

**Zeitschrift:** IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH  
Kongressbericht

**Band:** 1 (1932)

**Artikel:** Diskussion

**Autor:** Späth, W.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-615>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 04.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

mouton et exerçant la pression sur la membrure est cisailée. Il a été ainsi possible de déterminer une fréquence de 5,13 Hertz. On a obtenu pour les essais de durée une fréquence de 3,5 à 4,0 Hertz.

Les mesures ont été faites au moyen de l'appareil déjà cité du système Meyer, ainsi qu'au moyen du miroir de Martens devant lequel était intercalé un second miroir. Les deux miroirs étaient inclinés à 45° par rapport au rayon lumineux. Il a été ainsi possible d'éliminer pratiquement les erreurs dues à un déplacement des deux extrémités de la barre d'essai dans le sens horizontal. L'écart pour ces déplacements n'a été que de 2,4 minutes.

La disposition choisie dans ces essais a le grand avantage de provoquer des contraintes en tout point semblables à celles qui sont produites dans la construction même. Cela n'est juste, il est vrai, que pour une charge théorique ne créant que des oscillations sinusoïdales. En ce moment, nous effectuons des essais de comparaison sur une grande quantité d'assemblages soudés électriquement ou rivés.

## V 3

## THÉORIE DES OSCILLATIONS DES PONTS ET CHARPENTES

## THEORIE DER SCHWINGUNGSERSCHEINUNGEN AN TRAGWERKEN

## THEORY OF THE OSCILLATIONS OF STRUCTURES

Dr. Ing. Friedrich BLEICH, Baurat, Wien.

Voir « Publication Préliminaire », p. 511. — Siehe « Vorbericht », S. 511.  
See « Preliminary Publication », p. 511.

## Participants à la discussion

*Diskussionsteilnehmer*

## Participants in the discussion :

Dr. phil. W. SPÄTH,  
Barmen.

Die drei bei der Belastung eines Bauwerks auftretenden Gegenkräfte, nämlich die elastische Federkraft, die Trägheitskraft und die Reibungskraft wurden bisher als linear mit der Verformung anwachsend vorausgesetzt. Eine eingehende Dynamik kann sich jedoch nicht mit der Annahme linearer Zusammenhänge begnügen, da infolge der hohen Auslastung von Bauwerken die für die mathematische Behandlung übliche Beschränkung auf kleine Verformungen nicht zugänglich ist.

Die für die Bautechnik wichtigsten Eigenschaften solcher nichtlinearer Schwingungen seien durch graphische Darstellungen kurz erläutert. In Abb. 1 sind die drei Einzelkräfte für verschiedene Betriebsbedingungen vektoriell zusammengesetzt. Die Federkraft nehme hierbei gemäss der stark gezeichneten Belastungs-Verformungslinie zu. Zur Bestimmung der Reibungskräfte sei der

ingezeichnete Verlauf des Reibungswiderstandes zu Grunde gelegt. Die vom Ursprung aus gezeichneten Geraden geben die Massenkräfte für verschiedene Frequenzverhältnisse an. Aus dieser Zusammenstellung lassen sich alle Fragen beantworten.

In Abb. 2 ist der Zusammenhang der Schwingungsamplitude und der hierfür nötigen Erregerkraft für verschiedene Frequenzverhältnisse dargestellt. (Die Frequenz 1 bedeutet hierbei die Eigenfrequenz des Bauwerks für sehr kleine Schwingungsamplituden, die im rein elastischen Bereich bleiben.) Für

