

**Zeitschrift:** IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH  
Kongressbericht

**Band:** 2 (1936)

**Artikel:** Die Bemessung der waagerecht ausgesteiften Stegbleche vollwandiger Träger

**Autor:** Chwalla, E.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-2728>

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 22.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# V 5

## Die Bemessung der waagerecht ausgesteiften Stegbleche vollwandiger Träger.

Dimensionnement des âmes renforcées horizontalement dans les poutres à âme pleine.

Design of Horizontally Stiffened Web Plates of Plated Girders.

Dr. Ing. E. Chwalla,  
Professor an der Deutschen Technischen Hochschule in Brünn.

### I. Einleitung.

Wir untersuchen das Stegblech in einem der mittleren Felder eines vollwandigen Trägers (Fig. 1a), dessen Belastung durch einen Rost von Fahrbahnträgern übertragen wird und dessen Eigengewicht in üblicher Weise durch ein System konzentrierter, an den Querträger-Orten wirksamer Kräfte ersetzt wird. Die Querkraft  $Q$  ist dann innerhalb der Feldweite  $a$  eine konstante Größe und das Biegemoment  $M$  wächst innerhalb dieser Feldweite linear vom linken Endwert  $M_l$  bis auf den rechten Endwert  $M_r = M_l + Q \cdot a$  an.

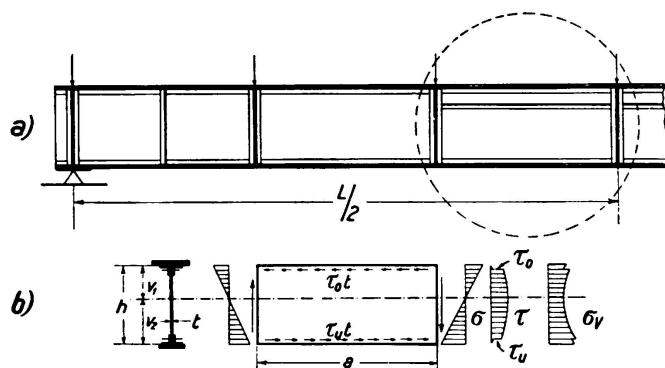


Fig. 1.  
Die Beanspruchung  
des Stegbleches in  
einem mittleren Trä-  
gerfeld.

Der Querschnitt des Trägers setzt sich im untersuchten Feld aus den beiden Gurtquerschnitten  $F_{GO}$  und  $F_{GU}$  sowie dem Stegquerschnitt  $F_{St} = t \cdot h$  zusammen (Fig. 1b) und weist bezüglich der Biegehauptachse das Trägheitsmoment  $J_O$  auf; die größten im untersuchten Stegblech auftretenden Biegerandspannungen betragen  $\max \sigma = M_r v_2 / J_O$  und  $\min \sigma = -M_r v_1 / J_O$ . Von den Gurtungen, die mit dem Stegblech durch Nietung oder Schweißung verbunden sind, werden waagerechte Schubkräfte auf das Stegblech übertragen, die wir innerhalb des untersuchten Feldes längs der Nietrißlinie bzw. Schweißnaht gleichmäßig aufteilen wollen; die Intensität dieser Verteilung besitzt dann die Größe  $\tau_o \cdot t = Q \cdot S_{GO} / J_O$  und  $\tau_u \cdot t = Q \cdot S_{GU} / J_O$ , wobei  $S_{GO}$  und  $S_{GU}$  die statischen Momente

der Gurtflächen  $F_{GO}$  und  $F_{GU}$  bezüglich der Nulllinie der Biegespannungen bedeuten. Die Verteilung der Schubspannungen  $\tau$  längs der Stegblechhöhe  $h$  ist in allen Querschnitten des untersuchten Feldes die gleiche (Fig. 1b); der Größtwert der Schubspannung wird in der Achse des Trägers erreicht und beträgt  $\max \tau = c \cdot Q/t \cdot h$ , wobei  $c$  durch die Beziehung  $c = \frac{h}{J_o} \left( S_{GO} + \frac{t v_1^2}{2} \right)$  festgelegt wird und zwischen 1,00 und 1,50 gelegen ist.<sup>1</sup>

Wollen wir eine örtliche Plastizierung des Stegbleches unter einer vorgegebenen Belastung (bei Außerachtlassung der Spannungskonzentrationen an den Nietlöchern) vermeiden und legen wir unserer Untersuchung die Plastizitätshypothese der konstanten Gestaltänderungsenergie zugrunde, dann müssen wir die größte innerhalb des untersuchten Feldes auftretende „Vergleichsspannung“  $\sigma_v = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$  berechnen und das Stegblech so bemessen, daß  $\sigma_v$  die Fließgrenze  $\sigma_F$  des verwendeten Baustahls nicht erreicht. Sind die Biegespannungen groß im Vergleich zu den Schubspannungen, dann wird die Vergleichsspannung, die nach der in Fig. 1b dargestellten Kurve verteilt ist, an den Orten der Nietrißlinie bzw. der Schweißnähte am größten. Sind jedoch die Biegespannungen klein gegenüber den Schubspannungen, dann tritt der Größtwert  $\max \sigma_v$  in der Schwerachse des Trägers auf und beträgt im untersuchten Feld  $\max \sigma_v = \max \tau \cdot \sqrt{3} = c \sqrt{3} \cdot \frac{Q}{th}$ . Im Falle einer beweglichen Belastung (Brücken- und Kranbahnräger) hängt die einem untersuchten Stegblechelement zugeordnete größte Vergleichsspannung von der Stellung des Lastenzuges ab; zur Bestimmung der „ungünstigsten Laststellung“ können wir uns der Einflußlinie bedienen, die sich für die Größe  $\sigma_v^2 = (\sigma^2 + 3\tau^2)$  mit Hilfe der bekannten Einflußlinien für  $M$  und  $Q$  ermitteln läßt.

Neben der Frage der Vermeidung örtlicher Plastizierungen und der Frage der Vermeidung unzulässig großer Pressungen an den Lochwänden der Halsniete (welche Frage im Bereich der mittleren Trägerfelder mit Rücksicht auf die relative Kleinheit der Querkräfte ausgeschieden werden darf) ist die Frage der *Stabilitäts-Sicherung* von grundsätzlicher Bedeutung für die Bemessung des Stegbleches. Um wiederholte Überanstrengungen des Trägers und seiner Niet- oder Schweißverbindungen zu vermeiden, müssen wir ein Ausbeulen des Stegbleches unter der Gebrauchsbelastung mit Sicherheit ausschließen. Die theoretische Festlegung der Stabilitätsgrenze ist an eine weitgehende Idealisierung des Stegbleches hinsichtlich seiner geometrischen und materialtechnischen Eigenschaften, seiner Lagerung und seiner Belastung gebunden, so daß wir uns genötigt sehen, zur Deckung der unvermeidlichen Diskrepanz zwischen idealisierter Voraussetzung und Wirklichkeit eine Beulsicherheitszahl  $v_b$  in Rechnung zu stellen. Diese Beulsicherheitszahl bezieht sich auf die Bruttospannungen (Spannungskomponenten ohne Rücksicht auf die Nietlochschwächung) und darf bei sorgfältiger Ausführung fraglos kleiner als die durchschnittliche Knicksicherheitszahl  $v_k$  gedrückter Stäbe gewählt werden, da das Tragvermögen umfangsgelagerter Bleche mit Rücksicht auf die mit dem Ausbeulen verknüpfte starke Mittelflächen-Dehnung erst erheblich oberhalb der Stabilitätsgrenze erschöpft wird.

<sup>1</sup> E. Chwalla: Der Bauingenieur, 17. Jahrg., 1936, S. 81.

Zur Erhöhung der Stabilitätsgrenze pflegt man das Stegblech durch lotrechte, waagerechte oder schräg liegende Steifen oder durch ganze „Steifen-Roste“ zu verstärken. Während in den Endfeldern des Trägers, wo die Schubspannungen verhältnismäßig große Werte erreichen, vornehmlich lotrechte Steifen zur Anwendung gelangen (bezüglich der Stabilitätstheorie des Stegbleches im Endfeld vgl. die unter Fußnote 1 genannte Abhandlung), erweisen sich in den mittleren Trägerfeldern waagerechte, auf der Biegedruckseite gelegene Steifen unter Umständen als recht zweckmäßig. Die bei den weitgespannten, in den letzten Jahren ausgeführten oder projektierten Vollwandträgern gewählten Stegblechstärken und Aussteifungen wurden von *Karner*<sup>2</sup> übersichtlich zusammengestellt; bezüglich der umfangreichen, die Stabilitätstheorie dünner Bleche betreffenden Literatur sei auf die unter Fußnote 1, 4 und 5 genannten Abhandlungen verwiesen.

## II. Die Idealisierung der Stegblechtafel für die Stabilitätsuntersuchung.

Wir beziehen uns auf eine Stegblechtafel, die eine konstante Dicke  $t$  und eine genau ebene Mittelfläche besitzt und aus einem homogenen, isotropen Werkstoff besteht. Das auf das Stegblech entfallende, innerhalb der Feldweite  $a$  linear veränderliche Biegemoment ersetzen wir durch ein konstantes Biegemoment und die von der oberen und unteren Gurtung herrührenden, unter Umständen verschiedenen großen Schubkräfte ersetzen wir durch die beiderseits gleich großen Schubkräfte  $\tau \cdot t$ , die wir uns unmittelbar an den beiden Längsrändern der Stegblechtafel denken wollen. Die Biegespannungs-Nulllinie liegt dann in halber Höhe und die Stegblechtafel wird auf reine Biegung und reinen Schub beansprucht (Fig. 2b), wobei  $\sigma$  und  $\tau$  ohne Rücksicht auf die Niet-

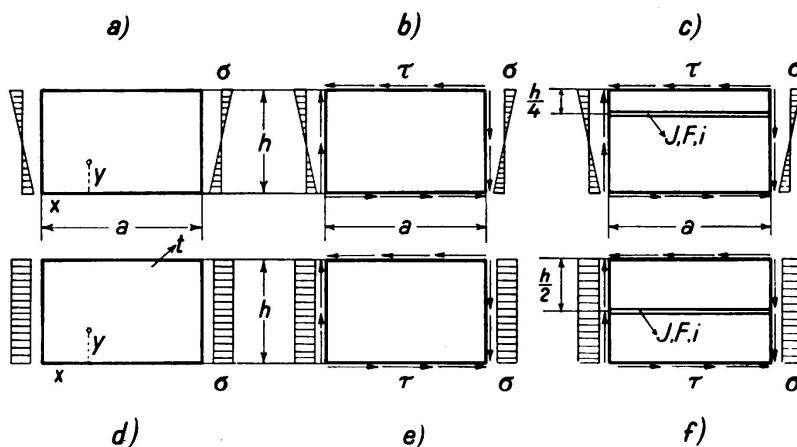


Fig. 2.  
Verschiedene Fälle der idealisierten Plattenbelastung.

lochschwächung zu berechnen ist. Die größte innerhalb des untersuchten Feldes auftretende Vergleichsspannung  $\max \sigma_v$  möge unter der gesuchten kritischen Belastung noch unterhalb der Proportionalitäts- und Elastizitätsgrenze des verwendeten Baustahles gelegen sein, so daß sich der Stabilitätswechsel noch inner-

<sup>2</sup> L. Karner: Abhandlungen der Int. Vereinigung für Brücken- und Hochbau, I. Bd., 1932. S. 297.

halb des *Hooke'schen* Bereiches vollzieht. Die Plattensteifigkeit der Stegblechtafel beträgt dann

$$D = \frac{E \cdot t^3}{12(1 - \mu^2)}, \quad (1)$$

wobei  $\mu$  das Verhältnis der Querkürzung zur Längsdehnung bedeutet; für  $E = 2100 \text{ t/cm}^2$  und  $\mu = 0,3$  gilt  $D = 192,3 \cdot t^3$  in  $\text{tcm}$ .

An den Rändern  $x = 0$  und  $x = a$  denken wir uns die rechteckige Stegblechtafel durch die lotrechten Steifen (Fig. 1a) seitlich festgehalten, jedoch frei drehbar gelagert, da die Torsionssteifigkeit der lotrechten Steifen relativ klein ist und auch durch das benachbarte Stegblech (das sich unter der in Rücksicht gezogenen Belastung schon selbst in der Nähe seiner eigenen Stabilitätsgrenze befindet) keine nennenswerte Einspannung erzielt werden kann; im übrigen ist der Einfluß einer Einspannung der Schmalseiten, wie *Schleicher*<sup>3</sup> gezeigt hat, bei Platten mit größeren Seitenverhältnissen  $a/h$  praktisch bedeutungslos.

An den Rändern  $y = 0$  und  $y = h$  wird die Stegblechtafel durch die biege- und torsionssteifen Gurtungen festgehalten. Zur Klarstellung des Einflusses, den eine derartige Lagerung auf die Größe des Beulwiderstandes nimmt, hat der Verfasser die Stabilität einer gleichmäßig gedrückten Rechteckplatte mit biege- und torsionssteifen Randwinkelpaaren untersucht.<sup>4</sup> Es zeigte sich hierbei, daß innerhalb des *Hooke'schen* Bereiches die seitliche Biegesteifigkeit  $B$  der Gurtungen immer ausreichend groß ist, um praktisch wie eine starre Abstützung des Plattenrandes ( $B = \infty$ ) zu wirken. Wir können dies aus Fig. 3 und 4 er-

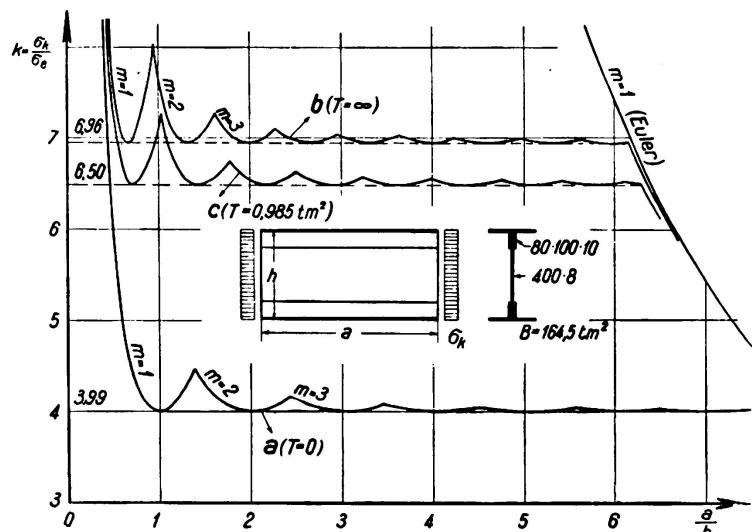


Fig. 3.

Das Ausbeulen von gedrückten, durch Randwinkel verstärkten Platten (vollwandige Druckstäbe).

sehen, in denen (ebenso wie auch in Fig. 5 und 6) auf der Abszissenachse das Seitenverhältnis  $a/h$  der Platte und auf der Ordinatenachse die Beulziffer  $k$ , das ist das Verhältnis der kleinsten kritischen Druckspannung zur Bezugsgröße

<sup>3</sup> F. Schleicher: Mitteilungen aus den Forschungsanstalten des Gutehoffnungshütte-Konzerns. Bd. 1, Heft 8, Nürnberg 1931.

