Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH Kongressbericht

Band: 1 (1932)

Artikel: Dalles rectangulaires reposant sur les quatre côtes

Autor: Gehler, W.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-448

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 02.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

TRADUCTION

par M. Gossieaux, Ing., Paris.

I. L'importance du problème des dalles dans les ouvrages en béton armé.

Les éléments de la charpente métallique sont en général constitués par des poutres, dont les contraintes sont caractérisées d'une manière exacte par un régime d'efforts intéressant une seule dimension. Par contre, dans le béton armé, les planchers, les poutres et les poteaux sont assemblés les uns aux autres, presqu'exclusivement, d'une manière rigide. Il en résulte qu'au lieu d'un appui libre, on a le plus souvent affaire, pour les poutres, à un encastrement partiel. En coupe longitudinale, la charpente se comporte comme un cadre ; en outre, dans le plan, la dalle rectangulaire est assemblée d'une manière rigide avec les poutres, de sorte que son régime de charge intéresse les deux dimensions. Grâce aux progrès qu'a réalisés la statique de la construction, au cours des vingt premières années de notre siècle, le calcul des éléments en forme de cadre a été développé d'une manière satisfaisante. Par contre, le calcul des dalles en béton armé est lié d'une manière très étroite aux caractéristiques particulières des matériaux utilisés ; le calcul de l'épaisseur des dalles et de la section des armatures, de même que l'étude de la disposition de ces armatures ne pourront progresser que sur la base d'essais effectués sur des éléments de dimensions normales. Les planchers-champignons constituent le groupement des deux éléments caractéristiques des constructions en béton armé, la dalle armée en croix et le poteau ; ils se comportent donc à la fois comme cadres et comme dalles et leur étude devra être effectuée en les considérant comme éléments d'ossature, pour les tranches qui sont immédiatement voisines des poteaux, et comme panneaux de plancher, pour les tranches intermédiaires.

L'étude de l'évolution du béton armé permet de se rendre compte de la nécessité où l'on s'est trouvé de s'appuyer jusqu'à maintenant sur les principes statiques simples qui s'appliquent aux poutres et aux éléments de dalles, ainsi qu'aux éléments de voûtes et qui interviennent en construction métallique, quoique ces principes ne soient pas suffisants pour le calcul du béton armé. L'avenir du béton est en effet dans les systèmes à deux dimensions, tel que les dalles et les parois incurvées minces, ou « coquilles ». Le problème de la sécurité des poutres vis-à-vis des efforts tranchants a fait l'objet, depuis une trentaine d'années, d'études pratiques suffisamment approfondies ; les résultats obtenus ont mis en évidence l'insuffisance notoire de la poutre en béton armé sous le rapport de la sécurité à la fissuration ; le champ d'application de ce système ne pourra être élargi que par une amélioration importante des caractéristiques de résistance du béton à la traction. On sait que pour le calcul de toutes les parties des ouvrages de béton armé qui travaillent à la flexion, on admet une zone tendue fissurée et on calcule à la rupture, à cause de la faible

résistance du béton à la traction. Cette méthode de calcul s'applique aussi bien aux poutres qu'aux dalles. Pour les dalles, on admet, d'une manière unanime, qu'au-dessous de la charge de fissuration (phase I), elles se comportent comme dalles homogènes, ou « isotropes ». Par contre, la question suivante reste litigieuse : par quelle méthode statique peut-on exprimer, d'une manière relativement simple, l'état complexe d'équilibre entre les efforts externes et les efforts internes, après l'apparition des fissures dans les dalles (phase II) et comment doit-on faire intervenir la disposition des armatures? Une deuxième question se pose, jusqu'à maintenant négligée, et pourtant tout au moins aussi importante : quelle sécurité à la fissuration peut-on admettre, dans les dalles, par rapport aux poutres en béton armé? Les essais qui sont décrits ci-après doivent contribuer à élucider cette question.

II. Évolution des méthodes de calcul employées jusqu'à maintenant.

1. La méthode de calcul la plus élémentaire et la plus simple consiste à supposer la dalle décomposée en tranches constituant des poutres parallèles et à calculer ces poutres comme reposant sur deux appuis ou plus, avec ou sans encastrement aux extrémités (premier stade d'évolution). Ce mode de calcul conduit à négliger l'influence, d'ailleurs favorable, des liaisons latérales (c'est-à-dire de la continuité latérale), que l'on considère alors seulement comme impliquant une marge de sécurité supplémentaire. Pour assurer effectivement, dans la construction, l'existence de ces liaisons latérales, les règlements allemands pour le béton armé (1925. Section 14, chapitre 10, paragraphe 2) prévoient des fers de répartition, constitués par 4 fers ronds de 7 mm. de diamètre par mètre de largeur. Les règlements concernant les ponts (D.I.N. 1075. Section 6, chapitre 1) imposent un renforcement par armatures transversales encore plus importantes, lorsqu'il y a lieu de prévoir une répartition très étendue des charges. Cette méthode de calcul par sectionnement des dalles présente l'avantage d'une plus grande simplicité, mais elle a l'inconvénient d'être en contradiction formelle avec le caractère monolithique de la dalle.

2. Le deuxième stade d'évolution consiste à considérer la dalle comme décomposée en tranches perpendiculaires admettant à leur point d'intersection le même fléchissement :

$$\zeta_x = \zeta_y \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Cette méthode peut être considérée comme constituant la base de la théorie des dalles. Si l'on désigne par : (figure 1) $\lambda = l_y : l_x$ le rapport qui caractérise l'étroitesse de la dalle ; et α, β les degrés respectifs d'encastrement ; on a, pour les fléchissements des deux tranches[1] :

$$\zeta_x = \alpha . \frac{q_x l_x^4}{EJ} \qquad \zeta_y = \beta . \frac{q_y l_y^4}{EJ}$$

1. $q_x - q_y$ et q désignent ici, comme dans les poutres, la charge uniformément répartie sur une bande de largeur 1, donc en kg/m ; q' désigne par contre la charge en kg/m², par unité de surface, dans les essais de dalles.

d'où on déduit, en tenant compte de l'équation (1) :

$$\frac{q_x}{q_y} = \frac{\beta}{\alpha} \cdot \frac{l_y^4}{l_x^4}.$$

Sur la figure 2, on a porté, pour le quart d'une dalle rectangulaire et en ordonnées, les taux de charge d'une série de points N pris dans la tranche médiane de la figure 1, pour différentes valeurs du rapport caractérisant l'étroitesse de la dalle. On constate que les tranches Y qui se trouvent dans le voisinage des appuis ont à supporter une plus grande fraction q_x de la charge que les tranches médianes, car leurs déformations sont moins importantes et qu'elles présentent par suite une résistance plus importante. Elles soulagent donc les tranches médianes.

