

Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH
Kongressbericht

Band: 1 (1932)

Rubrik: VI. Development of the statics of reinforced concrete with regard to the
properties of the material used

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 28.03.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

VI 1

INFLUENCE DES PROPRIÉTÉS PHYSIQUES DES MATÉRIAUX SUR LA STATIQUE DU BÉTON ARMÉ

AUSBAU DER STATIK DES EISENBETONS MIT RUCKSICHT
AUF DIE BAUSTOFFEIGENSCHAFTEN

DEVELOPMENT OF THE STATICS OF REINFORCED CONCRETE
WITH REGARD TO THE PROPERTIES OF THE MATERIAL USED

RAPPORT D'INTRODUCTION

EINLEITENDES REFERAT

INTRODUCTORY REPORT

Fernand CAMPUS,
Professeur à l'Université de Liège.

L'influence des propriétés physiques des matériaux constitutants sur la résistance du béton armé est un lieu-commun ou, si l'on préfère, une évidence. Les matières inertes sont pourvues de caractères propres, inséparables d'elles-mêmes et immuables. Elles font l'objet d'études physiques et chimiques et elles déterminent inéluctablement la manière dont les matières inertes se comportent en toutes circonstances. Il en est ainsi de la *résistance* du béton armé. J'ai conservé à dessein dans le titre de ce rapport le mot *statique*, encore qu'il ait une autre signification dans la langue française. Il désigne dans la plupart des pays étrangers la *science conjecturale* et le plus souvent conventionnelle que le français nomme, *résistance des matériaux* et parfois, notamment en Belgique, *stabilité*. Cette distinction, nullement subtile, me paraît très propre à définir la portée de la question. Car, d'un point de vue mathématique, on peut concevoir une statique du béton armé qui ferait complètement fi des propriétés physiques des matériaux et constituerait comme une sorte de géométrie. De telles abstractions se manifestent d'ailleurs parfois d'une manière isolée.

Il me semble que, dans un rapport tel que celui-ci, il importe de rappeler l'origine industrielle du béton armé, antérieure à toute théorie et même à toute méthode expérimentale.

Ses premiers développements furent expérimentaux, c'est-à-dire que les progrès de la technique furent fondés sur des essais. Les premières théories

ne vinrent qu'en dernier lieu, pour expliquer imparfaitement ce qui avait été fait et il semble cependant, à lire certains traités, que ce soit cet aspect du béton armé dont on est le plus enclin à tirer quelque vanité. Je considère que c'est cependant celui qui commande le plus de modestie et il me semble qu'un rapport introductif à la question proposée doit être une leçon de modestie tempérée par l'optimisme, c'est-à-dire une critique constructive. C'est du moins ma conception personnelle.

On n'a pas manqué dès l'origine de reconnaître la nécessité de fonder la statique du béton armé sur les propriétés physiques des matériaux constitutants. Sans négliger les travaux individuels antérieurs, il faut se référer surtout aux travaux des Commissions françaises et à leurs rapports documentés, qui aboutirent à la circulaire ministérielle du 20 octobre 1906.

On y trouve tout l'essentiel concernant les propriétés physiques des constituants du béton armé et des discussions serrées concernant leur interprétation par la statique. Les hommes qui ont dominé ce travail s'appellent : MAURICE LÉVY, JEAN RÉSAL, CONSIDÈRE, RABUT. Les rapports citent souvent aussi le nom de BACH. Tous sont disparus. C'est une raison de plus, malgré la réserve qui s'impose à l'égard des vivants, de ne pas séparer de ces noms ceux de leur collaborateur le plus actif, AUG. MESNAGER, que l'on se réjouit de saluer comme le représentant encore alerte de cette époque des débuts.

C'est en 1906 qu'est fondée la Commission allemande du béton armé; d'autres existent ou sont créées; que l'on me pardonne de limiter les citations.

Toutes ont la même mission : investiguer les propriétés physiques des matériaux constitutants, en vue de fonder la statique du béton armé. Mais la manière dont la statique tient compte de ces propriétés est sommaire ou, si l'on préfère, synthétique, plutôt même qu'approximative. C'est que les propriétés physiques se révèlent complexes à l'infini. Pour être brefs, nous dirons qu'elles échappent non seulement à l'analyse mathématique, mais même au calcul des probabilités, du moins dans le domaine d'utilisation. Or, la statique doit être déterminée, formelle. La conséquence en est l'existence d'une marge plus ou moins grande de concordance — ou de discordance — entre les calculs de la statique — qui sont des conjectures — et les résultats des expériences — qui sont des faits inexorables.

Aussi, remarquons le ton prudent de l'exorde de la circulaire française de 1906 : « Elles (les instructions) sont conformes à l'état actuel de nos connaissances en la matière, mais seront sans doute à reprendre, lorsque l'expérience des chantiers et des laboratoires, et une plus longue carrière du béton armé, auront fourni, en ce qui le concerne, des données plus certaines que celles que l'on possède aujourd'hui. » Il me semble que la question dont j'ai l'honneur d'être chargé de faire l'introduction exprime le désir de la revision que prévoyait le rédacteur des lignes précitées. La connaissance des propriétés physiques de ces matériaux, ou ces propriétés elles-mêmes, se sont-elles modifiées de manière assez importante que pour exiger des modifications essentielles des bases du calcul, ou bien suffit-il d'adapter les coefficients ? Plus précisément, la marge de concordance entre la résistance — réelle — du béton armé

et la statique — conjecturale — s'est-elle modifiée, dans un sens favorable ou défavorable par suite des progrès des matériaux, de leur connaissance, de leurs moyens de mise en œuvre? En résulte-t-il la nécessité de rajuster cette marge?

Il importe d'énumérer, au moins brièvement, les progrès ou changements qui justifient la position de la question.

Ce sont les suivants :

La préparation des ciments a bénéficié au cours des dernières années d'améliorations considérables, qui ont augmenté la gamme des ciments industriels, dont certains possèdent des qualités anciennement inconnues. Ces progrès sont acquis et connus.

L'étude expérimentale des bétons, entreprise par M. R. FÉRET depuis la fin du siècle dernier¹, a pris soudain, au cours des dernières années et surtout à la suite des travaux américains, une extension considérable. Cette floraison de recherches a eu comme conséquence moins des progrès scientifiques que des progrès techniques, c'est-à-dire une diffusion considérable de ces connaissances auprès de tous les praticiens du béton, diffusion d'ailleurs organisée dans de nombreux pays par l'industrie cimentière.

Pratiquement, cela signifie que l'on est en droit d'attendre un accroissement de qualités du béton en rapport avec l'amélioration des ciments. Il faut évidemment quelques précautions pour assurer ces résultats. Les connaissances sont presque entièrement acquises et les précautions nécessaires sont connues.

Tout en continuant des études expérimentales de béton armé au laboratoire — dont il faut d'ailleurs se garder de tirer des conclusions erronées pour la pratique — on a procédé à de nombreuses études expérimentales sur des ouvrages en béton armé récents et même anciens. Certes, de pareils essais ont été faits en divers endroits, mais nulle part d'une manière aussi nombreuse et suivie qu'en Suisse, où le Prof. Dr. Ing. M. Roß, de Zurich, s'est particulièrement distingué dans ce domaine. Les résultats de ces essais sont connus et donnent certaines indications bien définies.

Parallèlement au développement de la connaissance des matériaux et de la connaissance du fonctionnement des ouvrages, les procédés de mise en œuvre des matériaux du béton armé et de construction des ouvrages subissaient des progrès non moins marqués, par le triomphe du machinisme auxiliaire, l'organisation rationnelle des chantiers et une conception parfois raffinée du mode d'exécution. En conséquence, le béton armé a vu croître presque universellement son domaine, de même que l'importance de ses applications. La situation actuelle n'est vraisemblablement qu'un palier de la phase ascendante.

En même temps, le souci de l'économie imposé par la concurrence, ainsi que l'accroissement de dimensions des ouvrages, conduisaient à l'usage de taux de fatigue de plus en plus élevés, ne dépassant d'ailleurs pas ceux permis par l'amélioration des ciments et de la composition des bétons. Cette augmentation n'est cependant pas généralement acquise ; des objections et des inquiétudes subsistent et il faut bien reconnaître que ce sont, somme toute, certains phé-

1. Chimie appliquée à l'art de l'ingénieur, par DURAND-CLAYE et FÉRET. Édit. Béranger.
Étude expérimentale du béton armé, par FÉRET. Édit. Béranger.

nomènes liés aux fatigues élevées des bétons qui contribuent le plus à créer l'opportunité de la révision des bases de la statique du béton armé.

Dans un rapport général au 1^{er} Congrès International du béton et du béton armé, à Liège en 1930, relatif à la question III (Les grands ouvrages en béton et béton armé) j'écrivais : « Il n'y a pas de crise de principes en béton armé ». Je reste fidèle à cette opinion, cependant je ne me refuserais pas à la tempérer en ajoutant qu'il y a peut-être une crise de croissance, mais qui paraît être sans gravité. (Je n'envisage nullement la crise économique générale, ni la concurrence plus effective que la construction métallique fait au béton armé ; je me borne au point de vue technique.)

Toutes ces circonstances ont concentré l'intérêt des savants, des chercheurs et des ingénieurs sur la révision des fondements de la statique du béton armé. Je n'ai pas l'intention de passer en revue, dans ce rapport introductif, tous les travaux des dernières années.

Des publications récentes y ont pourvu mieux que je ne pourrais le faire. Il serait vain de vouloir les paraphraser, alors que ces travaux sont encore à la mémoire de la plupart des spécialistes. Je me réfère aux mémoires relatifs à la question IV du 1^{er} Congrès international du béton et du béton armé à Liège (de MM. GRAY, GLANVILLE, LOSSIER, FREYSSINET, FABER, ROYEN et GUTTMANN), au rapport général de M. le Professeur RABOZÉE sur la même question et à sa contribution supplémentaire apportée en séance ¹. Je me réfère aussi aux mémoires II-13 et II-18² de M. le Professeur ROS au même congrès, au rapport I-4 de M. le Professeur SANTARELLA³, ainsi qu'aux rapports III-1, III-3, III-8, III-17, III-18⁴ de MM. FISHBURN, FREYSSINET, LANOS et SANTARELLA.

Au récent Congrès international pour l'essai des matériaux à Zurich en 1931, deux rapports au moins touchaient très directement à l'objet de la présente introduction : ceux de MM. les Professeurs GEHLER et RICHART⁵.

Les mémoires que je viens de citer, dont plusieurs ont l'allure de rapports généraux, comportent de nombreuses indications bibliographiques.

Je crois cependant utile de compléter ces dernières par des références à un certain nombre de travaux français et américains, en rapport immédiat avec l'objet traité et dont il n'est pas fait mention dans les compilations précitées. Je citerai, sans prétendre à être complet :

Règlement sur les constructions en béton armé, établi par la Commission d'études techniques de la Chambre syndicale des constructeurs en ciment armé de France. Éd. GAUTHIER-VILLARS et C^{ie}, Paris, 1931.

M. CAQUOT. Le béton armé et ses applications. Annales des Ponts et Chaussées, fasc. 2, 1931.

F. DUMAS. Le ferrailage rationnel du béton armé. Annales des Ponts et Chaussées, fasc. 5, 1930.

1. Voir : Travaux du 1^{er} Congrès International du béton et du béton armé à Liège en 1930. 2^e édition. Question IV.

2. *Idem*. Question II.

3. *Ibidem*. Question I.

4. *Ibidem*. Question III.

5. Travaux du Congrès International d'essai des matériaux à Zurich, 1931. Édition de la N. A. I. E. M. Section B.

F. DUMAS. Le béton armé et ses hypothèses. Le Génie Civil. Tome XCVII, 1930. N^{os} 23 et 24.

L. G. STRAUB. Plastic flow in concrete arches (Am. Soc. C. E. Transactions. Vol. 95, 1931, p. 613).

S. B. SLACK. The Behaviour of a reinforced concrete arch during construction (Am. Soc. C. E. Proceedings november 1929).

R. E. DAVIS. A Summary of the results of investigations having to do with volumetric changes in cements, mortars and concretes, due to causes other than stresses (Journal of the American Concrete Institute, february 1930).

R. E. DAVIS and G. E. TROXELL. Properties of Mass Concrete (Journal of the American Concrete Institute, february 1930).

Il faut faire observer que ces travaux ne traitent pas tous uniquement des questions de construction, mais se rapportent parfois à l'étude des matériaux. La nature même du sujet rend cette interpénétration inévitable. Nous nous efforcerons dans la suite de nous tenir le plus possible au point de vue de la construction, sans pouvoir écarter toute allusion au domaine de l'étude des matériaux.

Résistance. — Encore qu'il me semble bien que l'élasticité et la plasticité soient les propriétés aujourd'hui les plus en vogue, il me paraît impossible de ne pas accorder quelques mots à la résistance, qui reste encore, il faut bien le reconnaître, la propriété la mieux connue et la plus appréciée du commun des ingénieurs. Dans cet ordre d'idées, des résistances très élevées sont possibles. J'ai essayé un échantillon de béton de route belge atteignant 820 K/cm^2 à 56 jours ($\varepsilon = 2,57$). J'ai confectionné au laboratoire, sans moyens spéciaux, un béton réalisant 700 K/cm^2 après 28 jours ($\varepsilon = 2,515$). La résistance de 1000 K/cm^2 à un an d'âge paraît probable pour de tels bétons. Je dois constater, d'après ma propre expérience, que de multiples essais auxquels j'ai procédé ou vu procéder sur des bétons désaérés et vibrés dans la masse n'ont pas donné les résultats attendus et même n'ont pas toujours accusé une augmentation de poids spécifique et de résistance. Ils me paraissent entachés d'inconvénients pratiques, notamment au point de vue de la durée de la mise en œuvre. La vibration semble être surtout un moyen avantageux de mise en place du béton dans les pièces fortement armées, par vibration des coffrages et des armatures. Sinon, le damage intensif semble rester le meilleur moyen de procurer la résistance au béton et je dois ajouter que les bétons très résistants dont j'ai eu connaissance sont des bétons à gros éléments (pierraille de 4 cm.). Ces bétons à gros éléments sont parfaitement travaillables à l'état plastique assez sec en grandes masses; ils conviennent donc bien pour les grands ouvrages, tels que les arcs de grandes portées.