<sup>4</sup> E. Chwalla: Ingenieur-Archiv, Bd. V, 1934, S. 54.

$$\sigma_e = \frac{\pi^2 D}{h^2 t} \quad (2)$$

(Euler'sche Knickspannung eines Plattenstreifens der Breite „eins“ und der Länge  $h$ , beträgt für  $E = 2100 \text{ t/cm}^2$  und  $\mu = 0,3$  einfach  $\sigma_e = 1898 (\text{t}/\text{h})^2$  in  $\text{t}/\text{cm}^2$ ) aufgetragen wurde; die Kurven „a“, „b“ und „c“ in Fig. 3, die sich auf den Fall einer Gurtung mit relativ kleiner seitlicher Biegungssteifigkeit ( $B = 164,5 \text{ tm}^2$ ) beziehen, liegen nur unmerklich tiefer als die entsprechenden Kurven in Fig. 4, die sich auf den Grenzfall  $B = \infty$  beziehen. Auch die Torsionssteifigkeit  $T$  der Gurtungen ist in der Regel genügend groß, um innerhalb des Hooke'schen Bereiches eine verhältnismäßig starke Einspannung zu bewirken. Wir ersehen dies aus den Fig. 3, 4 und 5, in denen sich die Kurven „c“ auf den Fall einer

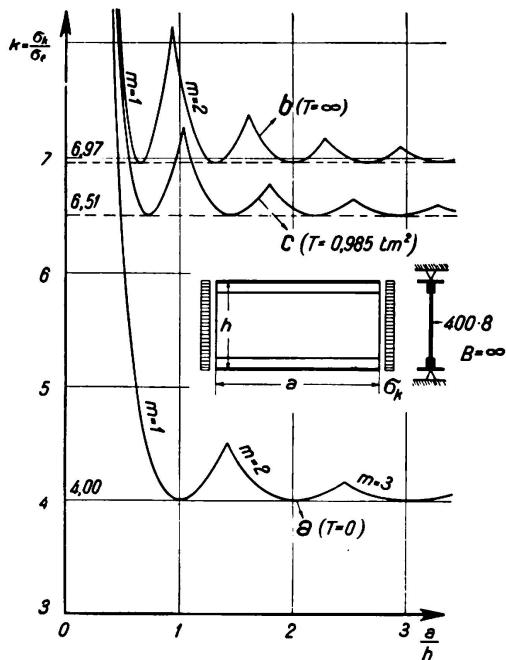


Fig. 4.

Das Ausbeulen von umfangsgelagerten, durch Randwinkel verstärkten Platten.

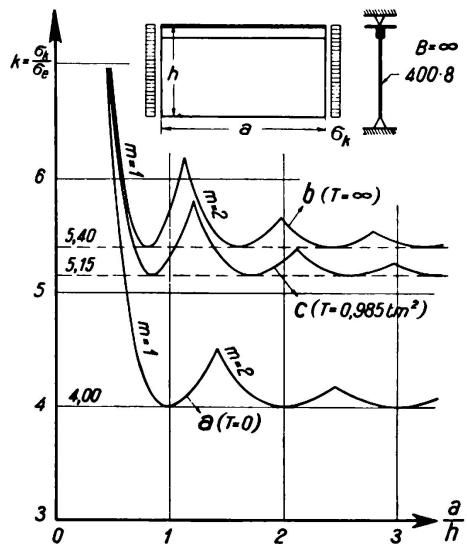


Fig. 5.

Das Ausbeulen von umfangsgelagerten, einseitig verstärkten Platten.

Gurtung mit relativ kleiner Torsionssteifigkeit ( $T = 0,985 \text{ tm}^2$ ) beziehen und trotzdem nur wenig tiefer liegen als die Kurven „b“, die dem Grenzfall unendlich großer Torsionssteifigkeit  $T = \infty$  zugehören. Diese stark einspannende Wirkung von Gurtungen mit verhältnismäßig geringer Torsionssteifigkeit ist der relativ kleinen Länge der beim Ausbeulen des Stegbleches zur Ausbildung gelangenden sinusförmigen Längswellen zuzuschreiben (in Fig. 3, 4, 5 und 6 bedeutet  $m$  die Zahl dieser Halbwellen); denn den in der Längsrichtung aufeinanderfolgenden Beulen des ausbeulenden Stegbleches sind abwechselnd positive und negative Torsionswinkel zugeordnet, so daß die Gurtungen beim Ausbeulen des Stegbleches innerhalb dicht aufeinander folgender Torsions-Nullstellen abwechselnd nach der einen und der anderen Seite verdrillt werden müssen.

Der Einfluß, den eine Einspannung auf die Stabilitätsgrenze einer Platte nimmt, ist jedoch erheblich kleiner als der Einfluß, den eine Einspannung auf

die Knicklast gedrückter Stäbe zu nehmen vermag. Wie wir in den Fig. 3, 4 oder 6 durch Vergleich der Kurven „a“ (einspannungsfreie Lagerung der Plattenränder) und „b“ (starre Einspannung der Längsränder) feststellen können, ist bei Druck- oder Biegungsbeanspruchung *selbst durch eine starre Einspannung* und bei unbeschränkter Gültigkeit des *Hooke'schen Gesetzes* nur eine durchschnittliche Erhöhung der Stabilitätsgrenze auf das 1,7-fache zu erzielen; derselbe Durchschnittswert wird auch im Falle reiner Schubbelastung erhalten.<sup>5</sup> In den meisten praktischen Fällen ist die durch die Einspannung des Stegbleches erzielbare Erhöhung des Beulwiderstandes bedeutend geringer, da die unter der  $v_b$ -fachen Gebrauchsbelastung auftretenden Verhältnisse in der Regel vom Idealfall weit entfernt sind. Es ist daher zu empfehlen, bei der Stabilitätsuntersuchung des Stegbleches die Längsränder zwar als seitlich festgehalten, jedoch als frei drehbar gelagert anzunehmen. Für die wirksame Stegblechhöhe pflegt man

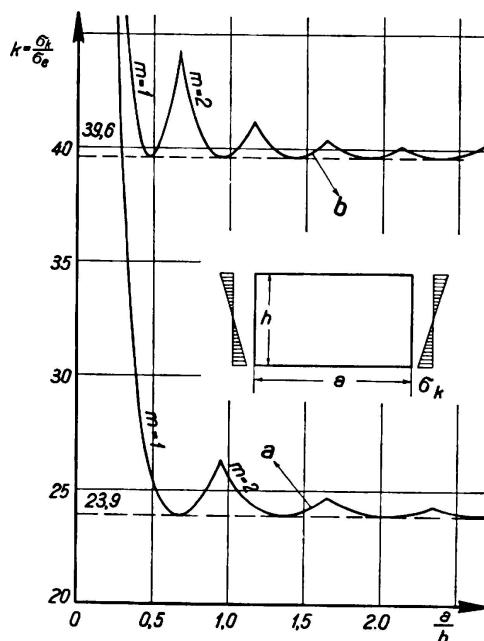


Fig. 6.  
Das Ausbeulen von Platten,  
die in ihrer Ebene auf Biegung beansprucht werden.

anstelle einer ideellen (durch die gegenseitige Entfernung der Torsionsachsen der beiden Gurtungen festgelegten) Höhe die effektive Höhe, bei genieteten Trägern vielfach auch die zwischen den Nietrißlinien gemessene Höhe in Rechnung zu stellen.

Wird nun die elastische Stabilität einer an allen vier Rändern frei drehbar gelagerten Rechteckplatte im Fall reiner Biegungsbeanspruchung (Fig. 2a) untersucht, dann wird nach *Timoshenko*<sup>6</sup> die in Fig. 6 durch die Kurve „a“ festgelegte Lösung erhalten. Auf der Abszissenachse ist hier, wie schon erwähnt wurde, das Seitenverhältnis  $a/h$  und auf der Ordinatenachse die Beulziffer  $k$  (das ist das Verhältnis der kleinsten kritischen Biegerandspannung  $\sigma_k$  zur Bezugsgröße  $\sigma_e$  gemäß Gl. 2) aufgetragen. Die dargestellte Kurve bildet die untere Berandungslinie einer Schar affin verwandter Kurven, die nach dem Parameter  $m$  (das ist die

<sup>5</sup> Vgl. die Zusammenstellung von O. S. Heck und H. Ebner: Luftfahrtforschung, Bd. 11, 1935, S. 211.

<sup>6</sup> S. Timoshenko: Der Eisenbau, 12. Jahrg., 1921, S. 147.

Zahl der in der Längsrichtung zur Ausbildung gelangenden, sinusförmigen Halbwellen) geordnet sind. Der Kleinstwert der kritischen Randspannung beträgt  $\min \sigma_k = 23,9 \cdot \sigma_e$  und wird bei Platten mit dem Seitenverhältnis  $a/h = 0,667 \cdot m$ ,  $m = 1, 2, 3, \dots$  erreicht. Für eine quadratische Platte, deren kritische Randspannung die Größe  $\sigma_k = 25,54 \cdot \sigma_e$  besitzt, ist der Fall  $m = 2$  maßgebend. Die dieser Stabilitätsgrenze zugeordnete Wölbfläche ist in Fig. 7 in Form eines Schichtenplanes dargestellt worden. Die den einzelnen Niveaulinien beigezeichneten Koten stellen Verhältniszahlen vor und sind an der Stabilitätsgrenze unendlich klein zu denken; am Ort  $x = a/2$  wird eine „Knotenlinie“ ausgebildet, auf der jene Punkte der Plattenmittelfläche gelegen sind, die bei der Auswölbung keine seitliche Ausbiegung erfahren.

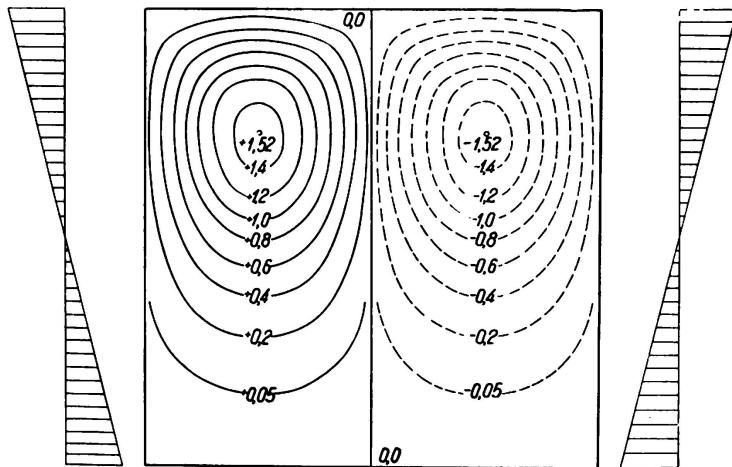


Fig. 7.

Wölbfläche einer auf Biegung beanspruchten Quadratplatte.

Die Kurve „b“ in Fig. 6 bezieht sich auf den Fall starr eingespannter Längsränder, der von Nölke<sup>7</sup> der Lösung zugeführt wurde. Die Beulziffer  $k$  und die Halbwellenzahl  $m$  ist hier größer als früher; der Kleinstwert der kritischen Randspannung beträgt  $\min \sigma_k = 39,6 \cdot \sigma_e$  und wird bei Platten mit dem Seitenverhältnis  $a/h = 0,475 \cdot m$ ,  $m = 1, 2, 3, \dots$  erreicht.

Die Lösungskurven Fig. 6 lassen erkennen, daß lotrechte Streifen selbst dann kein geeignetes Mittel zur Erhöhung der Stabilitätsgrenze darstellen, wenn sie biegesteif genug sind, um eine lotrechte „Knotenlinie“ an ihrem Wirkungsort zu erzwingen. Es wurde daher von Timoshenko<sup>6</sup> und anderen Fachleuten<sup>8</sup> vorgeschlagen, die Erhöhung des Beulwiderstandes von Stegblechen, die vorwiegend durch Biegungsspannungen beansprucht werden, mit Hilfe von waagerechten Steifen durchzuführen, die auf der Biegedruckseite angeordnet werden. Da diese Steifen mit dem Stegblech durch Nietung oder Schweißung verbunden sind, erhalten sie angenähert die gleiche Druckspannung, die im Stegblech am Ort der Steife wirksam ist. Im Rahmen der Stabilitätsuntersuchung müssen wir diese

<sup>7</sup> K. Nölke: Der Bauingenieur, 17. Jahrg., 1936, S. 111.

<sup>8</sup> Vgl. F. Schleicher: Der Bauingenieur, 15. Jahrg., 1934, S. 505; F. Wansleben: Der Stahlbau, 8. Jahrg., 1935, S. 110; „Stahlbau-Kalender 1936“, Verlag von W. Ernst & Sohn, Berlin, S. 380, u. a. m.

Druckspannung, die die Wirkungsweise der Steife wesentlich beeinflußt, voll in Rechnung stellen; hingegen ist eine Berücksichtigung der Längssteife bei der Spannungsuntersuchung des Trägers nur in jenen Fällen ratsam, in denen die Längssteife an den Orten der lotrechten Steifen keine Unterbrechung erfährt.

Die Steife kann auf einer oder auf beiden Seiten der Stegblechwand angeordnet sein. Bei einseitiger Anordnung kommt beim Ausbeulen des Stegbleches anstelle der Biegesteifigkeit der von der Platte losgelöst gedachten Steife die Biegesteifigkeit einer ideellen Steife zur Geltung, die aus der einseitig liegenden Steife und einem anschließenden Stegblechstreifen von bestimmter Breite besteht; die Ermittlung der Breite dieses mitwirkenden Blechstreifens fällt in den Rahmen eines bekannten elastostatischen Problems.<sup>9</sup> Ist die Steife achsial nicht belastet (z. B. bei versteiften Platten unter reiner Schubbelastung oder bei lotrecht ausgesteiften Platten mit waagerechter Druckbelastung), dann existiert auch bei Platten mit einseitig angeordneten Steifen eine „Stabilitätsgrenze mit Verzweigungsstelle“. Ist jedoch die Steife achsial belastet, dann ist die Frage nach der Existenz von „Stabilitätsgrenzen mit Verzweigungsstellen“ nur in jenen Fällen unmittelbar zu bejahen, in denen die Steife beiderseits der Blechwand so angeordnet ist, daß ihre Achse in die Mittelebene des Bleches zu liegen kommt.

### *III. Die Stabilität der waagerecht versteiften, auf Biegung in ihrer Ebene beanspruchten Rechteckplatte.*

Wir untersuchen eine Rechteckplatte von der Länge  $a$  und der Höhe  $h$ , die an allen vier Rändern einspannungsfrei gelagert ist (*Navier'sche Randbedingungen*) und in ihrer Ebene auf reine Biegung beansprucht wird. Die Platte ist durch eine waagerechte Steife ausgesteift, die in der Entfernung  $0,25 \cdot h$  vom biegedruckseitigen Rand gelegen ist und beiderseits der Blechwand so angeordnet sein möge, daß ihre Achse in die Mittelebene der Platte zu liegen kommt (Fig. 2c mit  $\tau = 0$ ). Die Querschnittsfläche der Steife sei mit  $F$ , die bei Ausbiegungen senkrecht zur Plattenebene zur Geltung kommende Biegungssteifigkeit mit  $EJ$  und der Querschnittsträgheitsradius mit  $i = \sqrt{J/F}$  bezeichnet; um mit Verhältniszahlen rechnen zu können, beziehen wir diese Festwerte auf entsprechende Festwerte der Platte und gewinnen damit die Hilfsgrößen

$$\delta = \frac{F}{th}, \quad \gamma = \frac{EJ}{Dh}, \quad \frac{i}{t} = \sqrt{\frac{\gamma}{12(1-\mu^2)\delta}}. \quad (3)$$

Der Verfasser hat die Stabilität dieser Platte unter Zugrundelegung des Energie-Kriteriums untersucht<sup>10</sup> und für den Fall  $a/h = 0,8$ ,  $F = 0,12 th$  die in Fig. 8 dick ausgezogene Kurve als Lösung erhalten. Die Kurve läßt erkennen, wie die an der tiefsten Stabilitätsgrenze vorhandene Biegerandspannung  $\sigma_k$  ansteigt, wenn die Biegesteifigkeit der Steife bei konstant gehaltener Steifenquerschnittsfläche anwächst; auf der Abszissenachse ist das Verhältnis des Steifen-Trägheitsradius  $i$  zur Blechdicke  $t$  und auf der Ordinatenachse ist die Beulziffer  $k$  (Verhältnis der kritischen Randspannung  $\sigma_k$  zur Bezugssgröße  $\sigma_c$  gemäß Gl. 2) aufgetragen.