Si maintenant on remplace la courbe des N par une parabole, on obtient, pour le moment au milieu de la dalle carrée [1] :

$$M_m = \frac{7}{96} q\, l^2 = \frac{1}{13,7} q\, l^2 = 0,0730\, q\, l^2. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Cette influence de décharge exercée par les tranches de bordure peut être mise en évidence en établissant la comparaison avec le moment au milieu d'une tranche X reposant librement sur deux appuis seulement : $\mathfrak{M}_{om} = \frac{1}{8} q\, l^2$ qu'on aurait dû envisager si l'on avait appliqué la première méthode de calcul. Cette deuxième méthode tient donc compte de cette influence de décharge que les tranches latérales exercent au profit des tranches plus voisines du milieu de la dalle.

La figure 2 montre toutefois que cette influence de décharge qui intervient dans l'emploi de cette deuxième méthode de décomposition en tranches perpendiculaires diminue de 16 % à 6 % lorsque le rapport qui caractérise l'étroitesse de la dalle varie de 1,5 à 2. Les possibilités d'application de cette méthode se trouvent donc limitées à une zone relativement étroite, en pratique, pour : $l_y : l_x = 1$ à 1,5.

Dans la méthode de décomposition en tranches perpendiculaires, l'équation de la surface fléchie est la suivante :

$$E. \left(J_x . \frac{\partial^4 \zeta}{\partial x^4} + J_y . \frac{\partial^4 \zeta}{\partial y^4} \right) = p(x, y). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

dans laquelle on désigne par :

J_x et J_y les moments d'inertie des tranches de largeur 1 dans les directions X et Y;

$p(x, y)$ la fonction des charges, que l'on peut développer, ainsi que l'indique le Dr Lewe [2], au moyen des séries de Fourrier.

3. Pour rendre la méthode encore plus simple, on considère souvent deux tranches perpendiculaires dont le point de croisement se trouve au milieu de la

1. W. Gehler. Handbuch fur Eisenbetonbau, 3e édition, 1931, volume 6. Balkenbrücken, p. 323 (Éditeur, Wilhelm Ernst et Sohn, Berlin).

2. Dr Lewe. Pilzdecken, 2e édition, 1926 (Éditeur, Berlin, Wilhelm Ernst et Sohn) et Bauing, 1926, p. 898.

dalle ; ce procédé ne donne par suite qu'un résultat approximatif assez grossier en ce qui concerne la détermination du régime des efforts et des déformations. Pour une dalle carrée, on obtient alors : $q_x = q_y = \frac{q}{2}$ et, pour le moment au milieu :

$$M_m = \frac{1}{8} \cdot \frac{q}{2} \cdot l^2 = \frac{q\,l^2}{16} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Cette méthode de décomposition en tranches médianes est donc une simplification dans l'évolution de la notion du régime de charge, par rapport à la méthode précédente, mais également un retour en arrière.

4. Le troisième stade d'évolution des méthodes de calcul correspond à la méthode de la dalle isotrope et résistant à la distorsion [1]. Cette méthode tient, en outre, compte de ce fait que les tranches parallèles que l'on a supposées découpées dans la dalle, sont, en réalité, assemblées les unes aux autres et que leur influence réciproque se traduit par une augmentation de la résistance des tranches élémentaires à la distorsion (deuxième principe de base de la théorie des dalles). Le problème peut donc être résolu parfaitement du point de vue statique, en considérant une dalle isotrope avec fixation des angles (même en admettant quelques fissures dans le béton). Si les angles de la dalle peuvent se soulever, les longueurs d'appui sur les bords ne peuvent pas être déterminées statiquement.

Dans une dalle dont la position des angles est déterminée d'une manière fixe, les déformations sont telles que l'indique la figure 3, sur laquelle est mise en évidence la torsion subie par des tranches voisines (figures 3 *a* et *c*). Les efforts de distorsion sont donnés par la relation :

$$\tau_{xy} = -2\,G.z.\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x.\partial y} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

ω_{y1} et ω_{y2} désignant les angles de déformation [2]. Si $\omega = 0$, ainsi que cela se produit par exemple, pour le centre de la dalle, ou sur les bords de la dalle lorsqu'il s'agit d'un encastrement complet, ces efforts de torsion disparaissent également d'eux-mêmes. La figure 4 exprime, d'une manière schématique, la relation qui existe entre ces efforts et les efforts normaux σ_x et σ_y.

Si l'on considère le cas particulier d'une dalle comportant des appuis sur tous ses côtés, soit une dalle carrée, chargée d'une manière uniforme et dont la position des angles soit fixe, les efforts normaux dans les directions X et Y sont équivalents. Pour $\sigma_x = \sigma_y = \sigma$ et $\tau_{xy} = \tau_{yx} = \tau$ on obtient les valeurs suivantes, pour les efforts principaux qui s'exercent dans la direction de la diagonale et perpendiculairement à cette direction (fig. 5) :

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\,\tau^2} = \sigma \pm \tau. \quad \ldots\ldots \quad (6)$$

1. La théorie classique de la dalle homogène ou isotrope, qui a été fondée par Lagrange et Navier, a été sensiblement développée, au cours de ces dernières années, par A. et L. Föppl, Hager, H. Leitz, Timoshenko, Nadai, Danusso, Nielsen, Marcus, M. T. Huber, Lewe. Voir également le renvoi suivant.

2. W. Gehler. Erläuterungen zu den Eisenbetonbestimmungen, 1925. Berlin, W. Ernst et Sohn, 4e édition, p. 124.

Dans le plan supérieur, suivant la direction de la diagonale, on a pour l'effort de traction qui s'exerce sur le cube élémentaire III : $\sigma_{o2} = \tau - \sigma$.

Suivant la direction perpendiculaire à cette diagonale, on a pour l'effort de compression : $\sigma_{o1} = -(\sigma + \tau)$.

Dans le plan inférieur, suivant la direction de la diagonale, on a pour l'effort de compression qui s'exerce sur le cube élémentaire IV :

$$\sigma_{u2} = -(\tau - \sigma).$$

Suivant la direction perpendiculaire à cette diagonale, on a pour l'effort de traction : $\sigma_{u1} = \sigma + \tau$.

