**Zeitschrift:** IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH

Kongressbericht

**Band:** 1 (1932)

Rubrik: V. Dynamics of bridges

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 01.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Cinquième Séance de travail.

Fünfte Arbeitssitzung.

Fifth Working Meeting.

# ACTION DES CHARGES DYNAMIQUES SUR LES PONTS BRÜCKENDYNAMIK DYNAMICS OF BRIDGES

V 1

LA DYNAMIQUE DU PONT. RAPPORT D'INTRODUCTION

PROBLEME DER BRÜCKENDYNAMIK. EINLEITENDES REFERAT

DYNAMICAL PROBLEMS OF BRIDGES. INTRODUCTORY REPORT

Reichsbahnoberrat **HOMANN**, Zentralbauamt der Gruppe Bayern der Deutschen Reichsbahngesellschaft, München.

Voir aussi « Publication Préliminaire », p. 429. — Siehe auch « Vorbericht », S. 429. See also" Preliminary Publication", p. 429.

In meinem Bericht habe ich versucht, ohne Zuhilfenahme mathematischer Betrachtungen die wichtigsten dynamischen Erscheinungen vorzuführen, die sich in einer Brücke unter der Wirkung der bewegten Lasten einstellen. Diese Erscheinungen sind, einzeln betrachtet, verhältnismässig einfacher Natur. Sie überlagern und beeinflussen sich aber gegenseitig in so mannigfaltiger Weise, dass ihre dynamische Gesamtwirkung bisher weder theoretisch noch versuchstechnisch genügend geklärt werden konnte. Darin liegt es begründet, dass die Bestimmungen der Brückenvorschriften über die Berücksichtigung der dynamischen Wirkungen der Lasten in den verschiedenen Ländern stark von einander abweichen und schon darum nicht als etwas Endgültiges angesehen werden können.

Es besteht deshalb wohl Einigkeit darüber, dass die Forschung nicht stillstehen darf, wenn man an der Forderung festhalten will, — und das muss man ja, — dass die Brückenvorschriften bei wirtschaftlicher Ausnutzung der Baustoffe unbedingt die Sicherheit der Bauwerke verbürgen sollen. Ueber den Weg der Forschung aber besteht keine einheitliché Meinung. Die einen denken an eine Art Grosszahlforschung, die mit Messungen der Beanspruchungen unter

den heutigen Betriebslasten arbeitet, die andern verlangen Versuche auf wissenschaftlicher Grundlage mit besonderen Versuchslasten und besonderen Belastungsmethoden. Der Bericht kommt zu dem Schlusse, dass man das Ziel nur auf dem zweiten Wege erreichen kann.

#### Traduction.

Je me suis efforcé, dans mon Rapport, de mettre en évidence, sans faire intervenir les considérations mathématiques, les phénomènes d'ordre dynamique essentiels qui se manifestent dans un pont, sous l'influence des charges mobiles. Considérés en eux-mêmes, ces phénomènes se présentent sous une forme relativement simple. Toutefois, ils se superposent les uns et les autres et s'influencent réciproquement d'une manière si complexe qu'il n'a pas encore été possible, aussi bien théoriquement qu'expérimentalement, de dégager nettement l'influence dynamique résultante. C'est précisément pour cette raison que, dans les différents pays, les prescriptions concernant la construction des ponts et permettant de tenir compte de l'influence dynamique des charges différent largement les unes des autres, aucun résultat ne devant encore être considéré actuellement comme définitif.

De l'avis général, et si l'on est absolument décidé — comme il se doit — à satisfaire aux exigences que pose la sécurité rigoureuse des ouvrages, tout en utilisant rationnellement les matériaux, il est indispensable de poursuivre les recherches. L'accord n'est toutefois pas unanime en ce qui concerne le sens suivant lequel doivent être poursuivies ces recherches. D'aucuns envisagent en quelque sorte, une méthode de recherche empirique, portant sur des mesures de contrainte effectuées dans les conditions actuelles effectives d'exploitation; d'autres se rallient à des essais d'ordre scientifique, faisant intervenir des charges expérimentales et des méthodes de mise en charge particulières. J'en arrive, dans mon Rapport, à cette conclusion que seule la deuxième méthode est susceptible d'atteindre son but.

# Participants à la discussion Diskussionsteilnehmer Participants in the discussion:

#### S. TIMOSHENKO,

Professor of Engineering University of Michigan, Ann Arbor (Michigan).

The dynamical effect of moving loads on bridges is of great practical importance and engineers have been interested in this problem since the beginning of construction of railway bridges. Till now we have not had a complete solution of this problem. The practical rules used in various countries for determining "impact effect" usually have no rational foundation and must be considered as completely arbitrary rules.

To simplify the problem, we can neglect the moving masses in comparison with the mass of the bridge and replace them by moving forces. In such a case we can investigate vibration of the bridge without any difficulty. In this manner it can be shown that smoothly running loads produce only a small dynamical effect. The principal causes of the impact effect are:

- 1. unbalance in locomotives and
- 2. impact due to various irregularities in the track and uneveness in locomotive wheels.

Investigation of vibrations shows that the principal mode of vibration of the bridge is the most important, and that a satisfactory approximation can be obtained by considering only this mode of vibration. In such a case we can take into consideration, not only the mass of the bridge, but also the moving mass and the damping in the bridge and in the locomotive springs. Proceeding in this way the British « Bridge Stress Committee » have shown that the amplitudes of vibration produced by locomotive unbalance can be calculated with a sufficient degree of accuracy. The calculations required are very laborious and till now they have not resulted in any simple formulae which can be easily applied.

This problem presents a great field for further investigations. We believe that in preparing a program for such investigations we must be guided by theoretical solutions. Further progress in the solution of the impact problem in bridges can be accomplished only by close contact between those doing theoretical work and those doing experimental work.

#### Traduction.

L'influence dynamique des charges mobiles sur les ponts est de grande importance, de sorte que dès l'établissement des premiers projets de ponts de chemin de fer l'ingénieur s'y est intéressé. Néanmoins, jusqu'à maintenant, la solution de ce problème n'a pas encore pu être établie d'une façon satisfaisante. Les règles pratiques adoptées dans les différents pays pour la détermination de l' « effet de choc » n'ont généralement aucune base scientifique, elles sont plutôt complètement empiriques.

Pour simplifier le problème on peut, par rapport à la masse du pont, négliger la masse des charges roulantes et remplacer ces dernières par des forces mobiles. En ce cas, le calcul des vibrations ne présente aucune difficulté et on peut prouver que des charges roulant sans secousses ne produisent qu'un effet dynamique peu important.

Les raisons principales des effets dynamiques sont :

- 1) un équilibrage imparfait des masses des locomotives,
- 2) des irrégularités de la voie ferrée et des inégalités dans la surface de roulement des roues des locomotives.

Les recherches ont démontré que l'oscillation principale d'un pont est le phénomène prépondérant, de sorte qu'elle seule constitue déjà une approximation satisfaisante de l'état de vibration réelle. En limitant les recherches à cette vibration principale, on peut tenir compte non seulement de la masse du pont, mais également de la masse mobile et de l'amortissement des vibrations

dans le pont et dans les ressorts des locomotives. Ce procédé a permis au « Bridge Stress Comittee » anglais de calculer les amplitudes des vibrations produites par les masses non-équilibrées des locomotives. Mais ces calculs sont très longs et n'ont pas encore abouti à une formule simple et facilement applicable.

Là se présente encore aux ingénieurs un vaste champ d'investigation. D'après notre avis, le programme des recherches doit être fixé suivant des considérations théoriques. De nouveaux progrès dans l'étude des influences dynamiques sur les ponts ne peuvent être obtenus que par une liaison étroite entre les recherches théoriques et expérimentales.

# Dr. Ing. F. BLEICH, Baurat, Wien.

Herr Prof. Timoshenko hat in seinem Schlussatz einen Gedanken ausgesprochen, den ich als Motto vor meinen Bericht hätte setzen können; ich meine damit seinen Hinweis auf die Notwendigkeit der Zusammenarbeit zwischen Theorie einerseits und Versuchsforschung andererseits.

In der Geschichte der Bauwerksdynamik, die bis vor kurzen im wesentlichen eine Dynamik der Brücken war, sind deutlich 3 Phasen zu unterscheiden. In der ersten Epoche waren bedeutende Ingenieure bemüht, den grundlegenden Aufgaben der Dynamik auf theoretischem Wege beizukommen. Bedeutende Fortschritte sind hier zuerst in Frankreich und England später in Deutschland und Russland erzielt worden.

Die theoretischen Verfahren reichten aber nicht aus, besonders schwierige Fragen der Brückendynamik restlos zu beantworten.

Die scheinbar geringe Leistungsfähigkeit der Theorie war der Anlass, dass man in der zweiten Epoche, die etwa seit 1920 zählt, den dynamischen Problemen versuchstechnisch beizukommen bestrebt war. Das Ergebnis dieser Bemühungen sind ausgezeichnete Werkzeuge zur Messung der Schwingungen und zur Feststellung des dynamischen Verhaltens der Bauwerke.

Es scheint aber, dass auch auf diesem Wege keine endgiltigen und eindeutigen Ergebnisse, die dem Ingenieur bei der Bemessung der Brückenbauwerke dienen könnten, gewonnen werden konnten.

Und nun stehen wir am Beginn der jüngsten, dritten Phase, die mit der Erkenntnis ihren Anfang genommen hat, dass nur in der Zusammenarbeit von Theorie und Versuchsforschung jene Lösung liegt, die zum Erfolge führen kann.

Ohne Arbeitshypothese ist keine gedeihliche Versuchsforschung möglich, das ist eine alte Erfahrung jeder Wissenschaft. Wir sind mit der Theorie so weit, dass der Versuchsforschung eindeutige und klare Fragen gestellt werden können. Umgekehrt verfügen wir heute über die Apparate, die die Beantwortung dieser Fragen durch den Versuch ermöglichen. Eine Korporation von Theorie und Versuch muss daher zum Gelingen führen.

Mein Referat hat den Zweck gehabt, Ihnen einiges von dem vorzuführen, was von der theoretischen Seite her zu der zukünftigen gemeinsamen Arbeit beigetragen werden kann. Der gegenwärtige Stand der Versuchsforschung sowie Bedeutung und Anwendung der Messapparate werden Ihnen in den andern ausgezeichneten Referaten vorgeführt werden.

Wir alle hoffen, dass unsere heutige Tagung der Auftakt sei zu einer erfolgreichen Zusammenwirkung von theoretischer Dynamik und Versuchsforchung, um das viel umstrittene Gebiet der Bauwerksdynamik zu klären.

#### Traduction.

Dans sa conclusion, le Professeur Timoshenko a exprimé un avis, que j'aurais fort bien pu adopter comme titre de mon rapport; je veux parler de la nécessité qu'il a exprimée d'une collaboration étroite entre la théorie, d'une part et la recherche expérimentale, d'autre part.

Dans l'histoire de la dynamique de la construction, qui, jusqu'à il y a peu de temps encore, était essentiellement une dynamique du pont, on peut distinguer trois phases très nettes. Dans la première phase, des ingénieurs qualifiés se sont efforcés de jeter les bases de la dynamique, en se basant sur des considérations d'ordre théorique. De remarquables progrès ont pu être réalisés dans ce domaine, tout d'abord en France et en Angleterre, puis, plus tard, en Allemagne et en Russie.

Les notions théoriques ne sont pas toutefois suffisantes pour résoudre dans leur intégralité les problèmes qui se posent, en particulier, dans le domaine de la dynamique du pont.

La faiblesse de la théorie apparut, vers 1920, date qui marque le début de la deuxième phase, lorsque l'on tenta d'aborder, par la voie expérimentale, l'étude des problèmes dynamiques. Les efforts accomplis dans ce sens ont abouti à l'établissement d'appareils remarquables pour la mesure des oscillations et pour la détermination du comportement dynamique des ouvrages.

Il semble toutefois, que, dans cette voie également, il ne soit pas possible d'aboutir à des résultats absolument effectifs et définitifs, susceptibles de four-nir à l'ingénieur une base effective pour le calcul des ouvrages.

Nous entrons maintenant dans la troisième phase, dont le début est marqué par la notion que nous avons actuellement que ce n'est que grâce à une liaison étroite entre la théorie et la recherche expérimentale que l'on pourra établir un programme de travail assurant le succès.

J'estime qu'il est d'ailleurs impossible de se livrer à des recherches expérimentales profitables sans hypothèse de départ; c'est là un fait d'expérience courante en matière scientifique. Nous avons déjà poussé la théorie assez loin pour pouvoir poser à la recherche expérimentale des questions précises. Réciproquement, nous disposons actuellement d'appareils qui permettent de répondre expérimentalement à ces problèmes. Une collaboration, une fusion entre la théorie et la recherche expérimentale doivent donc nous conduire au succès.

Mon Rapport avait précisément pour objet de vous montrer un exemple partiel de la contribution que l'on peut apporter, du côté de la théorie, à ce travail en commun. Du côté expérimental, on vous a également indiqué, dans

des Mémoires d'ailleurs remarquables, la position actuelle des investigations, ainsi que l'importance des appareils de mesure et leur domaine d'application,

Nous souhaitons tous que cette Réunion marque l'aube d'une fructueuse collaboration entre l'étude théorique et la recherche expérimentale, pour le défrichement total de ce domaine si disputé de la Dynamique des ouvrages.

#### **V** 2

# NOUVELLES MÉTHODES DE MESURE DANS LA DYNAMIQUE DES PONTS ET CHARPENTES

# NEUERE DYNAMISCHE MESSVERFAHREN IM BAUWESEN NEW METHODS FOR DYNAMICAL MEASURING ON STRUCTURES

Reichsbahnrat Dr. Ing. Rudolf BERNHARD, Reichsbahnzentralamt, Berlin.

Voir « Publication Préliminaire », p. 453. — Siehe « Vorbericht », S. 453. See " Preliminary Publication ", p. 453.

# Participants à la discussion Diskussionsteilnehmer Participants in the discussion :

a) Appareils servant à mesurer l'action des charges dynamiques sur les constructions
 Apparate zur dynamischen Bauwerksuntersuchung.

 Apparatus for making dynamic investigations on structures.

#### S. TIMOSHENKO,

Professor of Engineering University of Michigan, Ann Arbor (Michigan).

The instrument described here was developed for use as a stress recorder, but it could be adapted to a wide range of applications. The original instrument was conceived and designed by J. G. Ritter.

Principle of Operation: The principle on which the instrument operates can be seen from fig. 1.  $U_1$  and  $U_2$  are laminated iron cores which are attached rigidly to the base of the instrument. A is a laminated iron armature attached to a slide which moves relative to the base. When such a motion occurs, the air gap between A and  $U_1$  increases and that between A and  $U_2$  decreases, or vice versa. This changes the reluctance of the magnetic paths in  $U_1$  and  $U_2$  and consequently changes the impedances of the two coils which are wound on them. The coils on  $U_1$  and  $U_2$  and the resistances  $R_1$  and  $R_2$  form a Wheatstone Bridge. When the coils are thrown out of balance, current passes through the meter.

Meter: The choice of the meter is determined by the nature of the work being done. The strain gage is used most frequently in places where the quantity being measured varies rapidly, ln such an application, an oscillograph must be used. The oscillograph element should be very heavily camped, or

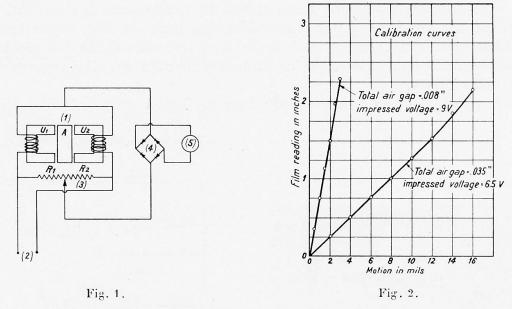


Fig. 1. — 1) Jauge magnétique pour la mesure des efforts (voir fig. 3 :

1) Dehnungsmesser.

1) Strain gauge (see Fig. 3).

- 2) Arrivée de courant (circuit à 60 périodes ou générateur à haute fréquence en cas de besoin avec transformateur; la consommation de courant par jauge à la fréquence 500 est de l'ordre de 20 watts);
- 2) Stromquelle (60 N Wechselstrom oder Hochfrequenz-Generator und Frequenzumformer, wenn erforderlich. Der Stromverbrauch für die Messung bei 500 ∞ ist ungefähr 20 Watt).
- 2) Power supply (60 cycle circuit or H. F. generator if required and transformer. The power consumption per gauge at 500 cycles is about 20 watts).
- 3) Potentiomètre (50 ohms, type radio);
- 3) Potentiometer (50  $\Omega$ , Radiotyp).
- 3) Potentiometer (50 ohms, radio type).
- 4) Redresseur (petits disques d'oxyde de cuivre);
- 4) Gleichrichter (kleine Kupferoxyd-Platten).
- 4) Rectifier (small copper-oxide disks).
- 5) Appareil de mesure (voir texte).
- 5) Messinstrument (siehe Text).
- 5) Meter (see text).

Fig. 2. — Courbes d'étalonnage = Eichkurve = Calibration curves.

Mouvements en millièmes de pouce (0.0254 mm) = Bewegung in Tausendstel Zoll 0,025 mm. Motion in mils. = Lectures en pouces (25, 4 mm.) = Ablesungen in Zoll (25,4 mm.) = Film reading in inches.

Entrefer total = Luftspalt = Total air gap.

Tension d'alimentation = Betriebsspannung = Impressed voltage.

else the imput to it should be filtered, in order to cut down the high frequency ripple.

For static or very low frequency deflections, the oscillograph can be replaced by an indicating meter. For variations up to about one cycle per second, it is possible to use a meter recording with a pen on a roll of paper.

Sensitivity: It is possible to detect motions as small as 10<sup>-5</sup> inches. The sensitivity varies in direct proportion to the impressed voltage and in inverse

proportion to the width of the total air gap.

The gage is calibrated on a differential screw device which extends or contracts in very small amounts. The amount of motion is indicated by a dial gage. Fig. 2 shows two calibration curves from the same instrument. Note that when the air gap is large the calibration curve is not linear near the end. This curvature becomes more and more pronounced the larger the air gap, which makes the use of the instrument difficult for motions greater than about 0,030 inches.

The frequency of the power supply does not affect the sensitivity directly

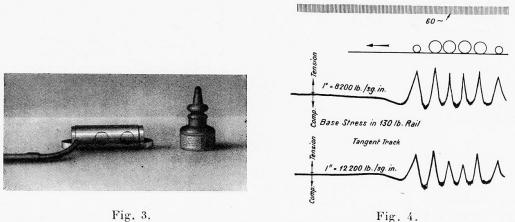


Fig. 4. — Efforts sur le patin d'un rail de 65 kg. — En haut : 1" (25, 4 mm.) = 5, 75 kg/mm². En bas : 1" = 8,5 kg/mm².

Spannungen am Fuss einer Schiene v. 65 kg. Base stress in 130 lb. Rail.

if the impressed voltage is maintained constant, but a higher frequency does permit use of a higher voltage without danger of overheating. In most of the work done so far, 500 to 750 cycles has been used.

Mechanical Features: Fig. 3 shows a photograph of one of the gages used for rail stress measurements. Its length, between gage points, is 4 inches. The armature and U-pieces are mounted in cylinders that slide inside of each other, thus giving very good guiding for the motion. It is possible to make small adjustments in the gage length of the instrument without disturbing the calibration. This makes it possible to move the gage from one location to another without recalibrating. Similar gages have been made in lengths varying from 2-3/4" to 8", and any gage length above about an inch could be made.

The best method of fastening the gage to the object being tested is by means of studs. Where it is not convenient to drill and tap holes into the test piece, a clamp may be used, but great care must be taken to have the joint sufficiently rigid.

Applications: The instrument illustrated here was designed as a strain gage to measure stresses caused by dynamic loads. It could be used on the structural members of bridges, buildings, or ships, on railroad track, or on the

mechanical parts of locomotives. Readings could be obtained from an indicating meter, a recording meter, or an oscillograph, depending on the rapidity of the stress changes. Fig. 4 shows records of the stress on both sides of the base of a 130 lb. railroad rail caused by the approach and passage of a 2-8-2 locomotive.

