**Zeitschrift:** IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH

Kongressbericht

**Band:** 1 (1932)

Artikel: Parois et voûtes minces en béton armé

Autor: Petry, Wilhelm

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-451

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 30.11.2025

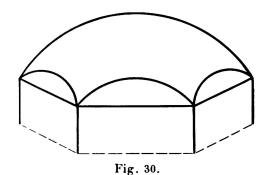
ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Dieses Kuppelsystem ist auch sehr geeignet für die Herstellung von Vieleckskuppeln. Es lassen sich damit noch wesentlich grössere Säulenabstände erzielen, als mit den in Abschnitt 3 beschriebenen Vieleckskuppeln. Es bereitet keine Schwierigkeiten, eine Vieleckskuppel gemäss Abb. 30 bei einer

Spannweite von 150 m nur auf 6 Säulen aufzulagern und dadurch einen Säulenabstand von 80 m zu erzielen.

5. Das Prinzip des statischen Massen-Ausgleiches.

In der schon erwähnten Preisarbeit für die Akademie des Bauwesens hat Dr.-Ing. Dischinger auf das für alle Raumsysteme wichtige Prinzip des statischen Massen-Ausgleiches hingewiesen. Dieses Prinzip gestattet auch die Berechnung von Raum-Systemen, die durch Verzerrung aus symmetrischen Gebilden hervorgegangen sind. So ist es z. B. möglich, die Spannungen einer



Projekt einer Vieleckskuppel mit 150 m Spannweite; Säulenabstand 80 m. Projet d'une coupole polygonale de 150 m de portée; Distance des piliers 80 m. Project for a Polygonal Cupola of 150 m Span; 80 Metres between Columns.

Kuppel mit elliptischem Grundriss auf die Spannungen einer Rotationsschale zurückzuführen, wenn zwischen der Schalendicke der Rotationsschale und der Schalendicke der Kuppel mit elliptischem Grundriss bestimmte durch das Prinzip des Massen-Ausgleiches gegebene Beziehungen vorhanden sind. In gleicher Weise lassen sich auch die Gebilde der Abschnitte 3 und 4 verzerren und berechnen.

#### TRADUCTION

Les tendances nouvelles sont caractérisées par l'utilisation de systèmes spatiaux. Dans de tels systèmes, la transmission de la charge s'opère essentiellement par l'intermédiaire de forces centrales, tandis que les efforts de flexion, à l'inverse de ce qui se produit dans les systèmes plans, ne jouent presque aucun rôle. Il en résulte que l'on peut ainsi couvrir en béton armé de grandes portées très économiquement. Le plus connu et le plus souvent utilisé de ces systèmes spatiaux est la coupole qui ne permet toutefois de couvrir que des espaces circulaires en plan. Mais pour répondre aux exigences nouvelles, on a réussi récemment à couvrir des ouvrages à plan rectangulaire ou polygonal à l'aide de minces coques qui peuvent être à simple ou à double courbure, et qui doivent être raidies par des tympans afin de réaliser l'action spatiale des forces. On s'est, de plus, efforcé ces dernières années de profiter de cet effet spatial dans les ouvrages formés d'un assemblage de tympans plans. Ce genre de construction joue un rôle important dans les silos et les halles.

### A. Tympans.

# 1. La paroi portante considérée comme tympan.

Tandis que dans les dalles à armatures croisées et les dalles champignons traitées dans les mémoires précédents, c'est la flexion perpendiculaire au plan de la dalle qui intervient en premier lieu; dans un tympan au contraire, ce sont les fatigues s'exerçant dans le plan même de ce dernier qui jouent le rôle prépondérant. Il s'agit ici du problème de la paroi portante, c'est-à-dire d'une poutre dont la hauteur h est grande relativement à la portée l. Les dalles agissent comme tympans dans le sens horizontal quand elles reçoivent et transmettent les efforts du vent.

L'utilisation de parois comme poutres n'est pas nouvelle en béton armé, mais sa pratique était autrefois incertaine dans bien des cas, ou bien le calcul des tensions intérieures de ces parois était basé, dans la construction des silos par exemple, sur des hypothèses plus ou moins arbitraires, à défaut de connaissances précises sur la répartition réelle des fatigues.

A côté de nombreuses constructions de silos, où des sommiers de support spéciaux ont été disposés en plus des parois proprement dites, on a aussi exécuté beaucoup d'ouvrages où les parois ont été utilisées rationnellement comme sommiers, grâce à un sens constructif aigu des auteurs de ces ouvrages.

Le silo à ciment exécuté par la maison Wayss et Freytag A. G., à Hagondange 1, en est un exemple (fig. 1). Les surfaces inclinées de glissement ont été réalisées en partie à l'aide d'un remplissage de béton sur des fonds horizontaux, en partie en donnant aux entonnoirs la forme de pyramides suspendues en béton armé. Pour le calcul de l'armature, on a considéré comme sommier une certaine hauteur de la paroi, dans laquelle on a fait pénétrer les fers qui supportent l'entonnoir. La figure 2 montre l'armature des entonnoirs, leur attache aux parois et l'armature de la partie de ces dernières considérée comme sommier. Les parois sont élargies à leur partie inférieure et les fers des sommiers sont pliés en raison des efforts tranchants considérables qui agissent au droit des piliers.

Lors du calcul de telles parois, la hauteur que l'on admet comme agissant à la manière d'un sommier est naturellement d'une grande importance pour la détermination des armatures. A la II<sup>e</sup> Réunion Internationale des Ponts et Charpentes, en 1928, à Vienne, le Dr. Ing. Craener a donné les résultats d'une étude statique d'un sommier du genre tympan <sup>2</sup> s'étendant sur une infinité de travées et soumis à des charges variables d'une travée à l'autre.

Entre temps, il en a publié les bases mathématiques 3. Le cas d'une charge

<sup>1.</sup> Dr.-Ing. E. Mörsch. Der Eisenbetonbau, seine Theorie und Anwendung. 4. Aufl. S. 618, Abb. 682 u. S. 619, Abb. 684 Verlag von Konrad Wittwer, Stuttgart.

<sup>2.</sup> Dr.-Ing. Craemer. « Spannungen in hohen, wandartigen Trägern unter besonderer Berücksichtigung des Eisenbeton-Bunkerbaues. » Bericht über die II. Internationale Tagung für Brückenbau und Hochbau. S. 706. Verlag von Julius Springer, Wien, 1929.