Dans une dalle reposant librement sur ses quatre bords, la valeur de τ est importante au voisinage des appuis, en correspondance avec l'angle de déformation ω (figure 3 *c*) ; par contre, la valeur de σ est faible. Il en résulte que dans les essais de dalles effectués dans de telles conditions, par suite des valeurs élevées des efforts de traction $\sigma_{u1} = \sigma + \tau$, les fissures en diagonale se produiront tout d'abord dans le plan inférieur, au voisinage des angles. Ce n'est que lorsque la charge atteindra des valeurs plus élevées que les fissures par traction se produiront perpendiculairement à cette diagonale, sous l'influence des efforts de traction $\sigma_{o2} = \tau - \sigma$ (Voir en outre la figure 4 *d* et les dispositions de déformation qu'indiquent les figures 4 *b* et *c*).

La dalle carrée, reposant librement sur ses appuis, sur ses quatre côtés, se prête donc particulièrement bien aux essais, du fait que le moment fléchissant résultant des efforts extérieurs est déterminé statiquement, par rapport à la diagonale. Pour une charge q' uniformément répartie (en kg par m²), ce moment est déterminé par la relation suivante : (figure 6)

$$M_D = \frac{q' l^2}{2}\left(\frac{d_1}{4} - \frac{d_1}{6}\right) = \frac{q' l^2}{24} d_1 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (7)$$

et en admettant à titre d'approximation une répartition uniforme de ce moment fléchissant sur toute la longueur de la diagonale, on obtient, par unité de longueur :

$$M'_D = \frac{M_D}{d_1} = \frac{q' l^2}{24} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (8)$$

Suivant cette théorie de la dalle isotrope et résistant à la distorsion, et dans le cas d'une charge q en kg par m uniformément répartie, on obtient pour le moment au centre d'une dalle carrée et reposant librement sur ses quatre côtés :

$$M_m = 0{,}0368\, q\, l^2 = \frac{1}{27{,}2}\, q\, l^2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (9)$$

5. *La méthode d'approximation de* H. Marcus [1] a été étudiée pour arriver à une formule d'approximation aussi simple que possible, en ce qui concerne la valeur maximum du moment fléchissant dans la dalle ; elle tient compte de différentes valeurs du facteur caractérisant l'étroitesse de la dalle : $\lambda = l_y : l_x$ et de différentes conditions aux appuis ; elle envisage, en outre, le cas d'une charge uniformément répartie et celui d'une charge unique appliquée au centre

1. H. Marcus. Die vereinfachte Berechnung biegsamer Platten, 2e édition, 1929, Berlin, Julius Springer, éditeur.

de la dalle. En ce qui concerne les conditions aux appuis, il suffit de se limiter aux deux cas limites d'une part d'appuis libres, d'autre part d'un encastrement complet des bords de la dalle. Les moments fléchissants maxima $\mathfrak{M}_{x\ max}$ et $\mathfrak{M}_{y\ max}$ suivant les directions X et Y sont déterminés, pour les charges fractionnelles q_x et q_y qui correspondent à l'application de la méthode de décomposition par tranches médianes (équation 2), comme s'il s'agissait de dalles armées ne reposant que sur deux appuis opposés, dans les conditions de charge les plus défavorables et en faisant intervenir le mode d'appui correspondant à chaque cas.

Si l'on tient compte de l'influence favorable qu'exerce la résistance à la distorsion, par suite des liaisons latérales, ces moments peuvent être réduits comme suit :

$$M_{x\ max} = \nu_x . \mathfrak{M}_{x\ max} = \mathfrak{M}_{x\ max} \left[1 - \frac{5}{6} \left(\frac{l_x}{l_y} \right)^2 . \frac{\mathfrak{M}_{x\ max}}{\frac{q\, l^2}{8}} \right] . \ . \ . \quad (10)$$

On obtient d'une manière analogue $M_{y\ max}$ en permutant dans cette valeur de $M_{x\ max}$, les lettres x et y. Si l'on considère le cas d'une dalle carrée, reposant librement sur quatre appuis, on obtient, en tenant compte de la symétrie : $q_x = q_y = \frac{q}{2}$ d'où l'on déduit :

$$\mathfrak{M}_{x\ max} = \frac{q_x\ l^2_x}{8} = \frac{q\, l^2}{16} \qquad \text{(voir équation 3)}$$

Le coefficient de réduction atteint alors sa valeur maximum :

$$\nu = 1 - \frac{5}{6} . \frac{q_x}{q} = \frac{7}{12} = 0{,}584$$

Il en résulte que, pour ce cas particulier, une fraction de 42 % de la charge est supportée par la résistance de la dalle à la distorsion, au lieu d'intéresser directement sa résistance de fléchissement. On obtient alors, pour le moment au centre de la dalle, d'après l'équation (10).

$$M_{x\ max} = \nu . \mathfrak{M}_{x\ max} = 0{,}584\ \frac{q\, l^2}{8} = 0{,}0365 \frac{q\, l^2}{8} = \frac{1}{27{,}4}\, q\, l^2 . \ . \ . \quad (11)$$

Ce moment n'est que la moitié de celui que l'on a obtenu par la méthode de décomposition en tranches perpendiculaires (voir équation (2)). Les résultats obtenus par cette méthode d'approximation s'accordent d'une manière satisfaisante avec ceux que donne la méthode exacte exposée au paragraphe 4 ci-dessus (comparer en particulier les équations (9) et (11)).

III. Objections à l'application de la théorie de la dalle isotrope aux dalles de béton armé.

1. Dans la deuxième phase de déformation de la dalle, c'est-à-dire après l'apparition des fissures provoquées par la traction dans le béton, les efforts de torsion (voir équation (4)) ne peuvent plus être supportés par les dalles de béton armé, car les armatures seules ne suffisent pas à absorber des efforts

tranchants horizontaux [1]. Aux faibles charges, la résistance à la distorsion opposée par une dalle de béton armé est relativement importante, mais elle diminue dans des proportions importantes, lorsque la limite de fissuration est dépassée, que la charge augmente et que les fissures se produisent. Par suite, dans cette deuxième phase, les déformations croissent plus rapidement que dans la première phase. Ce n'est qu'en prévoyant des armatures auxiliaires convenables qu'il sera possible de faire face, dans une certaine mesure, aux moments de torsion qui prennent naissance pour des charges plus élevées. Si l'on travaille toujours suivant le principe du calcul d'après la sécurité à la rupture, ainsi qu'on le fait pour les poutres, on ne peut appliquer que la méthode de décomposition par tranches, à l'exclusion de l'hypothèse de la dalle isotrope résistant à la distorsion (on appliquera par exemple, l'équation (2), avec $M_m = \frac{q\,l^2}{13,7}$ au lieu de l'équation (11), dans laquelle : $M_m = \frac{q\,l^2}{27,4}$).