Il importe de rappeler que le Professeur LJUNGBERG a atteint à Stockholm la pression de 4600 K/cm^2 (rapportée au noyau) pour la rupture de blocs de béton fretté, confectionnés au moyen de béton résistant à 600 K/cm^2 à 28 jours¹. Ce chiffre de résistance ultime est très voisin de ceux fixés par M. FREYSSINET à Liège².

1. Travaux du 1^{er} Congrès international du béton et du béton armé à Liège en 1930. 2^e édition. Question I.

2. *Idem*. Question III.

Mais il s'agit là de résultats d'essais de laboratoire, tandis que le chiffre de 820 K/cm^2 que je citais pour le béton de route correspond à un cube de 10 cm . de côté prélevé dans la route. En moyenne, mes essais sur bétons de route de cette composition, extraits des ouvrages, ont donné à 56 jours plus de 600 K/cm^2 . De pareils bétons, employés en grandes masses dans les grands ouvrages possèdent nécessairement de grandes résistances et permettent des taux de travail très élevés. Un avantage de ces bétons très résistants est certes une garantie réelle de résistance aux intempéries. Je me permets de reproduire ici une opinion que j'ai déjà exprimée à Zurich en 1931, c'est l'intérêt qu'il y a, pour documenter les ingénieurs constructeurs, de procéder à de nombreux essais sur des éprouvettes de bétons extraites de la masse des ouvrages.

Au point de vue de la résistance à la traction, force est de constater qu'aucun progrès avéré ne se manifeste, pas plus qu'en ce qui concerne le glissement, qui lui est connexe. Je ferai allusion plus loin à la résistance des armatures d'acier.

Élasticité. — C'est à son propos surtout que se pose le problème de la marge de concordance — ou de discordance — entre la réalité et la théorie. Il y a un écart appréciable, en ce qui concerne le béton armé, entre la conception physique générale de l'élasticité et la conception simpliste et limitée qu'en adopte la statique. Les expériences montrent que le béton armé est certes plus ou moins élastique, dans certaines limites. Mais, d'après des essais élémentaires, il ne semble pas l'être absolument, au sens de la statique, qui postule que la matière obéit à la loi de HOOKE. Au sens de la loi de HOOKE, on ne peut pas définir précisément un coefficient d'élasticité du béton armé et d'autre part, toutes les formules non linéaires de la relation entre les déformations et les tensions du béton armé ne peuvent servir à la statique classique. C'est l'opinion même qu'exprime à la fin de son mémoire (*op. cit.*) M. LORENZ G. STRAUB, de Minneapolis (E. U. A.), après avoir développé les équations d'équilibre élastique d'un arc hyperstatique en béton armé, en se basant sur la loi de BACH $\delta = k \sigma^m$.

La question de l'élasticité présente au point de vue de la statique du béton armé deux aspects d'inégale importance. Le problème mineur est celui du calcul organique des sections transversales.

La question majeure est celle de la statique externe des constructions hyperstatiques, dans l'une ou l'autre catégorie desquelles entrent presque toutes les constructions de quelque importance en béton armé.

Envisageons ce dernier point tout d'abord.

La méthode générale de résolution des systèmes hyperstatiques est fondée en fait sur le principe énergétique, puisqu'elle fait intervenir les déplacements en même temps que les forces.

La statique classique — ou pratique — admet comme postulat la proportionnalité des déformations externes (flèches ou déplacements) aux charges extérieures, ce qui implique que ces déformations n'influent pas sur l'équilibre interne. Ce principe appliqué à la méthode énergétique conduit aux théorèmes de CASTIGLIANO ou similaires et au principe de réciprocité de MAXWELL ou à ses expressions similaires. Supprimons le postulat, et toutes ces précieuses méthodes de calcul disparaissent. Disparaissent du même coup toutes les méthodes de statique expérimentale, de BEGGS ou autres, fondées uniquement sur le principe de

réciprocité. Il y a plus. Le postulat précité a comme corollaire le principe de superposition des effets des forces, sans lequel la méthode si utile et si répandue des lignes d'influence n'a plus de signification. On voit donc de quelle importance pour la statique des constructions en béton armé est le principe de proportionnalité, sur lequel se sont édifiées toutes les théories *modernes* de la statique.

Le critère extérieur de ce principe est simple : il suffit que les déformations externes des ouvrages en béton armé, mesurées dans divers cas de charges expérimentaux, satisfassent d'une manière suffisante à la loi de proportionnalité. C'est la raison pour laquelle les essais de charge effectués sur les constructions possèdent une si grande signification et doivent être orientés tout d'abord en vue de contrôler ce point important.

De nombreuses mesures ont été faites à ce sujet ; je me réfère aux publications énoncées précédemment. Il est heureux, pour la tranquillité et la commodité des ingénieurs, que les multiples publications de M. le Professeur Ros et encore les cinq dernières publiées à l'occasion du 50^e anniversaire du laboratoire fédéral d'essais des matériaux à Zurich, confirment les conclusions de son mémoire de décembre 1925 : « Das elastische Verhalten von ausgeführten Beton und Eisenbeton-Bauwerken », dont la première commence ainsi : « Des constructions en béton armé, convenablement armées et soigneusement exécutées, se comportent pratiquement comme des corps élastiques. »

Ceci suffit pour sauver les théorèmes de CASTIGLIANO et de MAXWELL, ainsi que les lignes d'influence.

L'enjeu est d'importance.

Il y a quelques réserves à formuler ou, du moins, quelques précisions. L'élasticité au sens de la statique du béton armé implique qu'il y ait simultanément entre la variation de l'effort extérieur et la variation proportionnelle de la déformation. Ceci exclut simplement la notion de la variation de déformation au cours du temps et n'a aucun rapport avec l'hypothèse usuelle de l'application progressive des efforts. La période variable et éventuellement oscillatoire de mise en charge — dynamique et non statique — n'altère pas la conception précédemment définie de l'élasticité.

Notons aussi que cette définition de l'élasticité peut recevoir une généralisation qui, tout en restant conforme à la loi de HOOKE *interne*, déroge à la proportionnalité des déformations externes aux efforts et n'admet plus les théorèmes de CASTIGLIANO, de MAXWELL¹ et des lignes d'influences. Il s'agit des méthodes qui tiennent compte de l'effet des déformations sur la sollicitation, telles que celles qui interviennent dans les calculs de flexion composée, de flambage et d'une théorie plus rigoureuse des arcs.

Heureusement, pour les arcs, les différences par rapport à la théorie usuelle simple sont insignifiantes, *tant que les déformations extérieures restent assez petites*. Seulement, on distingue immédiatement que tout dépend de la notion relative de l'*assez petit*. Et que la question est à prendre en sérieuse considé-

1. Plus exactement, les théorèmes de CASTIGLIANO et dérivés restent vrais dans cette théorie généralisée, mais perdent leur signification pratique. Par exemple, les déformations figurent sous le signe $\int$. Les propriétés de superposition et de réciprocité ne sont plus vraies.

ration, du moins pour les arcs, dès que le rapport de la flèche à la portée devient très petit ainsi que le rapport de la flèche à l'épaisseur.

L'influence des déformations doit être grande notamment sur les arcs tri-articulés très surbaissés. Je me réfère aux observations communiquées à Liège par M. FREYSSINET¹ ainsi qu'au mémoire de M. A. STAUB², qui donne quelque idée des effets de l'affaissement d'une voûte tri-articulée sur la sollicitation interne.

Voyons maintenant le problème de l'élasticité interne, qui est plus précisément le problème du coefficient de proportionnalité m (n pour les pays de langue non française). Il possède à son tour un double aspect : valeur du moment d'inertie à faire intervenir dans le calcul des déformations et des systèmes hyperstatiques ; module de flexion à faire intervenir dans le calcul des fatigues.

Pour le calcul du moment d'inertie, on se trouve dans des conditions acceptables par un esprit logique. On postule l'élasticité, tant à l'extension de flexion qu'à la compression. On peut admettre la définition usuelle de m , égal au rapport $\frac{E_a}{E_b}$.

Ceci implique l'hypothèse de la conservation des sections planes. Ne suivons pas trop M. F. DUMAS (*op. cit.*) dans la critique de cette hypothèse ; n'insistons pas trop sur le fait que le terme E_b du rapport envisagé est assez mal défini, car ces critiques sont seulement utiles à nous rappeler à la modestie et à la prudence nécessaires, mais elles ne peuvent pas nous donner quelque chose de précis. Constatons aussi qu'en général une erreur sur la valeur de m n'entraînera que des conséquences dépourvues d'importance dans les constructions usuelles. Il semble donc que des valeurs de m , voisines de 10 ou inférieures, soient non seulement probablement les plus conformes aux réalités, mais soient aussi les plus prudentes.

La question est beaucoup moins claire en ce qui concerne les fatigues ; en certains de ses aspects elle défie à vrai dire le bon sens. La seule définition exacte du coefficient m est le rapport $\frac{\sigma_a'}{\sigma_b'}$, en compression ou $m = \frac{\sigma_a'}{\sigma_b'} \frac{\alpha}{1-\alpha}$ (voir figure plus loin) en traction. Cette définition n'est malheureusement guère compatible avec des mesures directes et peut varier selon le cas de sollicitation. Si l'on se place dans l'hypothèse que les tensions réelles restent dans le domaine de l'élasticité, les objections de M. F. DUMAS (*op. cit.*) concernant les déformations des surfaces planes conservent leur signification qualitative. Remarquons cependant que le défaut de résistance à l'extension du béton et l'hypothèse implicite de la fissuration du béton dans la zone étendue de flexion ne sont pas incompatibles avec l'hypothèse de l'élasticité. Une construction fissurée peut néanmoins rester élastique. (Cfr. The influence of rapidly alternating loading on concrete and reinforced concrete, par E. PROBST. The Structural Engineer London, n° 10 de 1931.) Dans ce cas, la définition $m = \frac{E_a}{E_b}$ reste encore pratiquement la meilleure.

1. Travaux du 1^{er} Congrès international du béton et du béton armé à Liège en 1930, 2^e édition. Question IV.

2. Die Scheitelhebung der Strassenbrücke über die Murg in Frauenfeld Zurich. Novembre 1930. Publication du Laboratoire fédéral d'essais des matériaux.

Mais si l'on se réfère à l'état de rupture pour justifier la théorie du calcul organique du béton armé, que d'incertitudes, sinon de contresens, l'on voit surgir. Tout d'abord, comment justifier encore la notion de la conservation des sections planes et la proportionnalité des tensions, tant du béton que de l'acier, à la distance à un certain axe neutre. Quel rapport bien indépendant et précis peut-on établir entre la limite d'étirage de l'acier et la tension de rupture à la compression du béton. C'est la question que se pose à bon droit, et sans doute avec d'autres, le respectable et éminent vétéran Dr. Fr. EMPERGER¹. Il constate que cette conception fait varier m dans des limites très écartées, ce qui, à vrai dire, n'est pas un argument dirimant, car la notion de la variation de m selon la qualité du béton est assez naturelle. La définition qui consisterait à égaler m au rapport des taux de travail pratiques de l'acier et du béton est identique à la précédente si le coefficient de sécurité est uniforme et n'a plus de sens si les coefficients de sécurité sont arbitrairement différents pour les deux matériaux.

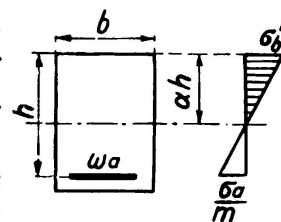
A tout prendre, la définition $m = \frac{E_a}{E_b}$ reste la meilleure, la plus vraisemblable et la plus précise au point de vue des valeurs moyennes. J'exprimais, en commençant, l'opinion que l'on peut édifier une statique du béton armé en se basant sur un postulat indépendant des propriétés physiques des matériaux du béton armé. C'est ce que tente M. EMPERGER dans le mémoire précité, en ayant scrupuleusement soin de prévenir le lecteur que sa théorie n'est pas prouvée et attend la confirmation de l'expérience. D'après les notations de la figure, il propose d'écrire

$$m = \frac{\sigma_a}{\sigma_b'} \cdot \frac{\omega_a}{b \cdot h} \cdot \frac{1}{\beta}$$

Comme, en vertu de la statique $\omega_a \sigma_a = \frac{\alpha b h \sigma_b'}{2}$ et, en vertu du diagramme des tensions, $\frac{\sigma_a}{m \sigma_b'} = \frac{1-\alpha}{\alpha}$, on obtient finalement $m = \frac{1}{2\beta} - \frac{\sigma_a}{\sigma_b'}$, $\alpha = 1 - \frac{2\beta \sigma_a}{\sigma_b'}$.

Le coefficient m disparaît du calcul et tous les éléments ne dépendent plus que de $\frac{\sigma_a}{\sigma_b'}$ ou, ce qui revient au même, de $\frac{\omega_a}{bh}$, car $\frac{\omega_a}{bh} = \frac{\sigma_b'}{2\sigma_a} - \beta$. β est un nouveau coefficient qui dépendrait nécessairement des propriétés des matériaux constituant le béton armé et qui serait à déterminer par les expériences. C'est ici vraisemblablement que les difficultés commenceront à surgir, M. EMPERGER propose provisoirement une valeur constante de β égale à $\frac{1}{60}$. Mais il paraît aussi peu probable d'admettre à priori une valeur constante de β indépendante des qualités des bétons et des aciers qu'une valeur constante de m .

Dès lors, la difficulté est simplement déplacée et l'on ne voit pas pourquoi une valeur de β serait plus facile à déterminer expérimentalement qu'une valeur de m .



1. Der Beiwert, n° 15 und die zulässigen Biegungsspannungen. — Beton und Eisen, n° 19 de 1931.

Sous cette réserve, il faut reconnaître que la tentative de M. EMPERGER constitue un progrès quant à la présentation vraisemblable d'une théorie du calcul basée sur l'état de rupture, car la formule

$$\frac{\omega_a}{bh} = \frac{\sigma'_b}{2\sigma_a} - \beta$$

est logique et compatible avec l'expérience.