The same principle can also be applied to accelerometers, dynamometers, automatic load regulators, inspection micrometers, position indicators, or torsiometers, just to mention a few of its untold possibilities.

#### REFERENCES

1. "A Magnetic Strain Gage", by J. Paul Shamberger. Proc. of A. S. T. M., vol. 30 (1930). Part II, page 1041.

2. "An Instrument for Measuring Small Displacements", by B. F. Langer. Review of Scientific Instruments, vol. 2, No. 6, June 1931.

#### Traduction.

L'instrument qui fait l'objet de la présente description a été mis au point pour être utilisé essentiellement pour l'enregistrement des efforts; toutefois, il peut être adapté à de nombreuses autres applications. Sa conception originale est due à J. G. Ritter.

# Principe.

Le principe sur lequel repose l'appareil est mis en évidence sur la figure 1. U<sub>1</sub> et U<sub>2</sub> représentent des noyaux en fer feuilleté qui sont fixés d'une manière rigide sur la base de l'appareil. A représente une armature en fer feuilleté solidaire d'une glissière qui se déplace par rapport à cette base. Lorsqu'un tel mouvement se produit, l'entrefer entre A et U<sub>1</sub> augmente, l'entrefer entre A et U<sub>2</sub> diminue, ou bien inversement. Ceci provoque une modification de la réluctance des circuits magnétiques que constituent U<sub>1</sub> et U<sub>2</sub> et par suite une variation de l'impédance des deux bobines qui sont enroulées sur ces circuits. Les bobines qui sont montées sur U<sub>1</sub> et U<sub>2</sub> forment, avec les résistances R<sub>1</sub> et R<sub>2</sub>, un pont de Wheatstone. Lorsqu'il y a perturbation de l'équilibre, un courant passe dans l'appareil de mesure.

# Appareil de mesure.

Le choix de l'appareil de mesure dépend de la nature des essais à effectuer. On emploie la jauge magnétique pour la détermination des efforts dans la plupart des cas où la grandeur à mesurer accuse des variations rapides. En pareil cas, il faut adopter un oscillographe. Cet oscillographe doit être considérablement amorti, ou alimenté par l'intermédiaire d'un filtre, afin d'éviter les oscillations à haute fréquence.

Lorsqu'il s'agit d'efforts statiques ou à faible fréquence, on peut remplacer l'oscillographe par un appareil de mesure enregistreur. Pour des variations allant jusqu'à un cycle par seconde, il est possible d'utiliser un ampèremètre enregistreur à plume, travaillant sur un cylindre de papier.

#### Sensibilité.

Il est possible de déceler des mouvements ne dépassant pas 2,5/10000 de millimètre. La sensibilité varie d'ailleurs directement avec la tension employée et inversement avec la largeur de l'entrefer total.

La jauge magnétique est étalonnée sur un dispositif de réglage différentiel par vis qui la dilate ou la contracte dans des proportions très faibles. L'importance de cette modification est indiquée par un cadran de comparaison. La figure 2 donne deux courbes d'étalonnage correspondant au même appareil. Il est à remarquer que lorsque l'entrefer est large, la courbe d'étalonnage cesse d'être rectiligne pour s'incurver à son extrémité. Cette incurvation est de plus en plus accusée lorsque la grandeur de l'entrefer augmente, ce qui fait que l'emploi de l'appareil devient difficile lorsque les mouvements à mesurer sont supérieurs à environ 0, 75 mm.

La fréquence du courant d'alimentation n'exerce pas une influence directe sur la sensibilité de l'appareil tant que la tension est maintenue constante, mais une augmentation de fréquence permet d'employer une tension plus élevée sans danger d'échauffement exagéré. Dans la plupart des essais qui ont été effectués jusqu'à maintenant, on a adopté des fréquences de 500 à 750 cycles

# Caractéristiques mécaniques.

La figure 3 représente une jauge magnétique utilisée pour les mesures d'efforts sur des rails. Sa longueur entre pointes de jauge est de 101, 6 mm. L'armature et les noyaux en fer à cheval sont montés dans des cylindres qui glissent l'un dans l'autre, ce qui assure pour les mouvements un excellent guidage. Il est possible d'effectuer de légères modifications de réglage dans la longueur de jauge de l'appareil sans apporter de perturbations dans son étalonnage. Ceci permet de déplacer la jauge d'un point à un autre sans avoir à refaire l'étalonnage. Des jauges magnétiques semblables ont été construites dans des longueurs variant de 70 mm à 203 mm. et il serait possible de réaliser toute longueur de jauge au-dessus d'un pouce.

Le meilleur procédé pour fixer la jauge sur l'objet à étudier consiste à employer des goujons. Lorsqu'il n'est pas possible de percer la pièce à essayer, on peut avoir recours à une pince, mais il faut alors veiller à ce que la fixation soit suffisamment rigide.

# Applications.

L'appareil qui vient d'être décrit a été conçu pour servir de jauge pour mesurer les efforts mis en jeu par des charges dynamiques. Il pourrait être employé sur des éléments de ponts, d'immeubles, de navires, de voies de chemin de fer, de locomotives. Les lectures peuvent être effectuées sur un appareil de mesure non enregistreur, sur un appareil enregistreur ou sur un oscillographe suivant la rapidité avec laquelle varient les efforts. On verra sur la figure un enregistrement, sur les deux côtés du patin d'un rail de 65 kg., des efforts mis en jeu par l'approche et le passage d'une locomotive 2-8-2.

Le même principe peut également être appliqué à des appareils de mesure

d'accélérations, dynamomètres, régulateurs automatiques de charge, micromètres de contrôle, indicateurs de position, torsiomètres, pour ne citer que quelques exemples de ses nombreuses possibilités.

# Dr. phil. W. SPÄTH, Barmen.

Unmittelbar nach der ersten öffentlichen Vorführung einer Schwingungsprüfmaschine gelegentlich des Internationalen Kongresses in Wien im Jahre 1928 durch das Losenhausenwerk Düsseldorf haben die interessierten Kreise die Wichtigkeit des neuen Messverfahrens erkannt. Es sind heute an einer Reihe von Forschungsstellen des In- und Auslandes Untersuchungen mit solchen Maschinen zur Klärung der verschiedensten Fragen der Technik im Gang.

Auch die weitere technische Durchbildung von Schwingungsprüfmaschinen hat in der Zwischenzeit Fortschritte gemacht, wobei eine Anzahl schwieriger Fragen mechanischer und elektrischer Probleme zu lösen waren. An Hand einzelner Ausführungsbeispiele sei die Entwicklung gekennzeichnet 1.

# 1. — Universal-Schwingungsprüfmaschine für Brückenuntersuchungen.

Diese Maschine, Fig. 1., dient zum Studium der dynamischen Eigenschaften von Brücken und besonders auch zur Ausführung von Terminmessungen zwecks

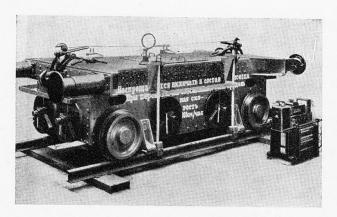


Fig. 1. - Machine mobile d'essai dynamique pour l'étude des ponts de chemin de fer. Efforts et moments suivant trois directions perpendiculaires entre elles. Force de mise en oscillation jusqu'à 5.000 kg., fréquence jusqu'à 15 Hz.

Fahrbare Schwingungsprüfmaschine zur Untersuchung von Eisenbahnbrücken. Kräfte und Momente in drei aufeinander senkrechten Richtungen. Erregerkräfte bis 5.000 kg. Frequenz bis 15 Hz.

Portable vibration testing machine for tests on railway bridges. Forces and moments in three directions at right angles to each other. Maximum exciting impulse 5.000 kg.

Frequency up to 15 hertz.

Kontrolle des Bauzustandes einer Brücke. Die Maschine ermöglicht die Ausübung von periodischen Kräften und Momenten in drei aufeinander senkrechten Richtungen.

2. — Schwingungsprüfmaschine für grosse Belastungen.

Die in Abb. 2 dargestellte Maschine ermöglicht die Ausübung periodischer Kräfte von solcher Grösse, dass Ermüdungsversuche bis zum Bruch an grösse-

<sup>1.</sup> Die Schwingungsprüfmaschinen werden von der Prüfmaschinenfabrik Losenhausenwerk Düsseldorf hergestellt.

ren Konstruktionen durchgeführt werden können. Es ist deshalb mit dieser Maschine die Möglichkeit gegeben, alle massgeblichen Faktoren systematisch

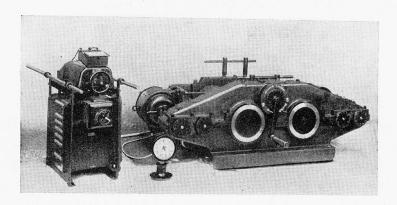


Fig. 2. — Machine d'essai dynamique, pour essais de fatigue poussés jusqu'à la rupture sur superstructures de voies de chemin de fer, etc. Force de mise en oscillation jusqu'à 10.000 kg. fréquence jusqu'à 12 Hz.

Schwingungsprüfmaschine zur Ausübung von Dauerversuchen bis zum Bruch an Brückenüberbauten etc. Erregerkräfte bis 10.000 kg. Frequenz bis 12 Hz.

Vibration testing machine for making continuous tests to rupture on bridge superstructures, etc. Maximum exciting impulse 10.000 kg. Frequency up to 12 hertz.

zu untersuchen, z. B. Werkstoffragen, Kraftfluss, Vorgänge in den Knotenstellen (Nietung oder Schweissung) u.s.w. Ebenso können auch Abnahmeversuche bei der Indienststellung einer Brücke durchgeführt werden.

# 3. — Grosse Schwingungsprüfmaschine.

Die Bedeutung, die heute den dynamischen Messungen mit Hilfe von Schwingungsprüfmaschinen beigemessen wird, kann am besten durch die Wiedergabe

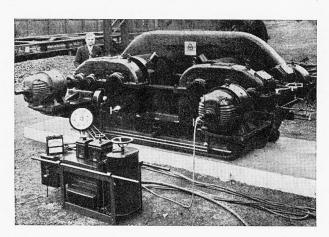


Fig. 3. — Machine d'essai dynamique à grande puissance, pour essais de navires. Force de mise en oscillation jusqu'à 20.000 kg. à partir de 2 hz.

Grosse Schwingungsprüfmaschine zur Untersuchung von Schiffen, Erregerkräfte bis 20.000 kg. von 2 Hz ab.

Large vibration testing machine for tests on ships. Maximum exciting impulse 20.000 kg. Frequency from 2 hertz on.

der folgenden Maschine Abb. 3 charakterisiert werden. Diese Maschine dient ebenfalls zur Untersuchung des dynamischen Verhaltens von grossen Konstruktionsverbänden insbesondere zur Untersuchung der elastischen Verformungen von Schiffen.

# 4. — Zerlegbare Schwingungsprüfmaschine.

Diese Maschine Abb. 4, ist so konstruiert, dass sie auch bei niedrigen Umdrehungszahlen noch verhältnismässig hohe Zentrifugalkräfte abgibt, andererseits aber auch bis zu sehr hohen Umdrehungszahlen gebracht werden kann. Um trotz dieser grossen Leistungsfähigkeit die Maschine leicht transportabel zu halten, kann sie in zwei Teile zerlegt werden, indem die auf einer besonderen Platte montierten Motore abgezogen werden können.

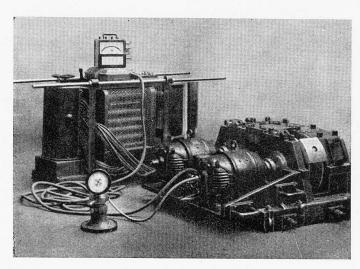


Fig. 4. — Machine d'essai dynamique démontable, pour l'étude d'éléments de navires, de planchers, tours, gratte-ciel, etc. Force de mise en oscillation jusqu'à 2.000 kg., fréquence jusqu'à

Zerlegbare Schwingungsprüfmaschine zur Untersuchung von Schiffsteilen, Decks, Türmen, Wolkenkratzern etc. Erregerkräfte bis 2.000 kg., Frequenz bis 60 Hz.

Vibration testing machine for tests on parts of ships, decks. towers, sky-scrapers, etc. Maximum exciting impulse 2.000 kg. Frequency up to 60 hertz.

Die Maschine dient zur Untersuchung von Schiffen, Fundamenten, Masten, Türmen, Wolkenkratzern etc.

# 5. - Kleiner Universal-Schwinger.

Da die Zentrifugalkraft dieser Schwingungsprüfmaschinen mit dem Quadrat der Umdrehungszahl zunimmt, können kleine, aber schnellaufende Maschinen unerwartet grosse Kräfte hergeben. Da die Eigenfrequenzen der in Beton- und Eisenbeton ausgeführten Baukonstruktionen andererseits verhältnismässig hoch liegen, so können die vielseitigen Fragen dieser Bauweisen durch verhältnismässig kleine Prüfeinrichtungen untersucht werden. Gerade hier dürfte durch Schwingungsuntersuchungen noch mancher Erfolg zu erhoffen sein.

Eine solche kleine Maschine ist in Abb. 5 zu sehen. Um eine Vorstellung von der Leistungsfähigkeit dieser kleinen schnellaufenden Maschinen zu geben, sei erwähnt, dass es ohne weiteres gelingt, im Dauerversuch eine Eisenbahnschiene zum Bruch zu bringen.

Da an derartige Schwinger bezüglich ihrer Arbeitsweise sehr grosse Anforderungen gestellt werden, insbesondere leichte Regelbarkeit von den tiefsten bis zu den höchsten Tourenzahlen und Unabhängigkeit der eingestellten Tourenzahl von Leerlauf bis Vollast, ist der in Abb. 5 dargestellte Schwinger mit einem Leonardaggregat ausgerüstet, das im Vordergrund zu sehen ist.

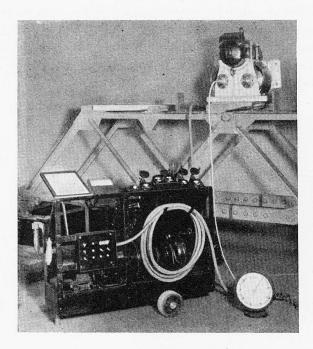


Fig. 5. — Petit oscillateur universel, pour l'étude d'éléments de construction rigides, ainsi que d'ouvrages en béton et en béton armé. Force de mise en oscillation jusqu'à 1.000 kg., fréquence jusqu'à 60 hz, réglage par groupe Léonard.

Kleiner Universal-Schwinger, zur Untersuchung, steifer Einzelkonstruktionen, besonders auch von Beton- und Eisenbetonkonstruktionen, Erregerkräfte bis 1.000 kg., Frequenz bis 60 Hz. Regelung durch Leonardaggregat.

Small universal vibrator for testing stiff constructional parts, especially also concrete and reinforced concrete structures. Maximum exciting impulse 1.000 kg. Frequency up to 60 hertz. Regulation by Leonard set.

Ueber weitere wichtige Anwendungsgebiete solcher Schwingungsprüfmaschinen und entsprechend ausgebildete Maschinen soll in der Sitzung VII b berichtet werden.

#### Traduction

La première présentation officielle d'une machine pour l'essai de mise en oscillation, à l'occasion du Congrès International de Vienne de 1928, et par les soins de Losenhausenwerk, de Dusseldorf, a eu pour conséquence immédiate de révéler aux milieux spécialisés intéressés toute l'importance et tout l'intérêt de la nouvelle méthode de mesure. Des recherches sont actuellement en cours, en plusieurs endroits, tant en Allemagne qu'à l'Étranger, et avec des machines semblables, en vue de résoudre les différents problèmes que pose la dynamique des ouvrages.

La conception de ces machines pour essais d'oscillation a d'ailleurs, depuis lors, marqué des progrès, ce qui a permis de résoudre un certain nombre de problèmes d'ordre mécanique et électrique assez délicats. Je me propose de traduire cette évolution par quelques exemples concrets <sup>1</sup>.

1. — Machine universelle d'oscillation pour l'essai dynamique des ponts.

Cette machine (fig. 1) est utilisée pour l'étude du comportement dynamique des ponts et tout particulièrement également pour l'exécution de mesures en

<sup>1.</sup> Les machines pour l'essai d'oscillation sont construites par la firme Losenhausenwerk, Constructeur d'appareils d'essais, à Dusseldorf.

vue du contrôle périodique de l'état effectif de ces ouvrages. La machine permet de mettre en jeu des efforts et des moments périodiques, s'exerçant suivant trois directions perpendiculaires les unes aux autres.

# 2. — Machine d'essai dynamique pour fortes charges.

La machine que représente la figure 2 permet d'exercer des efforts périodiques considérables, grâce auxquels on peut poursuivre jusqu'à la rupture les essais de fatigue des gros ouvrages. Elle offre donc la possibilité de faire porter les recherches, d'une manière systématique, sur tous les facteurs principaux, tels que les matériaux eux-mêmes, la direction des efforts, les procédés d'assemblage (rivure ou soudure), etc... Elle permet également de procéder aux essais de réception à la mise en service d'un pont.

# 3. — Machine d'essai dynamique à grande puissance.

La machine que représente la figure 3 permet de se rendre compte de l'importance que prend aujourd'hui le contrôle dynamique à l'aide des machines d'oscillation. Cette machine est utilisée également pour l'étude du comportement dynamique des gros ouvrages et en particulier pour l'étude des déformations élastiques des navires.

# 4. — Machine démontable pour essais dynamiques.

Cette machine (fig. 4) est conçue de telle sorte que même pour une vitesse de rotation faible, on obtienne encore des efforts centrifuges relativement élevés, ce qui n'empêche pas, d'ailleurs, de pouvoir adopter des vitesses de rotation très élevées. Pour rendre la machine facilement transportable, malgré sa puissance élevée, elle a été réalisée en deux parties, les moteurs, montés sur un socle spécial, pouvant être démontés.

La machine sert aux essais de navires, de fondations, pylônes, tours, gratte-

ciel, etc...

#### 5. - Petit oscillateur universel.

Dans ces machines d'essai dynamique, l'effort centrifuge varie comme le carré de la vitesse de rotation; il en résulte que des machines relativement petites, mais tournant à une vitesse de rotation élevée, sont susceptibles de développer des efforts absolument inattendus. La fréquence propre des ouvrages en béton et en béton armé est par ailleurs relativement élevés; on peut donc étudier au moyen de dispositifs d'essai relativement peu importants les problèmes multiples que posent de tels ouvrages. Il est à supposer que les essais d'oscillation pourront donner là des résultats très intéressants.

La figure 5 représente une machine conçue dans cet esprit. Pour montrer quelle puissance cette petite machine, qui tourne à une vitesse de rotation élevée, est susceptible de développer, il suffira d'indiquer qu'elle peut, à elle seule, provoquer la rupture des rails d'une voie de chemin de fer par fatigue.

Etant donné l'étendue de ses applications, un tel oscillateur doit répondre à des exigences très larges : facilité de réglage depuis les vitesses de rotation les plus faibles jusqu'aux vitesses les plus élevées, indépendance des vitesses de réglage par rapport aux différents régimes depuis la pleine charge jusqu'à la marche à vide; c'est pourquoi l'oscillateur que représente la figure 5 est équipé avec groupe Léonard, visible au premier plan.

Au cours de la Séance VII b seront exposées d'autres possibilités intéressantes qu'offrent ces machines d'essai dynamique, ainsi que les machines spé-

cialement conçues à cet effet.

## Zusammenfassung.

Die vielseitigen Anwendungen, die Schwingungsprüfmaschinen in der dynamischen Prüftechnik gefunden haben, machten die Ausbildung entsprechender Modelle notwendig. Es werden einige Maschinen beschrieben, die zur Untersuchung von Brücken, Schiffen, Decks, Fundamenten, Türmen, Masten, Wolkenkratzern, Beton- und Eisenbetonkonstruktionen in Frage kommen.

#### Résumé.

Les applications multiples auxquelles se prêtent les machines d'essai dynamique dans la pratique du contrôle dynamique, ont conduit à concevoir différents types. L'auteur en décrit quelques-uns, que l'on emploie pour l'étude dynamique des ponts, des navires, des planchers, des fondations, tours, pylônes, gratte-ciel, ouvrages en béton et en béton armé.