2. Dans l'équation bien connue, servant de point de départ pour la détermination de la courbure suivant les directions X et Y, interviennent, outre les moments M_x et M_y, les valeurs E.J. et m, qui varient dans le béton armé, ainsi qu'on le sait, avec les charges croissantes. Il n'est, par suite, pas légitime, de les faire intervenir comme valeurs fixes, ainsi qu'on le fait pour l'étude de l'équation de déformation pour la dalle isotrope

$$\frac{\partial^4 \zeta}{\partial x^4} + 2\,\frac{\partial^4 \zeta}{\partial x^2\,\partial y^2} + \frac{\partial^4 \zeta}{\partial y^4} = \frac{p}{E.J}\left(1 - \frac{1}{m^2}\right). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

C'est pourquoi M. T. Huber [2] recommande, lorsqu'il s'agit de dalles orthogonales, c'est-à-dire de dalles dont les armatures sont parallèles aux côtés de la dalle, de faire intervenir la notion de la dalle orthotrope, en adoptant des rigidités différentes suivant les directions X et Y, soit $E_x . J_x$ et $E_y . J_y$. On obtient alors pour l'équation de la surface élastique:

$$E_x . J_x \frac{\partial^4 \zeta}{\partial x^4} + \frac{E_x . J_x + E_y J_y}{m} \cdot \frac{\partial^4 \zeta}{\partial x^2\,\partial y^2} + E_y\,J_y . \frac{\partial^4 \zeta}{\partial y^4} = p\left(1 - \frac{1}{m^2}\right). \quad . \quad . \quad (13)$$

M. Ritter [3] a montré par le calcul que, dans le deuxième stade de déformation, et pour la section de la dalle comportant une zone de béton travaillant à la compression et une zone de fers travaillant à la traction, avec un moment d'inertie théorique J_1, il faut remplacer le coefficient d'allongement transversal m couramment employé, par un coefficient théorique :

$$m_1 = \frac{m}{m - \frac{J}{J_1} \cdot (m-1)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

Dans les conditions de réalisation normales des armatures, ce nouveau coefficient atteint des valeurs 3 ou 4 fois plus fortes que m. Les termes de

1. Leitz-Graz. Berechnung kreuzweise bewehrter Platter. Bauingenieur, 1925, p. 920.
2. M.T.Huber. Varsovie. Ueber die genaue Biegungsgleichung einer orthotropen Platte in ihrer Anwendung auf kreuzweise bewehrte Betonplatten. Bauingenieur, 1925.
3. M. Ritter. Zurich. Die Anwendung der Theorie elastischer Platten auf den Eisenbeton. Rapport présenté à la deuxième Réunion Internationale des Ponts et Charpentes. Vienne, 1929, p. 644 (Julius Springer, éditeur, Vienne).

l'équation (13) dans lesquels le coefficient m doit être remplacé par le coefficient m_1 (par exemple, pour $m = 6$, on remplacera m par $m_1 = 18$ à 24), ces termes n'exercent pas une influence appréciable, de sorte que l'on peut supposer $m_1 = \infty$ et qu'en partant de l'équation de la surface fléchie dans le cas de la décomposition en tranches (voir l'équation (3)) :

$$E_x . J_x . \frac{\partial^4 \zeta}{\partial x^4} + E_y . J_y . \frac{\partial^4 \zeta}{\partial y^4} = p \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (15)$$

Comme les coefficients de rigidité varient d'un point à l'autre, les valeurs de E.J., qui sont tout d'abord estimées, de maille en maille, au cours de la première série de calculs dans la méthode d'approximation, doivent être rectifiées à la reprise du calcul des valeurs des moments fléchissants.

En se basant sur l'exemple de la dalle carrée, reposant librement sur ses quatre appuis, Ritter a montré que pour les trois cas, pour lesquels le rapport entre le coefficient de rigidité au centre de la dalle et sur ses bords est égal successivement à : 1 — 1,5 — 2, les moments au centre sont respectivement égaux à :

$$\frac{q\,l^2}{13{,}7} \text{ (voir éq. 2)}; \quad \frac{q\,l^2}{17{,}3}; \quad \frac{q\,l^2}{2\,\pi^2} = \text{environ } \frac{q\,l^2}{20}$$

Il n'est donc pas légitime d'appliquer la théorie de la dalle homogène de rigidité constante pour le calcul des dalles de béton armées en croix, car la résistance à la distorsion est alors surestimée et il n'est pas tenu compte de l'influence de soulagement importante qui s'exerce aux endroits exposés à la suite de la diminution de la rigidité à la flexion.

Il s'agit ici d'une influence spontanée de soulagement des points de la dalle qui sont les plus chargés, par suite d'une modification plus importante de la forme de la dalle (voir figures 7, 8, 15, 17), donc d'une augmentation de plasticité, grâce à laquelle la répartition des moments fléchissants, avant la rupture, s'effectue d'une manière plus uniforme sur la section. Pour étudier des problèmes tels que celui-ci, qui font partie de l'étude de la plasticité [1], on détermine, à partir des charges et des déformations constatées au cours des essais, les écarts qui se manifestent par rapport aux lois linéaires.

IV. Caractéristiques sur lesquelles doit porter l'interprétation des résultats fournis par les essais des dalles en béton armé.

Pour pouvoir tirer des conclusions générales précises du grand nombre de chiffres que donnent les essais sur les dalles de béton armé, il importe de dégager toute une série de caractéristiques déterminées.