Pour rester dans la vraisemblance en ce qui concerne son application au calcul usuel, il est nécessaire d'envisager un coefficient de sécurité unique tant pour le béton que pour l'acier. Il reste toujours l'objection au diagramme linéaire des tensions, qui n'a toutefois plus guère que la signification d'un artifice si β est déterminé expérimentalement; artifice qui rattache encore, malgré tout, à l'hypothèse de l'élasticité, cette théorie fondée sur la rupture.

M. EMPERGER invoque surtout, en faveur de sa théorie, la commodité. Dans cet ordre d'idées, il me semble qu'elle est cependant exposée à une objection grave : elle n'est établie que pour la flexion plane simple des pièces à sections rectangulaires. Que devient-elle pour un profil quelconque et comment l'appliquer à la flexion composée ? Il n'y a pas de doutes sur la variation de β dans ces conditions.

Aussi, il me semble que malgré la tentative honorable de M. EMPERGER, on se trouve ramené vers la première conception du coefficient m , basée sur le fonctionnement élastique des pièces en béton armé, même fissurées, et qui peut valoir pour tous les modes de sollicitation. Somme toute, pratiquement, il convient de ne considérer la valeur de m qu'en association avec $\frac{\sigma_a}{\sigma_b}$, c'est-à-

dire que le rapport $\frac{\sigma_a}{m \sigma_b}$ est déterminant. Il convient de faire varier m avec la qualité du béton, de telle sorte que m doit nécessairement diminuer lorsque σ_b' augmente. Tout revient donc à un choix convenable de $\frac{\sigma_a}{m \sigma_b}$ et à des méthodes

de calcul permettant de tenir compte des valeurs variables de m , de $\frac{\sigma_a}{\sigma_b}$ et du rapport $\frac{\sigma_a}{m \sigma_b}$. L'opportunité de ces méthodes a été appréciée dans le rapport général de la question II du 1^{er} Congrès international du béton et du béton armé à Liège en 1930. Qu'il me soit permis de rappeler que j'ai présenté à ce Congrès un mémoire accompagné de formules et d'abaques, résumant les méthodes que j'ai établies depuis 1922, basées uniquement sur le rapport $\frac{\sigma_a}{m \sigma_b}$, qui répondent, me semble-t-il, au problème posé par M. EMPERGER.

En conclusion de ceci, combiné avec ce qui a été dit de la résistance, nous devons considérer comme justifiées les tendances conjuguées à augmenter les taux de travail pratiques du béton et à diminuer les valeurs de m , telles qu'elles ressortaient notamment du mémoire présenté par M. le Professeur Ros au Congrès de Liège. Il importe d'ailleurs d'observer que d'après sa définition $m = \frac{E_a}{E_b}$, le coefficient m doit diminuer lorsque l'âge du béton augmente.

Déformations indépendantes des forces extérieures.

Je considère comme telles les effets des dilatations thermiques et hygrométriques, c'est-à-dire le retrait ou le gonflement conditionnés par la température et le degré d'humidité du béton, ainsi que les effets des déplacements accidentels, non réversibles et non proportionnels aux forces, de certains éléments des constructions, tels que les appuis. Ces déformations sont donc de natures diverses, les unes réversibles, d'autres non réversibles.

Au point de vue de la statique externe des constructions hyperstatiques, telle que nous l'avons définie, cette catégorie de déformations ne donnent lieu à aucune difficulté, pourvu que leurs effets restent dans les limites d'applicabilité des hypothèses fondamentales : déformations proportionnelles aux forces et suffisamment petites.

En effet, la détermination des grandeurs hyperstatiques ne dépend que des déformations, peu importe que celles-ci soient produites par des forces extérieures ou par d'autres causes énergétiques. Il suffit que les déformations provoquées par ces causes soient exactement déterminées, ce qui n'est pas toujours réalisé. Ainsi, tant pour les effets des températures que du retrait, on envisage généralement des déformations de dilatation uniforme. Or il est certain et observé que les variations de température interne ne sont pas uniformes (ouv. cités de MM. FISHBURN et SLACK).

D'autre part, dans une pièce non symétriquement armée, le retrait n'est pas davantage uniforme. Des rotations se superposent donc en général aux dilatations. Théoriquement, la question est connue et ne présente pas de grandes difficultés. Pratiquement, ce n'est pas tant la complication que le manque de spécifications qui rend difficile d'en tenir compte. Mais, il importe d'insister sur ce point, il faut que ces déformations restent très limitées, afin que leurs effets sur les efforts internes puissent être négligés. Éventuellement, pour les arcs très surbaissés, même isostatiques (à trois articulations), il faudrait envisager les effets des déformations sur la sollicitation, qui peuvent être considérables et s'ajoutent à ceux qui avaient été définis plus haut pour les forces extérieures. Sous cette réserve, je ferai observer plus loin que la plasticité tend à diminuer les effets des déformations indépendantes des forces extérieures sur les forces de liaison hyperstatiques.

Au point de vue de la statique interne, il n'est pas possible d'envisager une autre conception que celle de l'élasticité et de considérer une valeur de m autre que $\frac{E_a}{E_b}$. En y ajoutant l'hypothèse de la conservation des sections planes, c'est un simple problème d'algèbre que de déterminer les déformations (linéaires et angulaires) et les tensions résultant des variations quelconques de température et du retrait ou du gonflement d'une pièce armée d'une manière quelconque. Remarquons seulement que la non uniformité de la variation de température interne, de même que l'asymétrie de l'armature au point de vue du retrait créent une véritable hyperstaticité interne qui ne peut se résoudre que par une hypothèse adéquate, telle que celle de l'élasticité. C'est une raison

d'harmonie qui milite, à mon avis, en faveur de l'hypothèse $m = \frac{E_a}{E_b}$ pour le calcul des tensions sous l'effet des forces extérieures. Ces observations sont en accord avec les travaux de M. W. H. GLANVILLE (Building Research, Technical papers n° 10 et 11, London, 1930) à condition de choisir convenablement la valeur de m et sous certaines réserves mineures.

En conclusion, la question des déformations indépendantes des forces extérieures se ramène à la seule nécessité de détermination expérimentale de valeurs numériques plus précises concernant les variations thermiques et les coefficients de dilatation hygrométrique, considérés comme indépendants des forces et du temps, mais fonctions seulement du degré d'humidité.

Quant aux déplacements accidentels, ils doivent être mesurés ou supputés dans chaque cas concret.

Plasticité. — J'avoue que ce mot me cause quelque embarras. Comment n'en éprouverait-on pas lorsque l'on a assisté à l'énumération troublante de définitions de la plasticité qui fut faite au cours d'une séance du Congrès d'essais des matériaux à Zurich en 1931. Je vais essayer de m'en tenir à la définition vulgaire de la plasticité, que le dictionnaire définit comme la qualité des matières qui peuvent recevoir différentes formes. J'ajoute à cette définition que des forces extérieures sont nécessaires pour passer d'une forme à l'autre, mais non pour conserver chaque forme acquise. Je pense que cette définition est compatible avec l'étude du professeur GEHLER (mémoire cité du Congrès d'essais des matériaux à Zurich, 1931).

Le vrai domaine de la plasticité est donc en principe celui des déformations permanentes. Seulement, la notion de déformation permanente n'est tangible que dans les expériences, par mesure du résidu de déformation après décharge. Dans les constructions, les déformations permanentes ont une autre apparence : ce sont les déformations croissant avec le temps sous l'effet des charges permanentes et les déformations croissant par la répétition des efforts sous l'effet des charges mobiles. Mais dans les deux cas il s'agit de déformations dépendantes des forces, qui doivent bien être distinguées de celles qui ont été précédemment examinées. Aucun mémoire n'a établi aussi clairement la distinction entre les déformations élastiques, les déformations indépendantes des forces extérieures et les déformations plastiques que le remarquable ouvrage du Dr W. H. GLANVILLE, intitulé « The Creep or flow of concrete under load » (Building Research, Technical paper n° 12).

Les déformations plastiques de l'acier sont connues en tension et en compression. Pour le béton, on ne les connaît guère qu'en compression. Au bout d'un an, elles peuvent atteindre une fraction importante des déformations élastiques proprement dites¹ et une valeur du même ordre que celle du retrait thermo-hygrométrique ; la déformation proportionnelle totale peut atteindre 8.10^{-4} .

M. LORENZ G. STRAUB (op. cité) a fait une tentative de résolution de l'arc hyperstatique lorsqu'il s'ajoute aux déformations élastiques des déformations plastiques suivant la loi $\delta_p = K \sigma^n t^q$, t étant le temps d'application de la charge. D'après des expériences américaines, M. STRAUB cite deux valeurs de q , égales

1. Compte tenu de l'augmentation de E_b avec l'âge du béton.

à 0,42 ou à 0,18. L'auteur admet la superposition des déformations plastiques et des déformations élastiques, répondant à la loi $\varepsilon_e = k \sigma^m$.

Les équations d'hyperstaticité se composent alors de deux parties analogues, dont l'une est indépendante du temps et l'autre multipliée par t^n . Si les exposants m et p sont identiques, le terme $(k + K t^n)$ peut se mettre en facteur des équations d'hyperstaticité et il en résulte que les valeurs des grandeurs hyperstatiques ne sont pas modifiées, donc indépendantes de l'état élastique ou plastique et calculables par la seule hypothèse de l'élasticité. La réserve subsiste, naturellement, que les déformations totales restent suffisamment petites, à n'importe quelle époque, pour que leur influence sur l'équilibre interne reste négligeable.

J'ai indiqué antérieurement quelles raisons militent, à mon avis, en faveur de l'emploi de la loi de HOOKE plutôt que de la loi de BACH-SCHÜLE. Pour les mêmes raisons, je pense qu'il convient d'admettre la conclusion de M. GLANVILLE suivant laquelle les déformations plastiques sous charge permanente sont proportionnelles aux charges; c'est-à-dire que l'exposant p de M. STRAUB, de même que l'exposant m , sont égaux entre eux et à l'unité.

Dès lors, dans les constructions hyperstatiques en béton non armé ou, par extension, dans les constructions hyperstatiques en béton non armées en compression (ou faiblement armées en compression), on peut admettre que les grandeurs hyperstatiques sont indépendantes de l'état élastique ou plastique et peuvent être calculées par les méthodes de l'élasticité. Les écarts de cette conclusion ne peuvent se produire que dans la mesure où les exposants m et p diffèrent entre eux et qui semble devoir toujours, dans les limites pratiques de charge, être faible.

Sous la même réserve, les valeurs des flèches de déformations peuvent être calculées par les formules de l'élasticité, par l'emploi d'un coefficient d'élasticité approprié, défini par $(k + K t^n)$, donc variable dans le temps, *en ce qui concerne les effets des charges permanentes* (dont t est le temps d'application).

Mais il est bien évident que si, après avoir appliqué une première charge pendant un temps prolongé, on applique intermédiairement une seconde, etc., la loi des déformations devient :

$$\varepsilon = (k + K t_1^n) \sigma_1 + (k + K t_2^n) \sigma_2 + \dots$$

forme généralisée du principe de superposition pour les déformations élastiques et plastiques, dans les conditions exposées¹.

A ce genre de déformations plastiques, il y a lieu d'ajouter les déformations plastiques dues à la répétition des charges mobiles qui, ainsi qu'on le sait, doivent rester en dessous d'une limite permanente de fatigue si l'on veut éviter que la répétition n'entraîne la rupture. (Voir les travaux cités de MM. ROS, PROBST et GEHLER.) Si cette condition est réalisée, la répétition des efforts donne lieu à une déformation permanente (plastique) croissant avec le nombre des applications de l'effort, en plus d'une déformation quasi rigoureusement élastique. En admettant que la déformation plastique, pour un nombre d'ap-

1. Cette formule n'est valable que tant que les charges restent appliquées. La question de la part réversible et de la part permanente de ces déformations est très peu élucidée.

plications donné, est sensiblement proportionnelle à l'effort, nous pouvons encore conserver la conclusion que les grandeurs hyperstatiques sont indépendantes de l'état plastique ou élastique dans les cas précédemment définis et sous les mêmes réserves.

De plus, les déformations seraient obtenues de nouveau par emploi d'un coefficient d'élasticité fictif convenable, fonction du nombre de répétitions, valable pour chaque charge répétée et conduisant à une expression généralisée de la loi de superposition analogue à celle définie précédemment.

Les déformations plastiques correspondent de la sorte à une diminution graduelle du module d'élasticité. Il en résulte une diminution des effets des déformations indépendantes des forces extérieures : retrait thermo-hygrométrique, déplacements des appuis, etc. Cette atténuation ne pourra être prise en considération dans les calculs que dans la mesure permise par les circonstances de l'exécution et de la mise en charge de l'ouvrage.

Selon les observations de M. GLANVILLE, une difficulté doit résulter de l'existence d'armatures importantes dans les zones de compression, qui diminuent les déformations plastiques et altèrent la notion du coefficient d'élasticité fictif, qui dépendra du pourcentage et de la position des armatures. En outre, en flexion, qu'il y ait ou non une armature comprimée, la déformation plastique de compression produit des rotations si l'on admet l'élasticité du volume du béton tendu. A moins d'admettre la même loi de déformation plastique du béton en tension qu'en compression, ces rotations altèrent les conclusions précédentes et modifient les réactions hyperstatiques. Il faut noter que pour le calcul des réactions hyperstatiques, on considère effectivement les parties étendues du béton comme non fissurées et comme élastiques. Ce point devrait faire l'objet d'investigations, mais jusqu'à nouvel ordre, on peut supposer que la perturbation n'est pas d'importance. Au point de vue de la statique interne, pour la flexion, moyennant les hypothèses faites usuellement, on peut conserver les méthodes de calcul en employant une valeur adéquate de m , qui dépend éventuellement du pourcentage et de la position de l'armature de compression. Une armature de compression diminuerait ainsi la valeur fictive permanente de m .

Pour les pièces comprimées axialement, M. GLANVILLE (op. cité) a établi la formule de compression, basée sur l'hypothèse élastique et qui tient compte de l'influence de l'armature sur le coefficient d'élasticité fictif.