# Summary.

The multiplicity of applications wich has been found for vibration testing machines in the science of dynamic testing makes it necessary to design suitable types. Some machines are described which come into question for tests on bridges, ships, decks, foundations, towers, masts, sky-scrapers, and concrete and reinforced concrete structures.

# Dr. Gg. REUTLINGER,

Privatdozent an der Technischen Hochschule, Darmstadt.

Die meisten Bauwerke können dynamisch aufgefasst werden als Balken oder Balkensysteme, die Schwingungen ausführen. (Vergl. Abhandlungen Bd. I., S. 387-410, 1932.) Diese Bauwerke führen entweder freie Schwingungen aus, wenn sie angestossen und sich dann selbst überlassen werden, oder sie führen erz wungene Schwingungen aus, wenn die Erregung nach bestimmten Gesetzen erfolgt. Die Eigenschwingungszahl ist dann ein Mass für die Festigkeit des Bauwerkes; je höher die Eigenschwingungszahl eines Bauwerkes, umso grösser ist die Festigkeit. Die Dämpfung, d. h. die Abnahme der Schwingungsweite eines frei ausschwingenden Systems, infolge innerer

Reibung gestattet Rückschlüsse auf die innere Struktur des Bauwerkes. Ein Turm aus Eisenbeton wird eine geringe innere Reibung, also eine schwache Dämpfung zeigen, jedoch wird die Dämpfung sehr erheblich sein, wenn das Bauwerk Risse enthält, längs deren bei Bewegungen Reibungskräfte auftreten. Die Form der elastischen Linie ermöglicht die Nachprüfung der Dimensionierung des Bauwerkes und seines baulichen Zustandes. Bei richtiger Verminderung der Trägheitsmomente der Einzelquerschnitte mit der Höhe und

ausreichender Fundamentierung muss die Linie der Maximalauslenkungen infolge von Schwingungen eine stetig gekrümmte Kurve sein, deren Tangente an der Einspannstelle mit der Turmnormalen zusammenfällt. Knickstellen in dieser Kurve deuten auf Risse im Bauwerk, ein Abweichen der Tangente von der Normalen am Erdboden auf ungenügende Fundamentierung hin. (Vergl. Bild 1.)

Zur Aufnahme der dynamischen Bestimmungsstücke können verschiedene Methoden und Instrumente Anwendung finden.

Die Methode der freien Schwingung, beruhend auf dem Anstossen des Bauwerkes durch auffallende Massen oder durch plötzliches Entlasten des vorgespannten Bauwerkes, findet Fig. 1. — Château d'eau-Observanur noch vereinzelt Anwendung. Die hierbei auftretenden freien Schwingungen können durch Schwingungs- oder Spannungsmesser aufgezeichnet werden. Aus den Abklingungskurven Hauteur - Höhe - Height. sind die Eigenschwingungszahl und die Dämpfung zu entnehmen. Weder die Konstruktion der elastischen Linie noch die Aufstellung einer Ener- Béton armé - Eisenbeton - Reingiebilanz der Schwingungsenergie ist möglich. Maçonnerie - Mauerwerk - Masonry.

Die Methode der erzwungenen Schwin-

Schwingungsweite in U 508,U 386 23,80 317 19 75 17.20 (178) 72,20 6.00 Elsenbetor

Wasser - u. Aussichtsturm in Babenhausen

toire à Babenhausen — Wasser- u. Aussichtsturm in Babenhausen -Water tower and belvedere in Babenhausen.

WWW Mauerwerk

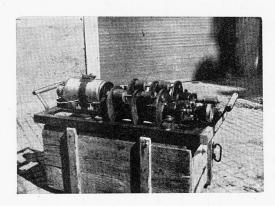
Amplitudes des oscillations en u. Schwingungsweite in µ. — Amplitudes of oscillation in u.

forced concrete.

gungen, die heute fast ausschliesslich Anwendung findet, verwendet periodische, meist sinusförmige Erregungskräfte. Die Wuchtkräfte geläuteter Glokken oder umlaufender Maschinen sind entweder schon natürliche Erregerkräfte, oder es werden durch sogenannte Rotore oder Oszillatore künstlich sinoidale Kräfte eingeführt. Die Messung der maximalen Schwingungsweiten, bezw. der Maximalspannungen als Funktion der Schwingungsfrequenz erfolgt mittelst Schwingungs- bzw. Spannungsmessern. Aus den aufgestellten Resonanzkurven kann die Eigenschwingungszahl und die Dämpfung abgeleitet werden. (Vergl. Abhandl. Bd. I., Seite 397.)

Die Aufstellung einer Energie-Resonanzkurve durch Aufzeichnung der in der Erregermaschine aufgenommenen elektr. Energie als Funktion der Erregerfrequenz zeigt bei schwach gedämpften Bauwerken keine grosse Genauigkeit. Wesentlich genauer ist das Ergebnis der dynamischen Untersuchung, wenn mittels Schwingungsmessern in verschiedenen Höhen des Bauwerkes Resonanzkurven aufgenommen, die zugehörigen Eigenschwingungszahlen,

Maximal-Schwingungsweiten und die Dämpfung aus diesen ermittelt werden. Aus den Maximalschwingungsweiten für die einzelnen Höhen lässt sich die elastische Linie zeichnen; aus dem Vergleich der Dämpfung an den einzelnen Messtellen können Schlüsse auf den Bauzustand des Bauwerkes gezogen werden, die eine Kontrolle für etwaige Störungen in dem Verlauf der elastischen Linie darstellen. Die von dem Erreger in das Bauwerk eingeführte Schwingungsenergie kann aus Unwucht und Umlaufsgeschwindigkeit errechnet, aus den Angaben der Schwingungsmesser kann der Energiefluss durch das ganze Bauwerk verfolgt werden. Die Aufstellung einer Energiebilanz ist also durchführbar. Das Auffinden irgend welcher Unregelmässigkeiten ist durch gleichzeitige Verwertung der verschiedenen dynamischen Bestimmungsstücke unbedingt sicher gestellt.



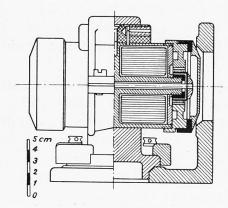


Fig. 2.

Fig. 3.

Fig. 2. — Rotor pour mise en oscillation des ouvrages — Rotor zur Erregung von Bauwerksschwingungen — Rotor for causing vibrations in structures.

Fig. 3. — Coupe de l'appareil universel du Dr. Reutlinger à mesurer les oscillations — Schnittzeichnnung v. Universal-Schwingungsmesser nach Pd. Dr. Reutlinger — Cross-section of the Dr. Reutlinger Universal-Vibrometer.

Die Auswahl der Messgeräte ist von grösster Bedeutung für den Erfolg der Messung.

Der Schwingungserreger (Rotor-Oszillator) muss vollkommen starr mit dem zu untersuchenden Bauwerk verbunden sein, es genügt nicht, die Erregermaschine auf das Bauwerk aufzusetzen, sondern sie muss mit demselben entweder verschraubt werden, oder es ist durch Auflegen von Gewichten eine Ablösung von der Unterlage zu verhindern. Die Wuchtmassen, die Exzentrizität und die Umlaufgeschwindigkeit müssen genau bekannt sein, weil hieraus die eingeführte mech. Schwingungsenergie errechnet wird.

Zur Anregung von grösseren Bauwerken verwendet der Referent einen Rotor mit zwei gegeneinander umlaufenden Trommelsystemen, die auswechselbare Unwuchtmassen enthalten. Durch entsprechende Auswahl und Orientierung der Massen zu einander werden die Grösse und Richtung der Zugkräfte festgelegt. (Bild 2.) Zur Anregung von Bauwerksteilen findet ein kleiner Universal-Rotor Anwendung. (Vergl. Abhandl. Bd. I., S. 401.)

Als Schwingungsanzeiger (Schwingungsmesser oder Spannungmesser) verwendet der Referent elektrisch übertragende Geräte, die neben Fernüberragung auch beliebige Vergrösserung durch Röhrenverstärkung ermöglichen.

Der innere Aufbau dieser Schwingungsmesser ist aus Bild 3 ersichtlich. In einem ringförmigen Felde eines Topfmagneten schwingt eine Spule, in welcher Induktionsströme entstehen, die proportional der achsialen Geschwindigkeit sind. Für die Auswertung auf Schwingungsweiten ist das ohne Belang, jedoch ergibt gerade die Schwingungsgeschwindigkeit und die Geschwindigkeit der Spannungsänderung, wie sie mit den Spannungsmessern des Referenten gemessen werden, interessante Einblicke in die Zerstörungsarbeit der technischen Erschütterungen. Die entstehenden Induktionsströme werden entweder

 $\begin{array}{c} {\rm Fig.~4.} \\ V_p \ \ plaque \ \ d'oscillation \ \ verticale \ \ - \ \ Vertikal-Schwingungsplatte \ \ - \ \ Vertical \ \ vibration \ \ plate. \end{array}$ 

H<sub>p</sub> plaque d'oscillation horizontale — Horizontal-Schwingungsplatte — Horizontal vibration plate.

R ressort vertical de suspension — Vertikal-Tragfeder — Vertical supporting spring.

m<sub>1</sub> m<sub>2</sub> masses d'excitation — Massen der Schwingerregung — Masses causing vibration.

St Indicateur de vitesse stroboscopique — Stroboskopische Geschwindigkeitsmessung — Stroboscopic speed measuring.

E excicateur excentrique pour excitation du ressort — Exzentererreger für Federerregung — Eccentric exciter for spring excitation.

K<sub>l</sub> ressorts d'accouplement — Koppelfedern — Coupling springs.

Ta tachymètre à courants de Foucault — Wirbelstrom-Tachometer — Eddy-current tachometer.

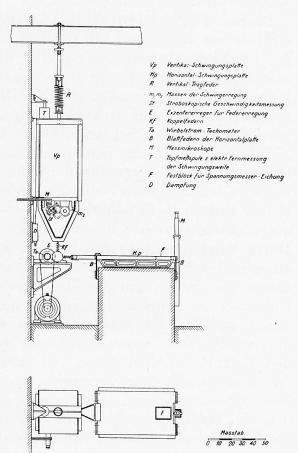
B ressorts à lame de la plaque horizontale — Blattfedern der Horizontalplatte — Leaf springs of horizontal plate.

M microscope de mesure — Messmikroskope — Measuring microscope.

T aimant concentrique pour la mesure des amplitudes d'oscillation — Topfmesspule z. clektr. Fernmessung der Schwingungsweite — Cylinder measuring spool for electric remote measuring of vibration amplitudes.

F appui fixe pour l'étalonnage des appareils de mesure d'efforts — Festblock für Spannungsmesser-Eichung — Rigid block for calibrating stress measurer.

D dispositif d'amortissement — Dampfung — Damping.



mit einem Wechselstrom-Milliampèremeter (Gossen & Co. Erlangen) direkt abgelesen, oder mit einem Oszillographen aufgezeichnet.

Um auch Schwingungsbewegung geringer Grösse aufnehmen zu können wurde ein frequen zunabhängiger Zweiröhren-Verstärker entwickelt, der in sich zugleich eine halbautomatische Eich- und Shunteinrichtung enthält, um die Verstärkungsziffer sowohl eichen und ändern zu können. Das miteingebaute Wechselstrom-Milliampèremeter ist über eine Eichkurve in Schwingungsweite geeicht. Durch einfache Umschaltung kann ein Oszillograph an den Verstärker angeschaltet werden.

Die Untersuchung der Schwingungsmessgeräte und ihre Eichung erfolgt auf einer Schwingungsplatte. Es hat sich bei der Untersuchung zahlreicher Schwingungsmesser gezeigt, dass nur die dynamische Eichung brauchbare Werte ergibt. Schwingungsmesser mit mechanischer Aufzeichnung

sollten nicht stärker als 30 fach, solche mit optischer Aufzeichnung höchstens 200 fach vergrössern. Bei stärkeren Vergrösserungen ist die elektrisch-optische Aufzeichnung eventl. unter Zuhilfenahme von Röhrenverstärkern zu verwenden. Hierbei werden die mechanischen Schwingungen in Wechselströme umgewandelt, die entweder unmittelbar oder über Röhrenverstärker dem elektrischen Messgerät zugeführt werden. Durch elektrische Hilfsmittel lässt sich auf einfache Weise die Empfindlichkeit ändern. Besonders wichtig ist aber die Möglichkeit der Fernbeobachtung mehrerer Messtellen an einer Stelle und

auf einer einzigen Aufzeichnung.

Die Schwingungsplatten (künstliche Fundamente) sind schwingungsfähige Gebilde aus Masse und Rückstellkraft, deren Aufbau aus Bild 4 zu erkennen ist. Die Vertikalschwingungsplatte V. P. wird durch eine an einem Träger befestigte Schraubenfeder R getragen und durch an der Wand befestigte kurze Blattfedern parallel geführt. Die Erregung der Schwingungen erfolgt mittelst umlaufender Unwuchten m, u. m, oder mittels eines Exzenter-Erregers E durch kleine Schraubenfedern K<sub>f</sub>. Die Schwingungsweite wird mittels Messmikroskop M, die Schwingungszahl mittels eingebauten Tachometers T<sub>a</sub> bestimmt. Ganz entsprechend ist die Horizontalplatte H. P. aufgebaut. Hier tragen vier Blattfedern B die eigentliche Platte, die von dem Exzenter-Erreger E über Federn K<sub>f</sub> in Schwingung versetzt wird. Das Messmikroskop M misst die Schwingungsweite, das eingebaute Tachometer T die Schwingungszahl/min. Durch Aenderung des mechanischen Getriebes ist die Veränderung der Schwingungszahl von 1/2 bis 100 Schwingungen/sec, durch Aenderung der Koppelfedern die Schwingungsweite zwischen 3 und 1/1000 mm möglich. Zur Untersuchung von Spannungsmessern hat die Horizontalplatte einen Ausschnitt, durch welchen ein starr mit dem Betonblock verbundener Gussblock F durchgreift. Der Spannungsmesser wird mit seiner beweglichen Spitze auf den Block F, mit dem festen Teil auf die Schwingungsplatte H. P. aufgesetzt. Die Längenänderung zwischen Gussblok und Platte wird einerseits mit dem Spannungmesser, andererseits mit dem Messmikroskop gemessen. Mit den vom Verfasser entworfenen Eicheinrichtungen wurden eine grosse Anzahl von Schwingungsmessern untersucht und ausserdem umfangreiche Modellversuche duchgeführt.

Literatur vergl. Abhandlungen Bd. I., S. 387-410, 1932.

#### Traduction.

La plupart des ouvrages peuvent être considérés du point de vue dynamique comme des poutres ou des systèmes de poutres qui exécutent des oscillations (voir Mémoires, 1<sup>er</sup> volume, pages 387 à 410, 1932). Ces ouvrages exécutent toutefois, soit des oscillations libres lorsqu'ils sont excités puis abandonnés à eux-mêmes, soit des oscillations forcées lorsque le mode d'excitation suit des lois définies. La fréquence propre d'oscillation sert alors à mesurer la résistance de l'ouvrage; plus cette fréquence propre est élevée dans un ouvrage donné, plus grande est la résistance de cet ouvrage. L'amortissement c'est-à-dire la réduction de l'amplitude des oscillations d'un système soumis à des

oscillations libres, par suite des frottements internes, permet de faire des déductions sur la structure interne de l'ouvrage. Une tour en béton armé accuse un frottement interne faible, c'est-à-dire un faible amortissement; toutefois, lorsque l'ouvrage renferme des fissures, l'amortissement est notablement plus fort, car des efforts de frottement se manifestent le long de ces fissures. La forme de la ligne élastique permet de contrôler les dimensions données à l'ouvrage et son état effectif. En réduisant judicieusement les moments d'inertie des différentes sections avec leur hauteur et avec des fondations suffisantes, on doit obtenir, pour la courbe des déformations maxima sous l'influence des oscillations, une courbe régulièrement incurvée, dont la tangente au point d'encastrement coïncide avec la normale à la tour. Les coudes de la courbe indiquent des fissures dans l'ouvrage et la non-coïncidence entre la tangente à la courbe et la normale à la tour, au sol, révèle l'insuffisance des fondations (voir fig. 1).

Le relevé des caractéristiques dynamiques peut être effectué au moyen

de différentes méthodes et appareils.

La méthode de l'oscillation libre repose sur l'excitation de l'ouvrage au moyen des masses tombantes ou par décharge brusque de cet ouvrage préalablement soumis à une contrainte; elle est assez peu employée. Les oscillations ainsi provoquées peuvent être mises en évidence au moyen d'appareils de mesure des oscillations ou des tensions. A partir des courbes d'amplitude décroissante obtenues, on détermine la fréquence propre et l'amortissement. Il n'est toutefois possible ni de construire la ligne élastique, ni de dresser le bilan de l'énergie oscillatoire.

La méthode des oscillations forcées fait appel à des efforts d'excitation périodiques, la plupart du temps de forme sinusoïdale; elle est employée presqu'exclusivement actuellement. On peut déjà utiliser comme efforts d'excitation naturels les efforts mis en jeu par les cloches d'un monument, par exemple, ou par des machines tournantes; on peut également produire ces efforts au moyen d'appareils appelés « rotors » ou « oscillateurs », qui fournissent des efforts d'allure sinusoïdale. La mesure des amplitudes maxima d'oscillation ou des contraintes maxima en fonction de la fréquence des oscillations est effectuée au moyen d'appareils de mesure des oscillations ou des tensions. A partir des courbes de résonance obtenues, on peut déterminer la fréquence propre d'oscillation et l'amortissement (voir Mémoires, volume 1, page 397).

Dans les ouvrages accusant un faible amortissement, l'établissement des courbes de résonance par relevé de l'énergie électrique absorbée par la machine d'excitation en fonction de la fréquence d'excitation ne donne pas une bien grande précision. Pour obtenir, par essai dynamique, des résultats sensiblement plus précis, il convient de relever les courbes de résonance, au moyen d'appareils de mesure d'oscillations, à différents niveaux de l'ouvrage, puis de déterminer à partir de ces courbes les fréquences propres d'oscillation correspondantes, les amplitudes maxima et l'amortissement. En partant des amplitudes maxima d'oscillation pour les différents niveaux, on peut tracer la ligne élastique; en comparant les valeurs de l'amortissement aux différents points où il a été déterminé on peut obtenir des conclusions sur l'état effectif de l'ou-

vrage et contrôler ainsi les anomalies que peut présenter l'allure de la ligne élastique. L'énergie oscillatoire fournie par l'oscillateur à l'ouvrage peut être déterminée à partir des efforts simples et de la vitesse de rotation; à partir des indications de l'appareil de mesure d'oscillation on peut déterminer l'énergie mise en jeu dans l'ensemble de l'ouvrage. On peut également établir un bilan d'énergie. Les irrégularités éventuelles mises en évidence par l'interprétation simultanée des différentes caractéristiques dynamiques ainsi déterminées peuvent ainsi être décelées à coup sûr.

Le choix des appareils de mesure présente une très grande importance

pour le résultat définitif.

L'appareil de mise en oscillation (rotor-oscillateur) doit être monté d'une manière absolument rigide par rapport à l'ouvrage à étudier; il ne suffit pas de le poser sur la construction; il doit au contraire être boulonné sur cette construction; à défaut, on évitera tout déplacement relatif par addition de poids convenables. Les masses en mouvement, les excentricités et les vitesses de rotation doivent être connues avec précision, car c'est de leurs valeurs que l'on déduira l'énergie oscillatoire fournie.

Pour provoquer l'oscillation d'ouvrages importants, l'auteur emploie un rotor comportant deux systèmes de disques tournant en sens opposés, et qui portent des masses interchangeables et ne mettant en jeu que des efforts simples. Par un choix et une disposition judicieuse des masses l'une par rapport à l'autre, on peut déterminer à volonté la direction et la valeur des efforts simples (fig. 2). Pour la mise en oscillation des éléments d'ouvrages, on emploie un Rotor-Universel de modèle réduit (voir Mémoires, Volume 1,

page 401).