1. *Sécurité de fissuration* ν_R. La sécurité de fissuration ν_R peut être définie

1. W. Gehler. Festigkeit, Elastizität u. Schwinden von Eisenbeton. 2e Réunion Intern. pour l'Essai des Matériaux. Zurich, 1931, p. 10. Il serait intéressant d'étudier le travail de déformation, ainsi qu'on le fait pour le diagramme de tension des aciers, où un allongement correspond, dans le domaine plastique, à un recul dans la variation du taux de travail. (Voir Gehler : Sicherheitssgrad und Beanspruchung, 2e Réunion Intern. des Ponts et Charpentes. Vienne, 1928, p. 224. Julius Springer, Vienne.)

par le rapport entre la charge pour laquelle se produit la fissuration, soit q'_R et la charge admissible, soit q'_{zul}, que l'on désigne souvent également sous le nom de charge utile. On a par suite :

$$\nu_R = \frac{q'_R}{q'_{zul}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

de même que l'on a pour la sécurité à la rupture :

$$\nu_B = \frac{q'_B}{q'_{zul}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

2. *Tendance relative à la fissuration*[1] α. — La tendance relative à la fissuration peut être définie par le rapport entre la charge de rupture, soit :

$$\alpha = \frac{q'_R}{q'_B} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

3. *La caractéristique* β *de traction du béton.* — La caractéristique de traction du béton, soit β, pour les dalles carrées, est définie par la charge totale de fissuration Q_R et le moment résistant d'une section homogène de béton armé, le long de la diagonale, dans la phase I de l'essai, moment qui peut être caractérisé par $W = \frac{l\sqrt{2}\,d^2}{6}$ en première approximation. Les différences entre les armatures d'importances diverses n'interviennent que fort peu au cours du premier stade ; il n'en sera donc pas tenu compte au premier abord. En ce qui concerne le moment statiquement déterminé par rapport à la section diagonale, on a, pour une charge uniformément répartie (d'après l'équation 8) :

$M_D = \frac{1}{24} Q_R\, l\sqrt{2}$ de sorte que l'on obtient, pour la caractéristique moyenne de traction du béton, et uniquement pour servir de terme de comparaison :

$$\beta = \frac{M_D}{W} = \frac{1}{4} \cdot \frac{Q_R}{d^2} = \text{approx. } \sigma_{bz} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (19)$$

Toutefois, le moment fléchissant ne se répartit pas uniformément sur toute la section diagonale de la dalle ; ce chiffre ne doit donc être considéré que comme une valeur moyenne.

4. *Taux de travail* γ *des armatures sur la diagonale.* — Pour les dalles carrées, la caractéristique de travail des fers peut être déterminée d'une manière approximative ainsi qu'il suit. Si l'on désigne par : $F e_x + F e_y$ la somme de toutes les sections des armatures dans la partie inférieure de la dalle ; dans les direction X et Y ; $z = 0{,}89\ h$ le bras de levier des efforts internes, le moment des efforts internes est défini par :

$$M_i = [(F e_x + F e_y) \cos\varphi \,.\, \sigma_e] \,.\, 0{,}89\ h.$$

Dans les dalles carrées, l'angle φ, qui désigne l'angle entre les fers et la diagonale, est égal à 45°. En remplaçant

$$M_i \text{ par } M_i = M_D = \frac{1}{24} Q_B\, l\sqrt{2} \quad \text{et } \cos\varphi \text{ par } \frac{\sqrt{2}}{2}$$

on obtient :

$$\gamma = \text{approx. } \sigma_e = \frac{1}{10{,}7} \cdot \frac{Q_B\, l}{(F e_x + F e_y)\, h} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (20)$$

1. Au tableau désigné par « Coeff. caractéristique pour fissure-rupture ».

En fait, le moment fléchissant ne se répartit pas d'une manière uniforme sur toute la section diagonale ; de plus, l'hypothèse courante au sujet de la valeur du bras de levier des efforts internes $z = 0{,}89\ h$, dans le cas de la rupture d'une dalle, par traction, peut ne pas être justifiée ; par suite, cette caractéristique ne doit être considérée que comme une valeur de première approximation pour le taux moyen de travail des armatures.

5. *Caractéristique de fléchissement*, δ. — Ainsi qu'il résulte des essais de Stuttgart, aussi bien que des essais de Dresde, la courbe des fléchissements en fonction des charges (fig. 7) se compose toujours de deux droites (voir également fig. 18). On admettra donc les valeurs δ_I et δ_{II} comme caractérisant les accroissements des déformations, dans les phases respectives I et II, qui correspondent à un accroissement de la charge $\Delta\, q' = 1\ t$ par m².

Ces valeurs définiront la rigidité ou la plasticité de la dalle. Le coude R de cette courbe correspond à la charge de fissuration c'est-à-dire q'_R. Les angles entre ces deux portions rectilignes de la courbe et la direction de l'axe des ζ (fléchissements) sont proportionnels aux coefficients dits de rigidité EJ, car on a ici : $Q = q'\, l^2$ et $\zeta = C.\dfrac{Q\, l^3}{EJ}$ donc $EJ = \dfrac{q'}{\zeta} \times$ une constante [1].

6. *Taux de travail des fers au centre de la dalle.* — En se basant sur les résultats des essais de Dresde (voir figure 18), la mesure des allongements des fers donne des courbes analogues (figure 8). A partir de ces courbes, on peut définir deux coefficients ε_I et ε_{II} qui caractérisent l'accroissement du taux de travail des armatures, dans le centre de la dalle, pour un accroissement de la charge égal à : $\Delta\, q' = 1$ t par m² dans chacune des deux phases I et II de la déformation.

7. *Coefficient de comparaison des moments dus aux efforts principaux.* — Cette caractéristique est déterminée d'après les résultats des essais effectués sur des éléments de comparaison constituée, à Dresde aussi bien qu'à Stuttgart, par des bandes de 50 centimètres de large, que l'on a supposé découpées dans la région centrale des dalles, suivant la direction des armatures inférieures. Ces éléments ont été préparés avec les mêmes matières premières que les dalles elles-mêmes ; elles ont été chargées de la même manière et ont subi des essais allant jusqu'à la fracture, comme de simples poutres reposant sur deux appuis.

Si l'on compare la charge de rupture $q_{B.\,(Str)}$ d'un élément ci-dessus, à la charge de rupture obtenue pour une dalle, $q_{B.\,(Pl)}$ à égalité de section, on obtient un coefficient de comparaison qui indique quel est l'excédent de capacité de charge qu'accuse la tranche de 0,50 m. de large de la dalle, par rapport à la capacité de charge de l'élément d'essai ci-dessus, grâce à la répartition des efforts dans les deux dimensions.