<sup>3.</sup> Dr.-Ing. Craemer. « Spannungen in wandartigen Trägern bei feldweise wechselnder Belastung. » Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik, 1930, Bd. 10, Heft 3.

variable d'une travée à l'autre, que le Dr. Ing. Craemer a traité, est un cas particulier d'une étude publiée par le Dr. Ing. Bleich, en 1923.

Cette étude, qui fournit la base du calcul des poutres-tympans continues, n'a pas retenu particulièrement l'attention des ingénieurs du béton armé, sans doute parce qu'elle visait la construction métallique et spécialement le calcul des appuis.

Le problème a d'ailleurs déjà été traité en 1903 par L. N. G. Filon<sup>2</sup>. L'exposé de ce dernier est toutefois long et compliqué, tandis que celui du Dr. Ing. Bleich est beaucoup plus simple, grâce à l'utilisation qu'il a faite de la fonction Airyenne des tensions, qui facilite aussi l'exécution du calcul.

Le problème des tympans portants a encore été traité en 1923 par le Prof. Dr. Ing. Bortsch 3, qui a pris comme base la répartition radiale des tensions créées par une force agissant sur un demi-tympan d'étendue illimitée. A la II Réunion Internationale des Ponts et Charpentes, à Vienne, en 1928, la conférence du Dr. Ing. Craemer fut suivie d'une discussion au cours de laquelle le Prof. Dr. Ing. Bortsch, se basant sur son propre travail, émit des objections au sujet de la méthode de calcul du Dr. Ing. Craemer et de ses résultats, en faisant valoir que ses propres calculs l'avaient conduit à d'autres conclusions. La question de savoir si les résultats de la méthode du Dr. Ing. Craemer coïncident avec ceux du Dr. Ing. Bleich, ou si ce sont les calculs du Dr. Ing. Bortsch qui sont exacts n'est pas encore tranchée 4.

Le procédé du Dr. Ing. Bleich permet de calculer les tympans continus d'un nombre infini de travées, de portées quelconques, pour n'importe quelle valeur du poids propre et pour des charges mobiles symétriques ou asymétriques. Mais lorsqu'il s'agit de poutres de longueur limitée, on se heurte à certaines difficultés, ce qui a incité en 1927 le Prof. Dr. Th. v. Karman<sup>5</sup> et F. R. Seewald à étudier le même problème à l'aide de lignes d'influence. Seewal a ainsi réussi à représenter sous une forme claire le régime des efforts dans une poutre de grande hauteur. Ces tensions se composent d'une part, des fatigues de flexion, selon la loi de Navier et, d'autre part, des sollicitations produites par les réactions des colonnes. Des extraits de cette étude ont aussi été publiés dans le « Handbuch für Physik » <sup>6</sup>. Ce procédé permet donc de calculer les poutres-tympans d'après la loi de Navier, en introduisant ensuite les sollicitations dues aux charges concentrées des colonnes, qui peuvent se calculer d'après le travail de Seewald.

<sup>1.</sup> Dr.-Ing. F. Bleich. « Der gerade Stab mit Rechteckquerschnitt als ebenes Problem ». Zeitschrift « Der Bauingenieur », 1923, S. 255.

<sup>2.</sup> L. N. G. Filon. « On an approximate solution of the bending of abeam of rectangular cross-section under any system of load. » Phil. Transactions of the Royal Soc. London, 1903. Serie A. Vol. 201. S. 63.

<sup>3.</sup> Dr.-Ing. Bortsch. « Spannungen in Silowänden ». Festschrift zum 70. Geburtstag von Melan, 1923.

<sup>4.</sup> En préparation: Dr.-Ing. F. Dischinger. « Beitrag zur strengen Theorie der Halbscheibe und des gedrungenen wandartigen Balkens ». Wissenschaftliche Beiträge, Tome I.

<sup>5. «</sup> Ueber die Grundlagen der Balken-Theorie », Abhandlung aus dem Aerodynamischen Institut der Technischen Hochschule Aachen, Heft 7, und Seewald: « Die Spannungen und Formänderungen von Balken mit rechteckigem Querschnitt », Abhandlung aus dem Aerodynamischen Institut der Technischen Hochschule Aachen.

<sup>6.</sup> Dr.-Ing. J. W. Geckele, Handbuch für Physik, Bd. 6. Elastostatik S. 204.

Dans son mémoire présenté au premier Congrès International du Béton et du Béton Armé, qui s'est tenu à Liége en 1930, le Dr. Ing. F. DISCHINGER 1 a fait remarquer que dans les tympans qui agissent comme poutres continues, les bras de levier des efforts intérieurs sont plus faibles sur les appuis que dans les travées et ceci d'autant plus que les colonnes sont plus minces relativement à la portée.

Cette considération est importante pour le calcul des armatures.

Le problème du tympan rectangulaire, formant poutre simple sur deux appuis, était néanmoins resté encore sans solution. Ici les moyens basés sur la théorie pure, demeurent inopérants, car il n'est pas possible de traduire les conditions aux appuis sur tout le périmètre. Cette lacune a été comblée par un travail du Dr. Ing. Hermann BAY<sup>2</sup> qui a remplacé les équations différentielles par des équations aux différences, afin de traduire les conditions aux appuis. Cette solution est naturellement une approximation dont l'exactitude dépend du nombre de mailles choisi.

Les résultats du calcul ont été vérifiés par la photo-élasticimétrie qui a confirmé leur exactitude. On constate que dans les tympans sur deux appuis, seule une région de forme carrée, au-dessus de l'arête inférieure, entre en jeu pour supporter les fatigues de flexion et de cisaillement. Dans toute paroi reposant librement sur deux appuis, et dont la hauteur est plus grande que la portée, la région située au-dessus de ce carré n'intervient pas. Si le haut de la paroi supporte une charge uniformément répartie, cette dernière est simplement transmise par le haut de la paroi, comme le ferait une série de colonnes juxtaposées, jusqu'à la partie carrée mentionnée ci-dessus. Si la surcharge est concentrée à la partie supérieure, elle se répartit tout d'abord à l'intérieur de la paroi dont la région inférieure se trouve ainsi sollicitée de la même manière que par une charge uniformément répartie. Pour le poids propre, l'allure de la ligne des pressions est semblable à celle d'une charge répartie agissant sur le bord supérieur du tympan. On remarquera combien le type d'armature proposé par le Dr. Ing. Bay pour les parois de silos à plusieurs travées se rapproche de l'armature reproduite dans la figure 2.

