

Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH
Kongressbericht

Band: 1 (1932)

Artikel: La rigidité des grattes-ciel

Autor: Coyle, David Cushmann

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-468>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 16.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

TRADUCTION

par M. GOSSIEAUX, Ing., Paris.

La sensation physique du balancement des gratte-ciel et des tours paraît être fonction de leur accélération, de même que de l'amplitude maximum de leur déformation, puisque les tours rigides paraissent plus confortables que celles qui possèdent une certaine flexibilité, quoique leur accélération puisse être la même.

La présente étude a pour but de discuter les problèmes que posent les diverses mesures qu'il conviendrait d'effectuer sur les tours actuellement existantes. On se propose d'ailleurs de faire des recherches physiologiques spéciales, dont il n'est pas question dans ce rapport, afin de déterminer comment on peut définir la perception physiologique du balancement en fonction de l'amplitude et de la fréquence des oscillations. L'étude de cette question devrait permettre d'établir une formule de classement des tours admettant différentes amplitudes et fréquences, d'après un diagramme d'observation expérimentale, et d'après l'importance de la sensation de balancement qu'elles provoquent. Ce diagramme servirait de base pour le choix de la déformation statique nominale à adopter dans la méthode de Spurr, pour le calcul des contreventements, détermination qui ne se fait actuellement que par pure intuition.

Étant donné l'emploi qui doit être fait des résultats de cette étude, il paraît intéressant de la poursuivre, même dans le cas où l'on ne pourrait pas parvenir à des résultats qui présentent un degré élevé de précision. Les tours qui devront faire l'objet des investigations n'ont, d'ailleurs, pas été contreventées suivant des principes précis et l'on ne dispose pas non plus de moyens d'évaluation de la rigidité effective des assemblages ou des parois murales. Dans la plupart des cas, les poteaux sont répartis d'une manière irrégulière, les poutres sont désaxées, la rigidité des assemblages, ainsi que les dispositions prises pour mettre la construction à l'épreuve du feu défient toute analyse rigoureuse. On en est réduit à deviner la courbe élastique probable.

Les lignes qui suivent ont pour objet de montrer comment on peut déterminer approximativement, sous le rapport de la rigidité, les éléments d'une tour admettant une certaine irrégularité dans la forme et la répartition des masses. On donne les fréquences et les amplitudes d'oscillation, à différents niveaux, qui permettent d'éviter la formation de nœuds d'oscillation dans la hauteur de la tour. On suppose un vent normal. On fixe une courbe élastique approximative correspondant à la forme qu'aurait la construction si le vent, dans chaque mètre carré, n'avait à agir que sur la masse correspondante. L'ordonnée au sommet de cette courbe élastique équivalente est alors prise comme mesure de la flexibilité.

Le chapitre I se rapporte à une forme de courbe élastique qui peut être adoptée, comme première approximation, pour une construction quelconque. Le chapitre II concerne l'application de la théorie courante de l'oscillation d'un système en cantilever à une construction théorique. Dans le chapitre III, on trouve l'exemple d'une construction pratique, montrant comment on peut s'écarter des notions théoriques.

Chapitre I.

Supposons une construction qui réponde aux conditions suivantes¹ :

- a) le déplacement horizontal Dc dans toutes les membrures, résultant d'une modification dans la hauteur des poteaux, est le même ;
- b) la déformation qui résulte de la distorsion dans les panneaux, Dw , est la même pour tous les panneaux, du haut en bas de l'édifice ;
- c) les efforts mis en jeu dans les diagonales, par suite des déformations Dw dans les panneaux, se traduisent, sur les poteaux, par des charges telles que les planchers restent plans.

1. Courbe correspondant à l'influence Dc .

La figure 1 représente une tour dans laquelle les surfaces des planchers sont les mêmes, et dont les poteaux ont une section variant de 0, au sommet, à une valeur maximum en pied. La dimension de base b correspond à une tour équivalente dans laquelle tous les poteaux seraient groupés en deux rangées.