Comme indicateur d'oscillations (appareil de mesure des oscillations ou des contraintes) l'auteur emploie un appareil à transmission électrique qui permet, outre la transmission des observations à distance, leur amplification à volonté au moyen de lampes. Le montage intérieur de cet appareil de mesure d'oscillations est représenté sur la figure 3. Dans le champ annulaire produit par un aimant concentrique, oscille une bobine dans laquelle se manifestent des courants induits qui sont proportionnels à la vitesse angulaire. Ses indications ne permettent pas de déterminer l'amplitude des oscillations; toutefois, la vitesse d'oscillation et la vitesse de modification des contraintes, telles qu'on les mesure au moyen de l'appareil de l'auteur, donnent des renseignements intéressants sur les dégradations provoqués par les trépidations. Les courants induits sont lus directement avec un milliampèremètre à courant alternatif (Gossen & Co., Erlangen), ou bien enregistrés au moyen d'un oscillographe.

Afin de pouvoir déceler les oscillations très faibles, a été mis au point un amplificateur à deux lampes à amplification indépendante de la fréquence, qui comporte également un dispositif incorporé d'étalonnage et de shuntage semi-automatique, afin de permettre l'étalonnage et la modification du coefficient d'amplification. Le milliampèremètre incorporé est étalonné par rapport à une courbe d'étalonnage graduée en amplitudes d'oscillation. Par une simple modification de couplage, on peut adjoindre un oscillographe à cet

amplificateur (voir figure 4).

Le contrôle des appareils de mesure d'oscillations et leur étalonnage se font sur une table d'oscillation. L'étude de nombreux appareils a montré que seul l'étalonnage dynamique donne des valeurs utilisables en pratique. Les appareils de mesure d'oscillations comportant l'enregistrement mécanique ne doivent pas comporter une amplification supérieure à 30, cette amplification atteignant au maximum 200 avec les appareils à enregistrement optique. Pour des amplifications plus poussées, on a recours à l'enregistrement électrique-optique, éventuellement avec amplification par lampes. Dans ce dispositif, les oscillations mécaniques sont transformées en courants alternatifs, qui sont envoyés aux appareils de mesure soit directement, soit par l'intermédiaire d'amplificateurs à lampes. Au moyen d'organes électriques auxiliaires, il est facile de modifier la sensibilité du système. Ce dispositif offre en particulier la possibilité très intéressante de permettre l'observation à distance, sur plusieurs points, à partir d'un même poste et d'effectuer un enregistrement multiple

unique.

Les tables d'oscillation, qui constituent des reproductions de fondations ou bâtis, sont des éléments susceptibles d'entrer en oscillations sous l'influence de la masse et d'un effort en retour; leur constitution est représentée sur la figure 5. La table d'oscillation verticale V. P. est supportée par un ressort à boudin R fixé sur une poutre ; elle est guidée par des ressorts à lame de courte longueur fixés au mur. L'excitation est effectuée au moyen de masses tournantes  $m_1$  et  $m_2$  ne faisant intervenir aucune énergie cinétique ou au moyen d'un excitateur excentrique E par l'intermédiaire de petits ressorts à boudin K<sub>f</sub>. L'amplitude des oscillations est déterminée au moyen d'un microscope de mesure M et la fréquence au moyen d'un tachymètre incorporé Ta. La table d'oscillation horizontale H. P. est conçue d'une manière analogue. Ici, quatre ressorts à lame B supportent la table elle-même, qui est mise en oscillation au moyen d'un excitateur excentrique E, sur des ressorts Kf. Le microscope de mesure M permet de mesurer l'amplitude des oscillations et le tachymètre incorporé T les nombres d'oscillations à la minute. Par modification de la commande mécanique, on peut faire varier la fréquence d'oscillation de 1/2 à 100 oscillations par seconde; par modification des ressorts d'accouplement, on peut faire varier leur amplitude entre 3 et 1/1.000 de millimètre. Pour permettre le contrôle des appareils de mesure des efforts, la table horizontale comporte une fenêtre à travers laquelle passe un bloc de fonte F, assemblé d'une manière rigide avec le socle de béton. L'appareil de mesure des efforts est placé avec sa pointe mobile sur ce bloc F et relié à la table d'oscillation avec le câble fixe. La variation de distance entre le bloc de béton et la table est mesurée d'une part avec l'appareil de mesure d'efforts, d'autre part avec le microscope. Avec le dispositif d'étalonnage mis au point par l'auteur, un grand nombre d'appareils de mesure d'oscillations ont déjà été étalonnés; ce dispositif a également permis d'effectuer des essais extrêmement fructueux sur modèles.

(Pour la bibliographie, voir Mémoires, Volume 1, pages 387 à 410, 1932).

### Zusammenfassung.

Nach einer kurzen Betrachtung der Aufgaben und Messergebnisse der dynamischen Verfahren zur Untersuchung von Bauwerken, werden die Geräte zur Ermittlung der dynamischen Bestimmungsstücke (Eigenschwingungszahl, Masse, Rückstellkraft = Festigkeit, Dämpfung = Innere Reibung, Form der elastischen Linie) behandelt. Rotore = Oszillatore zur Erregung der erzwungenen Schwingungen, Schwingungs- und Spannungsmesser zur Messung der Schwingungsweite bzw. der, infolge der Schwingungen auftretenden zusätzlichen Spannungen werden beschrieben. Den Abschluss bildet die Betrachtung der dringend erforderlichen Untersuchungs- und Eicheinrichtung für Schwingungs- und Spannungsmesser, sowie zur Durchführung von Modellversuchen.

#### Résumé.

Après un court aperçu sur les objectifs à atteindre et sur les résultats que peuvent donner les mesures, dans l'étude du comportement dynamique des ouvrages, l'auteur aborde la description des appareils utilisés pour la détermination des caractéristiques dynamiques des ouvrages (fréquence propre d'oscillation; Masses: Effort en retour — résistance; amortissement — frottement interne; forme de la courbe élastique): Rotor-oscillateur pour la production des oscillations forcées; appareils pour la mesure des oscillations et des efforts, pour la détermination des amplitudes d'oscillation et des contraintes additionnelles mises en jeu par les oscillations. En conclusion l'auteur aborde le contrôle extrêmement nécessaire et l'étalonnage des appareils de mesure d'oscillations et d'efforts, ainsi que l'exécution des essais sur modèles.

#### Summary.

After a short survey of the problems and measured results of dynamic methods of testing structures, the apparatus for determining the dynamic characteristics (natural frequency, masses, power of recovery = strength, damping = Internal friction, form of the elastic line) is spoken of: Rotors = oscillators for causing forced vibration, vibration measurers and stress measurers for measuring the amplitudes of vibrations and the additional stresses caused by the vibrations, are described. Finally the author speaks of the urgent necessity of having testing and calibrating devices for vibration and stress measurers, and also of carrying out tests on models.

Rapports sur des mesures effectuées sur des ponts et des charpentes.
 Berichte über durchgeführte Messungen an Bauwerken.
 Reports on measurements carried out on structures.

### O. SESINI,

Professeur à l'Ecole Polytechnique de Pise.

La Commission Italienne chargée de l'étude de la dynamique des ponts métalliques, dont les travaux sont encore à leurs débuts, s'est occupée jusqu'ici d'étudier et d'essayer les moyens expérimentaux les plus aptes à permettre des expériences systématiques ayant pour but de déterminer le comportement des ponts des chemins de fer italiens au passage des locomotives actuellement employées dans le réseau de l'État.

Dans ces essais, faute d'instruments suffisamment exacts et bien éprouvés au cours de mesures antérieures, et dans l'attente de ceux qui sont encore à l'étude, on s'est borné à mesurer les fléchissements des travées, à l'aide des appareils « Rabut », qui à la suite de modifications et additions opportunes, ont été mis en état de répondre d'une manière satisfaisante au but proposé.

Pour les détails de ces modifications et pour ce qui concerne l'emploi de l'instrument, de même que la vérification de l'exactitude des résultats, nous renvoyons au mémoire paru dans les « Annali dei Lavori Pubblici », 1931, No. 8.

A ce qui a été exposé dans cette note, nous n'ajouterons que ceci : l'emploi des appareils « Rabut » avec point de repère fourni par un pieu en tube d'acier, dont il est question à la fin de la note, et à laquelle on a eu fréquemment recours, a donné des résultats tout à fait satisfaisants.

Les mesures susdites ont été effectuées sur les 5 travées suivantes :

1) Pont sur l'Arno à Pise: Travée à 4 poutres à âme pleine (2 pour chaque rail), de 20,90 m. de portée; hauteur des poutres 1 m.; travée très flexible. La surcharge a été constituée par des locomotives électriques triphasées à 6 essieux, dont 4 couplés, avec bielles triangulaires (E. 431 et E. 432 des FF. SS.).

2) Pont sur l'Adige, près de Mezzocorona : Poutres en treillis d'une portée

de 29 m. Locomotives à vapeur à 5 essieux dont 3 couplés (685).

3) Pont sur l'Aniene, près de Lunghezza: Poutres en treillis d'une portée de 39 m. Locomotives à vapeur à 5 essieux dont 3 couplés (685) et à 6 essieux dont 4 couplés (940).

4) Pont sur le Pô, près de Piacenza : Poutres en treillis. Une travée de

60 mètres.

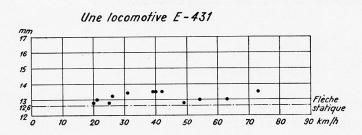
5) Idem-idem. — Une travée de 74 m. — Locomotive à vapeur à 6 essieux, dont 3 couplés (691).

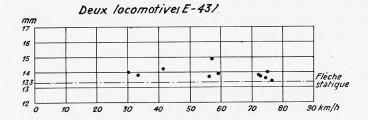
A la suite de ces expériences, on a noté pour toutes les travées, deux vitesses critiques, dont ont déjà parlé plusieurs observateurs, et qui se manifestent par des oscillations sensibles et relativement régulières.

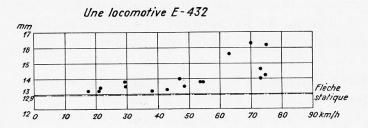
Les oscillations correspondant à la première vitesse critique ont une fré-

quence presque égale à celle de la succession des essieux; elles sont parfois assez faibles pour ne pas produire d'importantes augmentations des flèches maxima.

Comme on supposait que ces oscillations étaient dues aux chocs des roues







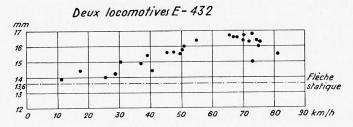


Fig. 1. — Flèche statique — Statische Durchbiegung — Static deflection.

sur les joints des rails, on a répété les essais, sur les ponts de Pise et de Lunghezza, après avoir posé des rails sans joints, plus longs que les travées. On a constaté alors que ces oscillations ne changeaint pas. Les joints des rails paraissent ne pas avoir d'influence sensible sur ces oscillations, qui dépendent probablement d'autres irrégularités de la voie.

Les oscillations correspondant à la 2<sup>e</sup> vitesse critique sont très approximativement synchrones de la rotation des roues couplées.

Ces oscillations parfois très accentuées, sont à attribuer en partie aux forces d'inertie des masses en mouvement rotatif ou alternatif.

Cependant, il y a lieu de remarquer que dans les essais effectués avec des locomotives électriques, où les forces d'inertie sont équilibrées, on a de même observé (tout au moins avec les locomotives type E. 432) des oscillations très sensibles, qui n'ont par contre pas été enregistrées avec locomotives E. 431, qui se diffé-

rencient des précédentes surtout par le système des bielles.

Ces oscillations paraissent pourtant relever des mouvements anormaux bien connus des locomotives électriques et des irrégularites de la transmission du couple moteur <sup>1</sup>.

Les graphiques de la fig. 1 donnent des flèches dynamiques maxima (ordonnées) mesurées au pont sur l'Arno, avec des locomotives électriques E. 431 et E. 432, lancées aux vitesses indiquées en abscisses.

<sup>1.</sup> Des essais qui ont été effectués par la suite avec des locomotives de type semblable, ont confirmé ces résultats.

Les oscillations susdites sont plus nettement en évidence sur la fig. 2, où sont reproduits quelques-uns des diagrammes tirés des essais susdits effectués avec deux locomotives E. 432. Les abscisses représentent l'espace parcouru par les locomotives à partir de l'instant de l'entrée du premier essieu sur la travée.

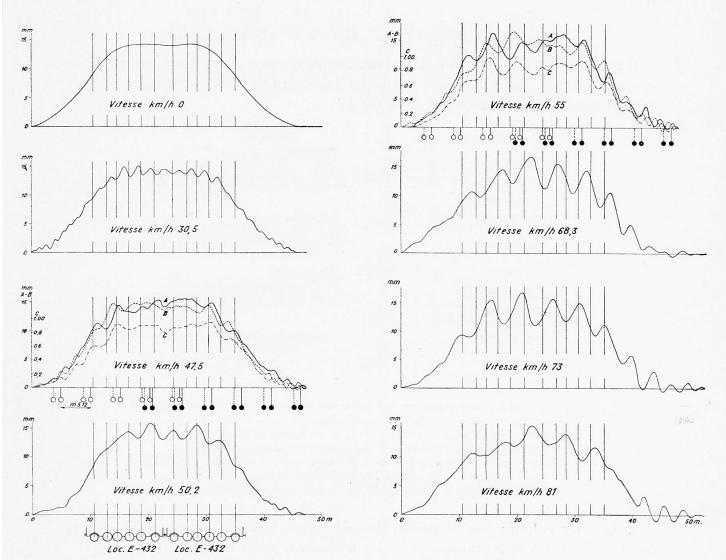


Fig. 2. — Vitesse km/h = Geschwindigkeit km/h = Speed km/hour.

Les traits verticaux indiquent les passages des essieux au milieu du pont, où l'appareil était placé. Dans les diagrammes 3 et 5, qui sont les plus complets, les lignes pleines A donnent les fléchissements de la poutre en amont; les lignes pointillées B ceux de la poutre en aval. Les signes bet indiquent les moments où les manivelles en amont et en aval de la première locomotive étaient en bas. Les signes et indications pour la seconde locomotive.

Il est aisé de voir la relation entre les positions des manivelles et les oscillations des poutres, aussi bien que l'action de torsion sur la travée.

Pour mieux mettre en évidence l'effet des forces d'inertie des masses tour-

nantes, dans les essais au pont de Lunghezza, on a ajouté aux contrepoids des masses supplémentaires, pour déséquilibrer les locomotives.

Dans une locomotive 685 (3 essieux couplés) on a ajouté 4 séries différentes de poids, qui à la vitesse critique donnaient une force d'inertie totale respective de :

Dans une locomotive 940 (4 essieux couplés) on a placé deux séries différentes de poids, qui à la vitesse critique donnaient une force centrifuge résultante respective de 1623 kg et de 2546 kg.

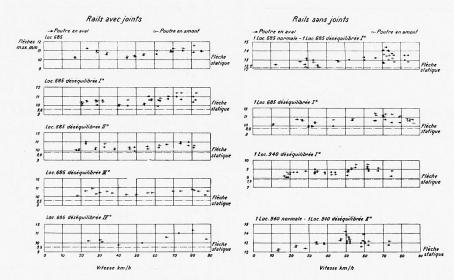


Fig. 3. — Rails avec joints = Schienen mit Stössen = Rails with joints.

Rails sans joints = Schienen ohne Stösse = Rails without joints.

Poutre en aval = talseitiger Träger = Girder, downhill side.

Poutre en amont = bergseitiger Träger = Girder, uphill side.

Loc. déséquilibrée = Lokomotive ohne Massenausgleich = Loco. unbalanced.

Flèche statique = Statische Durchbiegung = Static deflection.

Vitesse km/h = Geschwindigkeit km/h = Speed km/hour.

Malgré les valeurs considérables de ces forces, on n'a pas constaté d'augmentations aussi importantes qu'on s'y attendait, dans les oscillations.

Les flèches maxima observées ressortent du tableau 3.

Majoration dynamique des flèches. Les coefficients de majoration dynamique des flèches sont remarquablement différents d'une expérience à l'autre, même sans changement ni de travée ni de locomotive ni de vitesse.

Le maximum des coefficients susdits a été de 1,24 au pont de Pise, plus court et relativement plus flexible. Les valeurs atteintes dans les autres essais avec locomotives normales, ont été de 1,18 au pont sur l'Aniene et de moins de 1,10 dans les ponts de Mezzocorona et de Piacenza.

Fréquence des oscillations. L'examen des diagrammes, là où ils présentent des oscillations régulières, nous a permis de terminer avec une approximation suffisante, les fréquences des oscillations fondamentales des travées sans charge et sous charge. On en a tiré les valeurs  $\nu_g$  et  $\nu_p + g$  du tableau suivant.

On a aussi calculé les fréquences théoriques correspondantes  $\nu'_{\,g}$  et  $\nu'_{\,p\,+\,g}$  par la formule :

$$y' = \frac{5,61}{\sqrt{f}}$$
 Hertz.

(où f désigne la flèche au milieu, en centimètres), valable pour la poutre prismatique de poids uniforme.

On a calculé les flèches dues au poids fixe en employant le module d'élasticité tiré des rapports entre les flèches théoriques dues aux surcharges et les flèches mesurées.

	Fréquences			
	Sans charge		Sous charge	
	Théoriques ν'g == Hertz.	$\begin{array}{c} \text{Mesur\'ees} \\ \nu_g = \text{Hertz.} \end{array}$	Théoriques  'p + s =  Hertz.	Mesurées γ <sub>p + g</sub> == Hertz.
Pont de Pise : poutres à âme pleine ; $l = m. 20, 90$ Pont de Mezzacorona : Poutres en	7,09	6, 90	3, 98	3,95
treillis; $l = m. 29, 12$ Pont de Lunghezza: poutres en	8,58	8,21	5,00	4,95
treillis; $l = m$ . 39 Pont de Piacenza: poutres en treil-	6,94	6,90	4,12	3,60
lis; $l = m. 61, 02$	4, 72	4,38	3, 21	3,16
lis; $l = m. 74, 52$	3, 89	3, 82	2, 80	2,71

Si l'on fait leur part aux nombreuses causes d'erreur et au degré d'approximation des formules, aux erreurs éventuelles dans l'évaluation des poids fixes, peut-être parfois inférieurs aux poids réels, à l'esset des ressorts et aux autres causes de perturbation, pour ce qui concerne les surcharges, l'accord entre les données théoriques et les résultats expérimentaux est souvent satisfaisant.

Pour le pont sous charge, l'erreur paraît s'accentuer lorsque la surcharge est de beaucoup plus courte que la poutre, ce qui tient évidemment au fait que pour une charge de petite longueur le coefficient des formules qui donnent y' devrait être inférieur.

Dans le pont sur l'Aniene, les deux locomotives 940 avaient une longueur totale entre les essieux extrêmes de m. 23 vis-à-vis de la longueur du pont de m. 39.

Avec une seule locomotive, qui n'occupe que m. 9, 90 la différence augmente encore ( $\nu_{p+g}^* = 4,75$  Hertz;  $\nu_{p+g} = 3,90$  Hertz).

Appareil pour la mesure des fléchissements des poutres du tablier.

Pour la mesure des flèches des poutres du tablier, on vient de construire à l'Institut de Mécanique appliquée aux Constructions de l'École polytechnique

de Pise, un appareil qui peut servir aussi à la mesure des flexions d'autres membrures de ponts.

Comme il s'agit de mesurer de petites flèches de poutres soumises à de fortes

vibrations, on a eu recours à un système optique (fig. 4).

A une extrémité A de la poutre, est fixé un appareil d'éclairage qui donne un mince pinceau lumineux horizontal; une lentille convergente placée au centre C de la poutre reproduit l'image de cette fente à l'autre extrémité B, où une mince fente verticale réduit l'image à un point lumineux qui est enregistré par un film sensible.

Les déplacements enregistrés sont doubles des flèches du milieu de la poutre

par rapport aux extrémités.

Pour la mesure des flèches très petites, on a ajouté un jeu de prismes à deux faces réfléchissantes perpendiculaires, placés aux extrémités de l'appareil, qui permettent d'obtenir aussi une amplification 6.

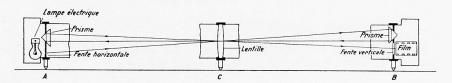


Fig. 4. — Lampe électrique — Elektrisches Licht — Electric lamp.
Fente horizontale — Horizontaler Spalt — Horizontal gap.

Lentille — Linse — Lentil.

Prisme — Prisma — Prism.

A l'aide du microscope, on peut alors aisément apprécier des déplacements de 0, 01 mm.

