

**Zeitschrift:** IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH  
Kongressbericht

**Band:** 1 (1932)

**Artikel:** Diskussion

**Autor:** Schleicher, F.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-492>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 16.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

### Zusammenfassung.

Der variable Druck-Elastizitätsmodul wird durch eine variable Exzentrizität der äusseren Kraft ersetzt (angenähert die Exzentrizität in bezug auf den Schwerpunkt der reduzierten Fläche  $F_r$  im Bericht von Herrn Prof. Dr. Karner). Dank der Einführung dieser Exzentrizität erhalte ich durch einfache Rechnung die allgemeine Gleichung des Knickzustandes, und als Spezialfall den Wert von Euler und Kármán. Schliesslich stelle ich eine Knickgleichung auf, die sich auf die genaue Gleichung stützt und die eine einfache, aber in den praktischen Grenzen des Schlankheitsgrades genaue Form annimmt.

### Summary.

The variable coefficient of compression is replaced by a variable eccentricity of the external force (approximately the eccentricity of the centre of gravity of the modified section  $F_r$  in Prof. Karner's report). Owing to the introduction of this eccentricity, the general equation of buckling is obtained by a simple calculation and, as a particular case, the value of Euler and Kármán. Finally an equation of buckling is established, based on the exact equation and presuming a shape which is simple but accurate within the practical limits of slenderness  $\lambda$ .

Dr. Ing. F. SCHLEICHER,  
Professor an der Technischen Hochschule Hannover.

Bei exzentrisch gedrückten Stäben entspricht im allgemeinen jeder Belastung ein bestimmter Gleichgewichtsfall und Instabilität kommt nicht in Frage. Auf den Ausnahmefall haben Zimmermann<sup>1</sup> und Chwalla<sup>2</sup> unabhängig voneinander hingewiesen.

Ein im spannungslosen Zustand prismatischer Stab werde in der Ebene der kleinsten Steifigkeit mit  $P = \psi P_E$  exzentrisch gedrückt ( $P_E$  = Eulerknicklast). Die Exzentrizitäten an den beiden Stabenden seien gleich gross, aber von entgegengesetztem Vorzeichen. Der Mittelpunkt des Stabes liegt auf der Kraftangriffsgeraden und erleidet keine Ausbiegung. Die Biegungslinien sind für  $\psi < 1$  bezüglich dieses Punktes spiegelsymmetrisch und stabil. Wird  $\psi = 1$ , dann ist das Gleichgewicht labil und  $w(\zeta) = w_1 \cos \pi \zeta + C \sin \pi \zeta$ , wo  $C$  beliebige Werte besitzen kann. Vgl. Fig. 1.

Für ungleiche Exzentrizitäten  $w_1$  bzw.  $w_2$  ist die Durchbiegung in Stabmitte

$$w_M = \frac{w_1 + w_2}{2 \cos \left( \frac{\pi}{2} \sqrt{\psi} \right)}$$

1. H. ZIMMERMANN, Lehre vom Knicken auf neuer Grundlage. Berlin, 1930, S. 41.

2. E. CHWALLA, Eine Grenze elastischer Stabilität unter exzentrischem Druck. Z. angew. Math. Mech. 10 (1930) und Lösungstypen elastostaticher Probleme. Desgl. 11 (1931).

Der Zusammenhang zwischen  $w_M$  und  $\psi$  ist in Fig. 2 für verschiedene Verhältnisse  $w_2 : w_1$  dargestellt. Für  $w_2 = -w_1$  ist  $w_M = 0$ , solange  $\psi$  kleiner als 1 bleibt. Mit  $\psi = 1$  ergibt sich nach der ersten Stufe der Genauigkeit der

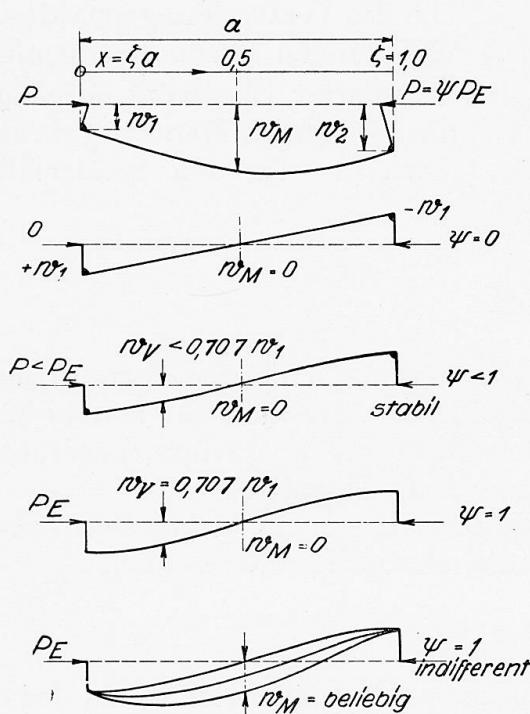


Fig. 1. — Désignations et figures d'équilibre.  
Bezeichnungen und Gleichgewichtsfiguren.  
Symbols and figures of equilibrium.  
Stabil = Stabil = Stable.  
Arbitraire = Beliebig = Arbitrary.

