

Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH
Kongressbericht

Band: 1 (1932)

Artikel: Discussion

Autor: Schleicher, F.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-504>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 16.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

gewicht eines elastischen Systems gestört, so zeigt das System das Bestreben, in die frühere Lage zurückzukehren. Das System schwingt um die stabile Gleichgewichtslage, die Frequenz ändert sich mit dem Spannungszustand. Bei jedem elastischen System, das unter einem bestimmten Spannungszustand instabil wird, sinkt die Frequenz bei Annäherung der Spannungen an die kritischen Werte. Auf der anderen Seite steigt sie mit Spannungen, die die Stabilität vergrössern. An der Stabilitätsgrenze wird die Frequenz null, das System zeigt keine Tendenz, in die alte Gleichgewichtslage zurückzukehren.

Für einen Stab mit der Druckspannung σ und der Euler-Knickspannung σ_k ist die Frequenz

$$p = p_0 \sqrt{1 - \frac{\sigma}{\sigma_k}}$$

worin p_0 die Frequenz des unbelasteten Stabes bedeutet¹. Dabei ist vorausgesetzt, dass $\sigma_k < \sigma_p$ und die Störungsausbiegung genügend klein bleibt. Man erhält die folgenden Werte :

$$\begin{array}{cccccccc} \sigma : \sigma_k = & 0,00 & 0,50 & 0,75 & 0,90 & 0,950 & 0,990 & 0,999 & 1,000 \\ p : p_0 = & 1,00 & 0,707 & 0,500 & 0,316 & 0,224 & 0,100 & 0,032 & 0,000 \end{array}$$

Ähnliche Zusammenhänge gelten für Platten und Schalen. Die Beobachtung der Frequenzen dürfte auch noch dann brauchbare Ergebnisse liefern, wenn die theoretische Form etwas gestört ist.

Traduction.

I. — Les essais de Lilly, dont il est fait mention dans la Publication préliminaire, ne peuvent pas être utilisés pour établir une comparaison avec les résultats théoriques. Les épaisseurs de 0,038 à 0,122 cm sont trop petites, pour les tôles du commerce, pour permettre d'effectuer un contrôle du calcul. Les déformations par rapport au plan initial sont trop importantes ; en outre, il aurait fallu faire intervenir, à côté du flambage s'exerçant transversalement par cisaillement, le voile sous l'influence de contraintes simultanées de compression et de flexion. Quoi qu'il en soit, ces essais montrent quels écarts on doit admettre entre les éléments de renforcement verticaux pour leur permettre de parer aux contraintes de flambage τ_k . On trouvera dans le tableau ci-dessous

Rapport α	3,3	1,65	1,1	0,55
τ_k en kg/mm ²				
$h = 0,038$ cm.	3,74	4,93	6,2	7,42
$h = 0,056$ cm.	3,84	5,28	7,0	8,48
$h = 0,122$ cm.	5,38	8,3	11,7	16,4

1. Vgl. Handbuch der Physik, Band VI, Berlin, 1928, S. 365.

les charges transversales critiques τ_k correspondant à divers rapports a entre les dimensions des côtés des plaques élémentaires, pour différentes épaisseurs h des tôles constituant ces plaques. Il est intéressant de remarquer que les longueurs de voile se sont révélées indépendantes de l'épaisseur des tôles.

En ce qui concerne les épaisseurs minima des tôles qu'il convient d'adopter pour les essais, on se reportera aux travaux de K. v. Sanden¹ et de T. Tokugawa². Dans des modèles en tôle d'acier destinés à reproduire exactement les conditions de la construction pratique, l'épaisseur des parois ne doit pas descendre au-dessous de 4 millimètres, faute de quoi les influences qui provoquent les déformations sont trop fortes. On peut naturellement obtenir également de bons résultats avec des plaques minces ; toutefois, les modèles doivent alors être étudiés avec un soin particulier.