# 2. Tympans situés dans les plans différents et assemblés entre eux.

En reliant deux ou plusieurs tympans suivant leurs arêtes longitudinales, on réalise un système de surfaces portantes solidaires, mais dont les fatigues n'obéissent pas à la loi de Navier, moins encore que ce n'est le cas pour les tympans considérés isolément.

Le principal champ d'application de ces systèmes est constitué par la construction des silos, où les parois et les radiers des trémies forment un système porteur unique. Le Dr. Ing. Craemer a signalé en 1929, dans la Revue « Beton und Eisen », cette action d'ensemble des parois et radiers et l'économie qu'elle permet de réaliser par la suppression de sommiers superflus au-dessous des

<sup>1.</sup> Dr.-Ing. Franz Dischinger « Eisenbetonschalendächer Zeiss-Dywidag zur Ueberdachung weitgespannter Räume. » Erster Internationaler Kongress für Beton und Eisenbeton, Lüttich, 1930. Verlag: La Technique des Travaux. Liége.

<sup>2.</sup> Dr.-Ing. Hermann Bay. « Ueber den Spannungszustand in hohen Trägern und die Bewehrung von Eisenbetontragwänden. » Verlag von Konrad Wittwer. Stuttgart, 1931.

tympans 1. Cette idée avait déjà été utilisée fréquemment dans la pratique 2, Nous en donnons un exemple dans la figure 4, qui représente un silo à coke exécuté par la maison Dyckerhoff et Widmann A. G. On se rendra très bien compte des progrès successifs en comparant les diverses coupes de silos (fig. 5) exécutés par la maison Wayss et Freytag A. G. La figure 5 a donne la coupe du silo I de l'Usine de Trattendorf, construit en 1915. L'intérieur est raidi par tout un système de nervures et d'entretoises qui supportent la poussée latérale, complété encore par des longerons destinés à raidir les entretoises. Le radier, très lourd, supporte toute la charge du contenu du silo. A l'inverse de celui-ci le silo II exécuté à Trattendorf, en 1921 (fig. 5 b), est notablement libéré de cette construction intérieure. Les sommiers du radier ont disparu et sont remplacés par les surfaces obliques du radier lui-même. On voit par contre au renforcement du pied des parois que ces dernières ont été calculées isolément, sans tenir compte de leur solidarité avec les radiers.

Ce n'est qu'en 1925 que furent appliquées les nouvelles conceptions décrites plus haut, lors de la construction du silo de l'usine de Finkenheerd (fig. 5 c). Dans ce dernier, le système porteur est exclusivement formé des parois et des radiers, qui ont été calculés en tenant compte de leur solidarité, c'est-à-dire uniquement comme ensemble de surfaces. La portée de 13 m. est franchie uniquement, à l'aide de parois de 20 cm. d'épaisseur et de radiers de 25 cm. sans aucune nervure ou sommier. Les traverses posées sur les cellules sont disposées pour supporter les rubans transporteurs.

Cette nouvelle conception constructive repose sur l'utilisation systématique de la résistance de toutes les parois en tenant compte de leur interdépendance. C'est cette solidarité qui joue ici le rôle principal, à l'opposé de ce qui se passe dans les tympans considérés isolément. Si l'on charge une paroi verticale, le radier oblique qui lui est relié ne peut pas rester sans tension; il intervient dans le jeu des forces en équilibrant les fatigues. Il n'est pas besoin de nervures le long des arêtes communes à deux parois ni pour supporter les forces qui agissent dans le plan de ces parois, ni pour les forces perpendiculaires à ces dernières.

La théorie de ces ensembles porteurs formés de surfaces, autrement dit l'étude des réactions réciproques de deux ou plusieurs tympans reliés par leurs arêtes et l'examen des modifications que cette interdépendance apporte à la répartition des fatigues dans les tympans eux-mêmes, a été établie par l'ingénieur diplômé G. Ehlers à l'occasion de l'élaboration du projet de silo à Finkenheerd dont il vient d'être question 4. Elle a été également développée par le Dr. Ing. Craemer,

<sup>1.</sup> Dr.-Ing. CRAEMER. « Scheiben und Faltwerke als neue Konstruktionselemente im Eisen betonbau. » Zeitschrift « Beton u. Eisen. » 1929. Heft. 13, 14, 18.

<sup>2.</sup> Vgl. Handbuch für Eisenbetonbau, 3. Aufl. Band 14, Abb. 99, 116, 150, 161, 186, 197, 199, 205, 202, 215, 233. Verlag von W. Ernst und Sohn, Berlin.

<sup>3.</sup> Vgl. Dr.-Ing. W. Stark. « Kokskohlenbunker für ein grosses industrielles Werk im Rheinland. » Zeitschrift « Beton u. Eisen », 1929. Heft. 13, S. 244.

<sup>4.</sup> Dipl. Ing. EHLERS. « Ein neues Konstruktionsprinzip. » Zeitschrift « Der Bauingenieur », 1930. Heft 8.

Du même: « Die Spannungsermittlung in Flächentragwerken ». Zeitschrift « Beton u. Eisen », 1930. Heft 15. u. 16.

<sup>5.</sup> Dr.-Ing. Charmer. « Allgemeine Theorie der Faltwerke ». Zeitschrift « Beton u. Eisen », 1930. Heft. 15.

qui aboutit pour ces systèmes, qu'il appelle « Faltwerke », à des résultats très proches de ceux de l'ingénieur Ehlers.

Ces systèmes ont un degré élevé d'hyperstaticité, car à chaque ligne de contact entre deux tympans, s'exercent quatre forces intérieures inconnues, à savoir, un moment fléchissant, l'effort tranchant correspondant, une poussée de voûte et, de plus, un effort de cisaillement s'exerçant le long de l'arête de contact. Ce dernier effort est déterminant pour l'action spatiale. C'est pourquoi, dans les deux méthodes, lui seul a été introduit comme inconnu, dans le but de simplifier les calculs, tandis que les moments fléchissants et les efforts tranchants ont été identifiés avec ceux d'une dalle continue reposant sur les arêtes de la charpente.