L'appareil peut aussi se placer sur les barres des poutres en treillis pour en mesurer les fléchissements. L'appareil qu'on vient de construire a une longueur de 4, 70 m. convenable pour les essais des poutres du tablier.

Pour chaque longueur, il faut avoir une lentille convenable.

L'appareil a été appliqué à la partie centrale des poutres du pont sur l'Arno à Pise. Il donnait ainsi la flèche relative à une longueur de 4,70 m. (longueur de la poutre, 20,90 m.), ce qui correspond à peu près à la courbure au centre de la poutre.

Les résultats acquis sont montrés par les lignes C des diagrammes 3 et 5 fig. 2, qui représentent les flèches susdites, à échelle convenable, indiquée sur

l'axe des ordonnées, à droite.

Si l'on compare ces diagrammes avec ceux des flèches totales des poutres en aval et en amont, attendu que l'appareil optique était placé sur une des poutres intérieures, proche de la poutre en amont, on peut remarquer un bon accord entre les flèches et la courbure au milieu. La majoration dynamique est à peu près la même.

Ce procédé nous offre cependant le moyen de mesurer les déformations d'une partie du pont et d'avoir ainsi une donnée intermédiaire entre les fléchissements totaux et les déformations locales.

### L. CAMBOURNAC,

Ingénieur en Chef du Chemin' de Fer du Nord, Paris.

Parmi les constructions soumises à l'action des charges dynamiques, il convient de placer au premier rang les tabliers métalliques de chemin de fer.

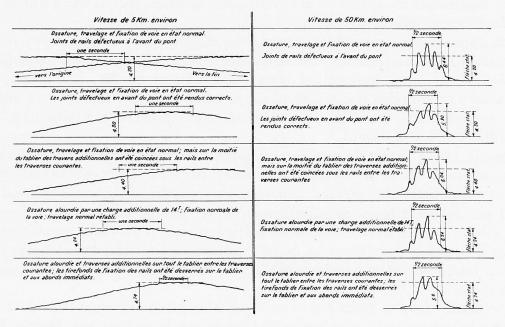


Fig. 1. — Vitesse de 5 km environ = Geschwindigkeit von ungefähr 5 km. = Speed about 5 km/hour.

Ossature, travelage et fixation de voie en état normal. Joints de rails défectueux à l'avant du pont = Gebälk, Verbände und Schienenbefestigung in Normalzustand. Schadhafte Schienenstösse ausserhalb der Brücke = Floor framing, sleepers and fixing of rail in normal condition. Rail joints defective before the bridge.

Une seconde = Eine Sekunde = One second.

Vers l'origine = Gegen den Anfang = Towards the beginning.

Vers la fin = Gegen das Ende = Towards the end.

Les joints défectueux en avant du pont ont été rendus corrects = Die schadhaften Stösse ausserhalb der Brücke sind in Stand gesetzt worden = The defective rail joints before the bridge have been put in order.

...; mais sur la moitié du tablier des traverses additionnelles ont été coincées sous les rails entre les traverses courantes.

...; auf halber Fahrbahn sind zusätzliche Schwellen zwischen den laufenden Schwellen unter die Schienen gekeilt worden.

...; but on half the floor of the bridge additional sleepers have been laid between the normal sleepers, and wedged to the rails.

Ossature alourdie par une charge additionnelle de 14 t.; fixation normale de la voie = Balken durch eine zusätzliche Last von 14 t beschwert. Normale Befestigung der Schiene = Floor framing loaded with an additional weight of 14 tons. Normal fixing of the rails.

Ossature alourdie et traverses additionnelles sur tout le tablier entre les traverses courantes; les tirefonds de fixation des rails ont été desserrés sur le tablier et aux abords immédiats = Balken beschwert, zusätzliche Schwellen zwischen den laufenden Schwellen auf ganze Fahrbahn; die Schienenbefestigungsschrauben sind auf der Fahrbahn und den anschliessenden Strecken losgeschraubt = Floor framing loaded and additional sleepers along the whole floor between the normal sleepers; the fishplates have been loosened along the bridge and in its immediate neighbourhood.

En vue d'établir les lois de l'action des charges roulantes sur les ponts de chemins de fer, on a multiplié des observations consistant à mesurer et à enregistrer — soit les efforts développés dans les divers éléments de tabliers en service, par le passage des charges roulantes au pas et en vitesse — soit les déformations qui en résultent.

Le rapport entre les efforts ou les déformations « en vitesse » et les efforts ou les déformations « au pas » constitue le coefficient d'impact ou coefficient de majoration dynamique et les recherches visent à déterminer comment varie ce coefficient en fonction des multiples facteurs qui interviennent dans

la production des efforts dynamiques.

Étant donné la complexité des structures métalliques sur lesquelles portent les investigations, étant donné l'interférence inévitable des effets produits par les essieux dont se composent les trains de chemins de fer, les nombreuses observations auxquelles il a été procédé, si elles ont bien donné une idée de l'ordre de grandeur des actions dynamiques, n'ont pas réussi vraiment à dégager les lois qui les régissent.

Il semble qu'on aurait de meilleures chances de dégager ces lois en substituant à cette synthèse d'observations faites sur des ponts de divers types, dans les conditions du service courant, une expérimentation systématique, portant sur des structures métalliques simples soumises au passage d'essieux isolés, et que l'on conduirait de façon à faire varier, d'un essai au suivant, un seul des facteurs qu'on suppose devoir influencer l'action des charges dynamiques: longueur et poids des éléments de tablier, poids et vitesse des essieux....

La présente note a pour but d'exposer une première application de cette méthode analytique qui a été tentée à Douai, sur le chemin de fer du\_Nord, en 1931.

Pont d'essai. — Il importait de commencer par une structure métallique aussi simple que possible, de manière à éviter les résonances résultant de la solidarité des divers éléments d'une structure ordinaire.

Le premier pont d'essai a donc été constitué par deux poutres sous rails, de 9 m. 40 de portée, réunies par des entretoises. Ce tablier, qui pèse 11 t., est d'ailleurs susceptible d'être alourdi de manière à porter son poids mort à 25 t., sans faire varier ni sa portée ni son module de résistance mécanique.

Cette structure permet d'étudier l'action des surcharges roulantes sur des poutres droites simplement appuyées à leurs extrémités, pour des valeurs différentes du rapport des surcharges roulantes au poids mort du tablier.

Il sera loisible de substituer ultérieurement au tablier d'essai de 9 m. 40 de portée deux tabliers de 4 m. 50 de portée, simplement appuyés sur un appui médian, ou un tablier à poutres continues en deux travées de 4 m. 70 chacune, à la manière des longerons sous rails dans les tabliers à poutres latérales; l'appui médian pourra être lui-même constitué par un chevêtre transversal appuyé ou encastré en des points extérieurs aux poutres sous rails, à la manière des entretoises dans les tabliers des ponts.

On pourra ainsi étudier l'action des surcharges roulantes sur des éléments tout à fait comparables aux longerons et entretoises que comportent les tabliers en service sous voie ferrée.

Surcharge roulante. — Cette surcharge a été réduite à un essieu isolé,

de manière à éviter le brouillage qui résulte, dans les enregistrements sur des ponts en service, de la superposition des effets produits par les différents essieux dont se compose un train de chemin de fer.

Cette surcharge consistait en un véhicule construit par les Chemins de fer Fédéraux Suisses et comportait un essieu unique sans ressort pouvant peser jusqu'à 36 t. Ce véhicule est susceptible de rouler à une vitesse atteignant jusqu'à 50 km. à l'heure.

On avait donc la possibilité de faire varier le poids et la vitesse de cet essieu

unique.

Il est loisible d'envisager que cet essieu unique puisse être ultérieurement muni de ressorts, de manière à étudier l'influence des dispositifs de suspension élastique, puis remplacé par un véhicule à deux essieux, de manière à étudier la composition des efforts dynamiques.

Essais effectués. — En raison du court délai dout on disposait on se borna à expérimenter le passage du véhicule suisse aux vitesses extrêmes du pas, de 50 km. à l'heure environ et sans faire varier le poids de l'essieu qui resta fixé à 36 t.

Le tablier fut alourdi de 11 à 25 t. pour certains passages et on fit varier le mode de fixation des rails sur les poutres et la stabilité de la voie sur le tablier et aux abords.

Les efforts dans les poutres et les flèches du tablier furent enregistrées à l'aide des appareils suivants :

## a) Tensimètres:

l'appareil suisse Meyer-Bühler à enregistrement par organes exclusivement mécaniques ;

l'appareil anglais Fereday-Palmer à enregistrement mécanico-optique; l'appareil allemand de la Reichsbahn dit « à charbon » à enregistrement électro-optique.

# b) Fleximètres:

l'appareil suisse Stoppani; l'appareil français Rabut,

tous deux à enregistrement par organes exclusivement mécaniques.

Résultats obtenus. — Réserve étant faite que la vitesse de 50 km. n'a pu être réalisée qu'approximativement et n'était donc pas identique d'un essai au suivant, le dépouillement des enregistrements conduit aux constatations suivantes :

1) le coefficient de majoration dynamique est, toutes choses égales d'ailleurs, plus élevé dans les membrures supérieures des poutres qui sont comprimées que dans les membrures inférieures qui sont tendues.

2) Le mode de fixation de la voie sur le tablier, la stabilité de la voie sur le pont et en amont du pont paraissent avoir une influence sensible sur les effets dynamiques : des joints de rails défectueux aux abords, des traverses plus ou moins espacées, des rails plus ou moins bien assujettis par les tirefonds font varier le coefficient d'impact.

3) Le poids mort du tablier, ou plus exactement le rapport entre ce poids mort et la surcharge roulante, paraît, toutes choses égales d'ailleurs, sans influence sur le coefficient d'impact.

A titre d'exemple, on a reproduit, en annexe, des diagrammes obtenus au fleximètre Rabut pour les divers états du tablier et de la voie indiqués et aux vitesses du pas et de 50 km. à l'heure.

Ces constatations n'ont pas une valeur définitive, parce que les essais ont été trop peu nombreux et qu'il n'a pas été possible de donner à la surcharge roulante une vitesse rigoureusement constante.

Il a paru intéressant, néanmoins, de les faire connaître, pour illustrer les possibilités de la méthode d'expérimentation systématique préconisée dans la présente note comme moyen de déterminer les lois de l'action des charges dynamiques.

## Dr. Ing. W. GEHLER,

Professor der Technischen Hochschule und Direktor beim Staatl. Versuchs- und Materialprüfungsamt, Dresden.

Während die üblichen Versuche zur Bestimmung der Dauerfestigkeit von Stabverbindungen des Stahlbaues in der Regel mit den sogenannten Pulsometer-Maschinen durchgeführt werden, ist bei den vorliegenden Versuchen der Grundgedanke massgebend gewesen, unmittelbar an einem Fachwerkträger aus Baustahl einen bestimmten Fachwerkstab hinsichtlich seiner Beanspruchungen durch Schwingungen dauernd zu beobachten. Zu diesem Zwecke wurde im Versuchs- und Materialprüfungsamt nach Vorschlag des Verfassers ein 15,0 m weitgespannter Parallelträger von 1,0 m Höhe aufgestellt, dessen mittlerer Untergurtstab entweder als Augenstab ausgebildet und jeweils ausgewechselt werden kann oder mittels besonderer Klemmbacken eingespannt wird (s. Bild 1). Die Schwingungen werden durch einen Losenhausen-Schwinger erzeugt, bei dem 2 exzentrisch angeordnete Massen in entgegengesetztem Sinne rotieren. Die höchste, hiermit erreichbare Zentrifugalkraft beträgt 10<sup>t</sup> bei 12 Umdrehungen in der Sekunde. Der Träger ist derart ausgebildet, dasser sowohl auf 4 Punkten, als auch auf 3 Punkten (statisch bestimmt) gelagert werden kann. Auch besteht die Möglichkeit, nach Bedarf die Stützweite auf 10 m einzuschränken.

Ferner kann in der Mitte des Untergurtes entweder ein Stab eingesetzt werden, sodass der Träger als Dreigurt-System aufzufassen ist, oder es werden daselbst 2 Stäbe in den Tragwandebenen eingebaut, sodass er in der üblichen Weise als Viergurtträger wirkt (Bild 2). An Stelle der zuerst vorgesehenen Verbindungen mit Bolzengelenken wurde für die Durchführung der Versuche eine Verbindung mittels Klemmbacken gewählt, um ungünstige örtliche Beanspruchungen an der Einspannstelle zu vermeiden.

Die Messung in dem Versuchsstab selbst geschieht mit Hilfe eines Schwingungsmessers, System Sektionschef Meyer-Bern, ferner aber auch durch besonders hierfür ausgebildete Spiegelapparate.

Ein Vorversuch bestand in der Feststellung der Eigenschwingungszahl des Trägers. Sie wurde zunächst auf rechnerischem Wege nach dem Verfahren

von Pohlhausen (s. Bleich, Theorie und Berechnung der eisernen Brücken) zu 5,25 Hertz ermittelt, als Näherungswert ergibt sich nach der bekannten Formel des geraden Stabes 5,7 Hertz. Der Versuch wird nach dem Grundgedanken des Anzupfens einer Violinseite derart durchgeführt, dass der Träger

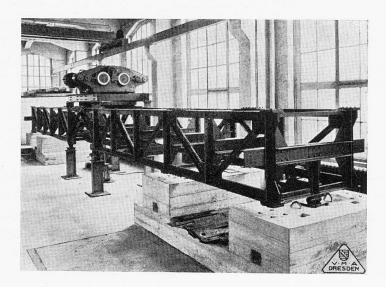


Fig. 1.

mittels eines auf einer hydraulischen Presse stehenden Stempels an der Obergurtmitte solange angehoben wird, bis ein Stahlstab am Kopfe des Stempels durchgeschert ist. Hierbei ergab sich als Eigenschwingungszahl

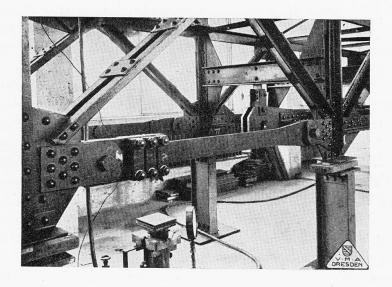


Fig. 2.

5,13 Hertz. Die Schwingungszahlen für die Dauerversuche wurden zu 3,5 bis 4 Hertz festgelegt.

Die Messvorrichtung bestand ausser dem bereits erwähnten Schwingungsmesser System Meyer in einem Martens'schen Spiegel, dem ein zweiter Spiegel vorgeschaltet war. Beide Spiegel wurden unter 45° zum Lichtstrahl

geneigt. Dadurch wird erreicht, dass der störende Einfluss einer Bewegung der beiden Enden des Versuchsstabes in waagerechtem Sinne für die Messung praktisch ausgeschaltet wird. Der Ausschlag bei dieser störenden Bewegung ergab sich zu nur 2,4 Bogenminuten.

Die Bedeutung dieser Versuchsanordnung besteht darin, dass die Beanspruchungen ganz ähnlich wie im Bauwerk selbst erfolgen, allerdings unter einer idealisierten Kraftquelle, die nur Sinusschwingungen ausübt. Z.Zt. werden eine grosse Anzahl von elektrisch geschweissten Stabverbindungen im Vergleich mit Nietverbindungen geprüft.

#### Traduction.

Dans les essais en question, nous avons suivi le principe fondamental consistant à observer les fatigues dans une barre d'une poutre en treillis au moyen d'oscillations permanentes, tandis que les essais habituels servant à contrôler la résistance à la durée des assemblages des barres, dans les constructions en acier, sont exécutés en règle générale au moyen des appareils désignés sous le nom de pulsomètres. Dans cette intention on a construit au laboratoire d'essais des matériaux de Dresde, suivant le projet de l'auteur une poutre parallèle de 1 m de hauteur et de 15 m de portée dont la barre médiane de la membrure inférieure était construite de telle façon qu'il était possible de la remplacer à volonté (Cliché Nº 1). Les oscillations sont provoquées par un oscillateur Losenhausen, dans lequel deux masses excentrées tournent dans deux sens différents. La force centrifuge maximum qu'il est ainsi possible d'atteindre est de 10 t pour 12 tours à la seconde. La poutre est constituée de telle façon qu'elle puisse être appuyée en quatre ou en trois points (Appuis correspondant à une poutre statiquement déterminée). Il est aussi possible en cas de nécessité de réduire la portée à 10 m.

D'autre part, il est également possible de disposer la barre située au milieu de la membrure inférieure (Cliché N° 2) de telle façon que la poutre travaille comme ayant trois membrures; ou bien dispose deux barres dans le plan des poutres portantes de telle façon que la poutre travaille comme poutre à quatre membrures (Cliché N° 3). Au lieu d'articulations à tourillon, qui avaient été prévues tout d'abord aux différents nœuds, on a assemblé les barres au moyen d'agrafes spéciales, afin d'éviter des contraintes locales défavorables aux encastrements. La mesure sur la barre d'essai s'effectue au moyen d'un oscillographe construit suivant le système du Chef de Section Meyer, à Berne et d'un appareil à miroirs spécialement construit à cet effet.

Le premier essai sert à déterminer la fréquence propre d'oscillation de la poutre. Ce nombre a tout d'abord été déterminé analytiquement d'après le procédé de Pohlhausen (voir Bleich «Theorie und Berechnung der eisernen Brücken ») et on a obtenu une valeur de 5,25 Hertz. La formule bien connue pour une barre simple donne comme valeur approximative 5,7 Hertz. Cet essai s'effectue par analogie avec le pincement d'une corde de violon, de telle façon que la membrure supérieure au milieu de la poutre soit fléchie au moyen du mouton d'une presse hydraulique jusqu'au moment où une petite pièce d'acier fixée au

mouton et exerçant la pression sur la membrure est cisaillée. Il a été ainsi possible de déterminer une fréquence de 5,43 Hertz. On a obtenu pour les

essais de durée une fréquence de 3,5 à 4,0 Hertz.

Les mesures ont été faites au moyen de l'appareil déjà cité du système Meyer, ainsi qu'au moyen du miroir de Martens devant lequel était intercalé un second miroir. Les deux miroirs étaient inclinés à 45° par rapport au rayon lumineux. Il a été ainsi possible d'éliminer pratiquement les erreurs dues à un déplacement des deux extrémités de la barre d'essai dans le sens horizontal. L'écart pour ces déplacements n'a été que de 2,4 minutes.

La disposition choisie dans ces essais a le grand avantage de provoquer des contraintes en tout point semblables à celles qui sont produites dans la construction même. Cela n'est juste, il est vrai, que pour une charge théorique ne créant que des oscillations sinusoïdales. En ce moment, nous effectuons des essais de comparaison sur une grande quantité d'assemblages soudés électrique-

ment ou rivés.

#### **V** 3

# THÉORIE DES OSCILLATIONS DES PONTS ET CHARPENTES THEORIE DER SCHWINGUNGSERSCHEINUNGEN AN TRAGWERKEN THEORY OF THE OSCILLATIONS OF STRUCTURES

Dr. Ing. Friedrich BLEICH, Baurat, Wien.

Voir « Publication Préliminaire », p. 511. — Siehe « Vorbericht », S. 511. See « Préliminary Publication », p. 511.

## Participants à la discussion Diskussionsteilnehmer Participants in the discussion:

Dr. phil. W. SPÄTH,
Barmen.

Die drei bei der Belastung eines Bauwerks auftretenden Gegenkräfte, nämlich die elastische Federkraft, die Trägheitskraft und die Reibungskraft wurden bisher als linear mit der Verformung anwachsend vorausgesetzt. Eine eingehende Dynamik kann sich jedoch nicht mit der Annahme linearer Zusammenhänge begnügen, da infolge der hohen Auslastung von Bauwerken die für die mathematische Behandlung übliche Beschränkung auf kleine Verformungen nicht angängig ist.

Die für die Bautechnik wichtigsten Eigenschaften solcher nichtlinearer Schwingungen seien durch graphische Darstellungen kurz erläutert. In Abb. 1 sind die drei Einzelkräfte für verschiedene Betriebsbedingungen vektoriell zusammengesetzt. Die Federkraft nehme hierbei gemäss der stark gezeichneten Belastungs-Verformungslinie zu. Zur Bestimmung der Reibungskräfte sei der

eingezeichnete Verlauf des Reibungswiderstandes zu Grunde gelegt. Die vom Ursprung aus gezeichneten Geraden geben die Massenkräfte für verschiedene Frequenzverhältnisse an. Aus dieser Zusammenstellung lassen sich alle Fragen beantworten.