II.—Des essais très soignés, sur modèles, ont été effectués à Aix-la-Chapelle, sur le flambage des plaques par contrainte latérale³. Ces essais ont permis de mettre en évidence les difficultés que présente la réalisation de conditions déterminées en ce qui concerne les bords des plaques. Deux des côtés étant libres, des contraintes de flexion se sont également manifestées. On ne peut donc pas comparer d'une manière directe les contraintes et les conditions des bords des plaques avec les résultats correspondants obtenus du point de vue théorique ; en outre, il faudrait également tenir compte des accroissements que subissent les contraintes au voisinage des bords libres. Enfin, les surfaces de déformation qui ont été observées montrent que l'encastrement réalisé n'était pas parfait. Bollenrath lui-même fait remarquer que la valeur de l'approximation par rapport à la charge théorique de flambage est presqu'exclusivement une question d'encastrement.

Les essais ont été effectués sur des plaques de celluloid, de duralumin et de laiton ; le module d'élasticité variait ainsi entre 160 et 9.430 kg par mm².

Le voile s'est toujours amorcé sur les bords libres. On a atteint, pour les efforts de flambage dans le domaine élastique :

$$h \tau_k = 50 \frac{D}{b^2} \quad (1)$$

Le coefficient numérique a atteint des valeurs comprises entre 47 et 56, ce coefficient tenant compte de l'écartement théorique entre les mâchoires de serrage. La théorie donne pour les plaques très longues reposant en appui libre ou avec bords encastrés :

$$h \tau_k = 53 \text{ ou } 89 \frac{D}{b^2} \quad (2)$$

Pour tous les essais, la valeur moyenne de la longueur de voile a été

1. K. v. SANDEN et K. GÜNTHER, Ueber das Festigkeitproblem quer versteifter Hohlzylinder unter gleichmässigem Aussendruck, Werft und Reederei, 1920 et 1921.

2. V. TAKESADA TOKUGAWA, Model experiments on the elastic stability of closed and cross-stiffened circular cylinders under uniform external pressure. Rapport n° 651 de la Société de Constructions Navales Japonaise, 1929.

3. F. BOLLENRATH, Ausbeulerscheinungen an ebenen auf Schub beanspruchten Platten-Munich, 1928.

$\lambda = 1,97 b$. La théorie donne $\lambda = 2,66 b$, pour des plaques reposant librement sur leurs bords et $\lambda = 1,60 b$ dans le cas de l'encastrement. La largeur n'atteignant que 0,8 à 2 cm, pour des bandes métalliques allant jusqu'à 3,5 cm, avec des encastrements de 0,5 cm de large, une correction si faible soit-elle sur la largeur de la plaque doit exercer une influence sensible sur le résultat obtenu. C'est ainsi que pour $b'/b = 2,4/2,0$ on atteindrait pour le coefficient de l'équation (1) une valeur de 72 au lieu de 50, la longueur de voile étant alors $\lambda' = 1,64 b'$.

L'équation de Bollenrath n'est valable que pour les efforts transversaux inférieurs à la limite de proportionnalité τ_p qui fut nettement accusée. Elle a coïncidé avec la limite de séparation entre les voiles élastique et plastique pour les rapports de dimensions suivants : $b/h = 34$ pour le celluloïd, 50 pour le duralumin et 70 pour le laiton. On n'a pas constaté de différences entre les longueurs de voile pour les voiles élastique et plastique.

III. — Les figures 1 et 2 constituent deux remarquables exemples de tôles ayant subi un voile par suite de contraintes latérales ; elles sont extraites d'un rapport d'essais publié par H. F. Moore et W. M. Wilson¹.

IV. — Stabilité des âmes des poutres de ponts, particulièrement en ce qui concerne les aciers de construction à haute résistance.

Il est plus difficile d'assurer la sécurité des âmes des poutres pleines contre le voile dû aux contraintes simultanées de compression et de flexion, que contre le voile dû aux efforts transversaux. Les maxima de ces contraintes transversales se manifestent en général seulement au voisinage des appuis ; par contre, dans les poutres parallèles par exemple, les contraintes simultanées de flexion et de compression sont pratiquement constantes sur toute la longueur de la poutre. Des difficultés particulières se rencontrent dans les poutres continues ; toutefois, précisément dans ce cas, il est très souvent possible de trouver des solutions satisfaisantes du point de vue de la construction et par ailleurs esthétiques. Le pont des Trois Roses, qui est actuellement en construction sur le Rhin à Bâle, constitue un remarquable exemple d'une construction dans laquelle on a tenu compte, dès l'établissement du projet, de toutes les expériences qui ont été faites au sujet de la stabilité des plaques renforcées².