Pour ce qui est du calcul des colonnes en béton armé chargées axialement, la considération des déformations plastiques, sous l'effet des charges permanentes ou répétées, ne tranche pas la question de savoir si le calcul doit se faire sur la base de l'hypothèse de rupture ou de l'hypothèse élastique. Car au point de vue de l'hypothèse élastique, tout se résume à un choix judicieux de la valeur de m et du taux de travail. Au point de vue de la rupture, la durée d'application de la charge ou sa répétition (si elle est inférieure à la limite de fatigue permanente) ne semblent pas modifier caractéristiquement la charge statique de rupture¹. S'il arrive qu'avant rupture, l'armature atteigne la

1. Pour éviter toute confusion, il importe de remarquer que la répétition des charges abaisse considérablement la limite de rupture permanente par rapport à la limite de rupture sous charge unique, de telle sorte qu'au point de vue de la rupture, il reste justifié de

limite d'écrasement plastique, à partir de ce moment sa charge reste stationnaire et celle du béton croît jusqu'à la rupture. Cette conclusion de M. RICHART (op. cité) attire l'attention sur le danger éventuel de flambement des barres comprimées et sur l'opportunité des ligatures suffisamment rapprochées ou d'un léger frettage.

Je suis conduit ainsi à effleurer le sujet de la résistance ultime et du calcul des pièces en béton armé fretté. Rien de neuf, me semble-t-il, n'a été énoncé depuis le Congrès de Liège (Question I, rapport général de M. BAES, communications de MM. SALIGER, LJUNGBERG, VANDEPERRE et EMPERGER) et depuis le Congrès d'essais des matériaux de Zurich (Communication citée de M. RICHART, observations de MM. BAES et VANDEPERRE). Le sujet rentre d'ailleurs plus dans le cadre de la résistance des matériaux que dans celui de la statique. Il est néanmoins intéressant de noter que les déformations plastiques du béton sous charge permanente diminuent sensiblement le bénéfice que l'on peut attendre du frettage, tandis que les armatures longitudinales sont fortement mises à contribution.

Dans tout ce qui précède, il s'agit de déformations plastiques intéressant l'ensemble d'une construction, mais qui sont forcément limitées à un maximum relativement faible. Des déformations plastiques importantes généralisées ne pourraient se produire sans provoquer promptement le flambage des constructions et si les déformations lentes n'étaient pas limitées étroitement, aucune construction comprimée en béton ou en béton armé ne pourrait être stable.

Il peut se produire aussi dans les constructions des déformations plastiques localisées, qui correspondent plus directement à la notion expérimentale de déformation permanente, c'est-à-dire à une tension qui reste constante en produisant une déformation croissante. Il est couramment admis que ce phénomène intervient d'une manière heureuse dans beaucoup de dispositions constructives pour réaliser une limitation des contraintes locales et soulager certains éléments, les plus fatigués, par l'intervention d'éléments voisins qui sont encore en état de résistance élastique. Cette théorie de l'adaptation, ainsi que l'a appelée M. CAQUOT, était somme toute utilisée depuis longtemps, non sans que l'on s'en doute, mais plutôt sans qu'elle ait été formulée d'une manière aussi précise qu'elle l'est depuis le développement des théories de l'état de rupture.

Dans les constructions en béton armé, les fissures des dalles à la rencontre des nervures ou aux têtes des colonnes, que l'on rencontre dans certains ouvrages, ne sont que des signes de l'adaptation des armatures insuffisantes d'encastrement, qui cèdent dans la mesure nécessaire pour réduire l'influence de la continuité et permettre un état de déformation et d'équilibre différent. Il ne se produit aucune rupture si les dalles ou les poutres sont suffisamment armées entre leurs appuis pour résister dans les conditions nouvelles d'encastrement diminué des appuis. L'adaptation a souvent favorisé à leur insu des constructeurs incompetents ou imprudents; elle ne joue évidemment que s'il

prendre pour les effets des charges répétées un coefficient de sécurité supérieur à celui relatif aux charges fixes. Mais il sera en outre désirable de veiller à limiter convenablement les déformations dans les deux cas de charge, indépendamment des taux de rupture.

se trouve à l'endroit voulu de la construction déformée un excès de résistance, mais il ne s'y trouvera pas toujours. L'idée est venue de tirer systématiquement parti de l'adaptation par la plasticité; elle influe alors sur la statique externe générale et la statique interne locale, d'une manière permettant toujours des calculs relativement simples. Cette méthode s'applique le plus souvent aux appuis ou assemblages. Dans les constructions en béton armé, les semi-articulations MESNAGER et FREYSSINET en sont des exemples classiques. Il y a d'ailleurs une véritable relation de continuité entre ces encastrement de section quasi nulle, à déformations plastiques, et les encastrement volumineux à déformations élastiques, ainsi que l'a montré M. VALETTE (*Génie Civil* du 1-2-30 et du 9-5-31) par le pont en béton armé de Conflans Fin d'Oise.

Une application intéressante de la théorie de l'adaptation par la plasticité a été développée par M. G. VON KAZINCZY (cf. Travaux du Congrès international de la Construction métallique à Liège en 1930 et vol. XII-1931 de la revue *Technika*) au calcul des poutres continues sur plusieurs appuis, avec référence aux essais de M. MAIER-LEIBNITZ (cf. mémoire cité du prof. GEHLER). Appliquée au calcul des poutres et hourdis continus en béton armé, cette théorie constituerait une exploitation consciente du processus d'adaptation que je citais plus haut en exemple. Mais M. VON KAZINCZY a bien soin de mettre en garde contre des applications intempestives de cette théorie, notamment en cas de déformation excessive. La théorie exige finalement le calcul complet par la théorie de l'élasticité, ce qui écarte le danger de l'utilisation de ces méthodes délicates par des personnes non prévenues.

Dans ces déformations plastiques locales, le plus souvent, il s'agira de l'armature et l'on sait, d'une manière générale, quel rôle important la limite élastique de l'acier joue dans la résistance du béton armé. Aussi est-il avantageux, en dépit de l'exploitation de la déformation plastique de l'acier, qui constitue une sorte de réserve générale de résistance, d'utiliser des aciers à limite élastique aussi élevée que possible, ainsi que le propose M. CAQUOT (*op. cit.*, Annales des Ponts et Chaussées, fasc. 2 de 1931) et ainsi qu'il en a été fait usage notamment au pont Lafayette à Paris. Il est intéressant d'observer que les essais de réception portent alors sur la limite élastique et sur la fragilité (résilience). Il est apparent aussi, d'après ce qui a été dit précédemment, qu'il y a intérêt à employer de l'acier à limite élastique élevée pour l'armature longitudinale des colonnes, ainsi que pour les frettes, en tenant compte du fait que la limite élastique apparente de ces dernières est déjà augmentée par le cintrage.

Je suis obligé de terminer cette introduction sans y donner la part qui leur revient à certaines propriétés importantes pour la statique du béton armé, mais qui sont moins à l'ordre du jour semble-t-il. Je citerai l'adhérence en renvoyant aux travaux cités de M. GLANVILLE; les dilatations transversales (coefficient de Poisson), à propos de quoi je renvoie au mémoire de M. GEHLER. Une question d'un autre ordre, mais de première importance, concerne la disposition rationnelle des armatures; je renvoie à ce propos aux travaux de M. F. DUMAS. Déjà au 1^{er} Congrès international du béton et du béton armé, à Liège en 1930, M. A. MESNAGER avait rappelé l'importance de la connaissance des lignes isostatiques et des méthodes d'investigation photoélastiques pour la disposition des armatures (Rapport II-12).

Il est temps de conclure l'introduction. Je crois pouvoir répéter qu'il n'y a pas crise de principes en béton armé, mais crise de croissance. Les méthodes sanctionnées par la pratique restent, après mûr examen, les plus conformes à la logique tempérée par la reconnaissance de l'impossibilité d'une théorie absolue. Ce qui fait défaut, ce sont des coefficients tout à fait certains et répondant, même d'une manière moyenne, à l'infinie variété des cas d'espèces. C'est sur ce point qu'il importe actuellement de diriger l'effort qui doit comporter :

- une définition convenable des besoins ;
- l'exécution d'un programme d'essais adéquats ;
- un corps de conclusions précises et pratiques des résultats de ces essais, en vue de leur application aux méthodes de la statique et aussi aux méthodes de construction.

Un tel travail est de longue haleine et coûteux. Il doit nécessairement être réparti entre un grand nombre d'instituts et organisé sérieusement en vue de hâter le résultat, tout en conservant un contrôle réciproque suffisant.

Un pareil travail pourrait être entrepris sous les auspices et au sein de l'A. I. C. A. B. A., mais pour le conduire à bonne fin, il paraît nécessaire de constituer une commission de direction suffisamment étendue, étant donnés les aspects multiples et complexes des déterminations à faire.

Je prends soin, en ce qui me concerne, d'ajouter immédiatement que je ne voudrais pas voir attribuer à cette commission la mission d'établir un règlement international ou plutôt supra-national, que je considère comme une utopie. Les règlements nationaux restent indépendants. Toute préoccupation réglementaire ou administrative doit être étrangère aux recherches et aux travaux de la commission, ce à quoi ne répondent pas tous les travaux passés en revue. Les conclusions de la commission ne pourront s'imposer que par leur propre évidence ou leurs propres avantages, éventuellement adaptés aux besoins divers des pays intéressés.

Sans connaître les conclusions des autres rapporteurs ni attendre les résultats de la discussion, je sou mets cette proposition au Congrès en lui suggérant de voter le principe d'une commission compétente, sans lui imposer de programme déjà défini (il ressortira de l'ensemble des travaux du Congrès), mais en désignant sur-le-champ le noyau organisateur.

Résumé.

La statique du béton armé ne peut tenir compte des propriétés physiques complexes des matériaux constitutants que d'une manière sommaire, moyenne et synthétique. Il faut que la marge de discordance entre la statique conjecturale et la résistance réelle reste modérée. La question se pose de savoir si les progrès réalisés dans la connaissance des propriétés physiques des matériaux exigent une révision fondamentale de la statique du béton armé ou bien une réadaptation, portant surtout sur les coefficients numériques expérimentaux. Le rapporteur, après avoir constaté le fait de l'augmentation des résistances des bétons, envisage les questions de l'élasticité et de la plasticité considérées du point de vue de la statique, tant interne qu'externe des ensembles constructifs.

Il conclut, avec quelques réserves mineures, à la validité des méthodes de calculs existantes, basées sur l'hypothèse de l'élasticité. Le rapport considère aussi les effets des déformations indépendantes des forces extérieures, ainsi que les effets locaux de la plasticité (phénomène d'adaptation). Il conclut à la nécessité d'une recherche systématique et coordonnée des coefficients numériques indispensables et propose de la confier à un comité directeur international choisi au sein de l'Association internationale.

Zusammenfassung.

Die Baustatik des Eisenbetons berücksichtigt nur in grober, synthetischer Weise die sehr verwickelten physikalischen Eigenschaften der Baustoffe. Die Differenz zwischen den Resultaten einer baustatischen Berechnung und der wirklichen Widerstandsfähigkeit muss möglichst klein bleiben. Man kann sich die Frage stellen ob unsere heutigen Fortschritte auf dem Gebiete der Materialkenntnis eine gründliche Revision der Baustatik des Eisenbetons wünschenswert machen, oder ob sie nur eine einfache Anpassung erfordern, hauptsächlich in Bezug auf die experimentellen, zahlenmässigen Daten.

Der Berichterstatter stellt fest, dass die Güte des Betons sich im Laufe der letzten Jahre sehr gesteigert hat. Er berücksichtigt die Fragen der Elastizität und Plastizität vom Standpunkte der äusseren sowie der inneren Statik geschlossener Eisenbetonbauten. Er kommt — unter gewissem Vorbehalt — zum Schluss, dass die bestehenden, auf der Elastizitätslehre gegründeten Methoden beibehalten werden können. Der Berichterstatter erwähnt auch die Wirkung der Formänderungen, welche von den äusseren Kräften unabhängig sind, sowie die örtlichen Erscheinungen der Plastizität (Selbstentlastung oder Anpassung).

Zum Schluss deutet er auf die Notwendigkeit einer systematischen Forschung der erforderlichen, zahlenmässigen Daten hin und schlägt vor, sie einer im Schosse des Internationalen Verbandes gewählten Kommission zu unterstellen.

Summary.

The design of reinforced concrete structures as a whole agrees but roughly, synthetically, with the physical properties of the constituent materials. Any difference between theoretical computations and actual strength must be small. The question arises whether increasing knowledge of the physical properties of the materials demands a fundamental revision of the methods of designing reinforced concrete structures, or if only a readaptation of the experimental data would prove sufficient. The reporter first considers the actual increase in strength of concrete; he then examines the influence of elasticity and plasticity of concrete on the stability of complete structures, taking into account internal as well as external forces.

With some minor reservations he decides on the validity of existing methods in which elasticity is assumed. The paper also considers the effect of strains that are independant of the external forces, and also the local effects of plasticity (self-relieving). The writer concludes that it is necessary to undertake systematic and organized research, in order to find out the necessary data, and he proposes that this research work should be carried out under the direction of a Commission consisting of members of the International Association.

VI 2

ELASTICITY, PLASTICITY AND SHRINKAGE

ÉLASTICITÉ, PLASTICITÉ ET RETRAIT

ELASTIZITÄT, PLASTIZITÄT UND SCHWINDEN

Oscar FABER, D. Sc.,
Consulting Engineer, London.

The design of reinforced concrete in practically all regulations and text books is based on the following assumptions :

- 1) that concrete is an elastic material.
- 2) that it has a definite modular ratio as compared with steel, which is constant during the life of the structure.

If these assumptions were reasonably or approximately correct, then a beam of reinforced concrete when loaded would show a finite elastic deflection which would remain sensibly constant however long the load were applied, the deflection returning to its original value when the load is ultimately removed.