L'ingénieur Ehlers a de plus admis dans son étude que la loi de Navier, de la répartition linéaire des fatigues, était encore valable pour les tympans, c'està-dire que la hauteur des parois n'était pas trop grande relativement à leur portée (h:l=-1:1,5). Le Dr. Craemer estime que la limite se trouve à h:l1: 2. On tombera d'accord avec Ehlers que le problème ne saurait être résolu à l'aide de considérations théoriques seule qui supposent toujours la matière homogène, et qu'il faut avoir recours à des essais pratiques approfondis. Les recherches du Dr. Ing. BAY, dont il a été question plus haut, seraient certainement précieuses ici. Ces systèmes de surfaces solidaires peuvent intervenir non seulement pour des silos, mais aussi dans la construction de réservoirs, de tours de réfrigération et d'ouvrages analogues à parois minces qui doivent résister à de fortes pressions du vent sans être munis de nervures de raidissement. La figure 6 donne le plan d'une tour de réfrigération construite en 1923 par Wayss et Freytag pour une fabrique de produits chimiques. Là précisément se posait le problème d'obtenir la résistance voulue aux efforts du vent, tout à fait sur l'arête supérieure des parois. Les diverses parois sont des tympans plans, dont les réactions sur appui sont reçues dans les angles. Ces réactions ne sont toutefois pas supportées en direction radiale par les nervures d'angle, mais tangentiellement en se décomposant dans les directions des deux parois en contact. Chacune de ces dernières reçoit ainsi une charge déterminée, agissant dans son plan. La paroi constitue, vis-à-vis de cette charge, une poutre qui posséderait d'un côté une membrure tendue et l'autre une membrure comprimée. Par suite de la constitution monolithique du béton armé, la membrure tendue d'une poutre est liée à la membrure comprimée de la poutre adjacente ; il est par conséquent impossible que la ligne de suture soit sollicitée d'un côté à la compression et de l'autre à la traction. L'ouvrage aurait donc dû être calculé, d'après ce qui précède, comme système de surfaces solidaires, ce qui aurait évité les nervures d'angle. Mais comme à l'époque de l'exécution, le problème n'avait pas encore été élucidé, on dut se borner à tourner la difficulté en prévoyant les nervures d'angle considérées comme membrures tendues et comprimées des parois, sans tenir compte de la résistance propre de ces dernières.

Une cheminée formée ainsi de tympans devient une coque cylindrique, lorsque

<sup>1.</sup> Voir à ce sujet l'échange de vues entre le Dr. Ing. Craemen et l'ingénieur diplômé Ehlers paru dans la revue « Der Bauingenieur », 1930. Heft. 21.

le nombre des angles est très grand. Plusieurs tours de réfrigération ont été exécutés par Dyckerhoff et Widmann A. G. sous forme de coques cylindriques<sup>1</sup>.

Le principe constructif des ensembles de tympans est également important pour les toitures, car la suppression des nervures et raidissements se traduit par une économie de matière et de poids. Les Dr. Ing. Dischinger? et FINSTERWALDER ont proposé, en 1928, de remplacer dans les toitures minces la section incurvée par un polygone, c'est-à-dire la coque, par un assemblage de tympans. Le Dr. Ing. Craemer 3 a publié des projets de constructions de ce genre. Dans la figure 7 par exemple, la portée de la toiture perpendiculairement à la figure est de 24 m. Le système de surfaces repose à ses extrémités sur des parois en béton armé. Le toit de la station de pompage de Gelsenkirchen-Bismarck est une construction de ce genre, de petites dimensions. Il a été exécuté par la maison Stocker et Roggel G. m. b. H. à Gelsenkirchen, pour la « Emschergenossenschaft » d'Essen 4 d'après le projet du Dr. Ing. Craemer. La figure 8 montre clairement l'absence de tout système de poutres. La couverture se compose de quatre parties planes, donc faciles à coffrer, qui s'étayent mutuellement suivant leurs arêtes et n'ont ainsi pas besoin de sommiers spéciaux comme appuis. Le raidissement périphérique latéral qu'exigeait la construction est dissimulé dans la corniche, de sorte que cette toiture, d'une portée théorique de 7,10 m. × 10,76 m., ne présente aucune nervure.

Une exécution de ce genre sur plus grande échelle, est offerte par le bâtiment d'exploitation de la laiterie de Nuremberg (exécuté par la maison Leonhard Jacobi Nuremberg) (fig. 9) 5. L'espace libre de 24 × 24 m. et en partie de 37 × 24 m. de portée est couvert par un ensemble de surfaces planes, horizontales et obliques, agencées de telle façon que sous l'effet de leurs réactions mutuelles, elles reportent leurs charges en quelques points seulement. Les poussées latérales des diverses coques s'équilibrent mutuellement; seules les deux poussées extrêmes sont transmises par les têtes de colonnes à la paroi verticale adjacente formant tympan. Dans la partie de la construction où la portée est de 37 m., la hauteur disponible n'est pas suffisante au point de vue statique. Mais comme il ne paraissait pas indiqué d'augmenter cette hauteur et que, d'autre part, il n'était pas possible de placer des colonnes intérieures, on recourut ici à un appui intermédiaire sous forme d'un sommier subjacent placé au-dessus du toit. Ce sommier, placé transversalement au système de surfaces, a 24 m. de lon-

<sup>1.</sup> Dr.-Ing. Dischinger u. Finsterwalder. « Eisenbetonschalendächer, System Zeiss-Dywidag. » Zeitschrift « Der Bauingenieur », 1928. Heft 44. u. 46. Vgl. auch Handbuch für Eisenbetonbau 3. Aufl., 12. Band. « Schalen und Rippenkuppeln. » Verlag von W. Ernst und Sohn, Berlin.

<sup>2.</sup> Dr.-Ing. Dischinger und Finsterwalder. « Eisenbetonschalendächer System Zeiss-Dywidag ». Zeitschrift « Der Bauingenieur », 1928. Heft 44. und 46.

<sup>3.</sup> Dr.-Ing. Craemer. « Scheiben und Faltwerke als neue Konstruktionselemente im Eisenbetonbau ». Zeitschrift « Beton und Eisen », 1929. Heft 14.