In Abb. 2 ist der Zusammenhang der Schwingungsamplitude und der hierfür nötigen Erregerkraft für verschiedene Frequenzverhältnisse dargestellt. (Die Frequenz 1 bedeutet hierbei die Eigenfrequenz des Bauwerks für sehr kleine Schwingungsamplituden, die im rein elastischen Bereich bleiben.) Für

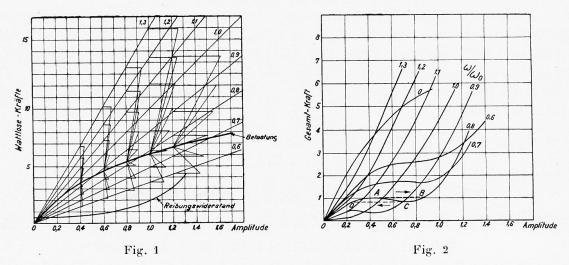


Fig. 1. — Représentation vectorielle des caractéristiques de réaction élastique, d'inertie et de frottement interne = Vektorielle Zusammensetzung der elastischen Gegenkraft, der Massenkratt und der Reibungskraft = Vectorial combination of elastic reaction, force due to mass, and force due to friction.

Forces déwattées. Charge. Résistance de friction. Amplitude. Wattlose Kräfte. Belastung. Reibungswiderstand. Amplitude. Wattless forces. Loading. Frictional resistance. Amplitude.

Fig. 2. — Variations de l'effort dynamique total en fonction de l'amplitude d'oscillation pour différents rapports de fréquence — Verlauf der dynamischen Gesamtkraft in Abhängigkeit von der Schwingungsamplitude für verschiedene Frequenzverhältnisse — Curves showing the dynamic total force in dependence on the amplitude of vibration for various conditions of frequency.

Force totale. Amplitude. Gesamtkraft. Amplitude. Total force. Amplitude.

ein Frequenzverhältnis von 0,8 z. B. nimmt die Erregerkraft mit der Amplitude zunächst zu, erreicht hierauf ein Maximum, fällt dann zu einem Minimum ab, um anschliessend wieder anzusteigen. Theoretisch können also einer bestimmten Erregerkraft drei ganz verschiedene Schwingungsamplituden entsprechen. Das Gebiet zwischen Maximum und Minimum ist jedoch labil, so dass sich praktisch bei steigender Erregerkraft ein plötzlicher Sprung von A nach B und entsprechend bei abnehmender Erregung ein Sprung von C nach D ergibt. (Kipperscheinung!)

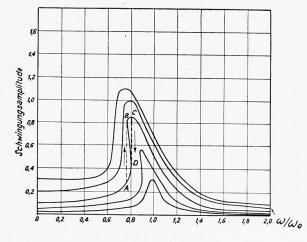
Aus Abb. 2 lassen sich für verschieden grosse Erregerkräfte die zugehörigen Resonanzkurven entnehmen (Abb. 3). Die niedrigste Resonanzkurve für eine sehr kleine Erregerkraft zeigt normales Verhalten, da auch die grössten Amplituden im Resonanzbereich noch innerhalb des elastischen Bereichs lie-

gen. Die nächsten Resonanzkurven mit schrittweise gesteigerter Erregerkraft zeigen ein Ueberneigen nach tieferen Frequenzen. Auch diese Erscheinung ist labil. Bei allmählich anwachsender Frequenz steigt praktisch die Amplitude z.B. bis A. Für eine kleine Steigerung der Frequenz springt die Amplitude dann plötzlich auf B. Umgekehrt fällt bei abnehmender Frequenz die Amplitude plötzlich von C nach D. Bei den beiden höchsten Resonanzkurven wird die Kipperscheinung durch den sehr stark zunehmenden Reibungswiderstand allmählich ausgefüllt.

Das wichtigste Ergebnis dieser Untersuchung ist, dass bei Vorhandensein nichtlinearer Verhältnisse einer stetigen Aenderung eines Betriebsfaktors, wie z.B. der Erregerfrequenz, der Erregerkraft, der Masse u.s.w. eine unstetige, sprunghafte Aenderung der Schwingungsamplitude des Bauwerks entsprechen

Fig. 3. — Relation entre l'amplitude d'oscillation et la fréquence de l'effort d'excitation pour différentes valeurs de cet effort d'excitation — Abhängigkeit der Schwingungsamplitude von der Frequenz der erregenden Kraft für verschieden grosse Werte der erregenden Kraft — Dependence of the amplitude of oscillation on the frequency of the exciting impulse, for various large values of the exciting impulse.

Amplitude d'oscillation. Schwingungsamplituden. Amplitude of oscillation.



kann. Durch eine geringe Veränderung der Betriebsfaktoren kann eine Erhöhung der Schwingungsamplitude auf das Mehrfache auftreten.

Für den speziellen Fall der Dynamik von Eisenbahnbrücken seien einige Folgerungen zusammengestellt, um die Wichtigkeit derartiger Untersuchungen für die Frage des Stosskoeffizienten darzulegen. Inwieweit Brücken der verschiedensten Konstruktion, Liegezeit, Beanspruchung nichtlineares Verhalten zeigen, kann nur der Versuch ergeben.

1. Unter sonst gleichbleibenden Betriebsbedingungen kann lediglich durch Aenderung der Grösse der dynamischen Erregerkraft eine sprunghafte Erhöhung der Schwingungsamplitude der Brücke erfolgen. Diese Erhöhung tritt nur auf, wenn die Frequenz der erregenden Kraft, etwa infolge der Massenkräfte des Lokomotivtriebwerks, tiefer liegt als die Eigenfrequenz der Brücke.

Zwei Lokomotivtypen, deren Massenkräfte sich wie 1:2 verhalten, brauchen keinesfalls in allen Fällen Schwingungen der Brücke im gleichen Verhältnis zu erzeugen. Die Lokomotive mit der grösseren Massenkraft kann eine mehrfach grössere Aufschaukelung verursachen.

2. Die Vergrösserung der schwingenden Masse einer Brücke bei der Ueberfahrt eines Zuges kann ebenfalls eine sprunghafte Erhöhung der Brückenschwingungen auf das Mehrfache zur Folge haben.

3. Eine Brücke kann durch langsame Aenderung des Bauzustandes im Laufe der Liegezeit plötzlich ein wesentlich anderes dynamisches Verhalten zeigen.

4. Eine Steigerung der statischen Vorlast durch Erhöhung der Zuglasten

kann eine Brücke sprunghaft wesentlich unruhiger machen.

Die bisherigen praktischen Untersuchungen von Bauwerken mit Hilfe von Schwingungsprüfmaschinen nach Späth-Losenhausen haben ergeben, dass harmonisches Verhalten im allgemeinen für sehr kleine Erregerkräfte zu erwarten ist. Eine Steigerung der Erregerkraft zeigt sehr schnell die Ausbildung unharmonischer Erscheinungen, wie sie im Vorstehenden kurz beschrieben wurden. An Eisenbahnbrücken wurde dies besonders von Herrn Dr. Bernhard festgestellt.

#### Traduction.

Les trois réactions qui se manifestent lorsqu'un ouvrage se trouve soumis à une charge, c'est-à-dire la réaction élastique, l'inertie et le frottement interne ont été considérées, jusqu'à maintenant, comme croissant linéairement avec l'importance de la déformation. Une étude dynamique plus approfondie ne peut toutefois pas se contenter de cette hypothèse d'une relation linéaire, car étant donné l'importance considérable des ouvrages actuels, il n'est plus possible de se limiter à de petites déformations, ainsi qu'on a coutume de le faire dans l'étude mathématique.

Il est intéressant de préciser tout d'abord, par une représentation graphique, les propriétés, essentielles pour la technique de la construction, de ces oscillations non linéaires. On a groupé sur la figure 1, en représentation vectorielle, les trois forces particulières correspondant à différentes conditions de service. La réaction d'élasticité augmente ici suivant la courbe charge-déformation tracée en trait fort. Pour la détermination des efforts de frottement, on se basera sur la variation indiquée de la résistance de frottement. Les droites tracées à partir de l'origine indiquent les efforts d'inertie pour différents rapports de fréquence. Cet ensemble de caractéristiques permet de répondre à toutes les

questions qui se posent.

La figure 2 traduit la relation entre l'amplitude des oscillations et les efforts d'excitation qui sont nécessaires pour les produire, pour différents rapports de fréquence (la fréquence 1 représente ici la fréquence propre d'oscillation de l'ouvrage pour de très petites amplitudes d'oscillation qui restent dans le domaine de l'élasticité pure). Pour un rapport de fréquence de 0,8 par exemple, l'effort d'excitation nécessaire augmente tout d'abord avec l'amplitude, passe par un maximum, puis tombe à un minimum, pour finir par augmenter à nouveau. Théoriquement, à un effort d'excitation déterminé, il correspond donc trois amplitudes d'oscillation entièrement différentes. La zone comprise entre le maximum et le minimum est toutefois labile, de sorte qu'en pratique, lorsque l'effort d'excitation croît, on constate une saute brusque de A à B et réciproquement, lorsque l'effort d'excitation décroît, on constate une saute brusque de C à D (phénomène de bascule).

A partir de la figure 2 et pour différentes valeurs des efforts d'excitation, on déduit les courbes de résonance correspondantes (fig. 4). Pour un très faible effort d'excitation, la courbe de résonance inférieure possède une allure normale, car les amplitudes les plus élevées dans la zone de résonance se trouvent encore à l'intérieur de la zone élastique. Lorsque l'effort d'excitation monte

progressivement, les courbes de résonance suivantes accusent une tendance vers des fréquences plus faibles. Ce phénomène est également instable. Lorsque la fréquence croît progressivement, l'amplitude augmente par exemple jusqu'à A. Pour une faible augmentatien de la fréquence, cette amplitude saute ensuite brusquement à B. Inversement, lorsque la fréquence diminue, l'amplitude tombe brusquement de C à D. Pour les deux courbes de résonance supérieures, le phénomène de bascule est progressivement étouffé par l'augmentation très accentuée de la résistance de frottement.

Le résultat le plus intéressant de cette recherche est que étant donné l'existence d'un rapport non linéaire, à une variation régulière de l'un des facteurs, comme par exemple la fréquence de l'excitation, l'effort d'excitation, la masse, etc...; il peut correspondre une variation non continue, désordonnée de l'amplitude d'oscillation de l'ouvrage. Sous l'influence d'une faible variation de l'un des facteurs, peut se produire une augmentation de l'amplitude d'oscillation dans un rapport multiple du premier.

Dans le cas particulier que constitue la dynamique des ponts de chemins de fer, il est intéressant d'examiner quelles peuvent être les conséquences générales de ce qui précède, afin de faire ressortir l'importance des recherches de cette nature en ce qui concerne la question du coefficient de choc. Seule, l'étude expérimentale peut montrer dans quelle mesure les ponts de différents types, de différents âges et de différentes capacités ont un comportement non linéaire.

1. — Toutes conditions de service étant identiques par ailleurs, une augmentation désordonnée de l'amplitude d'oscillation du pont peut être provoquée uniquement par une modification de la valeur de l'effort dynamique d'excitation. Cette augmentation ne se produit toutefois que lorsque la fréquence de l'effort d'excitation, par exemple sous l'influence des efforts mis en jeu par la masse du mécanisme moteur des locomotives, se trouve plus basse que la fréquence propre du pont.

Deux types de locomotives dont les masses mettront en jeu des efforts admettant entre eux le rapport 1/2 peuvent fort bien provoquer dans le pont des oscillations dont les amplitudes ne soient nullement dans le même rapport. La locomotive qui développe le plus gros effort d'inertie peut fort bien provoquer des oscillations relativement beaucoup plus importantes.

2. — L'augmentation de la masse oscillante d'un pont au moment du passage d'un train peut également avoir pour conséquence une augmentation disproportionnée des oscillations de ce pont, dans un rapport multiple.

3. — Avec le temps, et par suite d'une modification lente dans son état effectif, il peut fort bien se faire qu'un pont accuse brusquement une altération sensible dans son comportement dynamique.

4. — Une augmentation de la charge statique initiale résultant d'une majoration des charges roulantes peut compromettre brusquement, d'une manière sensible, la sécurité d'un pont.

Les études pratiques qui ont été effectuées jusqu'à maintenant sur des ouvrages à l'aide de machines d'essai dynamique, système Späth-Losenhausen, ont montré que l'on ne peut compter d'une manière générale, sur un comportement dynamique suivant une loi harmonique, c'est-à-dire régulière et simple, que lorsque les efforts d'excitation sont très faibles. Sous l'influence d'une

augmentation de l'effort d'excitation on arrive très rapidement à des phénomènes d'ordre inharmonique, tels que ceux qui ont été mis en évidence dans ce qui précède. Ce fait a d'ailleurs été établi, tout particulièrement en ce qui concerne les ponts de chemin de fer, par le Dr. Bernhard.

## Zusammenfassung.

An Hand von graphischen Darstellungen wird eine Erweiterung der Dynamik von Bauwerken gegeben, wobei die meist übliche Voraussetzung eines linearen Zusammenhangs der Kräfte mit der Verformung fallen gelassen wird. Messungen mit Hilfe von Schwingungssprüfmaschinen bestätigen die Ergebnisse der theoretischen Ableitungen. Als wichtigstes Ergebnis sei vermerkt, dass einer stetigen Aenderung eines Betriebsfaktors eine unstetige, sprunghafte Aenderung der Schwingungsamplitude des Bauwerks entsprechen kann.

#### Résumé.

En s'appuyant sur des représentations graphiques, l'auteur montre quels développements a subi la dynamique des constructions, développements d'où il résulte que l'hypothèse couramment admise d'une relation linéaire entre les efforts et les déformations doit être abandonnée. Les mesures qui ont été effectuées à l'aide des machines d'essai dynamique confirment les résultats d'ordre théorique. Parmi les résultats les plus importants, il faut signaler qu'une variation continue d'un des facteurs de l'exploitation de l'ouvrage peut fort bien se traduire sous la forme d'une variation disproportionnée et brusque de l'amplitude des oscillations de l'ouvrage.

## Summary.

With the aid of graphic representations, an extension of the dynamics of structures is given, whereby the generally customary assumption of a linear connection between the forces and the deformation is not made. Measurements with the help of vibration testing machines confirm the results deduced theoretically. As most important result, be it noted that a continuous change in one service factor may correspond to a discontinuous sudden change in the amplitude of vibration of the structure.

#### J. W. SPILLER,

Chief Engineer, Crown Agent for the Colonies, London.

With the conclusions of the Bridge Stress Committee appointed by the Department of Scientific and Industrial Research as a foundation a theoretical investigation of hammer blow effects has been carried out by members of my staff during the past two years. The primary object of the investigation was the derivation of formulae suitable for application to Colonial Railway bridges, which while simple in character would bring into account the more important bridge and load characteristics.

The amount of engine hammer blow varies as the square of the speed and the maximum impact effect will occur when the pulsations of the hammer

blow synchronise with the frequency of oscillation of the bridge.

For bridges of long span the number of oscillations per second is less than the maximum speed of the driving wheels in revolutions per second and synchronisation will only occur at low speeds, i. e. when the amount of engine hammer blow is small. The speed at which synchronism occurs for long spans will always correspond to the frequency of the fully loaded bridge, commonly known as the lower critical speed.

In bridges of moderate span full synchronism will also occur but the value of the lower critical speed for these spans will be higher than for long spans. Furthermore synchronism might occur at the upper critical speed approximating to the frequency of the unloaded bridge. The amount of engine hammer blow for moderate spans oscillating at these high speeds is therefore relati-

vely large.

For bridges of small span the critical speed of bridge oscillation in periods per second will exceed any possible speed of the engine in revolutions per second and only partial synchronism of the hammer blow impulses with the

frequency of bridge oscillation can occur.

For a complete range of spans with any given loading and hammer blow there are five possible conditions of bridge oscillation as enumerated below, only one of which will produce the maximum impact effect on any particular span.

1) Maximum oscillation may occur at the Lower Critical Speed with the springs of the locomotives "locked" by spring friction.

2) Maximum oscillation may occur at the Lower Critical Speed with the

springs acting.

3) Maximum oscillation may occur at the Upper Critical Speed with the springs acting.

4) Maximum oscillation may occur at the Limiting Speed of revolution of

the locomotive driving wheels with the springs acting.

5) Maximum oscillation may occur at the Limiting Speed with the springs "locked" by spring friction.

Formulae have been derived for each of the five states of bridge oscillations in terms of the more important bridge and load characteristics and these formulae have been simplified to become functions of the following elements only:

Bridge mass.

Free frequency.

Span length.

Engine hammer blow.

Axle loads.

Selective formulae were also derived to determine which of the five possible

states of bridge oscillation is applicable in any particular case.

With the aid of the simplified formulae curves have been plotted for a wide variation of bridge masses and free frequencies, axle loads and hammer blows and for a given minimum diameter of driving wheel and further curves were drawn enveloping all mass frequency combinations to cover the maximum impact effects for each of the loadings considered. Finally a formula was derived to satisfy all these enveloping curves. The formula is expressed as an impact factor allowance in the familiar form of a proportion of the maximum live load and in terms of three elements only:

Engine hammer blow at some constant speed.

Axle loads. Span length.

A paper dealing fully with the investigation outlined above will, it is hoped, be read shortly before the Institution of Civil Engineers.

#### Traduction.

En partant des conclusions formulées par le Bridge Stress Committee, subventionné par le Department of Scientific and Industrial Research, à titre de fondation, une étude théorique de l'effet de choc a été effectuée par certains de mes Collaborateurs au cours de ces deux dernières années. L'objet initial de ces recherches était d'élaborer des formules susceptibles d'être mises en application pour le calcul des ponts des chemins de fer coloniaux ; ces ouvrages, quoique présentant un caractère de simplicité, offrent cependant les caractéristiques les plus accusées.

L'importance de l'effet de choc produit par la locomotive varie comme le carré de la vitesse et l'influence d'impact résultante est maximum lorsque les pulsations produites par les machines sont en synchronisme avec la fréquence

d'oscillation du pont.

Pour les ponts de grande portée, le nombre d'oscillations par seconde est inférieur à la vitesse maximum des roues motrices en tours par seconde et le synchronisme ne peut se produire qu'aux faibles vitesses, c'est-à-dire lorsque l'importance de l'effet de choc pulsatoire produit par la machine est faible. La vitesse pour laquelle se produit le synchronisme dans les ponts à grande portée correspondra toujours à la fréquence d'oscillation du pont à pleine charge et est dénommée vitesse critique inférieure.

Dans les ponts de portée moyenne, le synchronisme complet peut également se produire, mais la valeur de la vitesse critique inférieure, pour ces portées, est plus élevée que pour les grandes portées. En outre, le synchronisme peut se produire à la vitesse critique supérieure, qui correspond à peu près à

la fréquence du pont non chargé.

Pour les ponts de faible portée, la vitesse critique d'oscillation du pont, en période par seconde, dépasse toute vitesse possible de la machine en tours par seconde; seul, un synchronisme partiel peut se produire entre les effets d'impulsion produits par la machine et la fréquence d'oscillation du pont.

Pour une gamme complète de portées, pour toute charge et pour toute impor-

tance de l'effet de choc pulsatoire exercé par la machine, il existe cinq conditions pour lesquelles peut se produire l'oscillation maximum du pont, une seule de ces conditions étant susceptible de produire l'effet de choc maximum pour une portée déterminée.

1. — L'oscillation maximum peut se produire à la vitesse critique inférieure,

les ressorts des locomotives étant bloqués par le frottement.

2. — L'oscillation maximum peut se produire à la vitesse critique inférieure, les ressorts étant en action.

3. — L'oscillation maximum peut se produire à la vitesse critique supérieure, les ressorts étant en action.

4. — L'oscillation maximum peut se produire à la vitesse limite de rotation des roues motrices de la locomotive, les ressorts étant en action.

5. — L'oscillation maximum peut se produire à la vitesse limite, les res-

sorts étant bloqués par le frottement.