In the case of steel beams stressed inside the elastic limit, this occurs in accordance with the ordinary elastic theory. If experiments show that it does not do so for concrete even approximately, then it follows that the application of the ordinary elastic theory to reinforced concrete will lead to very considerable errors in the computation of stresses. It does not necessarily follow that reinforced concrete if designed in accordance with customary methods will no longer be properly regarded as a safe material, and it is not by any means the author's view that reinforced concrete so designed is not safe. It must however be admitted that a system of calculations which indicates that a structure is stressed to a certain stress must be considered most unsatisfactory if it can be shown that actually the stress may be several times as great, even if it can subsequently be shown that the persistence of a higher stress does not render a structure unsafe. A more accurate knowledge of these matters is in the author's view extremely desirable as only more intimate knowledge can ultimately lead to more economical design, and we wish to know as accurately as possible what are the real stresses and what stresses may be in various circumstances regarded as safe.

The following is intended to be an attempt to help in proceeding a little way along this line in the hope that other engineers may carry the matter still further.

In a paper submitted to the Institution of Civil Engineers on the 15th Novem-

ber 1927 the author described some research work which throws some light on the questions involved.

Four beams of reinforced concrete 15 ft. span were at the age of 28 days suspended between two supports 15 ft. apart and loaded in such a manner as to stress the concrete and the steel to the following values :

Table I.

	Concrete Stress. Compression.	Steel Stress. Tension.
Beam N° 1	676	13750
» 2	946	19250
» 3	1216	24750
» 4	1487	30250

these stresses being based on the ordinary straight line theory, neglecting tension of concrete and taking YOUNG's modulus for concrete as 4,000,000 lbs. per square inch (which was approximately the experimental value obtained with the concrete in question, the modular ratio thus being taken at 7 1/2).

On the basis of this theory the deflection of the beams which were 5" deep, 2" wide, reinforced with .06 square inches of steel 4 1/2" from the compressed edge, is as follows :

Table II.

	Deflection. Inches.
Beam N° 1	.474
» 2	.622
» 3	.770
» 4	.918

It was however quite impossible to find any evidence of cracks however minute on the tension side of the concrete, and it was therefore thought of interest to calculate what the stresses would be if the concrete were not considered as having failed on the tension side.

The stresses on this basis work out as follows :

Table III.

Beams	Concrete stress in compression. lbs. per sq. in.	Concrete stress in tension. lbs. per sq. in.	Steel stress. Tension. lbs. per sq. in.
N° 1	389	367	2180
» 2	545	514	3060
» 3	700	661	3920
» 4	856	808	4800

The deflection of the beam under this condition of stress with the concrete considered not cracked on the tension side is calculated as follows :

Table IV.

	Deflection. Inches.
Beam N° 1	.128
» 2	.167
» 3	.207
» 4	.247

The observed deflection of the four beams when first loaded was .3", .35", .4", .5" respectively.

The comparison between the calculated and the observed deflections is therefore as follows :

Table V.

Beam.	Calculated deflection, ignoring tension of concrete.	Calculated deflection, concrete considered as taking tension in accordance with Table III.	Observed Deflection.
N° 1	.474	.128	.30
» 2	.622	.167	.35
» 3	.770	.207	.40
» 4	.918	.247	.50

It will be seen that the observed deflection lies intermediate between the values calculated in the two manners previously described, and the observed deflection is therefore consistent with the concrete being stressed in tension, but to a value considerably lower than that given in Table III. This might be quite consistent if the stress-strain diagram for concrete curves considerably when the ultimate tensile stress is approached.

For the concrete in question a breaking tensile stress of 230 lbs. per square inch might not unreasonably be expected, and if such a stress is considered as acting below the neutral axis and the rest of the tension carried on the steel, a value for the deflection is arrived at not differing greatly from the observed deflection.

It is interesting to observe that the actual deflection lies almost exactly half-way between the deflection calculated by the two methods.

Now it is clear that if concrete were an elastic material like steel the observed deflection would remain constant and the deflection-time curve would be a straight line parallel to the axis of time.

The deflections were accordingly noted every week to ascertain whether this were so. The results of these measurements are recorded in Fig. 1, which shows how the deflection increased with time. It will be seen that this increase is not a small one.

Roughly speaking, the deflection in ten weeks is twice the deflection when the load is first applied at four weeks, and increased to nearly three times the initial deflection at the end of a year.

The readings were actually continued for five years with the results as

shown in Fig. 1, the diagram containing a break in the horizontal scale as the variation in the latter period was much less marked. The diagram indicates the effect of removing and replacing the applied load other than the dead load, and it will be seen that when the load is removed the elastic deflection is

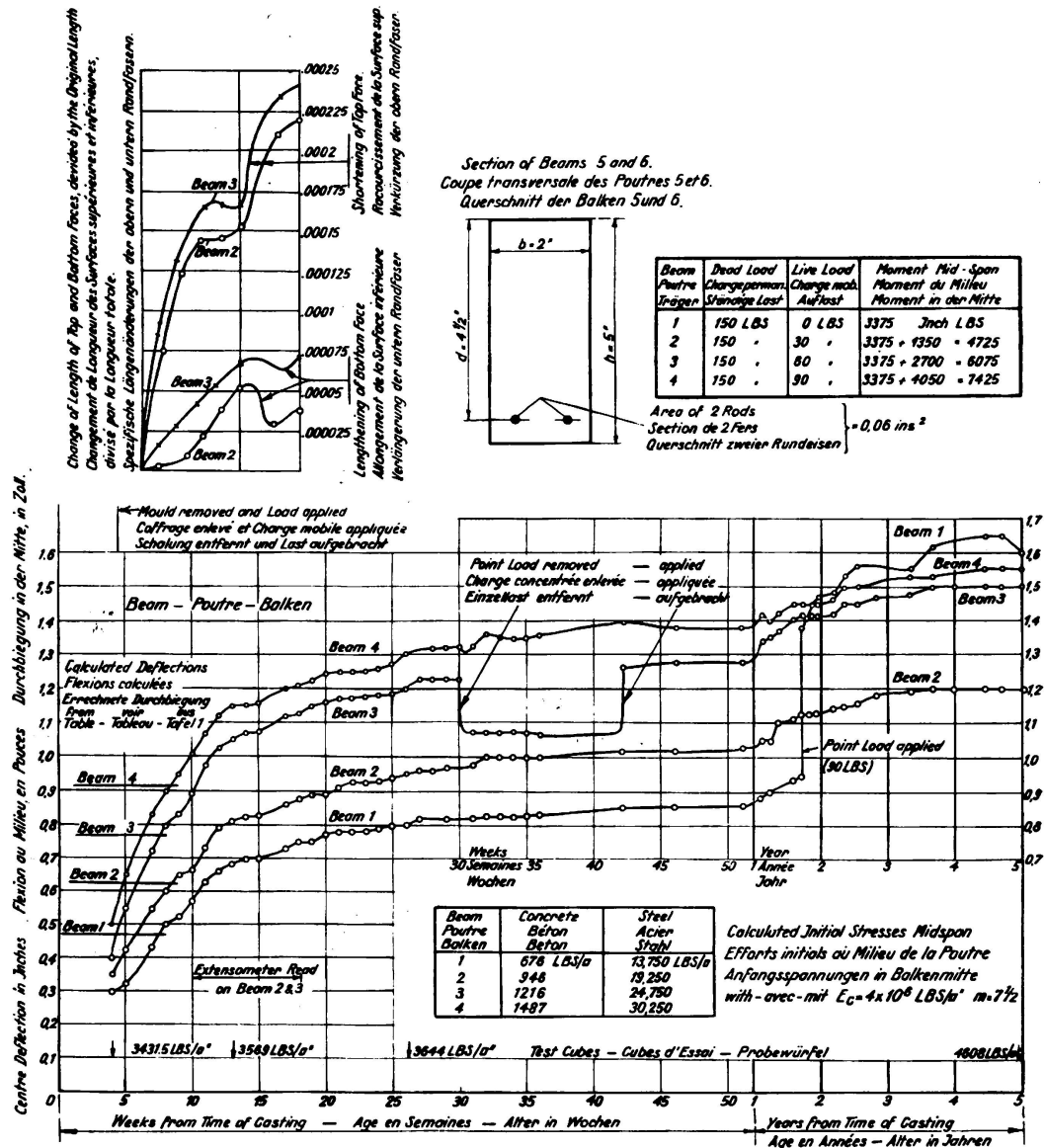


Fig. 1.

Deflection of Concrete Beams, reinforced on Tension Side only.

Flexion des poutres en béton, armées seulement dans la zone travaillant à la traction.

Durchbiegung der nur auf der Zugseite bewehrten Eisenbetonbalken.

almost the same as it was originally, but there is a large permanent set which remains.

At first it was considered possible that the increase in the deflection was due to the gradual breaking down of the concrete on the tension side, and that this might cease when the deflections reached those calculated on the basis of the concrete having cracked in tension, but as the figure shows, this was not

the case and there were no discontinuities in the curve either at this or at any other point.

Another very interesting point is that beam N° 1, which was for the first year stressed to the lowest stresses was then loaded to produce stresses similar to those in beam N° 4, and ultimately gave a deflection not very dissimilar from that in beam N° 4 which had carried these heavier stresses for the whole period.

Another point of great interest is that though at the end of five years three of the beams were deflected by over 1.5" on a span of 15 ft., which is of

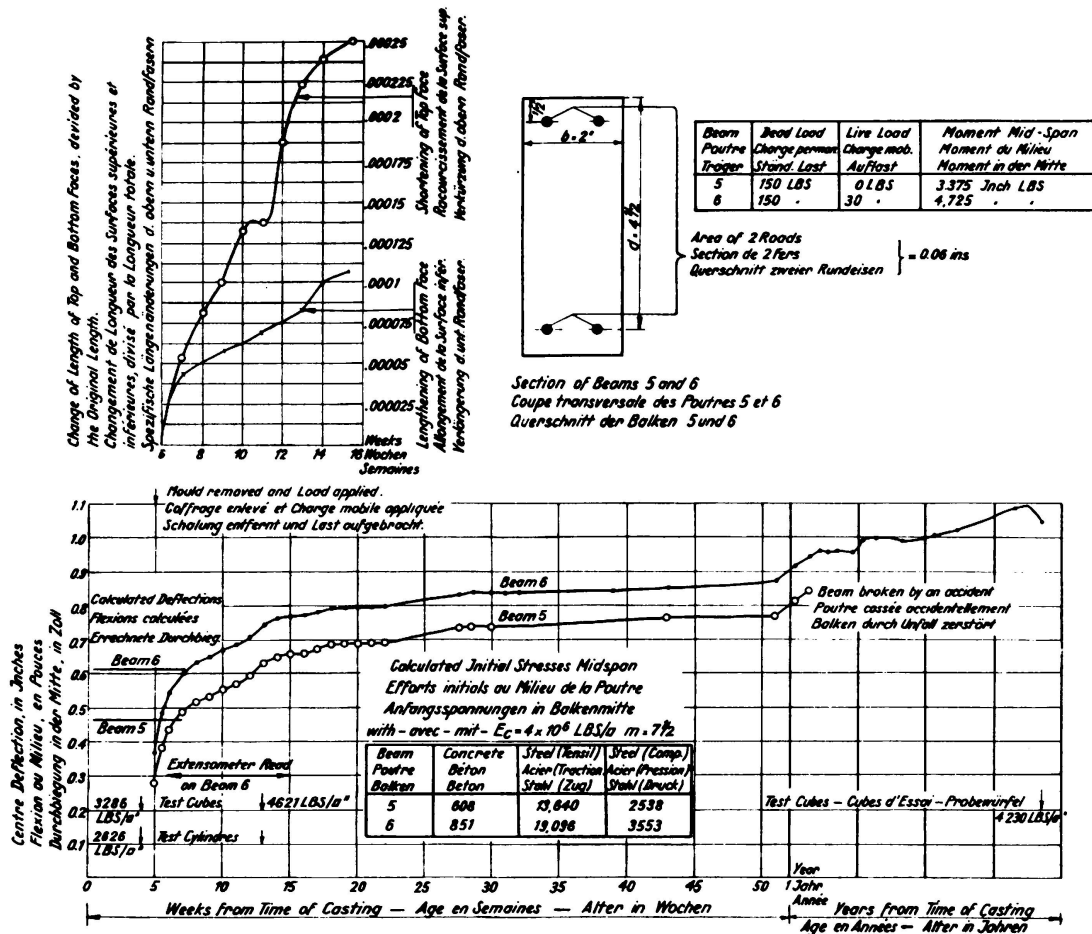


Fig. 2.

Deflection of Concrete Beams, reinforced equally on Top and Bottom.

Flexion des poutres en béton, avec armature travaillant à la traction et à la compression.

Durchbiegung der beidseitig bewehrten Eisenbetonbalken.

course a very heavy deflection, yet a most careful search with a powerful magnifying glass failed to indicate the slightest indication of any crack anywhere, and the absence of any discontinuity in the deflection curve is additional evidence that in fact no crack occurred.

Fig. 2 shows a similar effect with two beams, similar except that they were reinforced in compression with the same amount of steel as in the tension side. The ultimate deflection is considerably reduced, but the general increase of deflection with time remains similar.

All the beams had extensometers clamped to their top and bottom faces in

such a manner as to enable the extension and shortening to be measured to one millionth of an inch by optical means, the extensometers being designed by Professor Lamb and kindly lent by Mr. A. Macklow-Smith.

It was found that the deflection was proportional to the difference in the extensometer readings. The total shortening of the top flange consists of three items, as follows :

- 1) Strain due to the elastic stress.
- 2) Shortening due to shrinkage.
- 3) Plastic yield due to stress under the action of time.