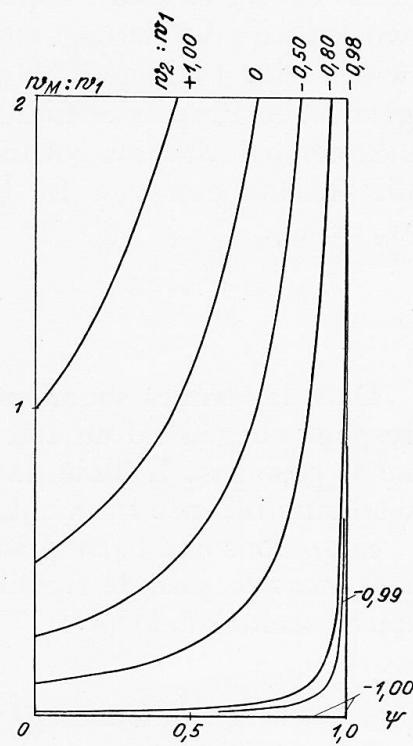


Fig. 2.  
Déformation au milieu de la barre  
Ausbiegung im Mittelpunkt.  
Bending at middle of bar.

Rechnung ein indifferenter Gleichgewichtszustand. In diesem Fall ist  $w_M$  kein Mass der Verbiegung. In Fig. 3 ist die Ausbiegung im Viertelpunkt des Stabes  $w_V$  dargestellt, und zwar für  $w_2 = -0,99 w_1$  und für den Grenzfall

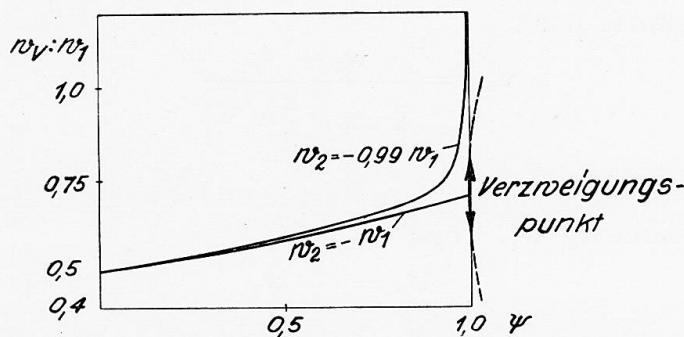


Fig. 3. — Déformation au quart de la barre.  
Ausbiegung im Viertelpunkt.  
Bending at quarter length of bar.

$w_2 = -w_1$ . Sie nähert sich mit steigender Belastung  $\psi \rightarrow 1$  dem Grenzwert  $w_V = 0,707 w_1$ . Für die Eulerlast hat man einen Verzweigungspunkt des elastischen Gleichgewichts. Es ist demnach eine Grenze der Stabilität vorhanden.

den, im Gegensatz zu dem Fall der Biegung durch Druckkräfte von verschiedener Exzentrizität.

Fig. 2 gilt für die erste Annäherung, d. h. wenn die Steigung der Biegelinie im Vergleich zu 1 vernachlässigt wird<sup>1</sup>. Die genauere Rechnung gibt keine wesentliche Änderung, ausgenommen in der Nähe des Verzweigungspunktes, wie in Fig. 3 schematisch angedeutet ist. Die Abbildungen setzen eine genügend hohe Proportionalitätsgrenze voraus. Bei begrenzter Elastizität ergeben sich analoge Zusammenhänge von weniger einfacher Form. Man vergleiche die Rechnungen von L. Karner<sup>2</sup> und E. Chwalla<sup>3</sup> für den Sonderfall  $w_2 = w_1$ .

### Traduction.

Dans les barres soumises à une compression centrée, à chaque charge correspond en général un état d'équilibre déterminé et la question de l'instabilité ne se pose pas. L'étude du cas d'exception a fait l'objet de travaux, effectués d'ailleurs indépendamment, de Zimmermann<sup>4</sup> et de Chwalla<sup>5</sup>.

Supposons une barre prismatique, ne supportant aucun effort, que l'on soumet, dans le plan de rigidité minimum, à une charge de compression appliquée excentriquement ;

$$P = \psi P_E$$

( $P_E$  = charge de flamblage d'Euler). Supposons que les excentricités aux deux extrémités de la barre soient de même importance, mais de signes contraires. Le milieu de la barre se trouve sur la droite qui joint les points d'application des efforts et ne subit aucune flexion. Les courbes de déformation par flexion pour  $\psi < 1$  sont symétriques par rapport à ce point et stables. Si  $\psi = 1$ , l'équilibre est alors labile et l'on a :

$$w(\zeta) = w_1 \cos \pi \zeta + C \sin \pi \zeta$$

le coefficient  $C$  pouvant prendre des valeurs arbitraires (Voir figure 1).

Pour des excentricités inégales  $w_1$  et  $w_2$  la déformation par flexion au milieu de la barre est donnée par :

$$w_M = \frac{w_1 + w_2}{2 \cos \left( \frac{\pi}{2} \sqrt{\psi} \right)}$$

La relation entre  $w_M$  et  $\psi$  est indiquée sur la figure 2 pour différentes valeurs du coefficient  $w_2/w_1$ . Pour

$$w_2 = -w_1$$

1. K. von SANDEN und F. TÖLKE, Ueber Stabilitätsprobleme dünner, kreiszyindrischer Schalen. Ingenieur-Archiv 3 (1932).

2. L. KARNER, Vorbericht S. 20.

3. E. CHWALLA, Die Stabilität zentrisch und exzentrisch gedrückter Stäbe aus Baustahl. Sitzungsberichte der Wiener Akademie, Wien, 1928.

4. H. ZIMMERMANN, Lehre vom Knicken auf neuer Grundlage, Berlin, 1930, page 41.

5. E. CHWALLA, Eine Grenze elastischer Stabilität unter exzentrischem Druck. Z. angew., Math. Mech. 10 (1930) et : Lösungstypen elastostatischer Probleme. Dito 11 (1931).