<sup>4.</sup> Dr.-Ing. Craemer. « Eisenbeton-Faltwerksdach von 7 × 11 m. Stützweite ohne Unterzüge », Wochenschrift der Deutschen Gesellschaft für Bauwesen und ihrer Bezirksvereine, 1931, Nr. 32, VDI-Verlag G. m. b. H. Berlin. NW 7.

<sup>5. «</sup> Der Milchhof in Nürnberg » (Architekt O.E. Shweizer, Karlsruhe). « Baugilde » Zeitschrift des Bundes Deutscher Architekten, 1931, Heft 16. S. 1325.

gueur, 2,90 m. de hauteur et 70 cm. de largeur ; il est percé d'ouvertures d'élégissement. Les colonnes de support du système s'élargissent à leur sommet (fig. 9) ; ceci épargne une entretoise spéciale qui supporterait la partie inférieure horizontale.

### B. Les coques.

# 1. Surfaces de révolution (coupoles minces sur plan circulaire).

Nous nous abstiendrons de décrire le développement de la construction des coques affectant la forme d'une surface de révolution, et nous renvoyons à la littérature qui traite du sujet <sup>1</sup>. Mentionnons le système à mailles de Zeiss conçu en 1922 par le Dr. Bauersfeld et que la maison Dyckerhoff et Widmann A. G. a utilisé pour la construction d'un grand nombre de coupoles de faible épaisseur, où le réseau métallique qui remplace le coffrage est tantôt enrobé de béton, tantôt démonté pour être utilisé à nouveau. Ces constructions n'apportent rien de nouveau au point de vue statique.

Il en est autrement de la conception statique du Dr. Ing. DISCHINGER qui propose de réaliser de grandes distances entre les colonnes d'appui de la coupole en faisant travailler spécialement ensemble la ceinture et la coque. Il est nécessaire à cet effet, de renforcer considérablement la coque aux retombées. La coque ainsi renforcée possède une résistance si grande que la coupole peut se porter seule, même pour de grandes distances entre colonnes. La ceinture ne porte plus la coupole, elle est plutôt suspendue. D'après le Dr. Ing. Dischinger, le problème est étroitement lié à celui des tympans traité dans la première partie de ce mémoire. Plus la distance entre colonnes est grande, plus la hauteur portante de la coupole est considérable, de sorte que les fatigues centrales dans la coupole, dues à son action portante, sont indépendantes de l'écartement des colonnes. De même que dans le problème des tympans se présente ici le fait remarquable que les bras de levier des forces internes sont beaucoup plus favorables dans les travées que sur les appuis, et que ces derniers bras de levier décroissent en même temps que les colonnes se rapprochent (voir page 5). La coupole de révolution de 75 m. de portée représentée dans la figure 10 en est un exemple. Cette coupole repose sur six colonnes distantes de 40 m. Elle est raidie par la dalle horizontale très étendue de la construction environ-

<sup>1.</sup> Dr.-Ing. Dischinger. « Schalen und Rippenkuppeln ». Handbuch für Eisenbetonbau. 3. Aufl., 12. Bd. Verlag von Wilhelm Ernst und Sohn, Berlin.

Dr.-Ing. Dischingen. « Eisenbetonschalendächer Zeiss-Dywidag zur Ueberdachung weitgespannter Räume ». Erster Internationaler Kongress für Beton und Eisebeton, Lüttich, 1930. Verlag: La Technique des Travaux. Liége.

Du même: «Fortschritte inm Bau von Massivkuppeln. « Bericht über die 28. Hauptversammlung des Deutschen Beton-Vereins, 1925. S. 115. (S. auch Zeitschrift « Der Bauingenieur », 1925. Heft 10.)

Dr.-Ing. Finsterwalder. « Die Schalendächer des Elektrizitätswerkes in Frankfurt a. M. ». Zeitschrift « Beton u. Eisen », 1928. Heft 11.

Dr.-Ing. Scherzinger. « Neuartige Ausführung einer weitgespannten Schalenkuppel in Torkret-Eisenbeton ». Bericht über die 30. Hauptversammlung des Deutschen Beton-Vereins 1927, S. 351. (S. auch Deutsche Bauzeitung, 1927. Beilage « Konstruktion und Ausführung ». S. 104, 124, 183.)

nante qui s'oppose à toute déformation de la coque et rend ainsi possible son action portante. Cette action est si considérable qu'elle suffit non seulement au poids propre de la coupole mais encore à celui de la dalle adjacente. Ce problème constitue une partie du travail présenté par le Dr. Ing. Dischinger à l' « Akademie des Bauwesens », intitulé « Eisenbetonschale als Raumträger » et qui fut couronné du premier prix 1. Dans cette étude, l'auteur montre que l'on peut aussi construire des absides (demi-coupoles) suivant la figure 11, comme formes constructives indépendantes. Bien que le long de la coupure les tractions annulaires, dont la présence est nécessaire dans une coupole normale, soient supprimées, il est néanmoins possible de réaliser un état tensoriel purement central; ce n'est qu'au passage entre la coque et la ceinture que se produisent de petits moments fléchissants, à cause de la discontinuité des déformations du système statiquement déterminé.

# 2. La coque cylindrique raidie transversalement<sup>2</sup>.

Les coupoles minces à plan circulaire ou elliptique permettent de couvrir de grandes portées avec une faible dépense de matière. Pour un grand nombre d'ouvrages, elles ne sont toutefois pas utilisables à cause de la forme courbe de leur base. C'est pourquoi les efforts des constructeurs se sont portés vers la réalisation de coques à plan rectangulaire.

La première proposition de ce genre, formulée en 1923 par le Dr. Ing. Dischinger, concernait des coques à double courbure qui devaient être raidies par des fermes-tympans verticales. On renonça toutefois au début à cette forme, à cause des difficultés du calcul et on étudia des coques cylindriques à simple courbure, raidies aux deux extrémités (fig. 12). Lorsqu'une voûte de ce genre est raidie à ses extrémités, par des fermes-tympans, il se produit un un système spatial de forces analogue à celui qui se présente dans une coupole, et dans lequel les moments fléchissants sont minimes. Les premières exécutions de ce genre remontent à 1924 et 1926 et ont une section transversale elliptique (fig. 13 a). Comme ces toitures présentent des surfaces de forte déclivité, d'exécution difficile, et qu'entre deux voûtes adjacentes se produisent de fortes accumulations de neige, on a choisi pour la grande halle du marché de Francfort-s.-M. une forme composée de segments d'arcs et de hautes poutres de bordure. La figure 13 c. donne la coupe en travers qui a servi de base pour les

<sup>1.</sup> Dr.-Ing. Ellerbeck. « Preisaufgabe der Akademie des Bauwesens aus dem Gebiete des Eisenbetonbaues ». Zentrablatt der Bauverwaltung, 1930. Heft. 24.