<sup>9</sup> Vgl. E. Chwalla: Der Stahlbau, 9. Jahrg., 1936, S. 73.

<sup>10</sup> E. Chwalla: Der Stahlbau, 9. Jahrg., 1936.

Der Kurvenast (I) ist jenen kritischen Gleichgewichtszuständen zugeordnet, in denen die Steife beim Ausbeulen der Platte eine seitliche (nach einer Sinuslinie erfolgende) Ausbiegung erfährt. Ist  $i/t$  zufällig gleich  $(i/t)_o = 0,847$ , dann wird hier ein Sonderfall erreicht, der dadurch gekennzeichnet ist, daß die von der Platte losgelöst gedachte Steife im kritischen Zustand an die (der Halbwelenzahl  $m = 1$  zugeordnete) Euler'sche Knickgrenze gelangt und daher das Ausbeulen der Platte weder im günstigen noch im ungünstigen Sinne zu beeinflussen vermag; die kritische Randspannung der Platte beträgt hier nämlich  $\sigma_k = k \cdot \sigma_e = 24,47 \cdot \sigma_e$ , so daß auf die Steife im kritischen

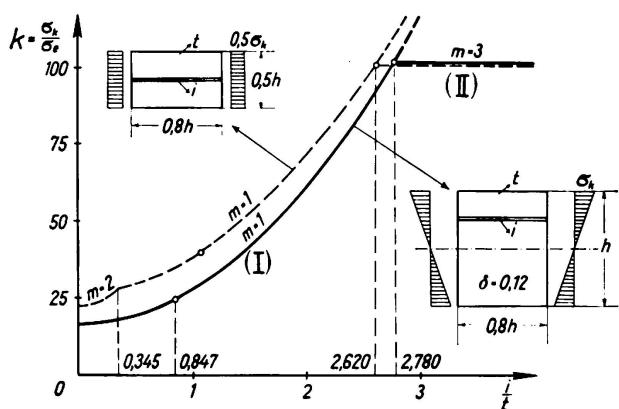


Fig. 8.  
Die Abhängigkeit der Beulspannung von der Biegesteifigkeit der waagerechten Steife.

Gleichgewichtszustand die Druckspannung  $0,5 \cdot \sigma_k = 12,24 \cdot \sigma_e$  entfällt, die, wie man sich leicht überzeugt, mit der Euler'schen Knickspannung der isoliert gedachten Steife übereinstimmt. Da die untersuchte Platte mit Rücksicht auf das kleine Seitenverhältnis auch im *unausgesteiften* Zustand nach  $m = 1$  Halbwellen ausbeulen würde, ist die in unserem Sonderfall gefundene Beulziffer  $k = 24,47$  mit der für die unversteifte Platte geltenden Beulziffer (Theorie von Timoshenko)<sup>6</sup> identisch; die versteifte Platte verfügt hier über genau denselben Beulwiderstand wie die unausgesteifte Platte.

Wird die Querschnittsform der Steife bei gegebener Querschnittsfläche  $F = 0,12 \cdot th$  so gewählt, daß die Verhältniszahl  $i/t > 0,847$  wird, dann vermag sich die Platte an der Steife abzustützen; der Beulwiderstand der Platte erfährt hier die durch die Kurve (I) festgelegte Erhöhung. Wird die Form des Steifenquerschnittes hingegen so gewählt, daß trotz der vorhandenen großen Querschnittsfläche  $F = 0,12 \cdot th$  die Verhältniszahl  $i/t < 0,847$  wird, dann stützt sich die *gedrückte Steife an der Platte ab*; im Grenzfall  $i/t = 0$  (Aufteilung der Steife in eine Reihe dünner Lamellen, die beiderseits der Blechwand flach am Blech anliegen) würde hier die Stabilitätsgrenze der Platte bis auf  $\sigma_k = 16,385 \cdot \sigma_e$  heruntersinken und damit um 33 % tiefer als die Stabilitätsgrenze der unversteiften Platte liegen.

Wächst  $i/t$  bei festgehaltenem  $F = 0,12 \cdot th$  stark an, dann wird ein Grenzfall erreicht, in welchem an der Stabilitätsgrenze *zwei verschiedene Wölbformen* existieren und die Platte daher die Möglichkeit hat, *unter derselben kritischen Belastung* entweder nach der einen oder nach der anderen Wölbform auszubeulen. Die schon erwähnte Wölbform (I) weist im Längsschnitt einen sinusförmigen Verlauf auf (Fig. 9), so daß die Steife beim Ausbeulen nach einer

Sinushalbwelle verbogen wird; die in der ausgebeulten Platte aufgespeicherte potentielle Energie setzt sich hier aus der in der ausgebogenen Platte und der in der ausgebogenen Steife aufgespeicherten Energie zusammen. Die Wölbform (II) zerfällt hingegen in eine Anzahl kleinerer Beulen und ist dadurch gekennzeichnet, daß am Ort der Steife eine waagerechte „Knotenlinie“ zur Ausbildung gelangt, so daß die Steife an der Stabilitätsgrenze keine seitliche Ausbiegung erfährt (Fig. 10); die in der ausgebeulten Platte aufgespeicherte potentielle Energie besteht hier nur aus der in der ausgebogenen Platte aufgespeicherten Energie, doch ist der Betrag dieser Energie ein verhältnismäßig

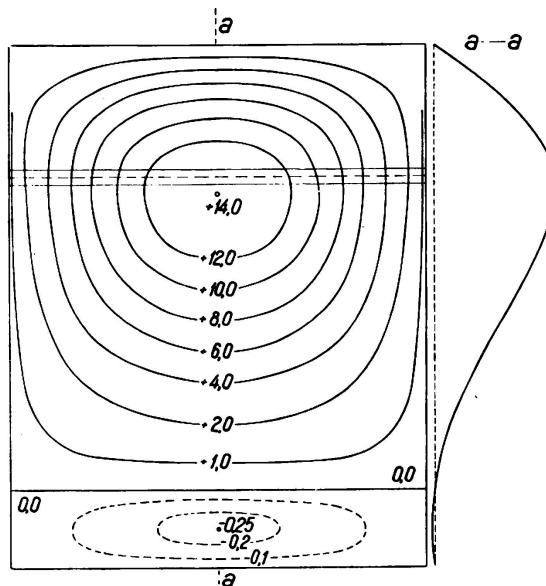


Fig. 9.

Wölbfläche einer waagerecht ausgesteiften, auf Biegung beanspruchten Platte; Wölbform I.

großer. Der erwähnte Grenzfall, in welchem beide Auswölbungsformen energetisch gleichwertig werden, so daß beide Formen unter derselben kritischen Belastung zur Ausbildung gelangen können, wird bei der untersuchten Platte ( $a/h = 0,8$ ,  $F = 0,12 \cdot th$ , vgl. Fig. 8) für  $i/t = (i/t)_{I,II} = 2,780$ ,  $k = 101,85$  erreicht. Die dieser Stabilitätsgrenze zugeordneten beiden Wölbflächen sind in Fig. 9 und 10 in Form von Schichtenplänen dargestellt worden. Die den einzelnen Niveaulinien beigeschriebenen Koten sind auch hier wieder nur als Verhältniszahlen aufzufassen und die Absolutbeträge der Auswölbung sind an der Stabilitätsgrenze unendlich klein zu denken; neben den beiden Schichtenplänen wurden die Querschnitte a—a der Wölbflächen zur Darstellung gebracht.

Der Sonderwert  $(i/t)_{I,II}$  hängt allgemein vom Seitenverhältnis der Platte und von der Hilfsgröße  $\delta = F/th$  ab und nimmt mit  $\delta$  zu. Er ist, wie wir im Rahmen der Untersuchung eines ähnlichen Belastungsfalles (Fig. 15) zeigen werden, an einen Höchstwert  $\max(i/t)_{I,II}$  gebunden; führen wir die waagerechte Steife derartig biegesteif aus, daß  $i/t \geq \max(i/t)_{I,II}$  ist, dann vermag sie bei Platten mit beliebig großem Seitenverhältnis im kritischen Gleichgewichtszustand die Ausbildung der Wölbform II zu erzwingen.

Die der Wölbform (II) zugeordnete Beulziffer beträgt, wenn wir den Torsionswiderstand der Steife grundsätzlich vernachlässigen,  $k = 101,85$  und ist 4,16-mal so groß wie die Beulziffer der unversteiften Platte. Die Zahl der in der

Längsrichtung zur Ausbildung gelangenden sinusförmigen Halbwellen beträgt  $m = 3$  (vgl. Fig. 10), doch würde der Beulwiderstand im Falle  $m = 4$  nur unbedeutend größer ( $k = 103,49$ ) sein. Da die Wölbform (II) am Ort der Steife eine waagerechte „Knotenlinie“ aufweist, ist die Beulziffer  $k = 101,85$  von der Biegesteifigkeit  $EJ$  der Steife und damit auch vom Werte  $i/t$  unabhängig; jede Steife, für die sich  $i/t \geq (i/t)_{I,II}$  ergibt, vermag diese waagerechte „Knoten-

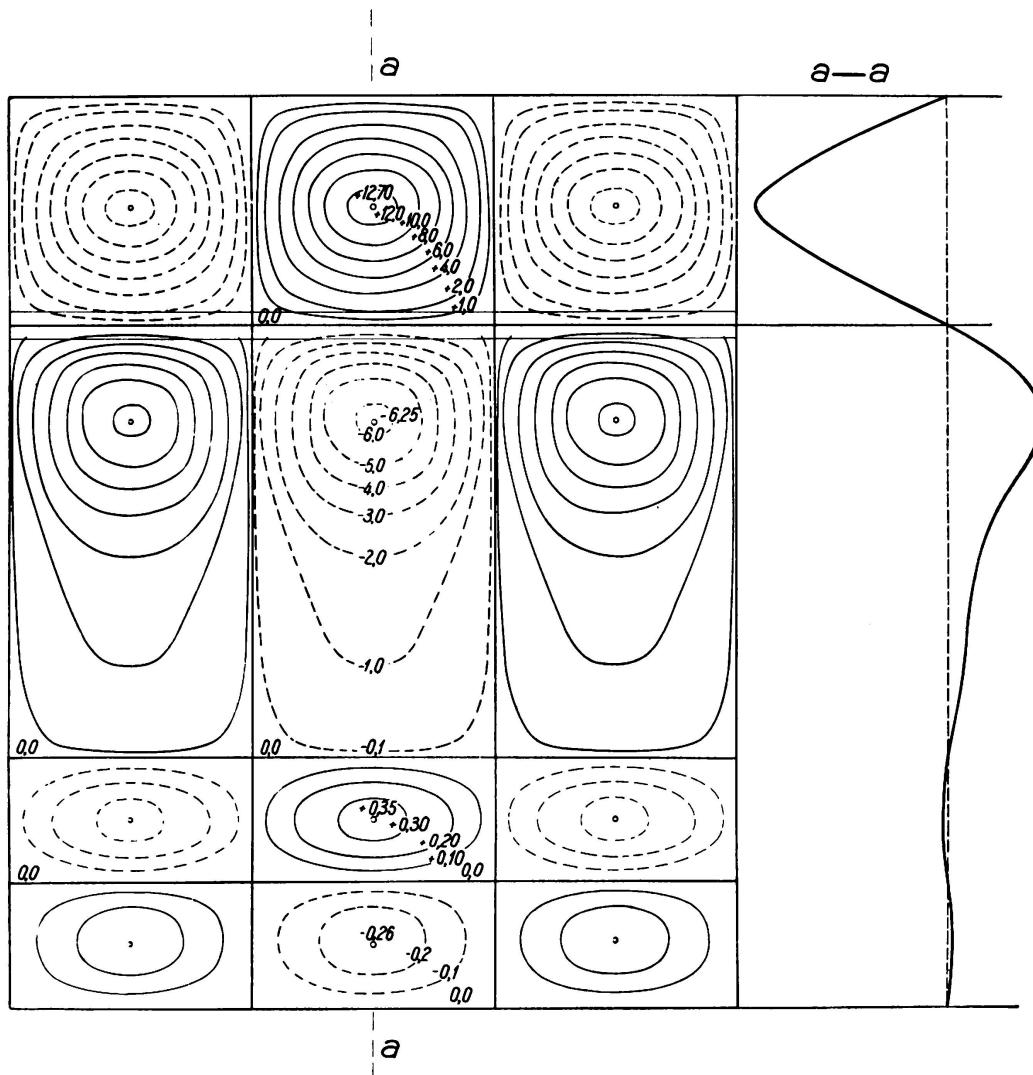


Fig. 10.

Wölbfläche einer waagerecht ausgesteiften, auf Biegung beanspruchten Platte; Wölbform II,

linie“ in der Wölbfläche zu erzwingen und wirkt daher ebenso wie eine „unendlich biegungssteife“ Steife.

Unsere Untersuchung bezieht sich, wie ausdrücklich vermerkt sein möge, bloß auf die Grenze der elastischen Stabilität, also bloß auf die Ausbildung unendlich wenig ausgebeulter Gleichgewichtsformen. Die Frage, wie sich die Wölbform im Zuge einer *überkritischen* Belastung, also bei Biegerandspannungen  $\sigma > \sigma_k$  weiter entwickelt, vermag unsere linearisierte Stabilitätstheorie nicht zu beantworten. Auswölbungen mit endlich großem Auswölbungspfeil sind mit

endlich großen Verschiebungen der Randpunkte in Richtung der ursprünglichen Plattenebene (senkrecht zur ursprünglichen Randlinie) verknüpft, so daß hier die Problemlösung vornehmlich davon abhängen wird, ob und in welchem Maße derartige Verschiebungen (das „Einziehen“ der Randlinien) im untersuchten Fall tatsächlich möglich sind. Diese Überlegungen sind nicht nur bei der Beurteilung der praktischen Bedeutung der Wölbform II und des Grenzzustandes  $i/t = (i/t)_{I,II}$  sondern auch beim Vergleich der aus der linearisierten Stabilitäts-theorie abgeleiteten Ergebnisse mit experimentell erhaltenen Ergebnissen von einiger Bedeutung.

#### *IV. Die Beeinflussung der Stabilitätsgrenze durch zusätzliche Schubspannungen.*

Das Stegblech eines vollwandigen Trägers wird nicht nur durch Biegungs-sondern auch durch Schubspannungen beansprucht, die auf die Lage der Stabilitätsgrenze und die Form der Wölbfläche merkbaren Einfluß nehmen können. Es existiert hier eine „ungünstigste“ Kombination der unter den verschiedenen Laststellungen auftretenden Werte  $\sigma$  und  $\tau$ , die der *tiefsten* Stabilitätsgrenze zugeordnet ist und im allgemeinen nur auf indirektem Wege ermittelt werden kann. Praktisch pflegt man sich allerdings auf die Berücksichtigung von bloß zwei Laststellungen (jener, für welche das Biegemoment und jener, für welche die Querkraft im untersuchten Feld ein Extrem wird) zu beschränken.