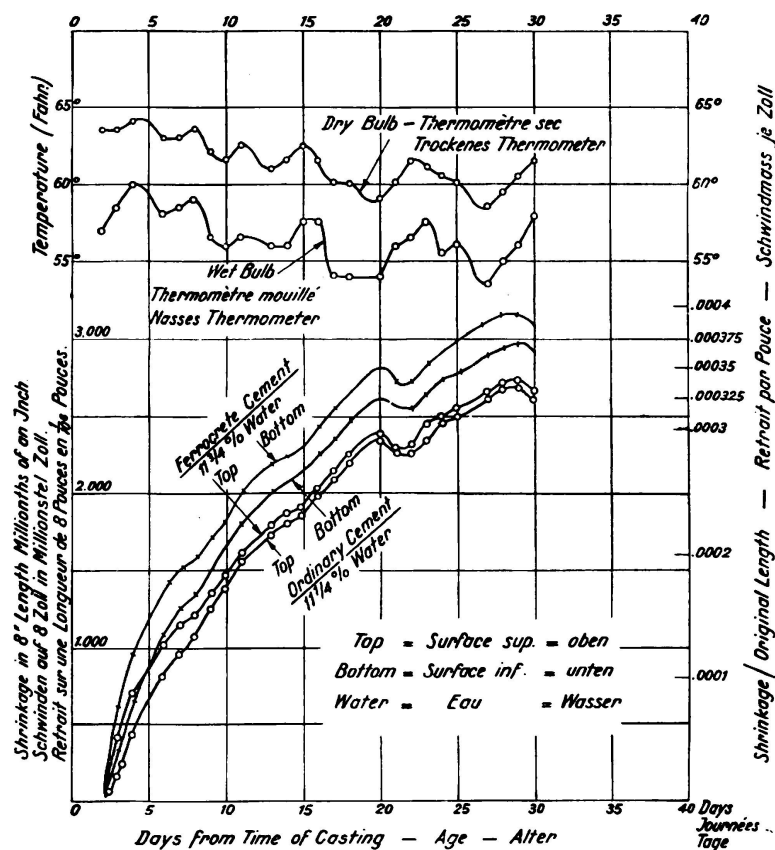


Fig. 3.

Shortening of Tops of Beams 1 to 4 from all Causes.

Raccourcissement des surfaces supérieures des poutres 1 à 4.

Verkürzung der oberen Randfaser der Balken 1 bis 4.

The shortening due to shrinkage was measured on similar beams unstressed, but in all other respects similar.

The shortening due to elastic compression can be calculated from the known value of Young's modulus which was measured on specimens made of identical concrete and the difference between these and the total shortening observed represents the residual plastic yield.

These quantities are calculated in this manner and shown on Fig. 4 in which the shortening of the top flange is plotted against the concrete stress, from which it will be seen that not only is the elastic strain proportional to the concrete stress, but the subsequent plastic yield is also proportional to the

concrete stress. Superimposed on both these is the shrinkage which is independent of stress.

It is further observed that the total shortening is many times greater than that due only to the elastic strain which has been the only item normally taken into account in most current regulations.

The results of Figs 1 and 2 appear to the author to indicate as clearly as possible that the assumption of concrete acting as an elastic material is bound to lead to extremely erroneous calculations of stress based on this assumption, because the deflection diagram does not even approximately conform to a

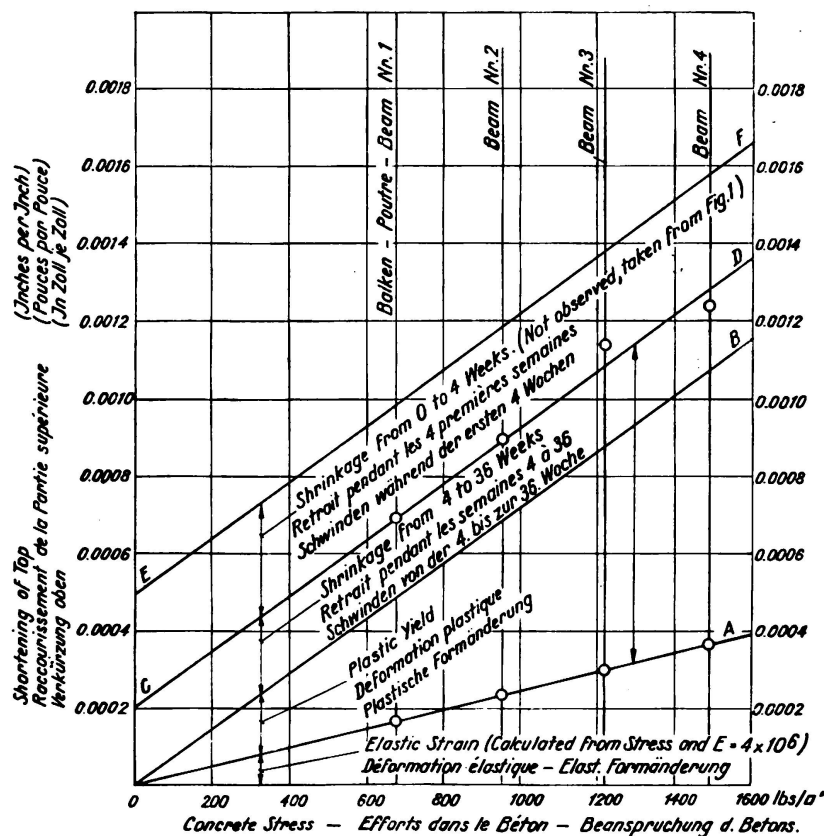


Fig. 4.

Shrinkage of Specimens 18" long, 5" deep, 2" wide. Cement = 1 part, Sand = 2 parts (by weight). Specimens not under stress.

Retrait de quelques éprouvettes 46 cm × 12,5 cm × 5 cm. Ciment : Sable = 1 : 2 (Rapport des poids). Éprouvettes non chargées.

Schwindproben, gemessen an einigen Betonkörpern von 46 cm × 12,5 cm × 5 cm. Zement : Sand = 1 : 2 (Gewichtsteile). Die Probekörper waren unbelastet.

straight line parallel to the horizontal axis as it should do if this theory were even approximately true.

All these beams were kept in a laboratory for the whole period of their test in a temperature varying between 58° and 61° F. so as to eliminate errors due to change of temperature as much as possible.

Tests of shrinkage were made on various kinds of cement and are shown in Fig. 3, the humidity of the air and its temperature being simultaneously recorded, and it will be seen that the fluctuations in the shrinkage diagram

are accounted for by variations in the atmospheric conditions, upward variations in the one diagram corresponding to downward variations in the other, particularly in the case of a considerable variation which occurred 22 days after casting.

As a result of a great many observations the author finds that the average shrinkage of ordinary concrete may be taken somewhat as follows :

Average Shrinkage of Concrete.

Shrinkage. Inches per inch.	Age in Weeks.
0	0
.0002	2
.0003	5
.0004	12
.0005	50

Compression Steel in Concrete.

It is now of interest and importance to consider the effect of the phenomena previously observed and studied in relation to the stresses in structures, and in particular in relation to the stress in steel in the compression area of a concrete beam or a concrete column.

It is clear that as the observed shortening is many times greater than the calculated shortening on the ordinary elastic theory (see Fig. 4), the stress in the compression steel must also be many times greater than the stress calculated in accordance with the ordinary elastic theory, and detailed study and further observations have confirmed that this is indeed the case.

Without going into the matter in great detail here as it has already been explained in great detail in the paper previously referred to, it may be stated that the shortening of the compression steel could be calculated from the observations taken, with the result that in beam N° 6 (reinforced in compression) it can be shown that the compressive stress on first loading was 3,553 lbs. per square inch, which was increased during a year by shrinkage and plastic yield by 11,700, giving a final stress of 15,253 lbs. per square inch. It is indeed obvious that as the concrete continues to shorten, the steel is forced to shorten with it, and is therefore subject to increased stress until the yield point is reached.

This increased stress in the steel causes it to carry a greater proportion of the total compression, thus relieving the concrete of stress, which accounts for the reduced deflection of the beams with compression reinforcement as compared with those without it. For this reason alone compression reinforcement therefore serves a very useful function.

It is also noteworthy that the high compressive stress of 15,253 lbs. per square inch is carried without the slightest signs of distress, though the beams were not provided with binding or stirrups of any kind.

The measured yield point of the steel was 28,627 lbs. per square inch, so that the steel had not approached this stress by a very large margin.

Very careful consideration was given to the question as to whether the high stresses in the steel had relieved themselves by slipping between the steel and the concrete. It was however conclusively shown that this was not the case, the adhesion stress being very low (of the order of 17 lbs. per square inch average and possibly double this value maximum).

It has been shown in Fig. 4 that the plastic yield was proportional to the stress. Therefore the ratio of eventual strain to original strain is a constant, k , independent of the stress and increasing with time, to which the author gives the name « factor of plasticity. » Hence the initial strain (elastic strain = stress/ E_c) due to a stress gradually increases to plastic strain ($k \times \text{stress}/E_c$), the value of k depending on the length of time the load is applied and the age of the concrete. Fig. 4 shows that between 4 and 36 weeks k is approximately 2.9 (that is, the final strain is 2.9 times the elastic strain).

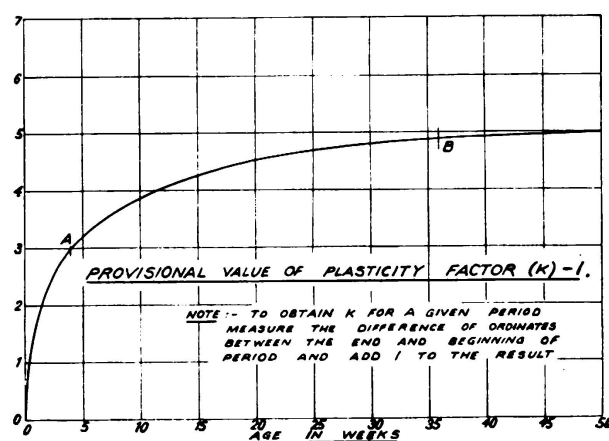


Fig. 5.

Valeur provisoire du facteur de plasticité (k) - 1.

Vorläufiger Wert des Plastizitätsfaktors (k) - 1.

(Note : Pour obtenir k correspondant à une certaine période, il faut mesurer la différence des ordonnées entre le début et la fin de cette période et y ajouter 1.

Bemerkung : Um das zu einem bestimmten Zeitraum gehörende k zu erhalten, ist die Ordinaten-differenz zwischen dem Anfangs- und Endpunkt zu messen und um den Wert 1 zu vermehren.)

It is shown later that the effect on stress calculations is that mk should be substituted for m in the ordinary formulae used in reinforced concrete design. More research is necessary before the value of k can be definitely determined for all ages and conditions. In the meantime, the author offers Fig. 5 as a provisional first approximation, based on the results of the tests described. This curve is intended to be used differentially, for example, the value of $(k-1)$ between 4 weeks and 36 weeks is given by $4.9 - 3 = 1.9$, whence k (in the same period) $= 1.9 + 1 = 2.9$, which accords with the tests (Fig. 4).

The only information available for drawing this curve is that the difference between the points A and B (4 weeks and 36 weeks respectively) is 1.9, the curve is to have the general form of the curves in Figs. 1 and 2, and the ordinates of A and B are to be raised to such values as will allow the smooth curve to go through the origin.

Effect of Shrinkage and Plasticity on Stresses in Actual Structures.

In the original paper it is shown how the stresses in actual structures may be calculated on another basis taking shrinkage and plasticity into account, and without wearying the readers by a repetition of these calculations it is perhaps of interest to give their results. For this purpose a reinforced column 10" square with 1 % of longitudinal steel is considered which at the age of four weeks is loaded with 60,000 lbs.

Taking Young's modulus as 4,000,000 lbs. per square inch and the modular ratio $m = 7 \frac{1}{2}$ it can easily be shown that the stresses as ordinarily calculated would be 564 lbs per square inch in the concrete and 4230 lbs per square inch in the steel. Taking shrinkage and plastic yield into account it is however shown that the stresses would be as follows:

1) At four weeks, old, just previous to loading, 67 1/2 lbs. per square inch in tension in the concrete, 6,750 lbs. per square inch compression in the steel.

2) At four weeks old, just after loading these become, concrete in compression 496 lbs., per square inch, steel in compression 10,980 lbs. per square inch.

3) 52 weeks after casting, concrete in compression 389 lbs. per square inch, steel in compression 21,500 lbs. per square inch.

The difference between four weeks and 52 weeks with the load applied in both cases, shows how the shortening of the concrete has put additional compressive stress on the steel, and to this extent has relieved the concrete of part of its stress, and comparing the stresses at the age of 52 weeks with those as ordinarily calculated it will be seen that the concrete stress is only about two-thirds of that normally calculated, while the steel stress is about five times as great.

Since this research was first carried out, a most extensive series of tests has been made at the Building Research Station at Watford on compression members loaded by specially designed springs, and these have in general afforded the most valuable confirmation of the results set forth in this paper.

The author was led to carry out this research by observing in practice that reinforced concrete beams allowed to stand under load for long periods did in fact increase progressively in their deflection, in some cases sufficiently so to produce objectionable cracks in partitions resting upon them.

It is of course a matter of the greatest importance to consider whether the effects observed and discussed in this paper indicate that reinforced concrete, especially with compression reinforcement, is a less safe material than would have appeared to be the case previous to an understanding of the effects of shrinkage and plasticity on the distribution of stresses.

In the author's opinion the answer to this is sufficiently given by the experience of reinforced concrete on a large scale in practice where it is found that notwithstanding the high stresses which must be reached in compression steel after a long period of time a combination of the two materials, steel and concrete, remains perfectly sound and safe, and the author considers that it has been adequately established both by experiment and by practical experience

that the stresses previously referred to may be safely carried without in any way producing weakness or a reduced factor of safety in reinforced concrete structures. What it appears to come to is in fact the following.

We start off with two materials, concrete and steel, which share the total load (considering for the moment a column fairly concentrically loaded). Owing to the progressive shortening of the concrete the steel eventually carries a much bigger proportion of the total load than was previously thought to be the case, until the steel stress may nearly reach, and may even in some cases actually reach the yield point of the steel. It is clear that the margin of safety on the steel has then been reduced, but by the higher stressing of the steel the stress in the concrete has been reduced and the margin of safety on the concrete has been correspondingly increased.

It does not by any means follow that there has been any change in the factor of safety of the composite structure. It must be remembered that if the steel stress ultimately reaches the yield point, and further loading of the column continues, the steel stress then remains constant and any increase in load has to be carried solely on the concrete, and ultimate failure does not arise until the steel stress is carried at its yield point and the concrete is loaded to its ultimate stress.

In the author's view therefore it is not to be lightly assumed that the high stresses which this experimental work have shown to exist are any indication of any unsafety in the composite material which we know as reinforced concrete, and he considers that there is ample proof, both laboratory and of actual practice, to the contrary.