Le moment fléchissant de l'élément statiquement déterminé est :

$$M_{B\,(Str)} = \frac{q_{B\,(Str)} \cdot\, l^2}{8} \text{ et le moment correspondant pour la dalle est :}$$

$$M_{B\,(Pl)} = \frac{q_{B\,(Pl)} \cdot\, l^2}{x}$$

1. Voir renvoi 1, page 224.

On a, par suite, en égalant ces deux valeurs, le coefficient :

$$\varkappa = \frac{1}{x} = \frac{M_{B\,Str.}}{q_{B\,(Pl)} \cdot l^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (21)$$

V. Les essais de dalles de Stuttgart.

Les fascicules 30 et 56, de 1915 et 1926, des Publications de la Commission Allemande du Béton Armé contiennent des rapports de C. Bach et de O. Graf sur les essais qui ont été effectués à Stuttgart, sur 42 dalles carrées de 2 mètres de côté, ainsi que sur 11 dalles rectangulaires de 2×3 et de 2×4 mètres et, en outre, sur 3 dalles continues, reposant sur 2 panneaux carrés d'appui. Toutes ces dalles étaient appuyées librement sur tous leurs côtés, leurs angles pouvant se soulever librement. Ces essais ont été décrits par E. Mörsch, dans Der Eisenbetonbau [1]. Ces essais sont commentés dans les lignes qui suivent, par comparaison avec les essais de dalles qui ont été effectués à Dresde.

A. Dalles carrées.

Les cotes et les résultats des essais sur les 10 séries sont groupés dans le tableau 1. Les dalles ont été soumises, non pas à l'action d'une charge supposée uniformément répartie, mais en réalité à 16 charges individuelles réparties sur leur surface (figure 9 *a*).

Le tableau II indique les valeurs caractéristiques obtenues à partir des résultats des essais de Stuttgart. Ces dalles n'ont pas été calculées pour une charge utile déterminée ; par suite, les valeurs de q'_{zul} et celles de ν_R et de ν_B (équations (16) et (17), ne sont pas indiquées. Il en est de même pour les valeurs de ε_I et de ε_{II} (accroissements des efforts dans les armatures, voir figure 8), les allongements dans les fers n'ayant pas été mesurés directement.

Les résultats pratiques les plus importants qu'ont fourni les essais de Stuttgart sont indiqués ci-dessous :

1. *Processus de fissuration et de rupture.* — Les premières fissures dans le béton se sont produites à la surface inférieure et dans le milieu des dalles, parallèlement à leurs bords, ou suivant les diagonales ; ultérieurement, d'autres fissures se sont produites dans les autres parties des dalles, toujours à la surface inférieure. On a désigné sous le nom de « bâillement » de la fissure un élargissement de cette fissure d'environ 1 millimètre et on a considéré que la limite d'élasticité des armatures était atteinte pour cette valeur du bâillement. Les premiers bâillements des fissures se sont également produits vers le centre des dalles, sur la surface inférieure et, d'une manière générale, suivant une direction parallèle aux bords ; dans les autres parties des dalles, ces bâillements se sont produits à nouveau suivant la direction des diagonales. Quoique les angles n'aient pas été maintenus en position d'une manière rigide, on a toutefois constaté des fissurations, à la surface des dalles et dans des directions perpendiculaires aux diagonales, ces fissurations étant provoquées par la trac-

1. E. Mörsch. Der Eisenbetonbau, 6e édition, 1929. Stuttgart, 1er volume, 2e partie, pages 403 à 442.

tion. Ultérieurement, des ruptures dues à la compression se sont manifestées à la surface supérieure, au-dessus des principales fissures de traction visibles à la surface inférieure le long des diagonales. Les figures de fissuration sont tout à fait semblables à celles qui ont été obtenues au cours des essais de Dresde (voir figure 15).

2. *Répartition des efforts dans les dalles.* — La répartition des efforts qui s'exercent dans les dalles peut être mise en évidence, en divisant la dalle en trois éléments qui interviennent d'une manière différente dans leur participation à ces efforts (figure 10). Les premières fissures se produisent dans la région centrale des dalles, soit « a b c d » et sur la face inférieure. Ici aussi, la limite d'élasticité des fers est dépassée dès le début. Les éléments d'angle « e f » accusent, sur la face inférieure, des fissures orientées suivant la direction des diagonales; puis, en fin de compte, il se produit sur la face supérieure une destruction du béton par compression. Au cours des essais de Stuttgart, les angles des dalles n'étaient pas maintenus; il en résulte que l'influence de porte à faux des éléments « g h » ne s'exerce que partiellement; ils constituent, avec les éléments d'angle « e f » un ensemble rigide à trois dimensions qui s'oppose à une flexion libre telle qu'elle se produirait dans une dalle circulaire. Cette contrainte intérieure se manifeste d'une manière très nette par les fissures d'angle que l'on constate à la surface supérieure des dalles suivant la direction « e f ».

3. *Armatures.* — Les armatures qui se trouvent dans les deux bandes médianes (a b c d) de la dalle présentent une importance capitale pour la capacité de charge de cette dalle et pour l'apparition des premières fissures, ainsi qu'il résulte de la considération de la caractéristique γ (tableau II, colonne 7). En outre, la comparaison des dalles 3 et 5, qui ont une même épaisseur et une même densité d'armatures au centre (tableau I, colonnes 5 et 11), montre que c'est la totalité de l'armature de la face inférieure (tableau I, colonne 9) qui détermine la capacité de la charge. La diminution de l'importance de l'armature totale, pour la dalle 5, par rapport à la dalle 3, qui atteint 17 %, conduit à une réduction de 11 % sur la charge max. (tableau II, colonne 3). Il en résulte que la capacité de charge de la dalle n'est pas seulement déterminée par l'importance des armatures des tranches médianes a b c d, mais aussi par celle des armatures des bords; par suite, la rigidité à la distorsion intervient encore, même lorsque les angles de la dalle peuvent se soulever.

Il est donc à recommander d'armer de la même manière la totalité de la face inférieure de la dalle, les éléments en bordure devant recevoir une armature aussi forte que les tranches médianes.

4. *Dalles armées en diagonale.* — Les dalles armées suivant les diagonales (séries 7 ou 8) donnent, en ce qui concerne la charge de rupture (tableau II, colonne 3), des résultats identiques à ceux que donnent les dalles correspondantes qui sont armées parallèlement aux directions des bords (séries 3 et 4).