Des formules ont été établies pour chacun des cinq cas d'oscillation du pont, dans lesquelles on a fait rentrer les caractéristiques les plus importantes des ponts et des charges; ces formules ont été ensuite simplifiées, de manière à ne laisser subsister que les éléments ci-dessous :

Masse du pont. — Fréquence propre. — Longueur de la portée. — Effet de

choc pulsatoire exercé par la locomotive. — Charges sur les essieux.

Des formules particulières ont été également établies pour permettre de déterminer laquelle des cinq conditions d'oscillation du pont peut être appliquée

dans un cas particulier déterminé.

En partant des formules simplifiées, on a tracé des courbes intéressant une gamme très étendue de masses de ponts et de fréquence propres d'oscillation, de charges par essieu et d'effets de choc dus aux machines, cela pour un diamètre minimum donné pour les roues motrices ; d'autres courbes se rapportent à toutes les combinaisons possibles entre les masses et les fréquences, couvrant les effets de choc maxima pour chacune des charges considérées. Enfin, une formule a été établie pour représenter toutes ces enveloppes. Cette formule est exprimée sous forme de valeur admissible pour le coefficient de choc ; on a adopté la forme habituelle d'un rapport à la charge roulante, en fonction de trois éléments seulement :

Effet de choc pulsatoire produit par la machine;

Charge sur les essieux;

Longueur de la portée.

On pense qu'un mémoire, exposant dans leur détail les investigations qui viennent d'être esquissées, pourra être présenté prochainement à l'Institution of Civil Engineers.

## Dr. Ing. F. SCHLEICHER,

Professor an der Technischen Hochschule Hannover.

Für die angenäherte Berechnung der Eigenfrequenzen von elastischen Stabsystemen, wie z. B. von kontinuierlichen Balken und Vollwandrahmen, ist die Methode von Lord Rayleigh besonders gut geeignet. Diese Methode ist in der

letzten Zeit durch verschiedene Arbeiten weiterentwickelt worden, sodass auf sie hingewiesen werde <sup>1</sup>.

lst die Biegungslinie  $y=y\left(x\right)$  des Stabes für die Eigenschwingung bekannt, so kann die Kreisfrequenz  $\omega$  der Schwingung nach Lord Rayleigh aus der Gleichung

(1)  $\omega^2 = \frac{\int EJ \ y''^2 \ dx}{\int \frac{q}{g} \ y^2 \ dx}$ 

berechnet werden. Darin bedeutet EJ die von der Stelle x des Stabes abhängige Biegungssteifigkeit, g die Erdbeschleunigung und q das im allgemeinen Falle mit x veränderliche Eigengewicht je Längeneinheit, einschliesslich der eventuellen Belastung.

Einen dem Rayleighschen Ausdruck (1) entsprechenden Wert für  $\omega^2$  als Funktion von M und M" haben Hohenemser und Prager angegeben? Es ist danach

(2) 
$$\omega^2 = \frac{\int \frac{g}{q} M''^2 dx}{\int M^2 \frac{dx}{EJ}}$$

Für Biegungslinien y, die nur wenig von der Eigenschwingung abweichen, geben die Ausdrücke (1) und (2) nahe bei  $\omega^2$  liegende Werte. Für die Eigenschwingung selbst nehmen beide Ausdrüke den gleichen Minimalwert an.

Sowohl der Rayleighsche Ausdruck (1), wie auch die Gleichung (2) von Hohenemser und Prager machen bei der Anwendung zur angenäherten Berechnung der Frequenz die Schätzung einer Biegungslinie bzw. einer Momentenlinie notwendig. Infolge der geringen Abhängigkeit des Ergebnisses von der Funktion y (x) erhält man unter normalen Verhältnissen auch bei einer grösseren Abweichung der Schätzung von der tatsächlichen Eigenschwingung noch eine brauchbare Annäherung. Wenn jedoch die Biegungssteifigkeit EJ des Stabes längs der Achse x in weiten Grenzen variiert, können die Schätzungen für y (x) leicht einen bedeutenderen Fehler zur Folge haben. In solchen Fällen empfiehlt sich der nachstehend skizzierte Weg.

Wir formen die Rayleighsche Gleichung (1) für diesen Zweck etwas um. Mit

(3) EJ 
$$y'' = M$$

folgt aus Gleichung (1)

(4) 
$$\omega^2 = \frac{\int M^2 \frac{dx}{EJ}}{\int \frac{q}{g} y^2 dx}$$

1. F. Pfeiffer, Elastokinetik, Handbuch der Physik, Bd. IV, Berlin 1928.

Th. Poeschl, Ueber die angenäherte Berechnung der Schwingzahlen von Rahmenträgern, Ingenieur-Archiv. I. Band, 1930.

K. Klotter, Ueber die Eigenschwingzahlen der elastischen Querschwingungen belasteter Saiten, Stäbe, Membranen und Platten. Ingenieur-Archiv, I. Band, 1930.

<sup>2.</sup> K. Hohenemser und W. Prager, Ueber das Gegenstück zum Rayleighschen Verfahren der Schwingungslehre, Ingenieur-Archiv, III. Bd. 1932.

worin M (x) die zu der Biegungslinie y (x) gehörige Momentenlinie bedeutet.

Man erkennt in  $\int M^2 \frac{dx}{EJ}$  den Ausdruck für die doppelte von den Biegungsmomenten M (x) geleistete Arbeit, die der Verschiebungsarbeit der Belastungskräfte p gleich ist. Die Beziehung (4) kann somit als eine neue Form der Gleichung von A. Morley 1 aufgefasst werden.

Der Rechnungsgang zur Ermittlung der Eigenfrequenz, z. B. für einen kontinuierlichen Träger, gestaltet sich damit folgendermassen. Für eine geeignete Querbelastung des Stabes werden die Biegungsmomente M(x) bestimmt, und damit, etwa als Seilpolygon nach den bekannten Methoden der Baustatik, die

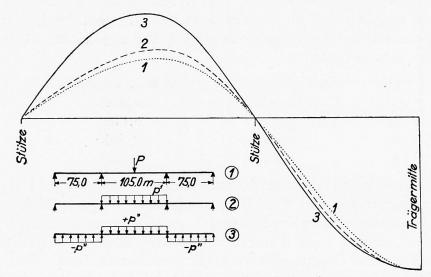


Fig. 1. — Conditions de charge admises et courbes élastiques pour la poutre continue.

Belastungsannahmen und Biegungslinien für den kontinuierlichen Träger.

Appui = Stütze = Support.

Milieu de la poutre = Trägermitte = Centre of girder.

Biegungslinie y (x). Ein angenäherter Wert der Kreisfrequenz  $\omega$  ergibt sich mit den so ermittelten, zusammengehörigen Grössen M und y durch Einsetzen in Gleichung 4.

Die Intensität der Belastung spielt keine Rolle. Ihre Verteilung ist so zu wählen, dass man sich der wahrscheinlichen Form der Eigenschwingung möglichst annähert. Die dem System eigentümlichen Randbedingungen, ebenso die Uebergangsbedingungen an den Zwischenstützen usw., sind nach Obigem ohne Weiteres erfüllt<sup>2</sup>.

Für die Biegungslinie der Eigenschwingung sind die entsprechenden Belastungen p dem Produkt qy aus Durchbiegung und schwingender Masse proportional. Wählt man somit längs der einzelnen Oeffnungen sinus- oder parabelförmig verteilte Belastungen p, in den benachbarten Oeffnungen je von

<sup>1.</sup> Man vergleiche z. B. die Gl. 10 der in Fussnote 2) genannten Arbeit von Hohenemser und Prager.

<sup>2.</sup> Bei Verwendung von Polynomansätzen zur angenäherten Darstellung der Biegelinie, die in manchen Fällen mit Vorteil benutzt werden können, ist für jede Oeffnung ein besonderer Ansatz zu machen, da sonst die Unstetigkeiten in den Ableitungen von y an den Stützen usw. nicht zu erfassen sind.

entgegengesetztem Vorzeichen, und die Grösse der Belastungen dem annähernd geschätzten Verhältnis der Durchbiegungen in den betreffenden Oeffnungen proportional, dann erhält man nach Gleichung (4) eine für alle praktischen Zwecke ausreichende Genauigkeit der Frequenz. Zur Kontrolle oder Erzielung einer noch grösseren Genauigkeit ist am einfachsten ein Iterationsverfahren zu benutzen.

Als Beispiel seien für eine im Bau befindliche grosse kontinuierliche Vollwandbalkenbrücke mit drei Oeffnungen von 75 + 105 + 75 m Stützweite einige nach Gleichung (4) ermittelte Werte der Grundfrequenz mitgeteilt. Unter Berücksichtigung des stark veränderlichen Trägheitsmomentes 1 und des veränderlichen Eigengewichtes q (die Brücke selbst wurde ohne Nutzlast angenommen) ergaben sich für verschiedene Verteilungen der Belastung p die nachstehenden Zahlen. Die entsprechenden Belastungen und Biegungslinien sind aus Abb. 1 zu entnehmen.

Fall	Kreisfrequenz	Schwingungszahl
	$\omega$ in sek $-1$	in Hertz
1	5,64	0,897
2	$5,\!46$	0,869
3	5,33	0,848

Durch Iteration wurde die Schwingungszahl zu rund n=0.84 Hertz gefunden, bei einer nur wenig von Fall 3 abweichenden Biegungslinie. Wird die Brücke auf der ganzen Länge voll belastet, so wird etwa n=0.71 Hertz.

Die Werte ω für Fall 1 bis 3 liegen nahe beieinander, trotzdem die zugehörigen Momenten- und Biegungslinien stark verschieden sind. Man vergleiche hierzu die Abb. 1. Daraus ist zu erkennen, wie leicht nach der obigen Methode Näherungswerte von grosser Genauigkeit erhalten werden können.

Eine angenäherte Berechnung der Oberschwingungen des gleichen kontinuierlichen Trägers gab nahe aufeinander folgende Frequenzen. Während sich die Schwingungszahlen bei einfachen Balken wie 1:4:9, verhalten, ist das Verhältnis für den vorliegenden kontinuierlichen Balken etwa 1:1,8:4,1...

Zum Schluss sei noch eine Bemerkung über die Berechnung der Eigenfrequenzen der Fahrbahntafeln von Stahlkonstruktionen der üblichen Bauweise mit Längs- und Querträgern gestattet. Diese Frequenzen hängen in hohem Masse davon ab, wie weit die Fahrbahnplatte mit den Längsträgern zusammenwirkt.

Für das obige Beispiel ergab sich die Grundfrequenz der unbelasteten Fahrbahn je nach den Annahmen über die Grösse der Steifigkeit des aus den eisernen Längsträgern und der Eisenbetonplatte bestehenden elastischen Systems zu n=12 bis 22 Hertz. Die entsprechenden Grenzen für die gleichmässig mit  $500 \text{ kg/m}^2$  belastete Fahrbahn sind n=9,5 bis 18 Hertz.

Bei der Rechnung wurden die Querträger als starr angenommen und Querbiegung der Eisenbetonplatte ausgeschlossen. Der Querträgerabstand betrug 5,00 m. Es ist anzunehmen, dass die tatsächliche Eigenfrequenz der Fahrbahntafel nahe an der oberen Grenze liegt, doch kann diese Frage wohl nur durch

<sup>1.</sup> Für den Hauptträger dieser kontinuierlichen Brücke ist  $_{
m max}$  J  $\equiv$  9,0  $_{
m min}$  J.

Beobachtungen an ausgeführten Bauwerken geklärt werden. Aus verschiedenen Gründen dürften dabei zeitlich etwas veränderliche Werte zu erwarten sein, auch wäre der in dem Referat Bleich erwähnte Einfluss der elastischen Lagerung zu studieren.

### Traduction.

La méthode de Lord Rayleigh convient particulièrement bien pour le calcul des fréquences propres des systèmes élastiques de barres, tels que les poutres continues et les cadres à parois pleines. Cette méthode a été développée encore, assez récemment, à la suite de différents travaux, sur lesquels il est intéressant d'attirer l'attention 1.

Si l'on connaît la ligne élastique y=y(x) de la barre dans le cas de l'oscillation propre, on peut calculer la pulsation  $\omega$  de l'oscillation, suivant Lord Rayleigh, d'après l'équation :

$$\omega^2 = \frac{\int E I y''^2 dx}{\int \frac{q}{g} y^2 dx}$$
 (1)

équation dans laquelle on désigne par :

E I la rigidité de flexion, qui dépend de la position x de la section transversale considérée de la barre;

g l'accélération de la pesanteur;

q le poids propre par unité de longueur, qui, dans le cas général, varie avec x, plus la charge éventuelle.

Hohenemser et Prager<sup>2</sup> ont donné, pour  $\omega^2$ , en fonction de M et de M", une expression qui correspond à celle de Rayleigh:

$$\omega^2 = \frac{\int \frac{g}{q} M''^2 dx}{\int M^2 \frac{dx}{E I}}$$
 (2)

Pour des courbes de flexion y qui ne s'écartent que peu de l'oscillation propre, les expressions (1) et (2) donnent des valeurs voisines. Pour le cas de l'oscillation propre elle-même, les deux expressions accusent la même valeur minimum.

Lorsqu'il s'agit de calculer d'une manière approchée la fréquence, il est nécessaire, tant avec l'expression de Rayleigh (1) qu'avec l'équation (2) de Hohenemser et Prager, de partir d'une courbe de flexion ou d'un diagramme des moments estimés. Étant donné le peu de dépendance qui existe entre le

<sup>1.</sup> F. Pfeiffer, Elastokinetik, Handbuch der Physik, Vol. VI, Berlin, 1928.

Th. Pöschl, Ueber die angenäherte Berechnung der Schwingzahlen von Rahmenträgern, Ing.-Arch., Vol. I, 1930.

K. Klotter, Ueber die Eigenschwingzahlen der elastischen Querschwingungen belastete Saiten, Stäbe, Membranen und Platten. Ing.-Arch., Vol. I, 1930.

<sup>2.</sup> Hohenemser et Prager, Ueber das Gegenstück zum Rayleighschen Verfahren der Schwingungslehre, Ing.-Arch., Vol. III, 1932.

résultat et la fonction y(x), on obtient encore une approximation suffisante, dans des conditions normales, et même en cas d'écart important entre l'estimation et l'oscillation propre effective. Si toutefois la rigidité de flexion E I de la barre varie le long de l'axe des x dans d'assez larges limites, les estimations effectuées pour y(x) peuvent avoir pour conséquence, assez facilement, une erreur importante. En pareil cas, il est à recommander de suivre la marche indiquée brièvement ci-après.

On transforme quelque peu l'équation de Rayleigh (1) pour le cas considéré. De :

$$E I y'' = M \tag{3}$$

on déduit, en tenant compte de l'équation (1):

$$\omega^2 = \frac{\int M^2 \frac{dx}{EI}}{\int \frac{q}{g} y^2 dx}$$
 (4)

équation dans laquelle M(x) désigne la courbe des moments correspondant à la courbe de flexion y(x).

On reconnaît dans  $\int M^2 \frac{dx}{E I}$  le double du travail fourni par les moments de

flexion M(x), qui est équivalent au travail de déformation des efforts mis en jeu par la charge. La relation (4) peut donc être considérée comme une nouvelle forme de l'équation de A. Morley  $^{4}$ .

La marche à suivre pour le calcul de la fréquence propre, par exemple pour une poutre continue, se développe par suite de la manière suivante. Pour une charge transversale appropriée de la barre, on détermine les moments fléchissants M(x), puis à partir de ces moments, la courbe de flexion y(x), en la traitant en quelque sorte comme un polygone funiculaire suivant la méthode connue de la statique. En reportant les valeurs ainsi déterminées et correspondantes de M et de y dans l'équation (4), on peut déterminer une valeur approchée pour la pulsation  $\omega$ .

La valeur même de la charge n'a aucune influence. Sa répartition doit être choisie d'une manière telle que l'on se rapproche dans toute la mesure du possible de l'allure effective de l'oscillation propre. Les conditions propres au système en ce qui concerne les bords, de même que les conditions transitoires aux appuis intermédiaires, etc..., sont remplies, d'après ce qui précède, sans dispositions particulières <sup>2</sup>.

En ce qui concerne la ligne élastique correspondant à l'oscillation propre les charges correspondantes p sont proportionnelles au produit qy de la flexion et de la masse oscillante. Par suite, si l'on adopte, suivant les différentes tra-

<sup>1.</sup> Voir par exemple l'équation (10) de l'étude de Hohenemser et Prager faisant l'objet de la note (2) précédente.

<sup>2.</sup> Lorsque l'on adopte la représentation approchée par polynômes pour la courbe de flexion, ce qui est avantageux dans de nombreux cas, il faut prévoir une expression particulière pour chaque travée, faute de quoi il ne serait pas possible de faire intervenir les particularités que présente y aux appuis, etc...

vées, des charges réparties sinusoïdalement ou paraboliquement, ayant, dans deux travées voisines, des signes opposés, et si les valeurs des charges sont proportionnelles au rapport déterminé d'une manière approximative entre les flèches dans les travées correspondantes, on obtiendra alors, pour la fréquence, dans tous les cas de la pratique, une approximation suffisante en partant de l'équation (4). A titre de contrôle, ou si l'on veut obtenir une plus grande précision, on procédera par itérations successives, procédé le plus simple.

A titre d'exemple, considérons un pont à poutres pleines continues, en cours de construction, et qui possède trois travées de 75 + 105 + 75 m. de portée et pour lequel nous donnons ci-après quelques valeurs de la fréquence propre déterminées d'après l'équation (4). Ces chiffres ont été obtenus pour différentes valeurs de la charge p répartie, en tenant compte des variations très accusées du moment d'inertie I <sup>1</sup> et des variations du poids propre (on a considéré le pont lui-même sans charge utile). Les charges et lignes élastiques correspondantes sont indiquées par la figure 1.

Cas nº	Pulsation $\omega$ en sec $-1$ .	Fréquence n en hertz
1	5,64	0,897
2	5,46	0,869
3	5,33	0,848

Par itération, on a trouvé, pour la fréquence d'oscillation environ n = 0.84 hertz, pour une ligne élastique ne s'écartant que peu du cas 3. Si le pont est chargé sur toute sa longueur, on a environ n = 0.71 hertz.

Les valeurs de  $\omega$  pour les cas 1 et 3 sont voisines l'une de l'autre, quoique les moments et lignes élastiques correspondants accusent des divergences assez prononcées. Voir à ce sujet la figure 1. On voit combien, avec la méthode cidessus, il est facile d'obtenir des valeurs approchées présentant une bonne précision.

Un calcul approché des oscillations harmoniques supérieures, pour la même poutre continue, a donné des fréquences se succédant à intervalles assez rapprochés. Tandis que les fréquences pour les poutres simples sont dans le rapport 1:4:9 par exemple, on obtient, pour la poutre continue ci-dessus 1:1,8:4,1...

Enfin, pour conclure, qu'il soit permis une remarque au sujet du calcul des fréquences propres des tabliers des ponts de chemin de fer en construction métallique, suivant la disposition habituelle comportant des poutres longitudinales et transversales. Ces fréquences dépendent dans une large proportion de la réaction qui s'exerce entre le tablier proprement dit et les poutres longitudinales.

Pour l'exemple ci-dessus, on a obtenu, pour la fréquence propre fondamentale de la voie non chargée, des valeurs de n comprises entre 12 et 22 hertz, suivant les hypothèses concernant la valeur de la rigidité du système élastique constitué par les poutres métalliques longitudinales et le platelage en béton armé. Les valeurs limites correspondantes pour le n du tablier

<sup>1.</sup> Pour la poutre principale, on a pour ce pont continu : max I = 9. min I.

uniformément chargé à raison de  $500~{\rm kg/m^2}$  sont comprises entre  $9.5~{\rm et}$   $18~{\rm hertz}$ .

Pour effectuer les calculs, on a supposé que les poutres transversales étaient rigides et on a négligé la flexion dans le sens transversal du platelage en béton armé. L'intervalle entre les poutres transversales atteignait 5,00 m. Il est à supposer que la fréquence propre effective du tablier de la voie est voisine de la limite supérieure ci-dessus; toutefois, ce point ne peut être élucidé que par des observations sur l'ouvrage terminé. Pour différentes raisons, il faut toutefois s'attendre à trouver des valeurs effectives variables dans le temps; il conviendrait également d'étudier l'influence de l'élasticité des appuis, influence signalée dans le rapport Bleich.