Das Stabilitätsproblem der in ihrer Ebene auf reine Biegung und reinen Schub beanspruchten Rechteckplatte (Fig. 2b) wurde für den Fall der einspannungsfreien Lagerung der Plattenränder von Timoshenko<sup>11</sup> und Stein<sup>11</sup> der Lösung zugeführt. Wir können diese Lösung in übersichtlicher Weise darstellen, wenn wir außer dem Wertepaar  $\sigma_k, \tau_k$ , das der Stabilitätsgrenze zugeordnet ist, auch noch die Beulspannungen  $\sigma_{ko}, \tau_{ko}$  berechnen, die für die untersuchte Platte Geltung haben würden, wenn sie ausschließlich auf reine Biegung beziehungsweise ausschließlich auf reinen Schub beansprucht wäre; die Verhältniszahlen  $\sigma_k/\sigma_{ko}$  und  $\tau_k/\tau_{ko}$  bestimmen dann die Koordinaten eines Punktes der Kurve  $\sigma_k/\sigma_{ko} = \Phi(\tau_k/\tau_{ko})$ , die dem Parameter  $a/h$  zugehört und die Lösung des Stabilitätsproblems für sämtliche Kombinationen der Größen  $\sigma$  und  $\tau$  festlegt. Da ein Vorzeichenwechsel des Biegemoments oder der Schubkraft keinen Einfluß auf die Stabilitätsgrenze nimmt, verläuft diese Kurve symmetrisch bezüglich beider Koordinatenachsen und schneidet diese Koordinatenachsen an den Stellen  $\sigma_k/\sigma_{ko} = 1,00$  bzw.  $\tau_k/\tau_{ko} = 1,00$  im rechten Winkel.

In Fig. 11 ist die von Timoshenko für den Fall  $a/h = 0,5$  und  $1,00$  gefundene Lösung in dieser Weise dargestellt worden. Die für die verschiedenen Seitenverhältnisse erhaltenen Lösungskurven können wir im Rahmen praktischer Anwendungen durch einen Kreisbogen mit dem Radius „eins“ approximieren. Wir brauchen dann bei der Bemessung des Stegbleches bloß die unter der  $v_b$ -fachen Gebrauchsbelastung auftretenden Bruttospannungen  $v_b \cdot \sigma, v_b \cdot \tau$  sowie die gedachten Beulspannungen  $\sigma_{ko}$  und  $\tau_{ko}$  zu berechnen; liegt der Punkt, der durch das Koordinatenpaar  $v_b\sigma/\sigma_{ko}, v_b\tau/\tau_{ko}$  bestimmt ist, auf oder unterhalb des Kreis-

<sup>11</sup> S. Timoshenko: *Miscell. Papers pres. Amer. Soc. Mech. Engr.-Meetings* 1933, Paper Nr. 3 und *Engineering* 138, 1934, S. 207; O. Stein: *Der Stahlbau*, 7. Jahrg., 1934, S. 57.

bogens in Fig. 11, ist also  $v_b \sigma / \sigma_{ko} \leq V 1 - (\nu_b \tau / \tau_{ko})^2$ , dann ist die gewünschte Beulsicherheit näherungsweise gewährleistet. An Stelle des Kreisbogens können wir zur Approximation der Lösungskurven auch ein dreiseitiges Polygon verwenden; wir haben dann  $\nu_b \cdot \sigma$  und  $\nu_b \cdot \tau$  so zu wählen, daß drei bestimmte, den drei Polygonseiten zugeordnete Ungleichungen erfüllt werden.

Ist das Stegblech im Bereich der Biegedruckspannungen durch eine waagerechte Steife verstärkt (Fig. 2c), dann wird sowohl der Bezugswert  $\sigma_{ko}$  (den wir uns mit Hilfe der im III. Abschnitt erwähnten Theorie ermitteln können) als auch der Bezugswert  $\tau_{ko}$  (der mit Hilfe der von Timoshenko<sup>6</sup> entwickelten Lösung bestimmt werden kann) erheblich größer als früher. Die Kurve

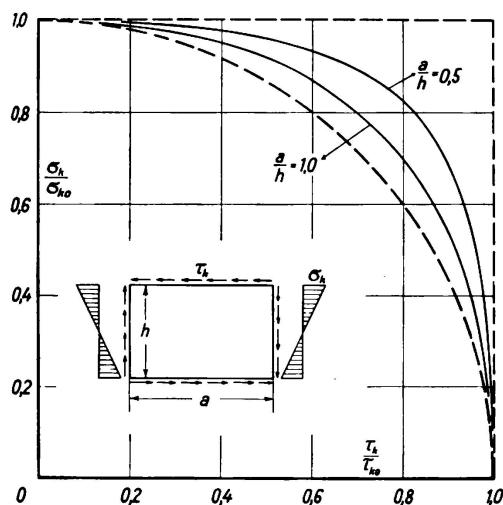


Fig. 11.  
Gegenseitige Abhängigkeit  
der Beulspannungen bei  
Biegungs- und Schub-  
beanspruchung.

$\sigma_k / \sigma_{ko} = \Phi(\tau_k / \tau_{ko})$ , die wir nunmehr erhalten, trifft zwar nach wie vor die Koordinatenachsen an den Stellen  $\sigma_k / \sigma_{ko} = 1,00$  bzw.  $\tau_k / \tau_{ko} = 1,00$ , schneidet jedoch die Abszissenachse nicht mehr stetig und unter einem rechten Winkel, da die Stabilitätsgrenze mit Rücksicht auf die bloß auf der *Biegedruckseite* angeordneten Steife nunmehr vom Vorzeichen des Biegemomentes abhängig ist.

#### V. Die Stabilität der gleichmäßig gedrückten, zusätzlich durch Schubspannungen beanspruchten Rechteckplatte.

Wir untersuchen eine Rechteckplatte vom Seitenverhältnis  $a/h$ , die an allen vier Rändern einspannungsfrei gelagert ist und durch gleichmäßig über die Höhe  $h$  verteilte Normalspannungen  $\sigma$  sowie durch gleichmäßig verteilte Schubspannungen  $\tau$  beansprucht wird (Fig. 2e). Das Stabilitätsproblem dieser Platte wurde von Wagner<sup>12</sup> und Wansleben<sup>8</sup> unter Voraussetzung eines unendlich langen Plattenstreifens näherungsweise gelöst und vom Verfasser<sup>10</sup> für Platten mit kleinem Seitenverhältnis untersucht. Ähnlich wie im IV. Abschnitt können wir die gefundene Lösung auch hier in übersichtlicher Weise darstellen, wenn wir außer dem Wertepaar  $\sigma_k, \tau_k$ , das der gefundenen Stabilitätsgrenze zugehört, noch die gedachten Beulspannungen  $\sigma_{ko}, \tau_{ko}$  berechnen, die für die untersuchte Platte gelten würden, wenn sie ausschließlich auf reinen Druck beziehungsweise ausschließlich auf reinen Schub beansprucht wäre. Die Verhältniszahlen

<sup>12</sup> H. Wagner: Jahrbuch der wiss. Ges. für Luftfahrt, 1928, S. 113.

$\sigma_k/\sigma_{ko}$ ,  $\tau_k/\tau_{ko}$  bestimmen dann die Koordinaten eines Punktes der Kurve  $\sigma_k/\sigma_{ko} = \Psi(\tau_k/\tau_{ko})$ , die dem Parameter  $a/h$  zugeordnet ist und die Lösung des Stabilitätsproblems für sämtliche Kombinationen der Größen  $\sigma$  und  $\tau$  festlegt. Da ein Vorzeichenwechsel der Schubkraft ohne Einfluß auf die Stabilitätsgrenze ist, verläuft diese Kurve symmetrisch zur Ordinatenachse und schneidet die Ordinatenachse an der Stelle  $\sigma_k/\sigma_{ko} = 1,00$  im rechten Winkel; die Abszissenachse wird an der Stelle  $\tau_k/\tau_{ko} = 1,00$  stetig unter einem schießen Winkel geschnitten, da die Stabilitätsgrenze durch einen Vorzeichenwechsel der Normalspannung (Übergang vom Fall „Druck und Schub“ auf den Fall „Zug und Schub“) geändert wird.

Die Wölbflächen, die an der Stabilitätsgrenze zur Ausbildung gelangen, zerfallen bei Platten mit großen Seitenverhältnissen in eine Reihe von Beulen, die durch „Knotenlinien“ getrennt sind. Zum Unterschied von den in Fig. 3 bis Fig. 10 dargestellten Lösungsergebnissen, die sich auf Platten mit linear über die Höhe  $h$  verteilten Normalspannungen bezogen, werden bei Platten mit zusätzlicher Schubbeanspruchung Wölbflächen ausgebildet, deren Längsschnitt nicht mehr nach einer einfachen Sinuslinie verläuft und deren Knotenlinien nicht mehr gerade sind; um diesen Unterschied hervorzuheben, wollen wir die Halbwelzenzahl hier nicht mit  $m$  sondern mit  $m'$  bezeichnen. Die allgemeine Bedingungsgleichung für das Erreichen von Grenzen der elastischen Stabilität zerfällt hier (ebenso wie auch im Fall reiner Schubbeanspruchung) in zwei voneinander unabhängige Beulbedingungen, von denen die eine den Wölbflächen mit  $m' = 1, 3, 5, \dots$  und die anderen den Wölbflächen mit  $m' = 2, 4, 6, \dots$  zugeordnet ist; je nach dem Seitenverhältnis der Platte und der Größe der zusätzlichen Schubspannung führt die eine oder die andere auf die tiefste Stabilitätsgrenze.

In Fig. 12 ist die Lösungskurve  $\sigma_k/\sigma_{ko} = \Psi(\tau_k/\tau_{ko})$  für Rechteckplatten mit dem Seitenverhältnis  $a/h = 1,00, 1,60$  und  $3,20$  dargestellt worden. Quadratische

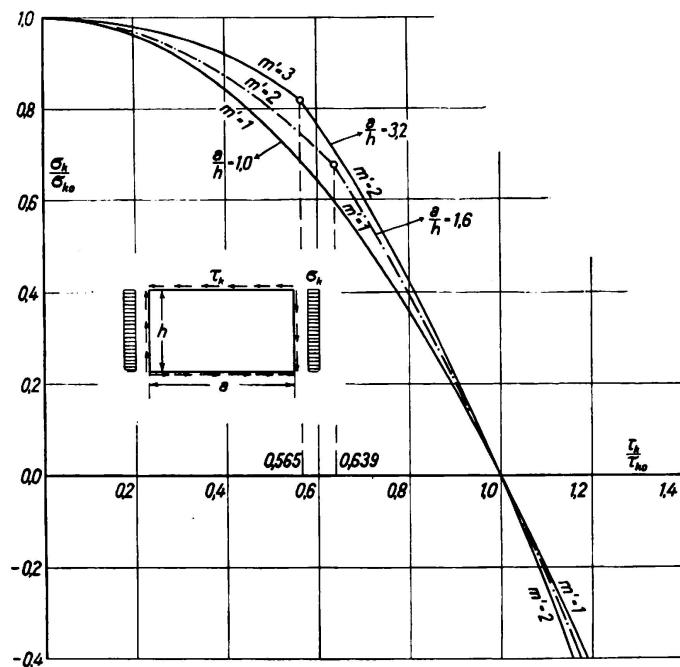


Fig. 12.  
Gegenseitige Abhängigkeit der Beulspannungen bei reiner Druck- und Schubbeanspruchung.

Platten beulen an der tiefsten Stabilitätsgrenze nicht nur im Fall reiner Schubbeanspruchung ( $\sigma_k/\sigma_{ko} = 0$ ) sondern auch im Fall „Druck und Schub“ und im Fall „Zug und Schub“ nach einer Wölbfläche mit bloß einer Halbwelle aus, so daß die Kurve  $\sigma_k/\sigma_{ko} = \Psi(\tau_k/\tau_{ko})$  hier aus einem einzigen Ast ( $m' = 1$ ) besteht. Bei Platten mit dem Seitenverhältnis  $a/h = 1,60$  wird im Fall reiner Druckbelastung ( $\tau_k/\tau_{ko} = 0$ ) und im Fall kleiner zusätzlicher Schubspannungen ( $\tau < 0,639 \cdot \tau_{ko}$ ,  $\sigma > 0,672 \sigma_{ko}$ ) eine Wölbfläche mit *zwei* Halbwellen maßgebend, so daß sich die Kurve  $\sigma_k/\sigma_{ko} = \Psi(\tau_k/\tau_{ko})$  aus zwei Ästen ( $m' = 1$  und  $m' = 2$ ) zusammensetzt. Platten mit dem Seitenverhältnis  $a/h = 3,20$  bilden im Fall reiner Druckbeanspruchung ( $\tau_k/\tau_{ko} = 0$ ) oder im Fall kleiner zusätzlicher Schubspannungen ( $\tau < 0,565 \cdot \tau_{ko}$ ,  $\sigma > 0,820 \sigma_{ko}$ ) eine Wölbfläche mit *drei* Halbwellen und im Fall großer zusätzlicher Schubspannungen oder im Fall „Zug und Schub“ eine Wölbfläche mit *zwei* Halbwellen in der Längsrichtung aus, so daß sich auch hier die Kurve aus zwei Ästen ( $m' = 2$  und  $m' = 3$ ) zusammensetzt.

Die Kurven  $\sigma_k/\sigma_{ko} = \Psi(\tau_k/\tau_{ko})$  in Fig. 12 können, sofern wir uns auf den Spannungsbereich  $-0,40 \leq (\sigma_k/\sigma_{ko}) \leq +1,00$  beschränken und den Zerfall der Kurven in einzelne Äste außer Betracht lassen, durch Parabeln vom Gesetz  $\frac{\sigma_k}{\sigma_{ko}} = 1 - \left( \frac{\tau_k}{\tau_{ko}} \right)^x$  approximiert werden; ein derartiges Näherungsgesetz wurde schon im Rahmen einer ähnlichen Stabilitätsuntersuchung (Ausbeulen eines dünnwandigen Rohres unter achsialer Belastung und zusätzlicher Torsionsbeanspruchung) in Vorschlag gebracht.<sup>13</sup> Für  $x = 2$  erhalten wir eine quadratische Parabel, die sich mit der dem Parameter  $a/h = 1,00$  zugeordneten Kurve  $\sigma_k/\sigma_{ko} = \Psi(\tau_k/\tau_{ko})$  praktisch vollständig deckt. Statt der Parabel kann zur Approximation der Lösungskurven auch ein dreiseitiges Polygon verwendet werden; die Bemessungsgrundlage wird dann durch *drei* (den drei Polygonseiten zugeordnete) Ungleichungen festgelegt.

Ist  $a/h = 1,6$  und besitzt die Druckspannung die Größe  $\sigma = 2,82 \cdot \sigma_e$ , dann tritt das Ausbeulen ein, wenn die zusätzlich vorhandene Schubspannung den Wert  $\tau = 4,47 \cdot \sigma_e$  erreicht; da die Bezugswerte hier  $\sigma_{ko} = 4,20 \cdot \sigma_e$  und  $\tau_{ko} = 7,00 \cdot \sigma_e$  betragen, gilt  $\sigma_k/\sigma_{ko} = 0,672$  und  $\tau_k/\tau_{ko} = 0,639$ , so daß wir in Fig. 12 auf jenen Sonderfall gelangen, in welchem ein Ausbeulen nach *zwei* verschiedenen Wölbflächen ( $m' = 1$  und  $m' = 2$ ) unter derselben kritischen Belastung möglich wird. Diese beiden Wölbformen, die hier energetisch gleichwertig sind und mit gleicher Wahrscheinlichkeit zur Ausbildung gelangen, sind in Fig. 13 a und 13 b in Form von Schichtenplänen dargestellt worden; die den einzelnen Niveaulinien beigeschriebenen Koten sind auch hier wieder nur als Verhältniszahlen anzusehen und die Absolutwerte der Auswölbung sind an der Stabilitätsgrenze unendlich klein zu denken.