5. *Tendance relative à la fissuration.* — L'examen de la caractéristique de tendance à la fissuration α ou rapport entre la charge de fissuration et la charge de rupture montre (tableau II, colonne 4), que pour les dalles armées suivant les directions de leurs bords, les fissures se produisent, dans la zone de béton travaillant à la traction, pour une charge atteignant environ, en moyenne,

32 % de la charge de rupture (séries 1 à 6). Par contre, pour les dalles très fortement armées (séries 9 et 10), la fissuration se produit, en moyenne, pour une charge n'atteignant que 21 % de la charge de rupture, par suite de l'affaiblissement de la partie du béton soumise à la traction.

6. *Taux de traction du béton* β. — Le taux de travail du béton à la traction a été calculé en admettant une répartition uniforme du moment sur la diagonale; il oscille entre 21 et 33 kg par cm²; il correspond donc aux valeurs courantes de résistance du béton à la traction (tableau II, colonnes 5 et 6).

7. *Taux de travail des armatures* γ. — Ce taux de travail a été déterminé en partant de la même hypothèse en ce qui concerne la répartition du moment sur la diagonale (tableau II, colonne 7); il est très nettement influencé par la formation des fissures avant la rupture et varie entre 42 et 62 kg par mm². Si l'on détermine le rapport entre cette caractéristique de travail des armatures et la limite d'élasticité correspondante des fers d'armature, rapport que l'on désigne sous le nom de « facteur de plasticité » [1], on constate que ce facteur varie entre 1,14 et 1,78. Il dépend très nettement, ainsi qu'on le sait, de la manière dont la rupture se produit, ainsi que des conditions locales.

8. *Caractéristique de fléchissement* δ. — Cette caractéristique (tableau II, colonnes 9 et 10) montre que pour les séries 1 à 6 (voir figure 7), l'accroissement du fléchissement, dans la phase I, et pour une augmentation de charge de 1 t par m², n'est que de 1/10 à 1/15 de ce qu'il est pour une même augmentation de la charge dans la phase II. On constate donc, pour les dalles, et par rapport aux poutres chargées suivant une seule dimension, l'avantage d'un plus faible fléchissement au-dessous de la charge de rupture.

9. *Comparaison des moments au milieu.* — Cette caractéristique a été déterminée par la comparaison des résultats d'essai sur les éléments de dalles; on arrive à la valeur moyenne de :

$$M = \frac{1}{21,7} q l^2$$

pour les dalles carrées qui ont été essayées avec leurs angles non maintenus et pour une charge uniformément répartie; on en déduit ce résultat extrêmement intéressant pour la pratique, par rapport aux résultats que donnent les deux premières méthodes de calcul par décomposition en tranches, soit : $M_m = \frac{1}{13,7} q l^2$ (équation 2) et $M_m = \frac{1}{16} q l^2$ (équation 4) que, dans les dalles de béton armé en croix et même lorsque les angles peuvent se soulever, la résistance à la distorsion, ou la réduction de la rigidité de flexion, concourt à l'influence favorable de la tendance à la plasticité dans la phase II (voir III, 2).

B. Essais de Stuttgart sur dalles rectangulaires.

Ces essais ont eu pour but de déterminer l'influence des dimensions respectives de la dalle (étroitesse) sur la manière dont elle se comporte, ainsi que

1. Voir page 12 du rapport mentionné au renvoi 1, page 230.

l'influence relative des armatures longitudinales et transversales sur la charge de rupture. Les résultats obtenus sont les suivants :

1. Les premières fissures se sont produites aux points d'intersection E et F des bissectrices (fig. 11). Les phénomènes de fissuration de ces dalles rectangulaires montrent d'une manière très nette que la pièce ne se comporte réellement comme une dalle que dans les régions « ADMJ » et « CBKL ». Dans le reste de la pièce soit la région « JKLM », elle se comporte comme une poutre reposant sur deux appuis.

2. Les essais décrits dans le fascicule 56, de 1926, des Publications de la Commission Allemande du Béton Armé concernent des dalles de 2 × 4 mètres donc à grande portée ; ils ont eu pour but de déterminer l'influence des armatures longitudinales et transversales ; les résultats obtenus sont les suivants :

Dalle	Densité des armatures		Poids des armatures	Charge maximum	Rendement des armatures
	f_{ex} $l = 2$ m.	f_{ey} $l = 4$ m.	Ge kg.	P_m kg.	P_m/Ge
	cm 2/m				
a	f_e	f_e	55,7	35.000	628
b	f_e	$f_e/2$	42,7	31.000	726
c	f_e	$f_e/4$	36,5	29.000	794
d	f_e	0	33,2	28.000	870
e	1,82 f_e	0	57,8	48.000	830

Ces résultats montrent que l'on a obtenu la meilleure utilisation des armatures dans les dalles *d* et *e*. D'après les Règlements allemands, les moments au centre M_x et M_y sont entre eux dans le rapport de l^2_y à l^2_x. La dalle *c*, pour laquelle $f_{ey} : f_{ex} = 1 : 4$ répondrait donc à ces prescriptions.

En comparant les charges de rupture des dalles avec celles des éléments supposés découpés (voir IV, 7), on obtient de la même manière que pour les dalles carrées une valeur du moment au centre ; dans les dalles *d* et *e* également, qui n'ont pas d'armatures longitudinales, on a obtenu : $M_x = \frac{q\,l^2}{10}$ contre $\frac{q\,l^2}{8}$ pour les éléments étroits supposés découpés.

Ces essais montrent donc que les dalles armées sur une seule direction ont également une capacité de charge plus élevée que les éléments de dalles, que ce soit à cause d'une résistance, même faible, à la distorsion, ou à cause d'une diminution de la rigidité au fléchissement, c'est-à-dire par une augmentation de plasticité dans la phase 2, augmentation qui se manifeste plus nettement sur les dalles reposant sur leurs quatre bords que sur les éléments de dalles supposés, et qui ne reposaient que sur leurs deux extrémités (voir III, 2).

VI. Les essais de dalles de Dresde.

Au Laboratoire d'essai des matériaux de Dresde, de la Commission allemande du béton armé, on a procédé, de 1927 à 1930, à des essais de rupture portant, au total, sur 22 dalles de béton armé carrées, de 3 mètres de portée et sur quatre dalles de 2 mètres de portée. En outre, pour les séries 1 à 4 et 6, 8, 9, on a préparé des éléments de comparaison que l'on a considérés comme découpés dans la région médiane d'une dalle et auxquels on a également fait subir des essais allant jusqu'à la rupture, en les traitant comme des poutres reposant sur deux appuis (voir tableau III) [1].