<sup>2.</sup> Dr.-Ing. Dischingen. « Eisenbetonschalendächer Zeiss-Dywidag zur Deberdachung weitgespannter Räume ». Erster Internationaler Kongress für Beton Eisenbeton, Lüttich, 1930. lag: La Technique des Travaux. Liége.

Du même : « Schalen und Rippenkuppeln ». Handbuch für Eisenbetonbau, 3. Aufl., 12. Bd., Verlag von W. Ernst und Sohn, Berlin.

Du même: Zeiss-Dywidag Schalengewölbe unter besonderer Berücksichtigung der Grossmarkthalle in Frankfurt a. M. Bericht über die 31. Hauptversammlung des Deutschen Beton-Vereins, 1928. S. 165. (S. auch. Zeitschrift « Der Bauingenieur », 1928. Heft 44, 45, 46.)

Dr.-Ing. F. Dischinger und U. Finsterwalder. « Die Dywidaghalle auf der Gesolei ». Zeitschrift: Der Bauingenieur, 1926. Heft 48.

Dr.-Ing. Kleinlogel. Die Schalendächer der Grossmarkthalle Frankfurt a. M. Zeitschrift Beton u. Eisen, 1928. Heft 1. u. 2.

Dr.-Ing. Dischinger und. U. Finsterwalder. Eisenbetonschalendächer System Zeiss-Dywidag. Zeitschrift: Der Bauingenieur, 1928. Heft. 44.

récentes exécutions. Elle se compose d'un segment d'arc très surbaissé et de poutres de bordure élevées. Le problème très délicat qui se présente sur les bords est encore d'une importance plus grande dans les récentes constructions du genre de la figure 13 c que dans les anciennes de la figure 13 a (un état tensoriel purement membranaire n'est possible dans une voûte se portant librement que s'il est accompagné de moments fléchissants). Ce problème a été traité et résolu dans l'étude présentée par le Dr. Ing. Finsterwalder à l'« Akademie des Bauwesens», étude intitulée « Eisenbeton als Gestalter » et qui reçut le deuxième prix.

A chaque suture de la coque à un sommier de bordure agissent quatre grandeurs statiquement indéterminées qui dépendent de la déformation commune à la coque et au sommier. Les fatigues dans la coque elle-même sont données par une équation différentielle du 8° ordre; toutes les forces internes dérivent d'une fonction de fatigue (de même que dans les tympans les forces internes peuvent se calculer à l'aide d'une fonction Airyenne des fatigues).

Le Dr. Finsterwalder a démontré que les moments fléchissants de la coque dans la direction des génératrices, engendrés par le report des charges jusqu'aux tympans ne jouent aucun rôle, car ce report des charges s'effectue exclusivement par l'intermédiaire de forces internes centrales. Il en résulte qu'il a pu dans son étude séparer le problème des fatigues dans la coque de celles des tympans. On est conduit ici, dans le cas d'une discontinuité asymétrique, à une équation différentielle de 6e ordre, où les fatigues se déduisent à nouveau d'une fonction de fatigues. Ce dernier problème a été aussi étudié en détail par le Dr. Ing. K. Miesel. 1.

En ce qui concerne les premières exécutions du genre, nous renvoyons à la littérature technique. Nous décrirons ici quelques ouvrages récents. Les projets et les calculs de ces ouvrages ont été élaborés par la maison Dyckerhoff et Widmann A.G. qui les a également exécutés sauf indication contraire.

Dans le rapport qu'il a présenté au Premier Congrès International du Béton et du Béton Armé, Liége, 1930, le Dr. Ing. Dischinger a donné les coupes en long et en travers ainsi qu'une vue perspective de la halle pour automobile S. I. A. à Rome, construite en 1929 par la maison Rodolfo Stoelker à Rome, et agrandie en 1931. Comme l'intérieur de cette halle devait rester autant que possible libre d'éléments de construction, les fermes ont été disposées au-dessus de la coque et le berceau a été exécuté sans sommier de bordure. La membrure tendue devait donc être constituée par la coque elle-même et par le chéneau renforcé. Les fermes à paroi pleine situées au-dessus du toit forment un système de poutre en porte à faux reliées entre elles par des articulations à la clef des berceaux. La figure 14 donne une vue intérieure de la halle.

Le hall du garage A. T. A. G., exécuté en 1931 par la maison Stoelker à Rome, est du même genre. La figure 15 en donne les coupes en long et en travers ainsi qu'un plan. Les quatre berceaux traversés par une ferme médiane ont une portée de 13.9 m. chacun et agissent comme poutres sur une portée de  $2 \times 20.7$  m.

<sup>1.</sup> Dr.-Ing. Miesel. «Ueber die Festigkeit von Kreiszylinderschalen mit nicht achsensymmetrischer Belastung». «Ingenieurarchiv», vom Dezember 1929. Heft 1.

Dans les hangars 59 du port de Hambourg, construits en 1930-31, les fermes tympans ont été transformées en nervures arquées avec tirant suspendu. La figure 16 en donne la coupe en long et en travers. Leur superficie est de 332 × 50 m. en chiffres ronds. Les 36 berceaux reposent sur les fermes des fronts longitudinaux et sur une ferme médiane intermédiaire. Ils sont donc continus sur deux travées de 24,4 m. et leur portée dans le sens des arcs est de 9,16 m. L'épaisseur de la coque est de 5,5 cm.; la construction est coupée par 6 joints de dilatation. Des lanterneaux largement dimensionnés sont disposés à la clef des voûtes; les tronçons longitudinaux sont percés de fenêtres. Ici, ce nouveau procédé de béton armé entra avec succès en concurrence avec la construction en bois habituelle. Les divers éléments du coffrage furent utilisés de nombreuses fois. La figure 17 montre une partie des coques déjà achevées; une autre partie se trouve encore dans les coffrages.