## VI. Die Stabilität der gleichmäßig gedrückten, waagerecht ausgesteiften Rechteckplatte.

Wir untersuchen die Stabilität einer Rechteckplatte vom Seitenverhältnis  $a/h$ , die durch gleichmäßig verteilte Druckspannungen beansprucht wird und durch

<sup>13</sup> F. J. Bridget, C. C. Jerome and A. B. Vosseller: Transactions Amer. Soc. Mech. Engr., 56, 1934, S. 569.

eine waagerechte Steife verstärkt ist (Fig. 2 f mit  $\tau = 0$ ). Die Steife sei beiderseits der Plattenebene derartig angeordnet, daß die Steifenachse in die Mittel ebene der Platte zu liegen kommt; ihre Querschnittsfläche sei mit F, ihre Bie gungssteifigkeit (bezogen auf Ausbiegungen senkrecht zur Plattenebene) mit EJ und ihr Querschnitts-Trägheitsradius mit  $i = \sqrt{J/F}$  bezeichnet. Die Stabilitäts untersuchung dieser Platte, die wir Timoshenko<sup>6</sup> verdanken, führt, wenn wir uns

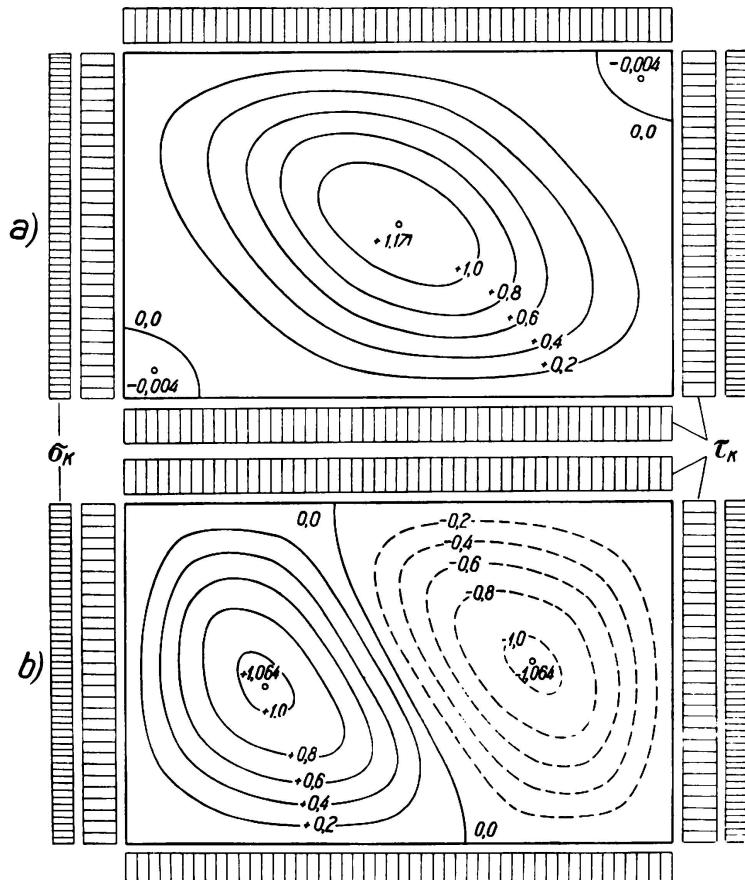


Fig. 13.

Wölbfläche einer auf Druck und Schub beanspruchten Platte.

mit einer praktisch ausreichend genauen Näherungslösung zufrieden geben und die Hilfsgrößen

$$\delta = \frac{F}{th}, \quad \gamma = \frac{EJ}{Dh}, \quad \frac{i}{t} = \sqrt{\frac{\gamma}{12(1-\mu^2)\delta}}, \quad k = \frac{\sigma_k}{\sigma_e}, \quad \sigma_e = \frac{\pi^2 D}{h^2 t}, \quad \beta_1 = \frac{a}{mh}, \quad (4)$$

$m = 1, 2, 3, \dots$

einführen, auf die verhältnismäßig einfache Beulbedingung

$$(1 + 4\delta) \cdot (k\beta_1^2)^2 - (k\beta_1^2) \cdot \{4\gamma + (1 + 2\delta) \cdot [(1 + \beta_1^2)^2 + (1 + 9\beta_1^2)^2]\} + 2\gamma [(1 + \beta_1^2)^2 + (1 + 9\beta_1^2)^2] + (1 + \beta_1^2)^2 \cdot (1 + 9\beta_1^2)^2 = 0. \quad (5)$$

In Fig. 14 ist die Lösung, die wir für den Fall  $\delta = 0,20$  mit Hilfe der Gl. 5 gewinnen, in Form einer nach dem Parameter  $\gamma$  geordneten Schar von „Berandungslinien“ dargestellt worden. Die Wölbflächen, die diesen Lösungen

zugehören und im weiteren als „Wölbformen I“ bezeichnet werden mögen, werden bei Platten mit großen Seitenverhältnissen durch lotrechte „Knotenlinien“ in eine Reihe von Beulen mit sinusförmigem Längsschnitt zerlegt; die für die tiefste Stabilitätsgrenze maßgebende Zahl  $m$  der sinusförmigen Halbwellen wurde den einzelnen Kurvenästen in Fig. 14 beigeschrieben.

Die tiefste Kurve in Fig. 14 bezieht sich auf den gedachten Grenzfall  $\gamma = 0$ , in welchem der Querschnitt der Steife zwar den Flächeninhalt  $F = 0,20 \cdot th$  besitzt, die Querschnittsform aber derartig unzweckmäßig gewählt wird, daß die

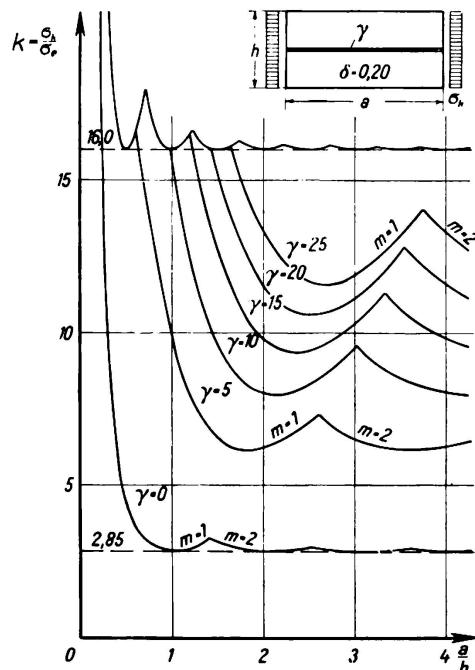


Fig. 14.  
Das Ausbeulen von gedrückten,  
waagerecht versteiften Platten.

Biegesteifigkeit  $EJ$  praktisch gleich Null ist (an der Platte flach anliegende Lamellenpakete). Die unter Druckbelastung stehende „Steife“ muß hier von der Platte abgestützt werden, so daß die Beulziffer  $k$  kleiner als die der unversteiften Platte (Kurve „a“ in Fig. 4) wird. Ist hingegen der Querschnitt  $F = 0,20 \cdot th$  so geformt, daß  $EJ$  und damit auch  $\gamma$  verhältnismäßig groß wird, dann vermag die Steife ihre Aufgabe zu erfüllen und die Platte an der Stabilitätsgrenze abzustützen. Ähnlich wie in Fig. 8 kann jedoch der Beulwiderstand auch hier nicht unbeschränkt gesteigert werden, da für alle  $\gamma \geq \gamma_{I,II}$  an der tiefsten Stabilitätsgrenze eine „Wölbform II“ zur Ausbildung gelangt, die durch eine waagerechte, am Ort der Steife auftretende „Knotenlinie“ gekennzeichnet ist. Die Steife erfährt hierbei keine seitliche Ausbiegung, so daß die der Wölbform II zugeordneten Beulziffern von der Größe  $\gamma$  unabhängig sind und auch durch die Anordnung einer „unendlich biegesteifen“ Steife nicht erhöht werden können. Die diesem Grenzfall entsprechende Lösungskurve (höchstliegende Kurve in Fig. 14) kann aus der Kurve „a“ in Fig. 4 unmittelbar abgeleitet werden, wenn wir den Torsionswiderstand der Steife vernachlässigen und beachten, daß die gegebene Platte durch die waagerechte „Knotenlinie“ in zwei gleichartig beanspruchte Plattenstreifen der Höhe  $h/2$  zerfällt, deren kleinste kritische Druckspannung  $\min \sigma_k = 4,00 \cdot \frac{4\pi^2 D}{h^2 t} = 16,00 \cdot \sigma_e$  beträgt.

Der Grenzwert  $\gamma_{I,II}$  hängt vom Seitenverhältnis  $a/h$  und von der Hilfsgröße  $\delta = F/th$  ab und ist an einen Höchstwert  $\max \gamma_{I,II}$  gebunden. In Fig. 15 wurde die Abhängigkeit des Grenzwertes  $\gamma_{I,II}$  vom Seitenverhältnis der Platte für Steifen mit  $\delta = 0,20$  und  $0,05$  graphisch dargestellt; der nach Erreichen der ersten Maximalstelle auftretende wiederholte Abfall und Wiederanstieg dieser Kurven ist hierbei vernachlässigt. Beide Kurven setzen sich aus einzelnen Ästen zusammen, die den beigeschriebenen Parametern  $m$  (Zahl der bei der Wölbform II zur Ausbildung gelangenden, sinusförmigen Halbwellen) zugeordnet sind, und erreichen an den Stellen  $a/h = 3,17$  beziehungsweise  $2,80$  den Höchstwert  $\max \gamma_{I,II} \approx 51,60$  bzw.  $30,15$ . Steifen mit einer Biegssteifigkeit  $EJ \geq (\max \gamma_{I,II})$  sind ausreichend biegesteif, um auch bei Platten mit beliebig großem Seitenverhältnis an der tiefsten Stabilitätsgrenze die Ausbildung einer Wölbfläche mit einer „Knotenlinie“ am Ort der Steife zu erzwingen. Bei Zugrundelegung der in Fig. 15 dargestellten Kurven bietet es keine Schwierigkeiten, einfache Näherungsformeln für den Grenzwert  $\gamma_{I,II}$  und den Höchstwert  $\max \gamma_{I,II}$  zu entwickeln.

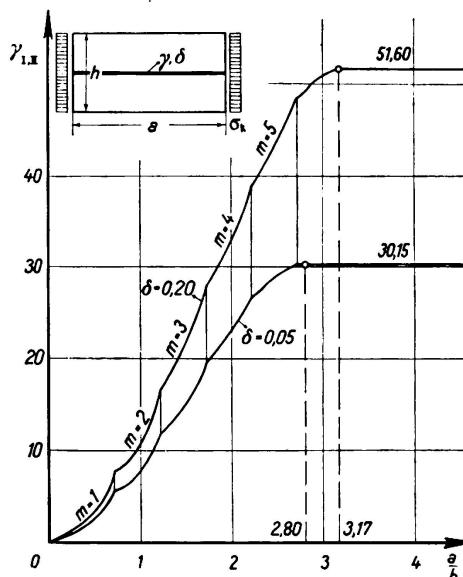


Fig. 15.

Zusammenhang zwischen dem Grenzwert des Steifigkeitsverhältnisses  $\gamma_{I,II}$  und dem Seitenverhältnis der Platte.

wellen) zugeordnet sind, und erreichen an den Stellen  $a/h = 3,17$  beziehungsweise  $2,80$  den Höchstwert  $\max \gamma_{I,II} \approx 51,60$  bzw.  $30,15$ . Steifen mit einer Biegssteifigkeit  $EJ \geq (\max \gamma_{I,II})$  sind ausreichend biegesteif, um auch bei Platten mit beliebig großem Seitenverhältnis an der tiefsten Stabilitätsgrenze die Ausbildung einer Wölbfläche mit einer „Knotenlinie“ am Ort der Steife zu erzwingen. Bei Zugrundelegung der in Fig. 15 dargestellten Kurven bietet es keine Schwierigkeiten, einfache Näherungsformeln für den Grenzwert  $\gamma_{I,II}$  und den Höchstwert  $\max \gamma_{I,II}$  zu entwickeln.

In Fig. 16 wird gezeigt, wie die Beulziffer einer Platte von gegebenem Seitenverhältnis ( $a/h = 1,00, 1,60$  und  $3,00$ ) anwächst, wenn die Steife die Querschnittsfläche  $F = 0,20 \cdot th$  besitzt, die Querschnittsform jedoch verschiedenartig gewählt wird, so daß die Verhältniszahl  $i/t$  verschiedenen großen Werte annimmt. Im Fall  $a/h = 1,00$  bildet die an der tiefsten Stabilitätsgrenze maßgebende „Wölbform I“ nur eine einzige Halbwelle in der Längsrichtung aus, so daß die diesem Fall zugeordnete Kurve im Bereich  $0 \leq i/t \leq 2,16$  bloß aus einem einzigen Ast besteht, dessen Ordinate von  $k = 2,85$  bis auf  $k = 16,00$  anwächst. Die Kurve für den Fall  $a/h = 1,60$  setzt sich im Bereich  $0 \leq i/t \leq 3,26$  aus zwei Ästen zusammen, da für kleine Werte  $i/t$  eine Wölbform mit  $m = 2$  Halbwellen maßgebend wird; die Ordinaten dieser Kurve steigen im angegebenen Bereich von  $k = 3,30$  bis auf  $k = 16,07$  an. Im Fall  $a/h = 3,00$  wird die Kurve innerhalb des Bereiches  $0 \leq i/t \leq 4,83$  aus drei Ästen gebildet, da an

der tiefsten Stabilitätsgrenze je nach der Größe von  $i/t$  Wölbflächen mit  $m = 3$ ,  $m = 2$  oder  $m = 1$  Halbwellen zur Ausbildung gelangen; die Kurvenordinaten wachsen innerhalb des angegebenen Bereiches von  $k = 2,85$  bis auf  $k = 16,00$  an.

### VII. Die Stabilität der waagerecht ausgesteiften, gleichmäßig gedrückten und zusätzlich auf Schub beanspruchten Rechteckplatte.