It is of interest to note that while a more modern assumption of Young's modulus for concrete would put it at about 4,000,000 lbs. per square inch rather than 2,000,000 lbs. per square inch which was more currently accepted some twenty years ago, giving a value for the modular ratio m as $7\frac{1}{2}$ rather than the generally accepted value of previous years of 15, the effect of plastic yield is to increase the shortening with time in such a manner as to produce somewhat similar results as if Young's modulus had been lowered and the modular ratio increased, and the actual stresses are not dissimilar at the end of a year to those which would have been calculated on the basis of taking m nearer to $22\frac{1}{2}$ than to $7\frac{1}{2}$ if the plasticity factor is taken as 3, the effect of shrinkage being however separately allowed for, as it is not a function of the stress.

It must not however be assumed that because reinforced concrete structures are no less safe as a result of the stresses found to exist by this research, that an accurate knowledge of shrinkage and plastic yield are unimportant. On the contrary, they enable us to foresee with much greater accuracy what will happen in many practical cases where the old incomplete theory would certainly have given us wrong results. For example, it undoubtedly means that the deflection on concrete beams which are kept fully loaded will be two or three times as great at the end of a year or so as compared with their original deflection when first loaded. There are many places where the deflection is so small that this is a matter of no concern at all. There are other cases where the effects of this deflection have been most objectionable.

The author's experience has included large girders of great spans carrying partitions in which this very deflection was first noticed to produce objectionable cracking in the partitions and their finishings a year or more after the structure was completed, though the loads and stresses were in all cases low and well below those considered safe in accepted practice.

There are cases of beams carrying long lengths of line shafting where a gradual increasing deflection of this kind would be extremely damaging, and on the other hand enormous areas of warehouse flooring where such deflections would be unimportant, and an accurate knowledge of the phenomena enables an engineer to distinguish between the cases where it would be objectionable and the cases where it would be unimportant and to assume with accuracy the deflection in any given case at any particular period of time.

The author's thanks are particularly due to Mr. R. H. H. Stanger, A. M. Inst. C. E., in whose laboratory the tests described were made under his personal supervision, and who very kindly provided the facilities for the research which has been described, and who, with the author, actually made the specimens and the observations from which the subsequent results have been calculated.

TRADUCTION

par L. DESCROIX, Ing., Paris.

Les projets de construction en béton armé sont basés, dans la plupart des règlements comme des manuels, sur les hypothèses suivantes :

1° Le béton est une matière élastique ;

2° Le rapport de son module d'élasticité à celui de l'acier est défini et d'ailleurs constant pendant toute l'existence de la construction.

Si ces hypothèses étaient correctes dans une limite raisonnable, approximativement une poutre en béton armé, supportant une charge donnée, accuserait une flexion élastique déterminée qui resterait sensiblement constante quelle que soit la durée d'application de la charge, et reprendrait sa valeur initiale quand cette charge cesserait d'agir.

C'est bien là ce qui se produit conformément à la théorie de l'élasticité dans le cas de poutres en acier travaillant au-dessous de la limite d'élasticité.

Si l'expérience prouve qu'il n'en est pas ainsi, même approximativement pour le béton, il s'ensuit que l'application de la théorie ordinaire de l'élasticité au béton armé peut conduire à des erreurs importantes dans l'évaluation des efforts. Il ne s'ensuit pas nécessairement que les constructions en béton armé, calculées d'après les méthodes courantes, ne puissent être considérées comme présentant une sécurité suffisante, et il n'entre nullement dans les intentions de l'auteur de regarder le béton armé, ainsi calculé, comme peu sûr.

Il faut pourtant bien admettre, qu'une méthode de calcul qui indique qu'une construction est soumise à certains efforts doit être considérée comme peu satisfaisante, si l'expérience prouve que ces efforts pourraient en réalité être

plusieurs fois plus élevés et cela même si l'on peut démontrer ensuite que la persistance d'une charge plus élevée ne rend pas dangereuse une construction.

Une connaissance plus précise de ces questions serait, selon l'auteur, extrêmement désirable, car elle seule pourrait conduire à des projets plus économiques. Nous serions donc désireux de connaître aussi exactement que possible quels sont les efforts réels et quels sont ceux qui, dans les diverses circonstances, peuvent être considérés comme sûrs.

Ce qui suit peut être considéré comme un essai de progression dans cette voie, avec l'espoir que d'autres ingénieurs pourront faire progresser la question plus loin encore.

Dans un Mémoire soumis à l'Institute of Civil Engineers, le 15 novembre 1927, l'auteur a décrit quelques travaux de recherches qui jettent une certaine lumière sur ces questions.

Quatre poutres de béton armé de 15 pieds (m 4,60) de portée, ayant 28 jours d'existence, ont été suspendues entre 2 supports distants de 15 pieds et chargées de manière à donner aux efforts supportés par le béton et l'acier les valeurs suivantes :

Tableau I.

	Béton travaillant à la compression.	Acier travaillant à la traction.
Poutre N° 1	676	13750
» N° 2	946	19250
» N° 3	1216	24750
» N° 4	1487	30250

Ces efforts sont basés sur la théorie ordinaire de la ligne droite, en négligeant les efforts de tension dans le béton et prenant comme module de Young pour le béton 4.000.000 lbs par pouce carré (280.000 kg par cm²), ce qui est à peu près la valeur expérimentale obtenue avec le béton en question, en prenant le rapport modulaire égal à 7 1/2.

Sur la base de cette théorie, les flèches prises par les poutres qui avaient 5 pouces de hauteur sur 2 pouces de largeur, armées avec de l'acier de 0,06 pouce carré de section (voir fig. 1), ont été les suivants :

Tableau II.

	Flèche en pouces.
Poutre N° 1	6,474
» N° 2	0,622
» N° 3	0,770
» N° 4	0,918

Il fut pourtant impossible de constater une trace quelconque de rupture si faible fût-elle sur la face du béton soumise à la traction; on pensa dès lors qu'il serait intéressant de calculer ce que les efforts auraient été en considérant le béton comme n'ayant pas cédé du côté en tension.

Les efforts sur cette nouvelle base furent les suivants :

Tableau III.

Poutres.	Efforts de compression sur le béton en livres par pouce ² .	Efforts de traction sur le béton en livres par pouce ² .	Efforts de traction sur l'acier en livres par pouce ² .
N° 1	389	367	2180
N° 2	545	514	3060
N° 3	700	661	3920
N° 4	856	808	4800

Les flèches obtenues par le calcul dans ces conditions, et en considérant qu'il n'y a pas rupture par traction du béton, sont les suivantes :

Tableau IV.

	Flèche en pouces.
Poutre N° 1	0,128
» N° 2	0,167
» N° 3	0,207
» N° 4	0,247

Les flèches observées sur les 4 poutres lorsqu'on les charge sont respectivement 0,3 0,35 0,4 0,5 pouce.

La comparaison entre les flèches calculées et celles observées est donnée dans le tableau suivant :

Tableau V.

Poutres.	Flèches calculées en négligeant la tension du béton.	Flèches calculées en considérant le béton comme travaillant à la traction conformément au tableau III.	Flèches observées.
N° 1	0,474	0,128	0,30
N° 2	0,622	0,167	0,35
N° 3	0,770	0,207	0,40
N° 4	0,918	0,247	0,50

On voit que les valeurs observées pour les flèches sont comprises entre les valeurs fournies par les deux méthodes précédentes, et que la flexion constatée est compatible avec l'hypothèse que le béton travaille à la traction, mais dans des limites bien inférieures à celles indiquées par le tableau III. Elle concorderait absolument si les diagrammes efforts-déformations du béton prenaient une courbure très accentuée en approchant de la limite de rupture par traction.

On peut admettre raisonnablement pour le béton considéré, une charge de rupture à la traction de 230 livres par pouce carré, et si l'on admet que cet effet agit au-dessous de la fibre neutre et que le reste de la tension est supporté par l'acier, on arrive à une flèche peu différente de celle observée en réalité.

Il est intéressant de constater que les valeurs observées sont à peu près les moyennes entre celles calculées par les deux méthodes.

Or, il est évident que si le béton était comme l'acier une matière élastique, les déformations constatées resteraient constantes, et la courbe déformation-temps serait une droite parallèle à l'axe des temps.

Afin de constater s'il en est ainsi, on a noté les flèches chaque semaine. Les résultats de ces mesures sont indiqués par la figure 1 qui montre comment la flèche augmente avec le temps, on peut constater que cette augmentation est loin d'être négligeable.

Grosso modo, en dix semaines, la valeur de la flèche est devenue le double de celle prise par la poutre âgée de quatre semaines lors de l'application de la charge, et près du triple à la fin de la première année.

Les lectures furent continuées pendant une durée de cinq ans et leurs résultats sont donnés par la fig. 1 ; l'échelle horizontale du diagramme a été rompue parce que, dans la dernière période, les variations sont moins sensibles. Le diagramme indique de plus l'effet produit en enlevant et remplaçant ensuite la charge autre que le poids mort ; on peut constater qu'après enlèvement de la charge, la déformation élastique est à peu près la même qu'à l'origine, mais il existe une forte déformation permanente qui subsiste.

On a supposé, au début, que l'augmentation de la flèche était due à une rupture progressive du béton du côté en tension et qu'elle devait cesser dès que les déformations atteindraient les valeurs calculées dans l'hypothèse où le béton se serait rompu par traction ; cela n'est pas le cas, comme le démontre la figure, et la courbe ne présente pas de discontinuité ni en ce point, ni en aucun autre.

Une autre constatation très intéressante est que la poutre n° 1 qui, au cours de la première année, avait été soumise aux efforts les moins accentués, fut alors chargée de manière à supporter les mêmes efforts que la poutre n° 4, finalement cette poutre n° 1 présenta une déformation très voisine de celle accusée par la poutre n° 4 qui avait cependant supporté pendant toute la durée de l'essai, les charges les plus lourdes.

Un autre point de grande importance est que, bien qu'à la fin des cinq années, trois des poutres présentassent une flèche de 1,5 pouce, ce qui pour une portée de 15 pieds est une déformation très considérable, les recherches les plus minutieuses, même avec une puissante loupe, n'arrivèrent pas à déceler la moindre trace de fissures ; l'allure absolument continue de la courbe de déformations est du reste une preuve de plus qu'en fait il ne s'est produit aucune solution de continuité dans le béton.

La figure 2 montre un effet similaire avec deux poutres semblables, à l'exception du fait qu'elles étaient armées du côté en compression avec la même quantité d'acier que du côté en tension. La déformation finale est sensiblement réduite, mais l'augmentation générale de cette déformation en fonction du temps est analogue.

Toutes les poutres portaient des extensomètres fixés au moyen de crampons à leurs faces supérieure et inférieure et permettant de mesurer l'allongement et le raccourcissement, par un procédé optique donnant ces indications avec une approximation d'un millionième de pouce ; ces appareils imaginés par le

professeur LAMB avaient été gracieusement prêtés par M. MACKLOW-SMITH.

On trouva que la déformation était proportionnelle à la différence des lectures faites sur l'appareil. Le raccourcissement total de la face supérieure se décompose en trois parties :

- 1) Déformation due à la tension élastique.
- 2) Contraction due au retrait.
- 3) Fléchissement plastique dû aux tensions sur l'action du temps.

Le raccourcissement dû au retrait fut mesuré sur des poutres semblables non soumises à des efforts, mais similaires à tous autres égards. Celui dû à la compression élastique put être calculé au moyen de la valeur connue du module de Young qui fut mesuré sur des spécimens constitués par le même béton. La différence entre la somme de ces deux raccourcissements et le raccourcissement total observé mesure le fléchissement plastique résiduel.

Ces quantités sont calculées par ce procédé et sont visibles sur la figure 4, sur laquelle le raccourcissement de la face supérieure est rapporté à côté de la valeur de l'effort dans le béton ; on constate que non seulement la déformation élastique, mais aussi le fléchissement plastique qui en résulte sont proportionnels aux efforts. Superposé à ces deux résultats se trouve le retrait, qui, lui, est indépendant des efforts.

On peut de plus constater que le raccourcissement total est plusieurs fois supérieur à celui dû à la seule déformation élastique, qui est le seul facteur dont on tient généralement compte dans les prescriptions habituelles.

Les résultats des figures 1 et 2 indiquent aussi clairement que possible, de l'avis de l'auteur, que l'hypothèse du béton agissant comme un corps élastique, est de nature à conduire à des calculs de tensions absolument erronés, car le diagramme des déformations n'est même pas approximativement une droite parallèle à l'axe horizontal comme il devrait l'être si la théorie était vraie même approximativement.

Toutes ces poutres ont été conservées dans un laboratoire pendant toute la durée des essais ; la température a varié de 14 à 16° cent., afin d'éviter toute possibilité d'erreur due à un changement de température.

Les essais de retrait ont été effectués sur différents types de ciment et sont reproduits fig. 3 ; l'humidité de l'air et sa température ont été relevées en même temps et l'on pourra constater que les variations dans le retrait sont expliquées par les variations dans les conditions atmosphériques, les accroissements dans l'un des diagrammes correspondant aux diminutions dans l'autre, en particulier dans le cas d'une variation considérable survenue 22 jours après la coulée de béton.

D'après un nombre considérable d'observations, l'auteur a trouvé que le retrait moyen d'un béton ordinaire doit être considéré à peu près comme suit :

Retrait pouce par pouce	Age en semaines
0	0
0.0002	2
0.0003	5
0.0004	12
0.0005	50

Compression de l'acier dans le béton armé.

Il est maintenant intéressant et important de rechercher l'effet des phénomènes précédemment observés et étudiés dans leur rapport avec les tensions qui se manifestent dans les constructions et en particulier quant aux efforts que supporte l'acier dans la zone de compression d'une poutre ou d'une colonne de béton armé.

Il est clair, étant donné que le raccourcissement observé est plusieurs fois supérieur à celui calculé d'après la théorie courante de l'élasticité (voir fig. 4), que les efforts dans l'armature en compression doivent également être plusieurs fois supérieurs à ceux donnés par cette théorie; des études détaillées, ainsi que des observations ultérieures, ont prouvé que tel était bien le cas.