On désigne par :

J_0 le moment d'inertie des sections des poteaux, à la base ;

J_x leur moment d'inertie à un niveau x ;

M_x le moment des efforts dus au vent, au-dessus du niveau x ;

On a :

$$M_x = \frac{wx^2}{2} - \frac{wx^3}{6h} \quad J_x = \frac{x}{h} J_0$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M_x}{J_x E} = \frac{\frac{wx^2}{2} - \frac{wx^3}{6h}}{\frac{x}{h} J_0 E} = \frac{wh}{2J_0 E} x - \frac{w}{6J_0 E} x^2$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{wh}{4J_0 E} x^2 - \frac{w}{18J_0 E} x^3 + C$$

$$\text{Si } x = h \quad \frac{dy}{dx} = 0, \text{ alors } C = -\frac{7wh^3}{36J_0 E}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{whx^2}{4J_0 E} - \frac{wx^3}{18J_0 E} - \frac{7wh^3}{36J_0 E}$$

$$y = \frac{wh}{12J_0 E} x^3 - \frac{w}{72J_0 E} x^4 - \frac{7wh^3}{36J_0 E} x + C$$

$$\text{Si } x = h, \quad y = 0, \quad C = \frac{wh^4}{8J_0 E}$$

$$y = \frac{w}{4J_0 E} \left(\frac{hx^3}{3} - \frac{x^4}{18} - \frac{7h^3x}{9} + \frac{h^4}{2} \right); \quad w = \frac{3h}{10^2} \text{ lbs./sq. ft.}$$

$$\text{Si } x = 0, \quad y = Dc = \frac{3h^5}{800J_0 E}$$

1. Variante de la théorie de Spurr (Wind Bracing, par H.V. Spurr, chez McGraw Hill, New York, 1930).

J_0 est déterminé par cette considération, adoptée pour la construction des immeubles à New York, que si, dans les conditions effectives normales de construction et de charge, la hauteur de l'édifice est de 1.000 pieds (soit 305 mètres), si la base mesure 100 pieds (soit 30,50 mètres), on doit avoir

$D_c =$ environ 1 pied (soit 0,30 mètre).

$$D_c = 1 = \frac{3 \times 10^{15}}{800 J_0 E} \quad \text{et} \quad J_0 = \frac{3 \times 10^{13}}{8 E} \quad \text{si } h = 1000 \text{ ft.}$$

Par suite, pour un édifice ayant une dimension à la base de 100 pieds (soit 30,50 mètres), et pour des hauteurs diverses, on aura :

$$J_0 = \frac{h}{1000} \cdot \frac{3 \times 10^{13}}{8 E} = \frac{3 h \cdot 10^{10}}{8 E}$$

$$y = \frac{2}{10^{12}} \left(\frac{h x^3}{3} - \frac{x^4}{18} - \frac{7 h^3 x}{9} + \frac{h^4}{2} \right).$$

Cette formule est applicable à des constructions ayant une longueur de 100 pieds, quels que soient le poids de l'ossature de contreventement et la hauteur, à condition que cette ossature soit calculée de telle sorte que les planchers restent plans, les poteaux devant être calculés pour correspondre aux charges courantes dans les immeubles à usages commerciaux, à New York.

Considérons h comme une fraction p de la hauteur de 1.000 pieds (soit 305 mètres); la courbe sera définie comme suit :

$$y = \frac{p x^3}{15 \cdot 10^8} - \frac{x^4}{9 \cdot 10^{12}} - \frac{p^3 x}{640} + p^4$$

si $x = 0$	$x = \frac{p 10^3}{4}$	$x = \frac{p \cdot 10^3}{2}$	$x = \frac{3 p 10^3}{4}$	$x = p 10^3$
$y = D_c = p^4$	$y = 0,62 p^4$	$y = 0,30 p^4$	$y = 0,75 p^4$	$y = 0.$

La figure 2 indique la forme de la courbe, pour une hauteur quelconque de l'édifice. On remarquera que la forme de cette courbe est la même quelle que soit la hauteur et quelle que soit la valeur de D_c qui intervienne.

2. Courbe correspondant à l'influence D_w .

La déformation totale admise est de : $0,002 h$.