Wird die im VI. Abschnitt untersuchte Platte nicht nur durch gleichmäßig verteilte Normalspannungen sondern zusätzlich auch durch gleichmäßig verteilte Schubspannungen beansprucht (Fig. 2f), dann wird der Längsschnitt der den Stabilitätsgrenzen zugeordneten Wölbflächen nicht mehr aus aneinander

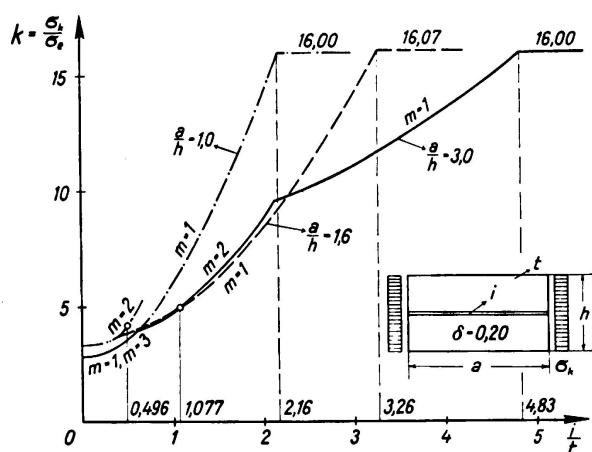


Fig. 16.  
Zusammenhang zwischen  
der Beulziffer  $K$  und dem  
Steifigkeitsverhältnis  $\frac{i}{t}$ .

gereihten Sinushalbwellen gebildet und die „Knotenlinien“ verlaufen nicht mehr geradlinig. Ähnlich wie im Fall reiner Schubbelastung und im Fall kombinierter Druck- und Schubbelastung *unversteifter* Platten (V. Abschnitt) zerfällt die allgemeine Bedingungsgleichung für das Erreichen von Stabilitätsgrenzen in zwei voneinander unabhängige Beulbedingungen, denen Wölbflächen mit gerader beziehungsweise ungerader Halbwellenzahl  $m'$  zugehören; je nach der Größe von  $a/h$ ,  $\delta$  und  $\gamma$  ist die eine oder die andere dieser beiden Beulbedingungen für die Ausbildung der *tiefsten* Stabilitätsgrenze maßgebend. Die Lösung kann in Form der Kurven  $\sigma_k/\sigma_{ko} = \Psi(\tau_k/\tau_{ko})$  dargestellt werden, doch hängt der Verlauf dieser Kurven hier nicht nur von  $a/h$  sondern auch von  $\delta$  und  $\gamma$  ab; als Bezugsgrößen  $\sigma_{ko}$  und  $\tau_{ko}$  werden hierbei wieder die Beulspannungen verwendet, die für die untersuchte, waagerechte ausgesteifte Platte im Fall *ausschließlicher* Druckbelastung (vgl. dazu die im VI. Abschnitt geschilderte Lösung) beziehungsweise im Fall *ausschließlicher* Schubbeanspruchung (vgl. dazu die von Timoshenko<sup>6</sup> entwickelte Lösung) in Geltung stehen.

In Fig. 17 ist die Kurve  $\sigma_k/\sigma_{ko} = \Psi(\tau_k/\tau_{ko})$  für eine Platte mit dem Seitenverhältnis  $a/h = 1,60$  und einer waagerechten Steife mit  $F = 0,24 \cdot th$  und  $i/t = 2,00$  dargestellt; die Beulspannungen  $\sigma_{ko}$  und  $\tau_{ko}$  besitzen hier die Größe  $\sigma_{ko} = 8,83 \cdot \sigma_e$  bzw.  $\tau_{ko} = 12,72 \cdot \sigma_e$  und die Zahl der von der Wölbfläche an der tiefsten Stabilitätsgrenze ausgebildeten Halbwellen beträgt in allen Fällen  $m' = 1$ . Zum Vergleich wurde auch die Kurve für den Fall der unversteiften

Platte (Kurve „ $a/h = 1,60$ “ in Fig. 12) sowie die Kurve für jenen Grenzfall eingetragen, in welchem die Biegesteifigkeit ausreichend groß ist, um die Ausbildung der „Wölbform II“ zu erzwingen; da die Platte in diesem Grenzfall in zwei gleichartig beanspruchte Plattenstreifen der Höhe  $h/2$  zerfällt, stimmt diese Kurve mit der Kurve „ $a/h = 3,20$ “ in Fig. 12 überein. Wir erkennen, daß die untersuchte Platte ( $\delta = 0,24$ ,  $i/t = 2,00$ ) gegen zusätzliche Schubspannungen „empfindlicher“ als eine unversteifte Platte ( $\delta = 0$ ,  $i/t = 0$ ) oder eine sehr stark ausgesteifte Platte ( $\delta = 0,24$ ,  $i/t \rightarrow \infty$ ) ist, was wohl darauf zurückzuführen ist, daß durch die Anbringung der gewählten Steife sowohl im gedachten Fall reiner Druck- als auch reiner Schubbeanspruchung Wölbflächen erzwungen werden,

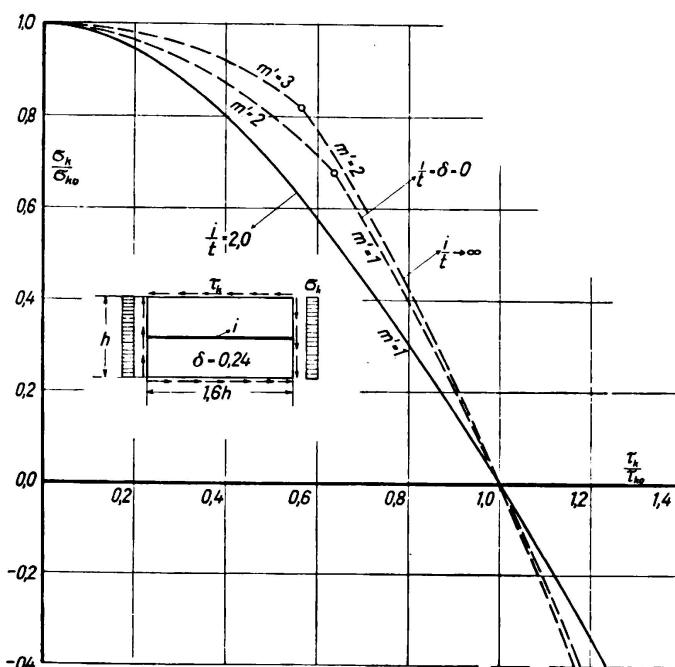


Fig. 17.  
Gegenseitige Abhängigkeit der Beulspannungen einer versteiften Platte bei reiner Druck- und Schubbeanspruchung.

die die gleiche Halbwellen-Zahl und einen ähnlichen Verlauf zeigen. Bei dem Vergleich der Kurven in Fig. 17 und der Beurteilung der soeben geschilderten „Empfindlichkeit“ muß beachtet werden, daß in Fig. 17 als Koordinaten nicht die Absolutwerte  $\sigma_k$  und  $\tau_k$  sondern die Verhältniszahlen  $\sigma_k/\sigma_{ko}$  und  $\tau_k/\tau_{ko}$  aufgetragen worden sind, wobei die Bezugswerte  $\sigma_{ko}$ ,  $\tau_{ko}$  bei den drei gezeichneten Kurven verschieden groß und bei der verstieften Platte wesentlich größer als bei der unversteiften Platte sind.

### VIII. Die Näherungsberechnung waagerecht versteifter Stegbleche.

Untersuchen wir eine Rechteckplatte, die an allen vier Rändern einspannungsfrei gelagert ist und in der Längsrichtung durch trapez- oder dreieckförmig verteilte Druckspannungen mit dem Größtwert  $\sigma$  beansprucht wird, dann können wir die an der tiefsten Stabilitätsgrenze in Geltung stehende kritische Spannung  $\sigma = \sigma_k$  entweder genau (mit Hilfe des von Timoshenko<sup>6</sup> angegebenen Lösungsverfahrens) oder aber angenähert in der Weise ermitteln, daß wir die gegebene ungleichmäßig verteilte Druckspannung durch eine gleich-

mäßig verteilte Druckspannung  $\sigma_m = \psi \cdot \sigma$ ,  $\psi < 1$  ersetzen und für diesen einfachen Belastungsfall die tiefste Stabilitätsgrenze  $(\sigma_m)_k$  bestimmen; die Rechnungsgröße  $\bar{\sigma}_k = \frac{1}{\psi} \cdot (\sigma_m)_k$  ist dann, wie auch von Shizuo Ban<sup>14</sup> vermerkt worden ist, nur wenig von dem genauen Wert  $\sigma_k$  unterschieden. Dieses Ergebnis führt nun auf den Gedanken, die kritische Randspannung  $\sigma_k$  der in ihrer Ebene auf reine Biegung beanspruchten Rechteckplatte (Fig. 2a) angenähert unter Zugrundelegung einer „Ersatzplatte“ zu bestimmen, die wir uns auf der Biegedruckseite der Originalplatte herausgeschnitten denken und die daher die Höhe  $h' = h/2$  aufweist. Die auf diese Ersatzplatte einwirkenden dreieckförmig verteilten Druckspannungen mit dem Randwert  $\sigma$  ersetzen wir durch die gleichmäßig verteilten Druckspannungen  $\sigma' = 0,5 \cdot \sigma$  und alle der Ersatzplatte zugeordneten Größen wollen wir zum Unterschied von den der Originalplatte zugehörigen Größen durch einen beigefügten Strich kennzeichnen.

Um die Näherungsuntersuchung möglichst einfach zu gestalten, denken wir uns die Ersatzplatte an allen vier Rändern in derselben Weise wie die Originalplatte gelagert, müssen dann aber die gefundenen Rechnungsgrößen  $\bar{\sigma}_k = \sigma'_k / 0,5 = 2 \cdot \sigma'_k$  um rund 30% vermindern, um brauchbare Näherungswerte für die gesuchte kritische Biegerandspannung  $\sigma_k$  zu erhalten. Diese Reduktion ist deshalb erforderlich, weil wir im Rahmen des Näherungsverfahrens auch die *untere* Randlinie der Ersatzplatte als seitlich festgehalten ansehen, während die auf dieser Linie gelegenen Plattenelemente beim Ausbeulen der Originalplatte (vgl. Fig. 7) eine relativ große seitliche Ausbiegung erfahren. Sind die Längsränder der Originalplatte einspannungsfrei gelagert, dann erhalten wir mit Hilfe der Ersatzplatte z. B. für die kleinste kritische Randspannung das Ergebnis  $\min \sigma'_k = 4,00 \cdot \sigma'_e = 16,00 \cdot \sigma_e$  (Kurve „a“ in Fig. 4),  $\bar{\sigma}_k = 32,00 \cdot \sigma_e$  und daher nach Durchführung der erwähnten Reduktion  $0,7 \cdot \bar{\sigma}_k = 22,4 \cdot \sigma_e$ , während die strenge Lösung (Kurve „a“ in Fig. 6)  $\min \sigma_k = 23,9 \cdot \sigma_e$  beträgt. Sind die Längsränder der Originalplatte starr eingespannt, dann ergibt sich bei Zugrundelegung der Ersatzplatte  $\min \sigma'_k = 6,97 \cdot \sigma'_e = 27,88 \cdot \sigma_e$  (Kurve „b“ in Fig. 4),  $\bar{\sigma}_k = 55,76 \cdot \sigma_e$  und daher  $0,7 \cdot \bar{\sigma}_k = 39,0 \cdot \sigma_e$ , während der strenge Wert (Kurve „b“ in Fig. 6)  $\min \sigma_k = 39,6 \cdot \sigma_e$  beträgt.

Ist die untersuchte, in ihrer Ebene auf reine Biegung beanspruchte Rechteckplatte an den Rändern einspannungsfrei gelagert und am Ort  $y = 0,75 \cdot h$  durch eine *waagerechte Steife* verstärkt, deren Achse in der Plattenmittelebene gelegen ist (Fig. 2c mit  $\tau = 0$ ), dann gelangen wir im Rahmen unseres Näherungsverfahrens auf eine Ersatzplatte mit der Höhe  $h' = 0,5 \cdot h$ , die in ihrer Mitte durch eine waagerechte, zentrisch angeordnete Steife ausgesteift und durch die gleichmäßig verteilten Druckspannungen  $\sigma' = 0,5 \cdot \sigma$  belastet wird (Fig. 2f mit  $\tau = 0$ ). Ermitteln wir die kleinsten kritischen Druckspannungen  $\sigma'_k$  dieser Ersatzplatte mit Hilfe der im VI. Abschnitt geschilderten Theorie (unter Verwendung der einfach gebauten Beulbedingung Gl. 5) und reduzieren wir die auf diese Weise gewonnenen Rechnungsgrößen  $\bar{\sigma}_k = \frac{\sigma'_k}{0,5}$  in den praktisch vorkommenden Fällen

<sup>14</sup> Shizuo Ban: Abhandlungen der Int. Vereinigung für Brücken- und Hochbau, III. Bd., 1935, S. 1.

um rund 10—20%, dann gelangen wir auch hier auf brauchbare Näherungswerte für die kritische Biegerandspannung  $\sigma_k$  der Originalplatte. Ist beispielsweise  $a/h = 0,8$ ,  $F = 0,12 \cdot th$  und  $i/t = 2,00$ , dann erhalten wir für die Ersatzplatte  $a'/h' = 1,60$ ,  $\delta' = 0,24$ ,  $\gamma' = 12 \cdot (1 - \mu^2) \cdot \delta' \cdot (i/t)^2 = 10,48$  und aus Gl. 5 die Beulziffer  $k' = 8,83$ , so daß sich  $\sigma'_k = k' \cdot \sigma'_e = 4 \cdot k' \cdot \sigma_e = 35,32 \cdot \sigma_e$  und  $\bar{\sigma}_k = 8 k' \cdot \sigma_e = 70,64 \cdot \sigma_e$  ergibt; diese Rechnungsgröße müßte um 13,8% reduziert werden, um mit dem genauen Wert der kritischen Biegerandspannung  $\sigma_k = 60,86 \cdot \sigma_e$  (vgl. den III. Abschnitt) übereinzustimmen. In Fig. 8 wurde die Lösungskurve, die wir auf diese Weise mit Hilfe unserer Ersatzplatte gewinnen, als gestrichelte Linie dargestellt. Für sehr kleine Werte  $i/t$  wird im Rahmen dieser Näherungslösung schon eine Wölbfläche mit  $m = 2$  Halbwellen maßgebend, so daß die Näherungslösung aus zwei Ästen zusammengesetzt ist; im Fall  $m = 1$  gilt z. B. für  $i/t = 0, 0,847, 2,00, 2,78$  und  $3,00$  der Reihe nach  $k' = 3,34, 4,34, 8,83, 13,71$  und  $15,43$ , während sich im Fall  $m = 2$  für  $i/t = 0, 0,2, 0,4$  und  $0,6$  der Reihe nach  $k' = 2,82, 3,05, 3,72$  und  $4,83$  ergibt.