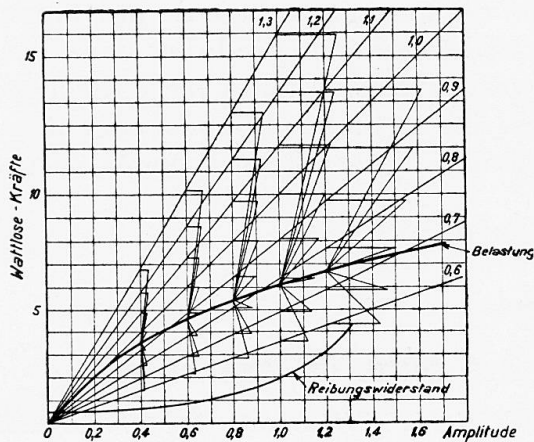


Fig. 1

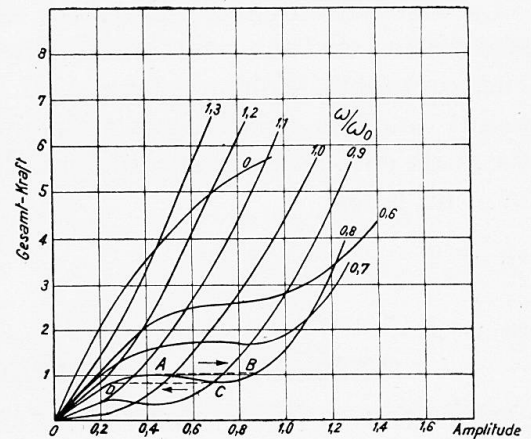


Fig. 2

Fig. 1. — Représentation vectorielle des caractéristiques de réaction élastique, d'inertie et de frottement interne = Vektorielle Zusammensetzung der elastischen Gegenkraft, der Massenkraft und der Reibungskraft = Vectorial combination of elastic reaction, force due to mass, and force due to friction.

Forces déwattées. Charge. Résistance de friction. Amplitude.

Wattlose Kräfte. Belastung. Reibungswiderstand. Amplitude.

Wattless forces. Loading. Frictional resistance. Amplitude.

Fig. 2. — Variations de l'effort dynamique total en fonction de l'amplitude d'oscillation pour différents rapports de fréquence = Verlauf der dynamischen Gesamtkraft in Abhängigkeit von der Schwingungsamplitude für verschiedene Frequenzverhältnisse = Curves showing the dynamic total force in dependence on the amplitude of vibration for various conditions of frequency.

Force totale. Amplitude.

Gesamtkraft. Amplitude.

Total force. Amplitude.

ein Frequenzverhältnis von 0,8 z. B. nimmt die Erregerkraft mit der Amplitude zunächst zu, erreicht hierauf ein Maximum, fällt dann zu einem Minimum ab, um anschliessend wieder anzusteigen. Theoretisch können also einer bestimmten Erregerkraft drei ganz verschiedene Schwingungsamplituden entsprechen. Das Gebiet zwischen Maximum und Minimum ist jedoch labil, so dass sich praktisch bei steigender Erregerkraft ein plötzlicher Sprung von A nach B und entsprechend bei abnehmender Erregung ein Sprung von C nach D ergibt. (Kipperscheinung!)

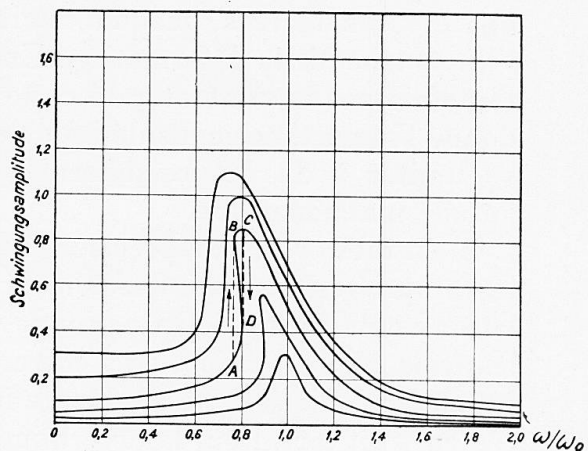
Aus Abb. 2 lassen sich für verschieden grosse Erregerkräfte die zugehörigen Resonanzkurven entnehmen (Abb. 3). Die niedrigste Resonanzkurve für eine sehr kleine Erregerkraft zeigt normales Verhalten, da auch die grössten Amplituden im Resonanzbereich noch innerhalb des elastischen Bereichs lie-

gen. Die nächsten Resonanzkurven mit schrittweise gesteigerter Erregerkraft zeigen ein Ueberneigen nach tieferen Frequenzen. Auch diese Erscheinung ist labil. Bei allmählich anwachsender Frequenz steigt praktisch die Amplitude z. B. bis A. Für eine kleine Steigerung der Frequenz springt die Amplitude dann plötzlich auf B. Umgekehrt fällt bei abnehmender Frequenz die Amplitude plötzlich von C nach D. Bei den beiden höchsten Resonanzkurven wird die Kipperscheinung durch den sehr stark zunehmenden Reibungswiderstand allmählich ausgefüllt.