La déformation des panneaux D_w est donc :

$$0,002 h - D_c.$$

La figure 3 indique les déformations pour différentes hauteurs de construction, avec une dimension de base de 100 pieds (soit 30,50 mètres). Par exemple, pour une hauteur de 800 pieds (soit 244 mètres), on a :

$$p = 0,8 \quad D_c = p^4 \quad \text{soit } 0,125 \text{ mètre.}$$

$$D_{\text{total}} = 0,49 \text{ mètre.}$$

Il en résulte, pour D_w admissible :

$$D_w = 0,49 - 0,125 = 0,365 \text{ mètre.}$$

3. Déformation totale d'une construction normale de hauteur h et de dimension de base de 100 pieds (30,5 mètres).

L'exemple de la figure 4 se rapporte à un édifice de 800 pieds de haut (soit 244 mètres). Dw est égal à 0,365 mètre comme dans le paragraphe précédent et la courbe de déformation des panneaux est une ligne droite inclinée.

On a par exemple, à mi-hauteur :

$$y_w = 0,182 \text{ mètre.}$$

Sur la figure 2, à mi-hauteur également, on a :

$$y_c = 0,3 D_c = 0,037 \text{ mètre.}$$

Par suite, la valeur totale de y à mi-hauteur est :

$$y_m = y_w + y_c = 0,22 \text{ mètre.}$$

Étant donné que $D = 0,49$ mètre, on en déduit pour l'ordonnée moyenne :

$$y_m = 0,45 D.$$

Pour interpréter ce résultat, on admet que si un édifice a une hauteur égale à huit fois sa largeur, et si sa rigidité effective a pour conséquence une valeur déterminée de déformation telle que D , la courbe élastique résultante aura la forme de la courbe de la figure 4, et l'on aura approximativement :

$$y_m = 0,45 D.$$

D'une manière analogue, si la finesse, exprimée par le rapport entre la hauteur et la base, est de 5, on trouvera que l'ordonnée moyenne sera :

$$y_m = 0,49 D.$$

Si ce rapport est de 10, on trouvera pour l'ordonnée moyenne :

$$y_m = 0,40 D.$$

On remarquera que si la construction devait se comporter, dans ses déformations, entièrement comme un système en cantilever, l'ordonnée moyenne serait :

$$y_m = 0,30 D \text{ environ.}$$

Si les poteaux étaient infiniment rigides, et si toutes les déformations intéressaient les poutres, on aurait :

$$y_m = 0,50 d.$$

La figure 5 donne les valeurs des ordonnées moyennes pour différents rapports entre la hauteur et la base de l'édifice. Ainsi qu'on le remarque, ces rapports s'éloignent de plus en plus de la ligne droite, au fur et à mesure de l'accroissement de la finesse de l'édifice et ils ne doivent pas s'écarter notablement des valeurs exactes effectives pour une construction quelconque.

Chapitre II.

La figure 6 représente une tour théorique, d'une section carrée de 100 pieds à la base (soit 30,50 mètres), et d'une hauteur de 800 pieds (soit 244 mètres).

On adopte $0,03 h$ pour la charge due au vent, soit, au sommet, 117 kg. par mètre carré. La distribution des efforts dus au vent est analogue à la forme de la courbe élastique ; on a donc, à mi-hauteur, une charge due au vent de :

$$117 \times 0,45 = 54 \text{ kg. par mètre carré.}$$

L'édifice exécute 15 vibrations par minute, la période T est de 2 secondes. Le poids de la construction, par mètre carré de base, est de 730 tonnes et le poids de construction sur lequel s'exerce le vent est, par mètre carré, de 7,3 tonnes.

Si l'on considère une oscillation de période T , l'accélération maximum qui correspond à une amplitude q est :

$$\frac{\pi^2}{T^2} \cdot q$$

L'énergie potentielle accumulée dans un ressort pour une déviation statique r est :

$$\frac{w}{g} \cdot \frac{\pi^2}{T^2} \cdot r$$

Par suite, la déformation statique correspondant à un effort égal à l'unité est :

$$\frac{g T^2}{w \pi^2}$$

Dans le cas de la figure 6, la déformation statique au sommet est, en appliquant les formules précédentes, de 0,064 mètre et la déformation statique à mi-hauteur de :

$$0,029 \text{ mètre (soit } 0,064 \times 0,45 \text{).}$$

On remarquera que pour chaque tranche de la construction, l'amplitude des oscillations, la charge due au vent, l'accélération et la déformation statique sont proportionnelles à l'ordonnée de la courbe élastique. Lorsqu'il s'agit d'une construction effective, on peut déterminer approximativement la déformation en évaluant les écarts par rapport aux valeurs théoriques.