Auch die der „Wölbform II“ zugeordnete kritische Biegerandspannung und der im III. Abschnitt definierte Grenzwert  $(i/t)_{I, II}$  kann näherungsweise mit Hilfe des geschilderten Verfahrens ermittelt werden. Die waagerechte „Knotenlinie“, die die Wölbform II am Ort  $y = 0,75 \cdot h$  aufweist, zerlegt die Originalplatte in zwei Teilplatten, von denen die obere die Höhe  $h' = 0,25 \cdot h$  besitzt und durch eine trapezförmige Druckspannungsverteilung mit dem Durchschnittswert  $\sigma' = 0,75 \cdot \sigma$  beansprucht wird. Diese obere Teilplatte, die wir als „Ersatzplatte“ einführen, hängt an ihrem unteren Rand mit der unteren, vornehmlich auf Zug beanspruchten Teilplatte zusammen und erfährt hier eine elastische Einspannung. Wir wollen den Einfluß dieser elastischen Einspannung angenähert in der Weise berücksichtigen, indem wir einmal eine einspannungsfreie Lagerung und ein andermal eine starre Einspannung des unteren Ersatzplattenrandes in Rechnung stellen und von den so erhaltenen beiden Beulziffern das arithmetische Mittel nehmen. Besitzt die Originalplatte beispielsweise das Seitenverhältnis  $a/h = 0,8$  und eine Steife mit  $F = 0,12 \cdot th$  (Fig. 8), dann erhalten wir aus der im III. Abschnitt geschilderten genauen Lösung eine Wölbform gemäß Fig. 10 mit  $m = 3$  Halbwellen in der Längsrichtung und einer kritischen Biegerandspannung  $\sigma_k = 101,85 \cdot \sigma_e$ , doch würde der Beulwiderstand der Platte bei einer Auswölbung mit  $m = 4$  Halbwellen nur wenig größer ( $\sigma_k = 103,49 \cdot \sigma_e$ ) als dieser Kleinstwert sein. Für die Ersatzplatte, die das Seitenverhältnis  $a'/h' = 3,20$  aufweist, gilt bei Voraussetzung einspannungsfrei gelagerter Ränder  $k' = 4,04$  und  $m = 3$  (vgl. die Kurve „a“ in Fig. 4), so daß wir  $\sigma'_k = k' \cdot \sigma_e = 16 k' \cdot \sigma_e$  und  $\bar{\sigma}_k = \frac{16}{0,75} k' \cdot \sigma_e = 86,19 \cdot \sigma_e$  erhalten; wird für den unteren Rand der Ersatzplatte eine starre Einspannung angenommen, dann ist  $k' = 5,41$  und  $m = 4$  (vgl. die Kurve „b“ in Fig. 5), so daß sich  $\bar{\sigma}_k = \frac{16}{0,75} k' \cdot \sigma_e = 115,41 \cdot \sigma_e$  ergibt. Das arithmetische Mittel der beiden Grenzwerte hat die Größe  $\bar{\sigma}_k = 100,80 \cdot \sigma_e$  und entspricht einer Wölbform mit  $m = 3—4$  Halbwellen in der Längsrichtung, ein Ergebnis, das mit der früher erwähnten strengen Lösung befriedigend übereinstimmt. Der durch die Beulziffer  $k = 100,80$  festgelegte, in Fig. 8 gestrichelt eingetragene Kurvenast (II)

der Lösungskurve schneidet den gestrichelt gezeichneten Kurvenast (I) an der Stelle  $(i/t)_{I, II} = 2,62$ ; auch dieses Näherungsergebnis stimmt mit dem genauen Lösungsergebnis  $(i/t)_{I, II} = 2,780$  praktisch ausreichend überein.

Der Einfluß zusätzlicher Schubspannungen kann im Rahmen unseres Näherungsverfahrens gleichfalls in einfacher Weise berücksichtigt werden. Ist keine Aussteifung vorhanden (Fig. 2b), dann können wir den Einfluß, den die zusätzlichen Schubspannungen auf die Stabilitätsgrenze nehmen, unmittelbar mit Hilfe des im IV. Abschnitt erwähnten Näherungsverfahrens (Approximation der Lösungskurven durch einen Viertelkreis oder ein dreiseitiges Polygon) abschätzen. Ist die Originalplatte waagerecht ausgesteift (Fig. 2c), dann legen wir der Näherungsuntersuchung eine Ersatzplatte mit der Höhe  $h' = h/2$  zugrunde (Fig. 2f) und gelangen damit auf die im VII. Abschnitt (Fig. 17) geschilderten Lösungskurven, die in erster Annäherung durch eine passend gewählte Parabel oder ein dreiseitiges Polygon ersetzt werden können.

#### IV. Über das Ausbeulen im „unelastischen“ Bereich.

Ist die im kritischen Gleichgewichtszustand vorhandene (ohne Rücksicht auf die Nietlochschwächung berechnete) größte örtliche Vergleichsspannung  $(\sigma_v)_k$  größer als die Elastizitäts- und Proportionalitätsgrenze  $\sigma_p$  des verwendeten Baustahles (nach den deutschen Knickvorschriften gilt sowohl für Stahl 37 als auch für Stahl 52 der Wert  $\sigma_p = 2,073 \text{ t/cm}^2$ ), dann verlieren die an das *Hooke*'sche Gesetz gebundenen Beulbedingungen ihre Gültigkeit. Nehmen wir an, daß die Quasi-Isotropie des Baustahles auch im Bereich zwischen der Elastizitäts- und der Fließgrenze erhalten bleibt, dann brauchen wir bloß den in Gl. 1 auftretenden Quotienten  $E/(1 - \mu^2)$  durch eine Größe  $T'$  zu ersetzen, die kleiner als  $E/(1 - \mu^2)$  ist und von der wir beispielsweise annehmen können, daß sie ausschließlich von der im kritischen Gleichgewichtszustand vorhandenen örtlichen Vergleichsspannung  $(\sigma_v)_k$  abhängt. Ist die Platte in ihrer Ebene auf Biegung beansprucht, dann wird  $(\sigma_v)_k$  und damit auch  $T'$  eine Funktion des Ortes  $x, y$  (inhomogener Spannungszustand), wodurch der theoretischen Bestimmung der Stabilitätsgrenze erhebliche Schwierigkeiten in den Weg gelegt werden.

Ermitteln wir hingegen die Stabilitätsgrenze im Rahmen unseres Näherungsverfahrens mit Hilfe der gleichmäßig gedrückten und zusätzlich auf reinen Schub beanspruchten Ersatzplatte, dann gelangen wir auf einen homogenen Spannungszustand und  $T'$  wird vom Orte  $x, y$  unabhängig. Der funktionale Zusammenhang zwischen  $T'$  und der an der Stabilitätsgrenze vorhandenen Vergleichsspannung  $(\sigma_v)_k$  kann hier durch ein geeignetes Näherungsgesetz festgelegt werden, wobei wir zu beachten haben, daß für  $(\sigma_v)_k = \sigma_p$  die an das *Hooke*'sche Gesetz geknüpfte Beulbedingung gerade noch in Geltung steht und für  $(\sigma_v)_k = \sigma_F$  die Beulspannung mit Rücksicht auf die durchgreifende Plastizierung des Werkstoffes verschwindend klein ist; es muß daher für  $(\sigma_v)_k = \sigma_p$ ,  $T' = E/(1 - \mu^2)$  und für  $(\sigma_v)_k = \sigma_F$ ,  $T' = 0$  sein.

Die Ähnlichkeit dieser Grenzbedingungen mit den Grenzbedingungen, denen der „Knickmodul“ eines gedrückten Stabes aus Baustahl unterliegt, führt nun auf den Gedanken, die Ermittlung der kritischen Vergleichsspannung  $(\sigma_v)_k$  einer im „unelastischen“ Bereich ausbeulenden, *homogen* beanspruchten Rechteckplatte

auf die *Ermittlung einer Knickspannung  $s_k$  zurückzuführen* (Schleicher<sup>15</sup>). Wir berechnen die Beulspannung der untersuchten Platte unter Verwendung der in den früheren Abschnitten erwähnten Beulbedingungen, also unter Voraussetzung eines Idealmaterials, das unbeschränkt dem *Hooke'schen Formänderungsgesetz* gehorcht, erhalten hierbei die ideellen Beulspannungen  $\sigma_{k,id}$ ,  $\tau_{k,id}$  und berechnen nun mit Hilfe dieser Werte die vom Orte  $x, y$  unabhängige, ideelle kritische Vergleichsspannung  $(\sigma_v)_{k,id}$ . Untersuchen wir nun einen beiderseits gelenkig gelagerten, mittig gedrückten, geraden Stab, der aus demselben Baustahl wie die Platte besteht, und wählen wir für den Schlankheitsgrad dieses Stabes den „ideellen Schlankheitsgrad“  $\lambda_{id} = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{(\sigma_v)_{k,id}}}$ , dann stellt die Knickspannung  $s_k$  dieses Stabes einen praktisch verwendbaren Näherungswert für die gesuchte kritische Vergleichsspannung  $(\sigma_v)_k$  dar; aus  $(\sigma_v)_k$  können die kritischen Spannungskomponenten  $\sigma_k$  und  $\tau_k$  durch Rückrechnung gefunden werden. Die Knickspannung  $s_k$  wird in Form der bekannten Knickspannungs-Diagramme als Funktion der Schlankheit  $\lambda$  festgelegt und kann daher unmittelbar aus diesen (für die genormten Baustahl-Sorten amtlich vorgeschriebenen) Diagrammen entnommen werden; ist die erhaltene Rechnungsgröße  $(\sigma_v)_{k,id} \leq \sigma_P$ , dann wird nach diesem Verfahren  $(\sigma_v)_k = (\sigma_v)_{k,id}$  erhalten und wächst anderseits  $(\sigma_v)_{k,id}$  sehr stark an (was z. B. bei einer auf Schub und zusätzlichen Zug beanspruchten Platte unbeschränkt möglich ist), dann nähert sich  $(\sigma_v)_k$  immer mehr der Fließspannung  $\sigma_F$  des verwendeten Baustahls. Da die Beulsicherheitszahl  $v_b$  von der Knicksicherheitszahl  $v_k$  unterschieden ist, dürfen wir aus den amtlich festgelegten Knickspannungsdiagrammen bloß den Wert  $s_k$ , nicht aber auch die „zulässige Druckspannung“ ( $\omega$ -Verfahren) entnehmen. Ist der untersuchte Spannungszustand *inhomogen*, dann können wir an Stelle des vom Orte  $x, y$  unabhängigen Wertes  $(\sigma_v)_{k,id}$  den vorhandenen Größtwert  $\max(\sigma_v)_{k,id}$  in die Rechnung einführen und gelangen damit auf Beulspannungen, die kleiner als die wahren Werte sind.

#### X. Über die Bemessung der waagerechten Steifen.

Die erforderlichen Querschnittsabmessungen der waagerechten Steife werden durch das Ergebnis der im III. Abschnitt dargelegten Theorie oder der im VIII. Abschnitt geschilderten Näherungsuntersuchung eindeutig festgelegt, so daß wir uns im weiteren auf einige Bemerkungen grundsätzlicher Art beschränken können. Die an den Rändern einspannungsfrei gelagerte, waagerecht versteifte Platte beult sowohl unter gleichmäßig verteilter Druckbelastung als auch im Fall reiner Biegungsbeanspruchung nach einer Wölbfläche aus, deren Längsschnitt nach einer einfachen, aus  $m$  Halbwellen zusammengesetzten Sinuslinie verläuft. Ist an der untersuchten Stabilitätsgrenze die „Wölbform I“ maßgebend, dann wird auch die waagerechte Steife nach einer derartigen Sinuslinie ausgebogen. Da nun diese Sinuslinie bekanntlich eine Gleichgewichtsfigur der von der Platte losgelöst gedachten Steife unter der mittig angreifenden Druck-

<sup>15</sup> F. Schleicher: Schlußbericht des I. Int. Kongresses in Paris 1932, S. 129, und: Der Bauingenieur, 15. Jahrg., 1934, S. 505; vgl. auch E. Chwalla: Bericht über die II. Int. Tagung für Brücken- und Hochbau in Wien 1928, S. 321, sowie M. Roš und A. Eichinger: Schlußbericht des I. Int. Kongresses in Paris 1932, S. 144.

belastung  $P = \frac{m^2 \pi^2 E J}{a^2}$  vorstellt, können wir die folgende Feststellung machen:

Stimmt die Druckkraft, die an einer der Halbwelzenzahl  $m$  zugeordneten Stabilitätsgrenze auf die waagerechte Steife entfällt, zufällig mit diesem Wert  $P$  überein, dann hält sich die Steife an der Stabilitätsgrenze gerade *selbst* das Gleichgewicht und vermag daher in diesem Zustand die Wölbfläche der Platte in keiner Weise zu beeinflussen. Die Beulziffer  $k$  ist dann identisch mit der derselben Halbwelzenzahl  $m$  zugeordneten Beulziffer der *unversteiften* Platte, doch ist wohl zu beachten, daß die Zahl der an der *tiefsten* Stabilitätsgrenze zur Ausbildung gelangenden Halbwellen durch die Anordnung der Steife beeinflußt werden kann und daher bei der ausgesteiften Platte von *anderer Größe* als bei der unausgesteiften Platte sein kann.

Im Fall reiner Biegsungsbeanspruchung (Fig. 2c mit  $\tau = 0$ ) ist die Druckspannung, die an der Stabilitätsgrenze auf die Steife entfällt, gleich der halben kritischen Randspannung  $\frac{1}{2} \sigma_k = \frac{1}{2} k \sigma_e = \frac{k \pi^2 D}{2 h^2 t}$ , so daß die Bedingung für das Erreichen des Sonderzustandes der „Wirkungslosigkeit der Aussteifung“

$$\frac{m^2 \pi^2 E J}{a^2 F} - \frac{k \pi^2 D}{2 h^2 t} = 0 \quad (6a)$$

lautet und nach Einführung von Gl. 1 die Form

$$\frac{i}{t} = \left( \frac{i}{t} \right)_o = \frac{a}{m h} \sqrt{\frac{k}{24(1-\mu^2)}} \quad (6b)$$

annimmt; für  $k$  ist hierbei, da die Stabilitätsgrenze der Platte von der Steife nicht beeinflußt wird, die für die *unversteifte* Platte geltende, der Halbwelzenzahl  $m$  zugeordnete Beulziffer einzusetzen. Der Wert  $(i/t)_o$  ist von der Hilfsgröße  $\delta$  unabhängig und bezieht sich auf eine Wölbform mit  $m$  Halbwellen. Bei einer Platte mit dem Seitenverhältnis  $a/h = 0,8$  wird der Sonderzustand der „Wirkungslosigkeit der Aussteifung“, wie wir im III. Abschnitt schon geschildert haben, im Fall  $m = 1$  für  $k = 24,47$  und  $(i/t)_o = 0,847$  erreicht. Wird die Steife mit  $i/t < (i/t)_o$  ausgeführt, dann stützt sich die gedrückte Steife im kritischen Gleichgewichtszustand an der Platte ab, wodurch der Beulwiderstand der Platte herabgesetzt wird; wird die Steife hingegen mit  $i/t > (i/t)_o$  ausgeführt, dann vermag sie die Platte zu stützen und den Beulwiderstand zu erhöhen.

Ist die Platte durch *gleichmäßig verteilte* Druckspannungen beansprucht (Fig. 2f mit  $\tau = 0$ ), dann ist die beim Ausbeulen auf die waagerechte Steife entfallende Druckspannung ebenso groß wie die kritische Druckspannung  $\sigma_k = k \cdot \sigma_e = \frac{k \pi^2 D}{h^2 t}$ , so daß die Bedingung für das Erreichen des Sonderzustandes der „Wirkungslosigkeit der Aussteifung“

$$\frac{m^2 \pi^2 E J}{a^2 F} - \frac{k \pi^2 D}{h^2 t} = 0 \quad (7a)$$

lautet; für die Beulziffer  $k$ , die sich auch hier auf eine *nach m Halbwellen*

ausbeulende, unversteifte Platte bezieht, gilt unmittelbar  $k = \frac{m^2 h^2}{a^2} \left(1 + \frac{a^2}{m^2 h^2}\right)^2$  (Kurve „a“ in Fig. 4), so daß wir die Bedingungsgleichung (7a) nach Einführung von Gl. 1 auch in der Form

$$\frac{i}{t} = \left(\frac{i}{t}\right)_o = \sqrt{\frac{1 + \frac{a^2}{m^2 h^2}}{12(1 - \mu^2)}} \quad (7b)$$

schreiben können. Der Wert  $(i/t)_o$  ist auch hier von der Hilfsgröße  $\delta$  unabhängig und bezieht sich auf eine Wölbform mit der gewählten Halbwellenzahl  $m$ . Bei einer Platte mit dem Seitenverhältnis  $a/h = 1,60$  wird der Sonderzustand der „Wirkungslosigkeit der Aussteifung“ im Fall  $m = 1$  für  $k = 4,9506$ ,  $(i/t)_o = 1,077$  und im Fall  $m = 2$  für  $k = 4,2025$ ,  $(i/t)_o = 0,496$  erreicht; die beiden Punkte, deren Koordinaten durch diese beiden Wertepaare bestimmt sind, wurden in Fig. 16 (Kurve „a/h = 1,60“) besonders hervorgehoben.