Das wichtigste Ergebnis dieser Untersuchung ist, dass bei Vorhandensein nichtlinearer Verhältnisse einer stetigen Aenderung eines Betriebsfaktors, wie z. B. der Erregerfrequenz, der Erregerkraft, der Masse u. s. w. eine unetwige, sprunghafte Aenderung der Schwingungsamplitude des Bauwerks entsprechen

Fig. 3. — Relation entre l'amplitude d'oscillation et la fréquence de l'effort d'excitation pour différentes valeurs de cet effort d'excitation = Abhängigkeit der Schwingungsamplitude von der Frequenz der erregenden Kraft für verschieden grosse Werte der erregenden Kraft = Dependence of the amplitude of oscillation on the frequency of the exciting impulse, for various large values of the exciting impulse.

Amplitude d'oscillation.  
Schwingungsamplituden.  
Amplitude of oscillation.



kann. Durch eine geringe Veränderung der Betriebsfaktoren kann eine Erhöhung der Schwingungsamplitude auf das Mehrfache auftreten.

Für den speziellen Fall der Dynamik von Eisenbahnbrücken seien einige Folgerungen zusammengestellt, um die Wichtigkeit derartiger Untersuchungen für die Frage des Stosskoeffizienten darzulegen. Inwieweit Brücken der verschiedensten Konstruktion, Liegezeit, Beanspruchung nichtlineares Verhalten zeigen, kann nur der Versuch ergeben.

1. Unter sonst gleichbleibenden Betriebsbedingungen kann lediglich durch Aenderung der Grösse der dynamischen Erregerkraft eine sprunghafte Erhöhung der Schwingungsamplitude der Brücke erfolgen. Diese Erhöhung tritt nur auf, wenn die Frequenz der erregenden Kraft, etwa infolge der Massenkräfte des Lokomotivtriebwerks, tiefer liegt als die Eigenfrequenz der Brücke.

Zwei Lokomotivtypen, deren Massenkräfte sich wie 1:2 verhalten, brauchen keinesfalls in allen Fällen Schwingungen der Brücke im gleichen Verhältnis zu erzeugen. Die Lokomotive mit der grösseren Massenkraft kann eine mehrfach grössere Aufschaukelung verursachen.

2. Die Vergrösserung der schwingenden Masse einer Brücke bei der Ueberfahrt eines Zuges kann ebenfalls eine sprunghafte Erhöhung der Brückenschwingungen auf das Mehrfache zur Folge haben.

3. Eine Brücke kann durch langsame Aenderung des Bauzustandes im Laufe der Liegezeit plötzlich ein wesentlich anderes dynamisches Verhalten zeigen.

4. Eine Steigerung der statischen Vorlast durch Erhöhung der Zuglasten kann eine Brücke sprunghaft wesentlich unruhiger machen.

Die bisherigen praktischen Untersuchungen von Bauwerken mit Hilfe von Schwingungsprüfmaschinen nach Späth-Losenhausen haben ergeben, dass harmonisches Verhalten im allgemeinen für sehr kleine Erregerkräfte zu erwarten ist. Eine Steigerung der Erregerkraft zeigt sehr schnell die Ausbildung unharmonischer Erscheinungen, wie sie im Vorstehenden kurz beschrieben wurden. An Eisenbahnbrücken wurde dies besonders von Herrn Dr. Bernhard festgestellt.

### Traduction.

Les trois réactions qui se manifestent lorsqu'un ouvrage se trouve soumis à une charge, c'est-à-dire la réaction élastique, l'inertie et le frottement interne ont été considérées, jusqu'à maintenant, comme croissant linéairement avec l'importance de la déformation. Une étude dynamique plus approfondie ne peut toutefois pas se contenter de cette hypothèse d'une relation linéaire, car étant donné l'importance considérable des ouvrages actuels, il n'est plus possible de se limiter à de petites déformations, ainsi qu'on a coutume de le faire dans l'étude mathématique.