Les règles expérimentales connues pour le calcul des pièces d'âme sont applicables à l'acier de construction de qualité normale (St. 36).

Considérons un ouvrage déterminé. Les tôles d'âme doivent subir le flambage dans la zone élastique et il ne doit pas intervenir d'autres limites de stabilité que celle de la tôle d'âme. Supposons l'ouvrage en acier St 37, avec une sécu-

1. H. F. MOORE et H. M. WILSON, The strength of webs of I-beams and girders. Université d'Illinois, Bulletin de la Station d'Essais n° 86, mai 1916.

2. L. KARNER, Concours International pour l'établissement des projets concernant la construction d'un pont-route sur le Rhin, à Bâle (Dreirosenbrücke), Die Bautechnik, 1931, et : Concours pour le Pont des Trois Roses à Bâle ; une date dans l'évolution de la construction des ponts à poutres, Der Bauingenieur, 1931.

rité de 1,7 contre le voile ; si, par contre, il était en acier St 52, avec une charge correspondant à un coefficient de 1,5, valeur admissible en soi, il ne resterait plus qu'une marge de sécurité de 1,1. Toutes choses égales d'ailleurs et pour une limite de proportionnalité suffisamment élevée, une pièce en acier St 52 doit avoir une épaisseur égale à environ 1,2 fois l'épaisseur correspondant à l'acier St 37. D'une manière générale, les épaisseurs des tôles varient comme les racines des charges.

Un exemple montrera quelles précautions particulières il est nécessaire d'envisager pour le renforcement des poutres à âmes pleines de grande hauteur. L'âme non renforcée d'une poutre en acier St 52 doit accuser une charge critique à la flexion

$$\sigma_k = 0,85 \cdot 2,1 \cdot 1,75 = 3,12 \text{ t/cm}^2$$

qui correspond à une marge de sécurité normale par rapport à la limite d'écoulement, pour l'effort moyen, sans tenir compte de l'affaiblissement dû au rivetage. La limite de proportionnalité serait au moins aussi élevée. On a alors, d'après Timoshenko :

$$\sigma_k = 24.1895 (h/b)^2 = 45500 (h/b)^2 \text{ en t/cm}^2 \quad (3)$$

ou, si σ_k doit être égal à 3,12 t/cm² :

$$b = 120 h \quad (4)$$

Par exemple, pour une poutre ayant une hauteur $b = 480$ cm, il serait nécessaire d'adopter pour les tôles de l'âme une épaisseur de $h = 4,0$ cm. Des éléments de renforcement situés à des intervalles de 240 cm n'élèveraient la charge de flambage que de 6 % environ¹. L'adjonction d'éléments de renforcement verticaux ne constitue donc pas une solution favorable pour améliorer la stabilité aux efforts simultanés de compression et de flexion. Avec des membrures rigides, présentant une sécurité assurée contre la torsion, on arrive à des conditions de résistance bien meilleures, par suite de l'encastrement qui en résulte pour l'âme. L'influence exercée par cette disposition ne peut toutefois être évaluée que comme un cas d'espèce.

V. — La détermination expérimentale des contraintes de flambage dans la zone élastique.

Il devient de plus en plus important de prendre en considération, dans les études sur la stabilité, la question des fréquences d'oscillation. Lorsque l'équilibre stable d'un système élastique est soumis à une perturbation, ce système accuse une tendance à revenir à sa position initiale. Le système oscille autour de la position qui correspond à l'équilibre stable ; la fréquence varie avec le régime de charge. Dans tout système élastique instable sous un régime de charge déterminé, la fréquence baisse lorsque la charge approche de la valeur critique. Par ailleurs, elle s'élève pour des charges qui provoquent une amélioration de la stabilité. A la limite de stabilité, la fréquence est nulle, le système ne manifeste aucune tendance à revenir à l'ancienne position d'équilibre.