Der Sonderzustand der „Wirkungslosigkeit der Aussteifung“ bezieht sich, wie wir schon betont haben, ausschließlich auf die untersuchte Wölbform mit der in die Gl. 6b bzw. 7b eingeführten Halbwellenzahl  $m$ . Ein Entfernen der „wirkungslosen“ Aussteifung ist demnach nur in jenen Fällen ohne Einfluß auf den kritischen Gleichgewichtszustand, in denen  $m$  mit der Halbwellenzahl übereinstimmt, die an der tiefsten Stabilitätsgrenze der *unausgesteiften* Platte zur Ausbildung gelangt. Untersuchen wir eine Platte mit dem Seitenverhältnis  $a/h = 1,60$ , dann wird für die unversteifte Platte die tiefste Stabilitätsgrenze für  $m = 2$  und  $\sigma_k = 4,2025 \cdot \sigma_e$  (Kurve „a“ in Fig. 4) erreicht. Verstärken wir nun diese Platte durch eine Steife mit  $\delta = 0,20$  und  $i/t = 0,496$ , dann gelangen wir zwar, wie aus der Erfüllung der Gl. 7b geschlossen werden darf, auf einen Sonderzustand der „Wirkungslosigkeit der Aussteifung“ und es gilt nach wie vor  $k = 4,2025$ , doch ist dieser kritische Gleichgewichtszustand nicht mehr der *tiefsten* Stabilitätsgrenze zugeordnet. Aus Fig. 16 folgt, daß das Ausbeulen der in der angegebenen Weise verstärkten Platte ( $\delta = 0,20$ ,  $i/t = 0,496$ ) nicht erst unter der Druckbelastung  $\sigma_k = 4,2025 \cdot \sigma_e$  sondern schon unter der Druckbelastung  $\sigma_k = 3,832 \cdot \sigma_e$  eintritt, wobei eine Wölbfläche mit bloß einer einzigen Halbwelle ( $m = 1$ ) zur Ausbildung gelangt; die Steife stützt sich hierbei an der ausbeulenden Platte stark ab [der Wert  $i/t = 0,496$  ist erheblich kleiner als der dem Fall  $m = 1$  zugeordnete Sonderwert  $(i/t)_o = 1,077$ ], so daß die Stabilitätsgrenze durch die Anordnung der angegebenen Aussteifung gesenkt und nicht gehoben wird. Führen wir die Steife nicht mit  $i/t = 0,496$  sondern mit  $i/t = 1,077$  aus, dann ist  $\sigma_k = 4,9506 \cdot \sigma_e$  und wir gelangen auf den der Halbwellenzahl  $m = 1$  zugeordneten Sonderzustand der „Wirkungslosigkeit der Aussteifung“. Auch hier müssen wir wohl beachten, daß sich die „Wirkungslosigkeit“ ausschließlich auf eine Auswölbung mit einer ganz bestimmten Halbwellenzahl (hier  $m = 1$ ) bezieht und daß diese Halbwellenzahl und daher auch die kleinstmögliche Beulziffer verändert werden kann, wenn wir die Aussteifung entfernen. Die untersuchte Platte würde im unausgesteiften Zustand schon unter der Druckbelastung  $\sigma_k = 4,2025 \cdot \sigma_e$  ausbeulen und die Halbwellenzahl wäre hierbei  $m = 2$ ; als Folge der Anbringung der angegebenen Steife erfährt somit die tiefste Stabilitätsgrenze der Platte (trotzdem ein Sonder-

zustand der „Wirkungslosigkeit der Aussteifung“ erreicht wird) eine merkbare Erhöhung, die hier einzig der von der Aussteifung erzwungenen Reduktion der maßgebenden Halbwelzenzahl von  $m = 2$  auf  $m = 1$  zuzuschreiben ist.

Aus den Ergebnissen all dieser Überlegungen dürfen wir den Schluß ziehen, daß der Einfluß, den eine waagerechte Aussteifung auf die tiefste Stabilitätsgrenze einer gleichmäßig gedrückten oder auf reine Biegung beanspruchten Rechteckplatte nimmt, im allgemeinen nicht unmittelbar aus dem Knickwiderstand abgeleitet werden kann, den die von der Platte losgelöst gedachte Steife bei einem Ausknicken senkrecht zur Plattenebene aufweist. Es kann daher nicht empfohlen werden, die waagerechte Steife etwa ausschließlich in der Weise zu bemessen, daß wir uns diese Steife von der Platte losgelöst denken und unter Bezugnahme auf die amtlichen Knickvorschriften ( $\omega$ -Verfahren) eine ausreichende Sicherheit gegen Knicken senkrecht zur Plattenebene nachweisen. Dieser Vorschrift liegt ein Ausknicken des Stabes nach einer einzigen Sinushalbwelle ( $m = 1$ ) sowie eine ganz bestimmte, zum Teil vom Schlankheitsgrad des Stabes abhängige Knicksicherheitszahl  $v_k$  zugrunde, so daß wir je nach dem Seitenverhältnis der Platte und je nach der Größe der geforderten Beulsicherheitszahl  $v_b$  ganz verschiedenen starke Beeinflussungen der Stabilitätsgrenze erzielen und unter Umständen auch auf unzureichende Steifen-Abmessungen gelangen können. Ist die Knicksicherheitszahl der in der angegebenen Weise bemessenen Steife z. B. ebenso groß wie die Beulsicherheit der Platte und ist das Seitenverhältnis der untersuchten Platte ein solches, daß die *unversteifte* Platte nach einer Wölbfläche mit  $m = 1$  Halbwellen ausbeulen würde ( $a/h \leq 1,41$  bei gleichmäßig verteilter Druckbelastung und  $a/h \leq 0,95$  bei reiner Biegsbeanspruchung), dann ist die Stabilitätsgrenze der Platte trotz der vorhandenen Aussteifung nicht im geringsten höher als die der unversteiften Platte, ist also der Wirkungsgrad der Steife gleich Null. Nur wenn die vorhandene Knicksicherheitszahl der Steife größer als die geforderte Beulsicherheitszahl der Platte ist oder wenn das Seitenverhältnis der Platte ein großes ist, so daß die Platte im unversteiften Zustand nach einer Wölbfläche mit *mehr als einer* Halbwelle ausbeulen würde, ist ein Überschuß an Biegestifigkeit vorhanden, der der Stabilität der Platte zugute kommt. Wir gelangen hier, wenn wir die zulässigen Druckspannungen der Platte und der Steife einander gleichsetzen, auf ein Steifigkeitsverhältnis

$$\frac{i}{t} = m \cdot \sqrt{\frac{v_k}{v_b}} \cdot \left( \frac{i}{t} \right)_o$$

das größer als das Grenzverhältnis  $(i/t)_o$  ist und eine (unter Umständen allerdings nur geringfügige) Erhöhung des Beulwiderstandes gewährleistet.

Abschließend dürfen wir daher feststellen, daß eine rationelle Bemessung der waagerechten, gedrückten Steifen nur unter Zugrundelegung der im III. Abschnitt geschilderten Stabilitätstheorie oder des im VIII. Abschnitt dargelegten Näherungsverfahrens möglich ist; hierbei wird es sich als zweckmäßig erweisen, für die im III. Abschnitt entwickelten Grenzwerte  $(i/t)_{I,II}$  und  $\max(i/t)_{I,II}$  (vgl. dazu auch die im VI. Abschnitt, an Hand von Fig. 15 geschilderten Grenzwerte  $\gamma_{I,II}$  und  $\max \gamma_{I,II}$ ) einfache Näherungsformeln aufzustellen. Durch eine Bemessung der von der Steife losgelöst gedachten Steife auf Knickung senkrecht

zur Plattenebene wird das Ziel der Steifenbemessung (und auch dies nur für  $v_k \geq v_b$ ) bloß insoweit erreicht, als wir jenen ungünstigen Fall verläßlich auszuscheiden vermögen, in welchem die Steife den Beulwiderstand der Platte herabsetzt statt ihn zu erhöhen.

### Zusammenfassung.

Das Stegblech eines vollwandigen Trägers wird im Bereich der mittleren Trägerfelder vorwiegend durch Biegespannungen und in nur geringem Maße durch Schubspannungen beansprucht. Seine Bemessung und Ausbildung hat so zu erfolgen, daß unter der Gebrauchsbelastung *bleibende Formänderungen* (bei Außerachtlassung der Spannungskonzentrationen an den Nietlöchern) und *seitliche Ausbeulungen* vermieden werden. Um örtliche Plastizierungen auszuschließen, müssen wir verhindern, daß die im Stegblech auftretenden ideellen „Vergleichsspannungen“ an die Fließgrenze des verwendeten Baustahles gelangen (I. Abschnitt des Referates) und um das Stegblech gegen ein vorzeitiges Ausbeulen zu sichern, müssen wir das Erreichen der tiefsten Stabilitätsgrenze unter der Gebrauchsbelastung mit Sicherheit vermeiden. Die theoretische Festlegung dieser Stabilitätsgrenze ist an weitgehende Idealisierungen des Stegbleches hinsichtlich seiner geometrischen und materialtechnischen Eigenschaften sowie seiner Lagerung und Belastung gebunden (II. Abschnitt des Referates), so daß wir uns veranlaßt sehen, zur Deckung der unvermeidlichen Diskrepanz zwischen Voraussetzung und Wirklichkeit eine Beulsicherheitszahl  $v_b$  in Rechnung zu stellen; diese Beulsicherheitszahl darf in der Regel kleiner als die mittlere Knicksicherheitszahl  $v_k$  gedrückter Baustahlstäbe angesetzt werden, da das Tragvermögen umfangsgelagerter Bleche mit Rücksicht auf die beim Ausbeulen auftretende starke Mittelflächendehnung erst erheblich oberhalb der tiefsten Stabilitätsgrenze erschöpft wird. Zur Erhöhung des Beulwiderstandes pflegt man das Stegblech durch Aussteifungen zu verstärken, wobei sich bei den vorwiegend durch Biegeschspannungen beanspruchten Stegblechen waagerechte, auf der Biegedruckseite gelegene Steifen vom stabilitätstheoretischen Standpunkt als zweckmäßig erweisen. Da diese Steifen mit dem Stegblech durch Nietung oder Schweißung verbunden sind, werden sie durch achsiale Druckkräfte belastet, die bei der Klarstellung des Einflusses, den die Aussteifung auf die Stabilitätsgrenze der Platte nimmt, voll in Rücksicht gezogen werden müssen.

Zur Feststellung des grundsätzlichen Verhaltens derartiger Stegbleche wurde die Stabilität einer im Druckbereich waagerecht ausgesteiften, in ihrer Ebene auf Biegung beanspruchten Rechteckplatte mit einspannungsfrei gelagerten Rändern untersucht (III. Abschnitt des Referates); da wir praktisch mit dem Auftreten zusätzlicher Schubspannungen rechnen müssen, wurde auch der Einfluß, den diese Schubspannungen auf die Stabilitätsgrenze nehmen, kurz dargelegt (IV. Abschnitt des Referates). Zur näherungsweisen Bestimmung der Stabilität waagerecht ausgesteifter Stegbleche pflegt man sich auf der Biegedruckseite des Stegbleches einen Plattenstreifen herausgeschnitten zu denken und die auf diesen Plattenstreifen (die sogenannte „Ersatzplatte“) einwirkende dreieck- oder trapez-

förmig verteilten Druckspannungen durch mittelgroße, gleichmäßig verteilte Druckspannungen zu ersetzen, um dann aus dem Beulwiderstand dieser Ersatzplatte auf den Beulwiderstand des Stegbleches zu schließen. Die Ermittlung der tiefsten Stabilitätsgrenze der Ersatzplatte erfordert einen erheblich geringeren Arbeitsaufwand als die Klarstellung der Stabilität des gegebenen Stegbleches und wird im V. Abschnitt des Referates für den Fall einer gleichmäßig verteilten Druck- und Schubbelastung, im VI. Abschnitt für den Fall einer gleichmäßig verteilten Druckbelastung und Anordnung einer waagerechten Mittelsteife und schließlich im VII. Abschnitt für den Fall einer gleichmäßig verteilten Druck- und Schubbelastung und Anordnung einer waagerechten Mittelsteife kurz geschildert. Schreiben wir für die Ersatzplatte dieselben Randbedingungen wie für die untersuchte Stegblechtafel vor, dann gelangen wir mit Hilfe dieses Näherungsverfahrens auf kritische Randspannungswerte, die im allgemeinen höher als die genauen Werte liegen (VIII. Abschnitt des Referates); diese Über- schätzung des Beulwiderstandes ist darauf zurückzuführen, daß wir längs des unteren Ersatzplattenrandes eine seitliche Festhaltung voraussetzen, während die auf dieser Randlinie gelegenen Punkte der Plattenmittelfläche in Wirklichkeit verhältnismäßig große seitliche Verschiebungen erfahren.

Der IX. Abschnitt ist dem Fall der „unelastischen Ausbeulung“ gewidmet, der dann vorliegt, wenn die größte im kritischen Gleichgewichtszustand auftretende ideelle „Vergleichsspannung“ die Elastizitäts- und Proportionalitätsgrenze des verwendeten Baustahls überschreitet. Im Rahmen des geschilderten Näherungsverfahrens wird die Ersatzplatte nur durch gleichmäßig verteilte Druck- und Schubspannungen beansprucht, so daß der entstehende Spannungszustand homogen und die im kritischen Gleichgewichtszustand auftretende „Vergleichsspannung“ vom Orte unabhängig ist; die Bestimmung dieser „kritischen Vergleichsspannung“ kann, wenn wir die Erhaltung der Quasi-Isotropie des Baustahls auch im Bereich zwischen der Elastizitäts- und Fließgrenze als gesichert ansehen, auf die Ermittlung der Knickspannung eines mittig gedrückten Stabes von bestimmter „ideeller“ Schlankheit zurückgeführt werden.

Der das Referat abschließende X. Abschnitt enthält einige grundsätzliche Bemerkungen zum Bemessungsproblem der waagerechten Steifen. Die Klarstellung des Einflusses, den die Steifen auf die Plattenstabilität nehmen, und die Dimensionierung dieser Steifen ist in rationeller Weise nur auf Grund der Ergebnisse der Stabilitätsuntersuchung durchführbar, wobei es sich im weiteren als zweckmäßig erweisen wird, für die praktisch bedeutungsvollen Grenzwerte des Steifigkeitsverhältnisses einfache Näherungsformeln festzulegen. Würden wir die Steife ausschließlich in der Weise bemessen, daß wir sie von der Platte loslösen und unter Bezugnahme auf die amtlichen Knickvorschriften eine ausreichende Sicherheit gegen Ausknicken senkrecht zur Plattenebene nachweisen, dann vermögen wir zwar jenen ungünstigen Fall zu vermeiden, in welchem die Stabilitätsgrenze tiefer als die Stabilitätsgrenze der *unversteiften* Platte liegt, — gelangen aber je nach dem Seitenverhältnis der Platte und der geforderten Beulsicherheitszahl auf verschieden große, nicht unmittelbar klarstellbare Wirkungsgrade dieser Aussteifung.

**Leere Seite**  
**Blank page**  
**Page vide**