Zone wieder. Auch diese Kurven nähern sich stark denen, die bei der Untersuchung des ebenen Modelles auf photo-elastischem Wege bestimmt wurden.

### Z u s a m m e n f a s s u n g .

Die tragenden Teile der Halle des neuen Florenzer Bahnhofs bestehen aus doppelt geknickten Balken. Diese elektrisch geschweißten I-Träger haben eine Spannweite von ca. 30 m und eine größte Höhe von 1,84 m. Es wurde eine Reihe von Versuchen durchgeführt, um den Spannungsverlauf in den Knickpunkten zu ermitteln.

Zunächst wurden Messungen an einem verkleinerten, durchsichtigen Modell nach der photo-elastischen Methode angestellt. Danach wurden weitere Messungen an einem Stahlmodell vorgenommen, das die wirklichen Träger im Maßstab 1:5 darstellte. Die erhaltenen Ergebnisse wurden nach Fertigstellung des Bauwerkes durch Messungen an den Trägern selber nachgeprüft.

Der Verfasser beschreibt in diesem Bericht alle durchgeführten Versuche, die verwendeten Instrumente und deren Anordnung, sowie die Ergebnisse der Untersuchungen. In einer Reihe von Diagrammen sind die gemessenen Spannungen dargestellt worden. Andere Figuren geben einen Vergleich der gemessenen und der aus der Berechnung hervorgegangenen Spannungen in den Knickpunkten.

Leere Seite  
Blank page  
Page vide