Chapitre III. — Déviations dans une construction effective.

La hauteur est égale à 8 fois la dimension de base et la valeur de T est de 4 secondes. La figure 7 donne la charge en fonction de la hauteur, comprenant le poids propre et la charge utile estimée. La figure 8 donne :

- a) la charge admise pour le vent ;
- b) la largeur de construction offerte à l'action du vent ;
- c) le produit des facteurs a et b , c'est-à-dire l'effort dû au vent sur une tranche horizontale de l'édifice.

La figure 9 donne la déviation nominale, obtenue en divisant l'effort dû au vent (figure 8 c) par le poids (figure 7) et en multipliant par

$$\frac{g T^2}{\pi^2} = 16.$$

La courbe b est une courbe élastique, avec ordonnée moyenne égale à $0,45 D$, déterminée par l'expérience, et qui doit correspondre à a , ainsi qu'il est exposé ci-après : considérons, par exemple, la tranche située entre les niveaux de

500 et 600 pieds (soit 152 et 183 mètres, c'est-à-dire un écart de 100 pieds, ou 30,50 mètres). L'écart entre a et b est de 0,058 mètre, ce qui, multiplié par 100.000 et divisé par 16, comme précédemment, correspond à 675 kg. par mètre, ainsi que l'indique la figure 8 c. Le moment de renversement de cet élément de section de 100 pieds de hauteur (soit 30,50 mètres) est de 2.740.000 kilogrammètres. Si la somme de tous ces moments de renversement est nulle, on peut dire que les courbes a et b sont équivalentes. Sur la courbe b , l'ordonnée au sommet est de 0,27 m. Ceci montre qu'avec la force supposée pour le vent, le sommet de l'édifice subira une déviation d'environ 0,27 mètre. L'amplitude de l'oscillation est naturellement beaucoup plus faible que la valeur de cette déviation statique.

Cette méthode permet de déterminer la déviation d'ordre statique pour toute construction en forme de tour déjà existante mais ne donne pas un coefficient de rigidité permettant de faire la comparaison entre deux tours, à moins qu'elles ne possèdent la même période. En pratique, pour comparer deux tours, il faudra déterminer, par des essais physiologiques, quelle fonction de T et de D peut donner une mesure approximative de l'intensité avec laquelle le mouvement est perçu. Il ne semble pas que ce soit uniquement l'accélération.

Summary.

Skyscrapers and other tower-like buildings are set perceptibly in vibration by wind pressure. The author endeavours to calculate these vibrations by investigating the elastic properties of the towers, and an approximate method is given for determining their stiffness. The method developed is also applicable to buildings of irregular shape and with irregular distribution of weight.

Résumé.

Les gratte-ciel et autres édifices dont la construction affecte la forme d'une tour, sont soumis, par suite de l'influence de la pression du vent, à des oscillations dont l'importance n'est pas négligeable. L'auteur traite ces oscillations en cherchant à déterminer les caractéristiques élastiques propres des tours et il donne une méthode approximative pour la détermination de leur rigidité. La méthode développée peut être également appliquée à des constructions de formes non régulières et dans lesquelles la répartition des masses est irrégulière.

Zusammenfassung.

Wolkenkratzer und andere turmähnliche Gebäude werden unter dem Einfluss des Winddruckes in fühlbare Schwingungen versetzt. Der Verfasser trachtet diese Schwingungen durch Untersuchung der elastischen Eigenschaften der Türme zu berechnen und gibt ein Näherungsverfahren zur Bestimmung ihrer Steifigkeit. Die entwickelte Methode ist auch bei unregelmässiger Gebäudeform und unregelmässiger Gewichtsverteilung anwendbar.

Leere Seite
Blank page
Page vide