## Dr. St. de KUNICKI, Professeur à l'École Polytechnique, Varsovie.

A la suite des exposés de M. le Conseiller supérieur Homann et de M. le Dr Bleich, l'auteur apporte son approbation au projet présenté par M. Homann et ayant pour but de poursuivre l'étude de la dynamique des ouvrages, tant du point de vue théorique que du point de vue expérimental. Les coefficients de choc adoptés dans les différents pays ne représentent en effet que des valeurs approchées. Il importerait donc de pouvoir remplacer ces coefficients par des valeurs qui cadrent mieux avec la réalité effective. Jusqu'à maintenant, on s'est contenté d'additionner les influences élémentaires, faute de savoir de quelle manière composer ces différentes influences dynamiques.

Parmi les facteurs à considérer, les joints des rails jouent un rôle primordial, ainsi que l'état d'usure variable des bandages des roues; pour les ponts de faible portée, ces deux influences interviennent à elles deux pour moitié dans le coefficient de choc. On a proposé différentes solutions, telles que l'emploi de rails de grande longueur, les joints soudés (Voir Cambournac : Congrès International des Ponts et Charpentes de Vienne, 1928), l'interposition de pièces élastiques entre rails et infrastructure (caoutchouc ou feutre comprimé, ainsi qu'il a été adopté pour les ponts russes); toutefois, ces dispositions n'ont pas donné des résultats plus intéressants, du point de vue économique, que l'adoption de coefficients de choc majorés dans certaines proportions.

## adoption de coefficients de choc majores dans certaines prop

Dr.-Ing. A. CHMIELOWIEC, École Polytechnique, Lwów.

Sous l'influence de la charge permanente, un élément quelconque d'une charpente ou d'un pont subit une fatigue statique; sous l'influence de la charge mobile, il subit en plus d'une fatigue statique une fatigue dynamique. Donc le poids mobile est plus dangereux que le poids permanent. On ne doit pas traiter de la même façon les deux fatigues provenant du poids permanent et du poids mobile. On ne doit pas exiger que leur somme ne dépasse pas une valeur donnée, comme le font la plupart des règlements de divers pays. Avant de les ajouter l'une à l'autre il faudrait réduire les deux

fatigues (celle du poids permanent et celle du poids mobile) à une fatigue statique. On peut le faire en multipliant la charge mobile par un coefficient plus grand que l'unité. C'est ainsi qu'on tient compte à la fois d'un autre facteur : c'est que la charge mobile augmente presque chaque année (à cause du développement rapide de la circulation) tandis que la charge permanente ne peut pas varier. En multipliant la charge mobile par un coefficient plus grand que l'unité dans le calcul d'une construction on réserve l'avenir.

Je me suis occupé du règlement polonais concernant le taux de fatigue pour les ponts en béton et en béton armé. J'ai proposé d'admettre les mêmes taux de fatigue pour les ponts que pour les charpentes, mais de multiplier la charge mobile des ponts-routes par 1,5 et celle des ponts-rails par 2. Ma proposition a été bien accueillie par le Congrès du Béton Armé qui a eu lieu à Varsovie le 21-22 novembre 1931, et il est bien probable qu'elle sera définitivement accep-

tée par les autorités gouvernementales dans le nouveau règlement.

J'ai trouvé que les dimensions des poutres des ponts moyens restent les mêmes d'après le nouveau règlement que d'après l'ancien. Les dimensions des petits ponts, des poutres et des dalles du tablier, comme il ressort des calculs d'après l'ancien règlement, sont trop faibles, étant données l'influence dynamique et l'augmentation constante des poids mobiles. Aussi a-t-on proposé de réduire le taux de fatigue pour les dalles du tablier des ponts-routes de 15 % et celui des ponts-rails de 20 %. C'est un remède artificiel, utile il est vrai mais loin d'être suffisant. Il n'est pas nécessaire dans le nouveau règlement. Ici la réduction des taux de fatigue pour les petits ponts et pour les éléments du tablier se fait automatiquement parce que le rapport de la charge mobile à la charge totale va en croissant quand la portée diminue; et c'est justement la réduction de 15 % pour les dalles du tablier des ponts-routes et celle de 20 % pour les ponts-rails qui se fait automatiquement d'après le nouveau règlement.

D'après l'ancien règlement les ponts en béton de grande portée ne sont pas possibles à cause du taux de fatigue trop petit. Ici le poids mobile ne joue presque aucun rôle, même si on le multiplie par 1,5 ou par 2. C'est la charge permanente qui importe et pour les voûtes encastrées s'ajoutent encore la température et le retrait. Le fait que le nouveau règlement permet ici d'admettre un taux de fatigue, beaucoup plus élevé, comme on l'admet pour les charpentes, aura une très grande répercussion, car il rendra possible la construc-

tion de grands ponts comme on en construit en France ou ailleurs.

Pour rendre possible la construction de ponts de grande portée, les règlements de quelques pays élèvent leurs taux de fatigue. Ce remède pose immédiatement une question délicate : quelle est la portée limite après laquelle on pourra admettre le taux de fatigue élevé? Cette question est évitée heureusement dans le nouveau règlement polonais. On n'a pas besoin d'insister sur le fait que ce règlement est à la fois pratique, rationnel, simple et général. Il me semble que c'est là la voie que doivent suivre à l'avenir les règlements concernant le taux de fatigue à admettre pour les ponts. Je ne vois aucune raison pour que les taux de fatigue des ponts doivent différer de ceux des charpentes. Il suffit de multiplier la charge mobile par un coefficient qui est à établir séparément pour les ponts-routes et pour les ponts-rails et séparément pour chaque matériau.

### V 4

## LA RIGIDITÉ DES GRATTE-CIEL DIE STEIFIGKEIT DER WOLKENKRATZER STIFFNESS OF SKY-SCRAPERS

#### David CUSHMAN COYLE,

Consulting Engineer, New York.

Voir « Publication Préliminaire », p. 535. — Siehe « Vorbericht », S. 535. See " Preliminary Publication", p. 535.

## Participants à la discussion Diskussionsteilnehmer Participants in the discussion :

F. CAMPUS, Professeur, et J. LAMOEN, Ingénieur. Liége.

Nous avons cherché à saisir exactement les principes du rapport de M.D.C. Coyle et ensuite à l'interpréter selon l'esprit d'une méthode que l'un de nous avait résumée dans un rapport présenté au Congrès international de la construction métallique à Liége en 1930 1.

Ce Congrès avait, lors de la discussion de la question des bâtiments à ossature métallique, exprimé le vœu qu'il fût procédé à des études de comparaison des diverses méthodes de calcul. La présente communication constitue une contribution à cette étude.

La méthode de base est celle du calcul des portiques et des cadres qui peut

comporter plusieurs modalités selon les inconnues considérées.

Cette méthode est appliquée en Amérique. Le traité de Johnson, Bryan et Turneaure <sup>2</sup> en contient des exposés et des applications rigoureuses. Les déformations se réduisent par hypothèse à celles déterminées par les moments de flexion, dont les résultats globaux s'apprécient par les distorsions des portiques ou des cadres.

La méthode exposée au Congrès de Liége était établie sur la base ainsi

définie.

Cette méthode a été appliquée par l'un de nous à l'étude des grandes ossatures de bâtiments, tant en acier qu'en béton armé. Ces constructions ont été éprouvées et les résultats des épreuves comparés au calcul. Il en ressort que la méthode est correcte et sûre lorsque la construction réalise convenablement la condition de continuité, c'est-à-dire de rigidité des assemblages. On peut

Campus, Lemaire et Spoliansky, Les gratte-ciel à carcasse métallique, Congrès de la charpente métallique, Liége, 1930, nº 26, VII f.
 Johnson, Bryan and Turneaure, Modern Framed Structures, vol. II, 40 th edition.

admettre qu'une méthode de ce genre, quelle que soit la modalité plus ou moins simplifiée, convient pour les ossatures de bâtiments relativement peu élevés par rapport à l'étendue en plan. Pour les gratte-ciel, qu'il conviendrait plutôt d'appeler des tours, afin de définir non seulement la hauteur absolue, mais aussi son rapport à l'étendue en plan, il ressort du rapport de M.D.C. Coyle qu'il convient d'ajouter aux déformations précédemment définies, dues aux moments de flexion, d'autres déformations dues aux tensions longitudinales des colonnes. Cette notion n'intervient toutefois, d'après les études américaines dont nous avons eu connaissance, que pour l'effet des forces transversales, telles que le vent. La flèche y de déplacement horizontal du sommet de la tour comporte selon cette superposition une flèche y, provenant de la déformation des cadres selon la théorie définie en premier lieu et une flèche supplémentaire  $y_2$ , provenant des variations de longueur des colonnes.

En ce qui concerne le calcul de cette flèche, certaines hypothèses supplémentaires sont introduites, notamment que les planchers restent plans. L'application de la méthode précédemment énoncée en vue de déterminer les déformations de flexion des panneaux, les planchers restant horizontaux, ne présente aucune particularité de principe. Si le nombre d'étages E est élevé, ainsi que le nombre C de colonnes, il y a en principe (C + I) E équations linéaires à résoudre. A titre de simplification, le rapport de M. D. C. Coyle admet que toutes les colonnes aient la même inclinaison. Ceci réduit le nombre

d'équations à CE+I et en cas de symétrie à  $\frac{C~E}{2}+I$  ou  $\frac{(C+I)}{2}$  imes E +I

selon que C est pair ou impair. Ces équations peuvent se résoudre très simplement et très rapidement par la méthode d'approximations successives. L'égale inclinaison  $\psi$  des colonnes correspond à des valeurs des forces du vent bien déterminées, qui dépendent des valeurs des rigidités des diverses colonnes du haut au bas de la tour.

En général, si ces rigidités sont déterminées d'avance et si l'on s'impose  $\psi = \text{cte}$ , on trouve des forces du vent réparties d'une manière incompatible avec les hypothèses usuelles ou plausibles. C'est ainsi que nous avons constaté que la condition  $\psi = \text{constante n'est pas réalisable dans les conditions envisagées par M. D. C. Coyle d'un vent croissant de 0 à un maximum du bas en haut de la tour et d'une rigidité de celle-ci croissant de 0 à un maximum en sens inverse.$ 

Il n'est pas avantageux de poser le problème sous cette forme et nous pensons qu'il faut au contraire résoudre le problème à partir d'une répartition admise des forces du vent. Moyennant certains artifices de calcul assez simples, que nous ne jugeons pas opportun d'exposer dans cette discussion, on obtient une résolution très facile et très suggestive au point de vue du choix des dimensions. Elle fait constater que les rigidités des poutres des étages et des assemblages de ces poutres aux colonnes jouent un rôle aussi important dans la résistance aux efforts du vent que la rigidité des colonnes. Il importe d'attirer l'attention sur ce point qui est en désaccord avec la répulsion que les auteurs américains manifestent à l'égard de la notion de la continuité <sup>1</sup>.

<sup>1.</sup> M. C. Coyle, German Steel Building Practice, Eng. News Record, 28 may 1931.

Rien ne prouve que les artifices de calcul dont j'ai parlé, ni l'hypothèse que les planchers restent plans correspondent aux conditions les plus avantageuses du bâtiment. S'il n'en est pas ainsi et si ces hypothèses ne sont pas réalisées, la théorie générale de la continuité permet toujours de déterminer les déformations quelles qu'elles soient, sans difficultés hors de proportion avec l'importance de l'objet. On peut obtenir la déformation  $y_1$ , due à la distorsion des cadres des étages et celle  $y_2$ , due aux déformations longitudinales des colonnes. Remarquons d'ailleurs que cette seule subdivision en deux catégories de déformations, adoptée par beaucoup de spécialistes américains  $^1$ , est une reconnaissance implicite de la continuité.

Le rapport de  $y_2$  à  $y_1$  dépend de la constitution des éléments de la tour

(rigidité des colonnes et des planchers) et de la hauteur.

Donc, la conception de la flèche supplémentaire pour les tours n'est nullement opposée à une théorie générale et rationnelle basée sur le principe de la continuité, mais y est au contraire conforme. Mais, au terme de cet examen et en cherchant à définir le but de la question, nous sommes conduits à une constatation assez décevante.

Les auteurs américains déterminent la flèche élastique totale y des tours en vue de l'étude de leurs vibrations (oscillations) propres sous l'effet du vent. C'est pourquoi d'ailleurs le rapport de M. D. C. Coyle figure sous la rubrique « Actions dynamiques des charges ». Cependant, nous ne trouvons dans ce rapport, ni dans un travail précité de M. Mensch 1, ni dans ce que nous connaissons de la littérature américaine, aucun rapport défini entre cette flèche statique de la tour et ses vibrations. M. D. C. Coyle lui-même reconnaît dans un de ses articles 2 qu'il n'en a aucune idée. Les auteurs se bornent à l'application des formules les plus simples des vibrations des verges sans masse spécifique supportant une masse concentrée oscillante. L'application de ces formules est complètement illusoire, non à cause de leur caractère sommaire, mais surtout à cause de l'incorrection ou de l'indétermination des valeurs numériques 3. Abstraction faite des vibrations des ossatures nues avant le remplissage, il faut prendre en sérieuse considération, pour ce qui est des oscillations des tours achevées, que le remplissage des parois externes et internes, etc., augmente considérablement la rigidité de la tour et modifie la répartition des masses. Une appréciation quelque peu précise de ces éléments défie tout calcul. Il en est de même de la manière dont s'exerce l'effort du vent 4.

<sup>1.</sup> L. J. Mensch, Deflections and Vibrations in High Buildings, Journal of the American Concrete Institute, février 1932.

<sup>2.</sup> D. C. Coyle, Measuring the Behavior of Tall Buildings, Eng. News Record, 19 février 1932.

<sup>3.</sup> J. Lamoen, Sur la sollicitation dynamique des édifices élancés par le vent, Bulletin de la Classe des Sciences de l'Académie Royale de Belgique, 1932, tome XII.

<sup>4.</sup> Lord Rayleigh, Phil. Mag (5) 7.160.1879, cité par Felix Auerbach dans Elastische Schwingungen und Wellen, Handbuch der physikalischen und echnischen Mechanik, Band III.

A. Danusso, Sulla statica delle costruzioni asismiche, Estratto dei Rendiconti del Seminario Matematico e Fisico de Milano, vol. II, 1928, IV, p. 179.

P. Dupin et M. Tessiè-Solier, Les tourbillons alternés et les régimes d'écoulement autour d'un obstacle. Paris, 1928, Gauthier-Villars, Publications de l'Institut Electro-

L'expérience seule peut, comme pour les phares 1, permettre de déterminer les périodes et les amplitudes d'oscillations. De pareilles expériences ont été faites par M. D. C. Coyle lui-même 2; d'autres sont en cours, notamment sur l'Empire State Building 3. Nous ignorons si les formules du genre de celles employées par M. D. C. Coyle tiennent compte de l'action du remplissage, nous présumons que non, c'est pourquoi les flèches correspondantes n'ont aucun rapport avec la flèche total y calculée. La connaissance de celle-ci reste néanmoins, nous l'admettons, un élément intéressant de la rigidité de la tour.

En conclusion, nous croyons que les méthodes de calcul européennes peuvent parfaitement s'appliquer aux tours, avec une efficacité aussi grande

que les méthodes américaines.

Ensuite, qu'il y a lieu pour apprécier les efforts du vent sur les tours, de procéder surtout à une analyse expérimentale systématique, sur ouvrages réels et sur modèles.

Discussion libre
Freie Diskussion
Free discussion:

## AUCLAIR,

Président de la Section mécanique de l'Office des Recherches et Inventions, Bellevue (Seine).

Dans toute structure formée de pièces assemblées se développe, du fait des liaisons de celles-ci, un système de sollicitations qui se superpose au système de sollicitations que l'on calcule en supposant les pièces articulées. Il est difficilement accessible au calcul, d'où l'intérêt des techniques propres à déterminer les déformations de la structure sous l'action de sollicitations extérieures qui lui seraient appliquées.

La méthode que nous allons décrire permet de définir en tout point d'une

structure la relation entre la flèche et la sollicitation qui la détermine.

Elle a pour base la propriété de deux pendules identiques oscillant en prenant appui sur un même support élastique. De nombreux auteurs ont étudié la question au point de vue mathématique : il se produit un échange d'énergie d'un pendule à l'autre, de telle manière que si l'un d'eux est mis en mouvement, son oscillation s'arrête progressivement en même temps que le second entre en oscillation, le phénomène inverse se produit ensuite. Au début, l'arrêt des pendules est complet, ensuite il se produit seulement des minima d'amplitude.

La rigidité locale de la structure, que l'on peut définir l'inverse du rapport de la flèche au point d'application du système pendulaire à la sollicitation sta-

technique et de Mécanique appliquée, de l'Université de Toulouse. Les auteurs observent les vibrations d'une verge dans un courant d'eau.

<sup>1.</sup> Ribière, Phares et signaux maritimes.

<sup>2.</sup> D.C. Coyle, Eng. News Record, 19 february 1931, op. cit.

<sup>3.</sup> STAHLBAU, 4-3-32.

tique qui la déterminerait, est une fonction de la période propre des pendules, de leur masse, de l'intervalle de temps qui sépare deux arrêts et, par suite, dépend seulement de l'appareil de mesure dans des conditions qu'il ne nous est pas possible de développer, mais que l'on peut réaliser.

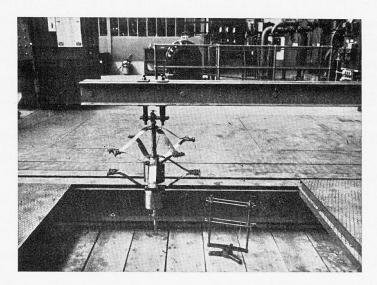


Fig. 1. — L'appareil Le Rolland en essai sur la poutre vibrante de l'Office des Inventions.
 Der Apparat Le Rolland beim Versuch am schwingenden Balken des Office des Inventions.
 The Le Rolland apparatus under test on the vibrating beam at the Office des Inventions.

Une des formes de réalisation de l'appareil de mesure est obtenue par l'emploi de deux pendules à ressort identiques disposés l'un au-dessous de l'autre

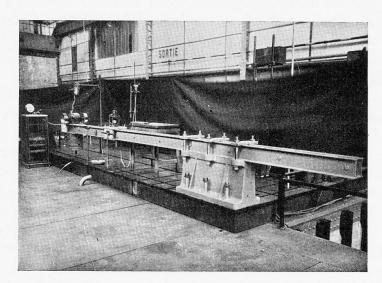


Fig. 2. — Aménagement de cette poutre comme banc d'essai des accéléromètres. Einrichtung dieses Balkens für Versuche mit den Beschleunigungsmessern. The vibrating beam arranged for testing accelerometers.

et suspendus à une même tige qui prend appui par une pointe sur un point de la structure à étudier ou sur une pièce qui en est solidaire.

Il a été étudié à l'Office des Recherches et Inventions sur l'appareil employé pour la gradation des accéléromètres et instruments analogues et qui est constitué par une poutre élastique solidement encastrée en un de ses points et que l'on met en oscillation à l'aide d'un excitateur de vibrations par forces centrifuges. Le système élastique constitué par cette poutre est parfaitement connu.

Pour l'essai de l'appareil Le Rolland, on a déterminé à l'aide de celui-ci la rigidité de la poutre en différents points et on l'a comparé à la rigidité mesu-rée par voie statique. Voici les résultats d'une expérience :

Distance du point où se fait la me- sure à l'encastre- ment de la poutre en mètres.	de 20 kilogram-	séparant deux ar- rêts des pendules
$2,5 \\ 3 \\ 3,5 \\ 4$	0,350 $0,560$ $0,850$ $1,490$	313 $193$ $127,5$ $88,8$
$\overset{4}{4}$ , $5$	$1,190 \\ 1,700$	63,6

On voit que, dans ce cas, la relation qui définit la rigidité comme inversement proportionnelle à l'intervalle de temps séparant les arrêts, est ici assez exactement vérifiée.

Cette méthode a été déjà l'objet d'assez nombreuses expériences, je regrette que le peu de temps écoulé depuis sa mise en étude à l'Office n'ait pas permis de présenter des tableaux étendus de résultats.