Il est intéressant de préciser tout d'abord, par une représentation graphique, les propriétés, essentielles pour la technique de la construction, de ces oscillations non linéaires. On a groupé sur la figure 1, en représentation vectorielle, les trois forces particulières correspondant à différentes conditions de service. La réaction d'élasticité augmente ici suivant la courbe charge-déformation tracée en trait fort. Pour la détermination des efforts de frottement, on se basera sur la variation indiquée de la résistance de frottement. Les droites tracées à partir de l'origine indiquent les efforts d'inertie pour différents rapports de fréquence. Cet ensemble de caractéristiques permet de répondre à toutes les questions qui se posent.

La figure 2 traduit la relation entre l'amplitude des oscillations et les efforts d'excitation qui sont nécessaires pour les produire, pour différents rapports de fréquence (la fréquence 1 représente ici la fréquence propre d'oscillation de l'ouvrage pour de très petites amplitudes d'oscillation qui restent dans le domaine de l'élasticité pure). Pour un rapport de fréquence de 0,8 par exemple, l'effort d'excitation nécessaire augmente tout d'abord avec l'amplitude, passe par un maximum, puis tombe à un minimum, pour finir par augmenter à nouveau. Théoriquement, à un effort d'excitation déterminé, il correspond donc trois amplitudes d'oscillation entièrement différentes. La zone comprise entre le maximum et le minimum est toutefois labile, de sorte qu'en pratique, lorsque l'effort d'excitation croît, on constate une saute brusque de A à B et réciproquement, lorsque l'effort d'excitation décroît, on constate une saute brusque de C à D (phénomène de bascule).

A partir de la figure 2 et pour différentes valeurs des efforts d'excitation, on déduit les courbes de résonance correspondantes (fig. 4). Pour un très faible effort d'excitation, la courbe de résonance inférieure possède une allure normale, car les amplitudes les plus élevées dans la zone de résonance se trouvent encore à l'intérieur de la zone élastique. Lorsque l'effort d'excitation monte

augmentation de l'effort d'excitation on arrive très rapidement à des phénomènes d'ordre inharmonique, tels que ceux qui ont été mis en évidence dans ce qui précède. Ce fait a d'ailleurs été établi, tout particulièrement en ce qui concerne les ponts de chemin de fer, par le Dr. Bernhard.

### **Zusammenfassung.**

An Hand von graphischen Darstellungen wird eine Erweiterung der Dynamik von Bauwerken gegeben, wobei die meist übliche Voraussetzung eines linearen Zusammenhangs der Kräfte mit der Verformung fallen gelassen wird. Messungen mit Hilfe von Schwingungssprüfmaschinen bestätigen die Ergebnisse der theoretischen Ableitungen. Als wichtigstes Ergebnis sei vermerkt, dass einer stetigen Aenderung eines Betriebsfaktors eine unstetige, sprunghafte Aenderung der Schwingungsamplitude des Bauwerks entsprechen kann.

### **Résumé.**

En s'appuyant sur des représentations graphiques, l'auteur montre quels développements a subi la dynamique des constructions, développements d'où il résulte que l'hypothèse couramment admise d'une relation linéaire entre les efforts et les déformations doit être abandonnée. Les mesures qui ont été effectuées à l'aide des machines d'essai dynamique confirment les résultats d'ordre théorique. Parmi les résultats les plus importants, il faut signaler qu'une variation continue d'un des facteurs de l'exploitation de l'ouvrage peut fort bien se traduire sous la forme d'une variation disproportionnée et brusque de l'amplitude des oscillations de l'ouvrage.

### **Summary.**

With the aid of graphic representations, an extension of the dynamics of structures is given, whereby the generally customary assumption of a linear connection between the forces and the deformation is not made. Measurements with the help of vibration testing machines confirm the results deduced theoretically. As most important result, be it noted that a continuous change in one service factor may correspond to a discontinuous sudden change in the amplitude of vibration of the structure.

**J. W. SPILLER,**

Chief Engineer, Crown Agent for the Colonies, London.

With the conclusions of the Bridge Stress Committee appointed by the Department of Scientific and Industrial Research as a foundation a theoretical investigation of hammer blow effects has been carried out by members of my