Les entrepôts à tonneaux de la « Gross-Einkaufgesellschaft Deutschen Konsumvereine m.b. H. » à Hambourg, sont aussi couverts de berceaux renforcés par des fermes-tympans ajourées (fig. 18). Il y a 12 voûtes de 12 à 23 m. de distance entre fermes. La portée des voûtes est de 9, 35 m., l'épaisseur de 6 cm.

En 1930, la maison Antal Sorg, à Budapest, a construit le hall des tramways municipaux de cette ville (fig. 19). Ce hall est couvert d'éléments de toiture en console, accouplés deux à deux. L'écartement des axes est de 13,70, la longueur de 30 à 40 m., les portées 8 à 12 m. et l'épaisseur 5 cm. La figure 20 donne une vue du hall terminé.

L'ouvrage le plus audacieux construit suivant ce système est la grande halle du marché de Budapest. Les berceaux ont une portée de 41 m. et une épaisseur de 6 cm. L'importante action de poutre fut obtenue grâce à une forte courbure de la section transversale.

On remarquera ici aussi l'armature des bordures, hautes de 3,4 m. et larges de 20 cm. seulement. Cette faible épaisseur ne permettait pas de plier obliquement les fers d'armature pour supporter les efforts tranchants; ils furent remplacés par des étriers obliques. Ce dispositif fut essayé au préalable sur des poutres d'épreuve et a donné, à l'exécution aussi, les meilleurs résultats. Le Dr. Ing. Finsterwalder a l'intention de publier un mémoire spécial sur cette halle, sur les calculs et sur l'armature spéciale des sommiers de bordure.

3. Coupoles polygonales composées de coques cylindriques renforcées 1.

La figure 21 représente une coque à plan carré renforcée par deux tympans. Imaginons cette coque subdivisée en quatre parties par deux coupes en diagonale, on appellera les parties a, « les croupes » et les parties b, « les voussettes ». Si l'on

<sup>1.</sup> Dr.-Ing. Dischinger. « Die Theorie der Vieleckskuppeln und die Zusammenhänge mit den einbeschriebenen Rotationsschalen ». Zeitschrift « Beton u. Eisen », 1929, Heft 5-9.

Dr.-Ing. F. Dischinger. « Eisenbetonschalendächer Zeiss-Dywidag zur Ueberdachung weitgespannter Räume ». Erster Internationaler Kongress für Beton und Eisenbeton, Liége, 1930. Verlag La Technique des Travaux. Liége.

Du même : « Schalen und Rippenkuppeln ». Handbuch für Eisenbetonbau 12. Bd., 3 Aufl., Verlag von W. Ernst et Sohn, Berlin.

Du même: « Grossmarkthalle Leipzig ». Bericht über die 32. Hauptversammlung des Deutschen Beton-Vereins, 1929. S. 167.

veut que l'action spatiale des forces de ces quatre parties limitées par des coupes en diagonales soit conservée, les coupures doivent être raidies par des tympans. Si cette condition est réalisée, les voussettes et les croupes ne sont soumises principalement qu'à des efforts centraux.

Une voûte qui n'est composée que de croupes s'appelle voûte cloisonnée (fig. 22); celle qui n'est formée que de voussettes se nomme voûte en arête (fig. 23). On peut aussi réaliser par déformation linéaire des coupoles dont le plan soit rectangulaire, au lieu d'être carré, et en combinant un grand nombre de croupes ou de voussettes on obtient des coupoles polygonales.

L'action de coupole fait naître des efforts de ceinture analogues à ceux d'une coupole de révolution et grâce auxquelles les arêtes ne sont pas sollicitées à la flexion. Ces forces annulaires sont d'autant plus grandes relativement à celles d'une surface de rotation que le nombre d'angles est plus faible. Si ce nombre devient au contraire infini, la coupole polygonale devient une surface de révolution. Les efforts d'une coupole polygonale, dus à l'action de coupole, peuvent être représentés en fonction de ceux de la surface de révolution inscrite; mais à cette action de coupole vient s'ajouter une action de poutre, car les coques cylindriques raidies suivant les arêtes, agissent à la manière de grandes poutres spatiales entre ces arêtes et reportent les charges sur les colonnes d'angle par l'intermédiaire des arêtes. C'est dans cette action combinée de coupole et de poutre que réside l'avantage principal du système sur les surfaces de révolution. Lorsque les colonnes sont très écartées, il n'est pas besoin, pour supporter l'ouvrage, d'une construction supplémentaire lourde et coûteuse, puisque la toiture agit elle-même comme sommier.

La première application en fut faite au Planetarium de Dresde, polygone de 16 côtés, d'une portée de 25 m. et d'une épaisseur de 4 cm. Deux ans plus tard on construisit, selon le même principe, les grandes halles du marché de Leipzig. Ces coupoles octogonales ont 76 m. de portée et une épaisseur de 9 cm. Ce sont les plus grandes coupoles massives du monde. Nous renvoyons à ce sujet aux publications dont cet ouvrage a fait l'objet.

Une coupole octogonale semblable, de 60 m. de portée, fut exécutée en été 1929 par la maison Ed. Züblin & Cie S. A., à Bâle, suivant les plans et les calculs de Dyckerhoff et Widmann A. G., pour la grande halle du marché de Bâle. Les coques, de forme cycloïdale, ont une épaisseur de 8,5 cm. A l'encontre des coupoles de Leipzig, les coques ne sont pas soutenues aux retombées par des arcs porteurs ; elles se portent elles-mêmes librement d'une arête à l'autre. La figure 24 donne le plan et l'élévation de cette coupole.

# 4. Coques de toitures renforcées à double courbure.

Suivant le mémoire présenté par le Dr. Ing. Dischinger, au Congrès International de Liège, les plus grandes portées longitudinales qui soient encore économiques pour les coques cylindriques à courbure simple sont de 45 m. pour les berceaux à une travée et de 55 à 60 m. pour les berceaux continus sur plusieurs appuis. Pour de plus grandes portées, il faut recourir à des coques à double courbure que le Dr. Ing. Dischinger a étudiées dans le travail de concours de l'« Akademie des Bauwesens » mentionné plus haut.