Sans entrer dans des détails approfondis sur ce sujet qui a déjà été développé amplement, dans le mémoire dont il a été fait mention plus haut, il faut noter que la contraction de l'armature en compression pourrait être déduite des observations effectuées et dont le résultat est que, dans la poutre n° 6 (armée en compression), l'effort initial de compression était de 3.553 livres par pouce carré et que, durant le cours d'une année, elle s'augmente du fait du retrait et de la déformation plastique de 11.700, donnant ainsi un effort total de 15.253 livres par pouce carré. Il est naturellement évident que le béton continuant à se contracter, l'acier est obligé de se contracter avec lui et est, en conséquence, soumis à des efforts de plus en plus considérables jusqu'à ce que la limite élastique soit atteinte.

Cette augmentation de la charge sur l'armature la force à supporter une plus grande partie de la compression totale, soulageant ainsi le béton, ce qui explique la réduction de flèche dans la poutre armée à la compression par rapport à celle qui ne l'est pas. Cette raison seule suffit à justifier ce mode de renforcement.

Il est également intéressant de noter que l'effort élevé de compression, de 15.253 livres par pouce carré, est supporté sans le moindre signe de défaillance, quoique la poutre ne fût munie d'aucune ferrure d'attache, ni étrier d'un genre quelconque.

La limite élastique mesurée pour l'acier était de 28.627 livres par pouce carré de sorte que celui-ci travaillait très au-dessous de cette limite.

Une attention toute spéciale a été apportée à la question de savoir si les efforts élevés dans l'acier se sont trouvés diminués par glissement entre l'acier et le béton. Il est apparu en réalité qu'il n'en est pas ainsi en raison de la très faible adhérence entre ces deux corps (de l'ordre de 17 livres par pouce carré en moyenne et peut être le double comme valeur maxima).

On a vu sur la figure 4 que la déformation plastique est proportionnelle aux efforts. Il s'ensuit que le rapport entre une déformation éventuelle et la déformation originale est une constante k , indépendante de l'effort et augmentant avec le temps, l'auteur a donné à cette constante le nom de « facteur de plasticité ». Partant de là, la déformation initiale (déformation élastique = effort/ E_c) due à un effort augmente graduellement jusqu'à la déformation plastique ($k \times \text{effort}/E_c$), la valeur de k dépendant de la durée d'application de la charge et de l'âge du béton. La fig. 4 montre qu'entre 5 et 36 semaines k

s'élève environ à 2,9 (autrement dit, la déformation finale est 2,9 fois la déformation élastique).

Il est démontré ultérieurement que dans le calcul des efforts on doit substituer $m k$ à m dans les formules couramment employées pour les constructions en béton armé. Des recherches complémentaires seront nécessaires avant que la valeur de k puisse être définitivement établie pour tous les âges et toutes les conditions possibles. En attendant, l'auteur donne dans la fig. 5 une première approximation basée sur les essais qui viennent d'être décrits. Cette courbe doit être employée par différence; par exemple la valeur de $(k - 1)$ entre 4 et 36 semaines, est donnée par $4,9 - 3 = 1,9$ d'où l'on tire k (pendant la même période) $= 1,9 + 1 = 2,9$, ce qui est d'accord avec les essais (fig. 4).

La seule donnée valable pour tracer cette courbe est que la différence entre les points A et B (4 semaines et 36 semaines respectivement) est 1,9; la courbe doit affecter l'allure générale des courbes des fig. 1 et 2, et les ordonnées de A et B doivent être augmentées de valeurs telles que la courbe passe par l'origine.

Influence du retrait et de la plasticité sur les efforts dans les constructions réelles.

Dans le rapport original, on montre comment les efforts dans les constructions réelles peuvent être calculés sur une autre base, en tenant compte du retrait et de la plasticité. Sans fatiguer les lecteurs par la redite de ces calculs, il est peut-être intéressant d'en donner les résultats. Dans ce but une colonne carrée de béton armé, de 10 pouces de côté avec 1 % d'armature longitudinale en acier, est chargée à l'âge de 4 semaines d'un poids de 60.000 livres.

En admettant comme module de Young le chiffre 4.000.000 et le rapport modulaire $m = 7,5$, on peut facilement démontrer que les efforts résultant des calculs ordinaires équivaldront à 564 livres par pouce carré dans le béton et 4.230 livres par pouce carré dans l'acier. En tenant compte au contraire du retrait de la déformation plastique, les efforts seront les suivants :

1) A 4 semaines, immédiatement avant d'appliquer la charge, 67,5 lbs par pouce carré à la tension dans le béton, 6.750 lbs par pouce carré à la compression dans l'acier;

2) A 4 semaines, immédiatement après l'application de la charge, ils deviennent 496 lbs par pouce carré à la compression dans le béton et 10.980 à la compression dans l'acier;

3) 52 semaines après la coulée, ces chiffres deviennent 389 livres par pouce carré à la compression dans le béton et 21.500 à la compression dans l'acier.

La différence entre 4 semaines et 52 semaines, avec la charge appliquée dans les deux cas, montre comment le retrait du béton a déterminé un effort de compression supplémentaire dans l'acier et a libéré d'autant l'effort supporté par le béton; en comparant les efforts à 52 semaines avec ceux ordinairement calculés, il est visible que l'effort dans le béton n'est que les 2/3 environ de celui que l'on déduit du calcul normal, tandis que celui supporté par l'acier est environ 5 fois plus élevé.

Depuis que ces expériences ont été faites, une série très complète d'essais a

été poursuivie à la Building Research Station de Watford, sur des pièces soumises à la compression, chargées au moyen de ressorts ; spécialement étudiés, ces essais ont, dans la plupart des cas, apporté une très utile confirmation aux résultats indiqués dans le présent mémoire.

L'auteur a été amené à entreprendre ces recherches après avoir fait, dans la pratique courante, l'observation que des poutres en béton armé, soumises pendant de longues périodes à des charges déterminées, présentaient des flèches croissant progressivement, jusqu'à provoquer dans certains cas des fissures inadmissibles dans des cloisons reposant sur ces poutres.

Il est naturellement de la plus haute importance de déterminer si les faits observés et discutés dans ce mémoire indiquent que le béton armé, spécialement celui armé à la compression, assure une sécurité moindre que celle qu'on lui attribuait avant d'avoir remarqué l'effet du retrait et de la plasticité sur la distribution des efforts.

Selon l'auteur, la réponse à cette question est donnée d'une façon suffisante par l'observation que donne, sur une large échelle, la pratique courante démontrant que, malgré les efforts considérables que l'armature en compression doit supporter après une longue période de temps, la combinaison de ces deux matières, acier et béton, reste absolument saine et sûre ; l'auteur estime donc que la preuve est entièrement établie aussi bien par l'expérience que par des essais pratiques, que les efforts dont il s'agit peuvent se produire sans affaiblir une pièce en béton armé ni abaisser sa limite de sécurité. Ce qui semble se produire est en réalité ce qui suit :

Nous partons de deux matières, béton et acier, qui se partagent la charge totale (en considérant pour le moment une colonne chargée de façon parfaitement concentrique). En raison de la contraction progressive du béton, l'acier supporte une proportion de la charge bien supérieure à celle supposée tout d'abord, jusqu'au moment où l'effort dans l'acier peut atteindre et même atteindre, en certains cas, la limite élastique. Il est clair que la marge de sécurité de l'acier se trouve ainsi notablement réduite, mais par l'augmentation de la charge, celle sur le béton s'est trouvée diminuée et par suite, la marge de sécurité de ce dernier s'est augmentée en conséquence. Il ne s'ensuit donc nullement qu'il y ait une modification dans le facteur de sécurité de l'ensemble. Il faut se rappeler que si, en définitive, l'effort supporté par l'acier atteint la limite élastique et si l'on continue à charger la colonne, l'effort supporté par l'acier reste constant et toute augmentation de charge est supportée uniquement par le béton ; aucune rupture ne se produira jusqu'à ce que, la charge sur l'acier ayant atteint la limite élastique, le béton ait atteint la sienne.

Selon l'auteur, il ne faut donc pas admettre à la légère que les tensions élevées, démontrées par les expériences relatées dans le présent mémoire constituent en aucune manière un indice d'insécurité quelconque de ce complexe que nous connaissons sous le nom de béton armé ; aussi bien les essais de laboratoire que la pratique courante prouvent l'inverse.

Une hypothèse plus moderne sur le module de Young pour le béton donne la valeur 4.000.000 de livres par pouce carré au lieu de 2.000.000, — valeur couramment acceptée il y a 20 ans — en donnant au rapport modulaire m la valeur de 7,5 au lieu de 15 acceptée il y a quelques années. Il est intéressant

de noter que l'effet de la déformation plastique est d'augmenter la déformation en fonction du temps de manière à produire à peu près le même résultat que si le module de Young avait été abaissé et le rapport modulaire augmenté ; les efforts réels ne diffèrent pas à la fin d'une année de ceux qui auraient été calculés en prenant m plus voisin de $22\frac{1}{2}$ que de $7\frac{1}{2}$ si l'on adopte pour le facteur de plasticité la valeur 3 : l'effet du retrait est naturellement calculé à part, puisqu'il n'est pas fonction des efforts supportés.

Il ne faut pourtant pas croire que parce que les efforts accusés par les présentes recherches ne diminuent pas le degré de sécurité que présente le béton armé, il ne soit pas important de connaître très exactement le retrait et la plasticité.

Cette connaissance exacte nous permet au contraire de prévoir avec beaucoup plus d'exactitude ce qui se produira dans bien des cas pratiques où l'ancienne théorie incomplète nous aurait certainement donné des résultats erronés. Elle nous prouve par exemple d'une façon indubitable que la flèche prise pour des poutres de béton armé maintenues sous pleine charge, d'une manière continue, sera au bout d'une année deux ou trois fois plus importante que celle prise par cette même poutre au début de la charge.

Il y a bien des cas où la flèche est si faible qu'elle n'a aucune conséquence. Il y a d'autres cas où les conséquences de ce fléchissement ont été très sérieuses.

Les expériences de l'auteur ont englobé des poutres maîtresses à grande portée soutenant des cloisons dans lesquelles ces flexions ont d'abord été décelées par des fissures fâcheuses, puis ont amené au bout d'un an leur ruine totale quoique les charges et les efforts supportés aient été dans tous les cas assez bas et en tout cas bien au-dessous de ceux acceptés en pratique comme sûrs.

Il est des cas où des poutres supportent une longue ligne d'arbres de transmission et où l'augmentation graduelle de la flèche dans la poutre cause des dommages considérables ; par contre, il y a des surfaces énormes d'entrepôts où des déformations de ce genre n'ont aucune importance. Une connaissance exacte de ce genre de phénomène permet à l'ingénieur d'établir une distinction entre les cas où il est nuisible et ceux où il est indifférent de déterminer avec exactitude la flèche pour tous les cas et pour toute durée envisagée.

L'auteur tient particulièrement à remercier M. R. H. H. STANGER A. M. Inst. C. E., dans les laboratoires duquel les essais ont été poursuivis sous son contrôle personnel, qui a aimablement donné toutes facilités pour leur exécution et a collaboré avec l'auteur à la confection des spécimens à essayer et aux observations desquelles les résultats ont été calculés.

Summary.

The shrinkage of concrete and its plastic behaviour under the influence of long-continued internal stresses change in course of time the distribution of the internal forces between the concrete and the reinforcement.

The author investigates the development and changes of the internal stresses in reinforced concrete beams by means of measurements of elongation and bending, and for beams with and without compression reinforcement.

These changes in stress reach extraordinarily high values, without however being capable of affecting the safety of structures dimensioned according to the methods of calculation hitherto employed; for when the point is reached where deformation is no longer proportional to the load, phenomena of flow, i.e. plasticity, appear in the reinforcement, thereby setting a limit to the translation of forces between concrete and reinforcement treated here.

Knowledge of the influence of shrinkage and plasticity on the internal stresses, and of the deformations thereby caused in the structure, enables the designer to foresee many undesirable secondary effects and to take suitable steps to render them harmless.

Résumé.

Le retrait du béton ainsi que sa plasticité, sous l'influence de tensions internes prolongées, altèrent à la longue la distribution des efforts entre le béton et son armature.

L'auteur a suivi le développement et le déplacement des tensions internes dans des poutres en béton armé au moyen de mesures d'allongement et de flexion, en opérant sur des poutres avec et sans armature de compression.

Ces modifications atteignent des valeurs extrêmement élevées sans toutefois pouvoir compromettre la sécurité des ouvrages établis d'après les méthodes de calcul jusqu'ici usitées. En effet, lorsque la limite d'allongement proportionnel de l'acier se trouve dépassée, il se produit dans l'armature des allongements ou phénomènes de déformation plastique qui opposent une limite aux déplacements d'efforts étudiés ici.

La connaissance de l'influence du retrait et de la plasticité sur les tensions internes et le travail qui en résulte dans les constructions permet à l'ingénieur constructeur de prévoir bien des phénomènes parasites indésirables et de les rendre inoffensifs grâce à des mesures appropriées.

Zusammenfassung.

Das Schwinden des Betons und sein plastisches Verhalten unter dem Einfluss lang andauernder innerer Spannungen verändern im Laufe der Zeit die Kraftverteilung zwischen Beton und Bewehrung.

Der Verfasser verfolgte die Entwicklung und Verschiebung der inneren Spannungen in Eisenbetonbalken mittels Dehnungs- und Durchbiegungsmessungen, und zwar sowohl für Balken mit und ohne Druckarmierung.

Diese Verschiebungen erreichen ausserordentlich hohe Werte, ohne jedoch

die Sicherheit der nach den bisher üblichen Berechnungsmethoden bemessenen Bauwerke beeinträchtigen zu können ; denn bei Ueberschreitung der Proportionalitätsgrenze des Eisens stellen sich auch in der Bewehrung Fliess-, d. h. plastische Erscheinungen ein, wodurch der hier behandelten Kraftverschiebung eine Grenze gesetzt ist.

Die Kenntnis des Einflusses von Schwinden und Plastizität auf die inneren Spannungen und des damit verbundenen « Arbeitens » der Bauwerke ermöglicht dem konstruierenden Ingenieur manche unliebsame Nebenerscheinung vorauszusehen und durch geeignete Massnahmen unschädlich zu machen.