1. TIMOSHENKO, Tableau 8, Publication Préliminaire, p. 162.

Pour une barre soumise à une contrainte de compression σ et admettant une charge de flambage d'Euler σ_k , la fréquence d'oscillation est donnée par :

$$p = p_0 \sqrt{1 - \frac{\sigma}{\sigma_k}}$$

p_0 désignant la fréquence de la barre à l'état non chargé¹. On suppose que σ_k est inférieur à σ_p et que la déformation est suffisamment faible.

On obtient alors les valeurs suivantes, pour p/p_0 , en fonction de $\frac{\sigma}{\sigma_k}$.

$$\frac{\sigma}{\sigma_k} : \quad 0 \quad 0,5 \quad 0,75 \quad 0,9 \quad 0,95 \quad 0,99 \quad 0,999 \quad 1$$

$$\frac{p}{p_0} : \quad 1 \quad 0,707 \quad 0,5 \quad 0,316 \quad 0,224 \quad 0,1 \quad 0,032 \quad 0$$

On obtiendrait des relations semblables pour les dalles et les surfaces de courbure. La prise en considération des fréquences ne peut toutefois donner de résultats effectifs que lorsque la forme théorique subit une certaine perturbation.

Dr.-Ing. A. HAWRANEK,

Professor an der Deutschen Technischen Hochschule, Brünn.

Knickversuch eines Blechträgerstückes mit veränderlicher Höhe.

Soweit bekannt, liegen bisher bloss theoretische Versuche mit vollwandigen genieteten Trägern mit parallelen Gurtungen vor, die sich mit dem Stabilitäts-

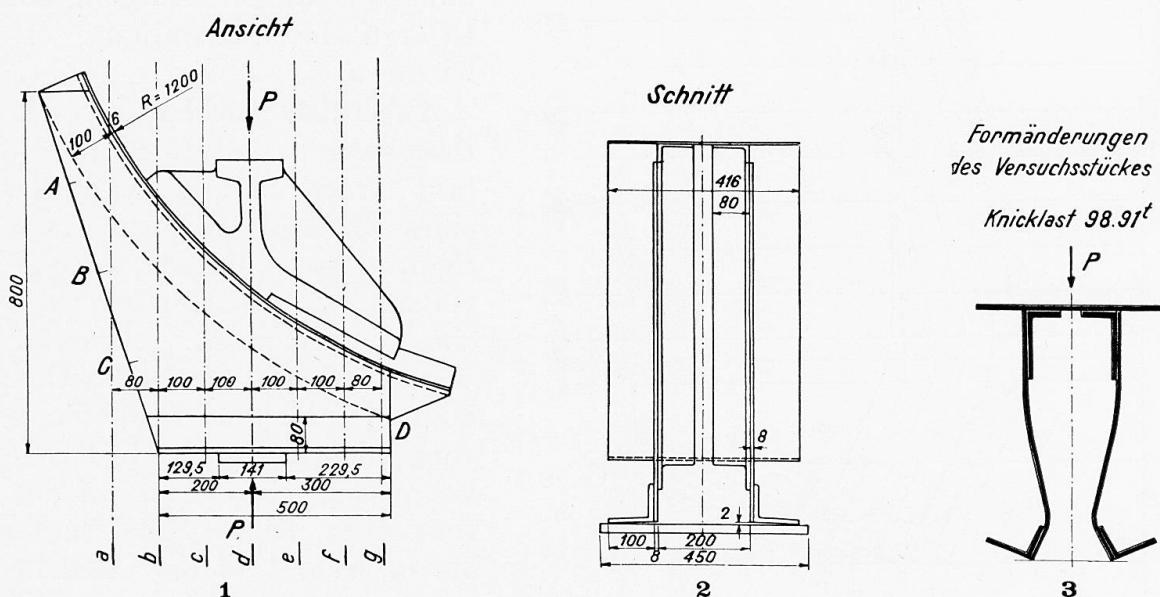


Fig. 1. — Vue de face = Ansicht = Side view.

Fig. 2. — Coupe = Schnitt = Section.

Fig. 3. — Déformation de la pièce d'essai = Formänderungen des Versuchsstückes = Deformation of the test piece — Charge de flambage : 98, 91 tonnes = Knicklast 98, 91^t = Buckling load 98, 91 tons.

1. Voir Handbuch der Physik, vol. VI, Berlin, 1928, p. 365.