Dans ces coques à double courbure, les moments fléchissants ne jouent plus

qu'un rôle tout à fait secondaire, les fatigues centrales sont notablement plus faibles et la sécurité au flambage beaucoup plus élevée. Les surfaces de translation se prêtent particulièrement bien à la réalisation de formes de ce genre qui permettent de couvrir des superficies rectangulaires aussi bien que carrées. Pour ces dernières, la surface sphérique convient aussi admirablement et offre l'avantage de permettre un calcul rigoureux des fatigues.

Un modèle de ce genre sur plan carré se trouve dans les chantiers de Dyckerhoff et Widmann A. G., à Wiesbaden-Biebrich (fig. 26). La coque sphérique est limitée des quatre côtés par des fermes-tympans verticales. Ces dernières agissent solidairement avec la coque, avec laquelle elles forment un système spatial qui reporte les charges aux quatre angles tout en n'étant soumis qu'à de très faibles fatigues centrales. La superficie est de 7,30 m.  $\times$  7,30 m., l'épaisseur 1,5 cm.; à la suture avec les tympans, l'épaisseur est portée à 2,5 m. La coque est armée d'un réseau à mailles de 3 mm. et les angles sont munis de fers supplémentaires (fig. 27). Lors des essais, cette coupole de 1,5 cm. d'épaisseur a supporté une charge de 300 kg/m², agissant, soit sur toute la surface, soit sur la moitié seulement. On fit de plus un essai de charge avec 50 hommes serrés les uns contre les autres; néanmoins aucune fissure ne se produisit.

La coupole de Wiesbaden-Biebrich a servi de modèle pour les coupoles de la halle du marché de Dresde, dont le projet est achevé, mais qui ne sont pas encore exécutées. La figure 28 en donne le schéma. Les coupoles ont une superficie de 37,50 × 37,50 m. L'épaisseur prévue pour la coque est de 6 cm. La figure 29 donne les vues de la halle avec les construction de tête, suivant le projet des architectes Klophaus, Schoch, zu Putlitz, à Hambourg, ainsi que Lossow et le Prof. Kühne, à Dresde.

Ce système se prête également bien à la réalisation de coupoles polygonales. Il permet de franchir de beaucoup plus grandes distances entre colonnes qu'avec les coupoles polygonales, décrites dans le chapitre 3. Il n'y a aucun obstacle à réaliser une coupole du type de la figure 30, d'une portée de 150 m. et reposant sur 6 colonnes seulement distantes de 80 m.

## 5. Le principe de l'équilibrage statique des masses.

Dans son travail couronné par l' « Akademie des Bauwesens », le Dr. Ing. Dischinger a signalé l'importance du principe de l'équilibrage statique des masses, pour tous les systèmes spatiaux. Ce principe permet de calculer aussi des systèmes spatiaux qui dérivent de formes symétriques par déformation linéaire. Il est par exemple possible de ramener le calcul des fatigues d'une coupole à plan elliptique à celles d'une coupole de révolution, s'il existe entre les épaisseurs des deux coupoles certaines relations fixées par le principe de l'équilibrage des masses. De même les systèmes des chapitres 3 et 4 peuvent être déformés linéairement et calculés.

### Zusammenfassung.

Für Flächentragwerke, und zwar solche aus ebenen Flächen (Scheiben), die auch geknickt sein, also Winkel mit einander bilden können, und für solche aus gekrümmten Flächen (Schalen) wird dargetan, was seit der II. Internationalen Tagung für Brückenbau und Hochbau 1928 in Wien an Fortschritten festzustellen ist.

Im einzelnen werden behandelt: Die tragende Wand als ebene Scheibe. — Mit einander verbundene, in verschiedenen Ebenen liegende Scheiben. — Rotationsschalen (Schalenkuppeln mit runden Grundrissen) und Halbkuppeln (Apsiden). — Das zylindrische, quer versteifte Schalendach. — Vieleckskuppeln, zusammengesetzt aus versteiften Zylinderschalen. — Doppelt gekrümmte, ausgesteifte Schalendächer. — Das Prinzip des statischen Massenausgleiches.

Die bei den einzelnen Baugebilden vorhandenen Probleme, die zum Teil noch weiterer Erforschungs- und Versuchsarbeiten bedürfen, werden kurz erörtert und die Entwicklung und neuartige Anwendung dieser Flächentragwerke im Eisenbetonbau an Beispielen gezeigt.

### Résumé.

Ce mémoire expose les progrès qui ont été réalisés depuis la II<sup>e</sup> Réunion Internationale pour Ponts et Charpentes en 1928 à Vienne dans le domaine des constructions sans poutres, et plus précisément de celles constituées par des parois et voûtes minces <sup>1</sup>.

Il traite en détail: la paroi portante sous forme de paroi plane mince [tym-pan] — les constructions constituées exclusivement à l'aide de parois minces — les coupoles de révolution et coupoles à section demi-circulaire (absides) — la voûte cylindrique renforcée au sens transversal — les coupoles polygonales composées de voûtes cylindriques renforcées — les toitures en voûtes renforcées à double courbure — le principe de la compensation statique des masses.

L'auteur discute brièvement les problèmes relatifs aux différentes dispositifs qui réclament encore des travaux de recherches et d'essais, et démontre par quelques exemples le développement et les applications nouvelles de ces constructions sans poutres, c'est-à-dire uniquement composées de parois et voûtes minces.

### Summary.

For structures without beams, i. e. consisting of flat surfaces (slabs), which may be sharply bent, i. e. form an angle with each other, and for those with rounded surfaces (shells), — it is shown what progress may be noted since the 2nd International Session for Bridge and Structural Engineering was held in 1928 at Vienna.

The following cases are treated separately: — Slabs connected to each other and lying in different planes. — Circular shells (shell cupolas with circular ground plan) and half cupolas (apside). — The cylindrical shell roof with cross reinforcement. — Polygonal cupolas, built up of reinforced cylindrical shells. — Doubly bent, reinforced shell roofs. — The principle of compensating the static masses.

The problems arising in the individual types of construction which partly require still further research and experimental work, are briefly mentioned, and examples are given showing the development and recent application of these flat supporting surfaces in reinforced concrete buildings.

<sup>1.</sup> Ce rapport désigne les parois minces avec « tympan », les voûtes minces avec « coques ».