Ces essais ont été poussés plus loin que les essais de Stuttgart, ainsi qu'il est indiqué ci-après. Toutes les dalles, à l'exception des séries 8 et 9, qui servent de termes de comparaison avec les essais de Stuttgart, ont été calculées d'après une méthode de calcul déterminée (tableau III, colonne 4), pour les charges utiles indiquées dans la colonne 8, et munies d'armatures correspondantes (voir par exemple, figure 12). Pour se rapprocher, dans toute la mesure du possible, des conditions de la pratique, on a choisi une portée de 3 mètres, sauf pour les dalles des séries de comparaison 8 et 9, qui ont été essayées, de même que toutes les dalles de Stuttgart, pour une portée de 2 mètres. La disposition adoptée pour exécuter ces essais permettait, pour la portée de 3 mètres, de pousser le nombre des points d'application des charges jusqu'à 64 pour chaque dalle, de manière à réaliser une charge aussi uniformément répartie que possible (voir figure 9 b par comparaison avec la figure 9 a). Enfin, les allongements des armatures ont été mesurés directement.

A. Dalles des séries 1 à 4, 6, 8 et 9, reposant sur des rouleaux sur leurs quatre côtés.

Les caractéristiques tirées des essais de Dresde sont groupées sur le tableau IV.

1. *Sécurité de fissuration.* — La sécurité de fissuration (colonne 4) varie pour les séries 1 à 4 et la série 6, de :

$$\nu_R = \frac{q'_R}{q'_{zul}} = 1{,}36 \text{ à } 2{,}05 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (22)$$

et est, en moyenne, de 1,8. (colonne 4)

Ce premier résultat capital des essais de Dresde démontre la supériorité des dalles armées en croix, sur les poutres en béton armé, pour lesquelles on a en effet : (figure 20)

$$\nu_R = \frac{\sigma_{c\,R}}{\sigma_{c\,zul}} = \text{environ } \frac{6}{12} = 0{,}5$$

2. *Sécurité à la rupture.* — La sécurité à la rupture (colonne 5) atteint ici :

$$\nu_B = \frac{q'_B}{q'_{zul}} = 4{,}24 \text{ à } 5{,}75 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (23)$$

1. Un rapport détaillé sur ces essais a été publié par W. Gehler, M. Amos et M. Bergsträsser, dans un fascicule des publications de la Commission allemande du béton armé, Berlin, Wilhelm Ernst et Sohn, 1932.

et est, en moyenne, de 4,9. Elle est donc sensiblement plus élevée que celle de 2,5 à 3 que donnent les poutres en béton armé à armatures légères [1].

3. *Tendance relative à la fissuration.* — La tendance relative à la fissuration atteint, pour les séries du tableau (colonne 6) :

$$\alpha = \frac{q'_R}{q'_B} = 32{,}2 \text{ à } 42{,}0\ \% \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (24)$$

et, en moyenne, 37 %.

En tenant compte des résultats des essais de Stuttgart, on peut donc admettre une valeur minimum de $\alpha = 1/3$ (voir IV, 5).

4. *Taux de traction du béton.* — En admettant une répartition uniforme du moment fléchissant suivant la diagonale, on trouve, comme valeur moyenne (colonne 7) :

$$\beta = \frac{1}{4} \cdot \frac{Q_R}{d^2} = 22{,}3 \text{ à } 36{,}0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (25)$$

et, en moyenne, 30,2 kg par cm².

Cette valeur correspond aux résultats des essais de Stuttgart (voir V, 6) et aux valeurs courantes pour la résistance du béton à la traction de flexion ; on a en effet trouvé sur des poutres fléchies de 45 × 10 × 10 cm des valeurs de 27,2 à 47,9 en moyenne, de 35,2 kg par cm².

5. *Taux de travail des armatures.* — L'ordre de grandeur du taux de travail des armatures à la rupture (colonne 8) est de :

$$\gamma = \frac{1}{10{,}7} \cdot \frac{Q_B \cdot l}{(Fe_x + Fe_y) \cdot h} = 41 \text{ à } 58 \text{ kg. par mm}^2 \quad \ldots\ldots \quad (26)$$

et, en moyenne 44 kg par mm², pour une limite d'écoulement de 32,5 à 34,2 kg. par mm². Pour cette détermination, on n'a pas tenu compte de la valeur de $\gamma = 67{,}8$ kg par mm² correspondant au treillis en fil d'acier de la série 9, à cause de la valeur sensiblement plus élevée de 56 kg par mm² de la limite d'écoulement correspondante.

Le rapport entre le taux γ et la limite d'écoulement, soit $\frac{\gamma}{\sigma_s}$ qui est très important en ce qui concerne la notion de la plasticité du béton armé, varie suivant la colonne 9 et pour des dalles se rapprochant davantage des dimensions courantes (portée de 3 mètres) de 1,33 à 1,79, soit en moyenne, 1,57 tandis que pour des dalles de 2 mètres de portée (séries 8 et 9) ce rapport atteint 1,20, ce qui concorde d'ailleurs avec les résultats des essais de Stuttgart.

6. *Caractéristique de fléchissement.* — Dans la première phase, les valeurs de δ_I varient régulièrement avec la portée et l'épaisseur des dalles. Les valeurs réciproques sont proportionnelles au coefficient de rigidité EJ (voir figure 14). Des dalles de mêmes épaisseurs et de mêmes portées donnent donc des caractéristiques δ_I équivalentes, malgré les différences dans les armatures. Il en résulte que dans la première phase, les dalles de béton armé se comportent à la déformation, comme des dalles homogènes ou isotropes, ce qui constitue un

1. Voir pages 7 et 14 du rapport mentionné au renvoi 1, page 230.

deuxième résultat capital. Dans la phase II, la caractéristique δ_{II} c'est-à-dire (colonne 11) l'augmentation du fléchissement qui correspond à une augmentation de charge $\Delta q' = 1.000$ kg par m² est, en moyenne, 9 fois plus élevée que pour les dalles de 3 mètres et 5 fois plus élevé que pour les dalles de 2 mètres de la série 8. Un peu avant la rupture, le fléchissement a atteint sa valeur maximum dans les dalles de 3 mètres (série 6 par exemple), soit 210 millimètres, ou le 1/14 de la portée. De telles valeurs du fléchissement sont supérieures à l'épaisseur des dalles (voir par exemple la dalle n° 692 de la série 3, figure 15). Il en résulte que, au voisinage de la rupture, le régime des efforts dans la dalle isotrope se confond avec celui d'une membrane.

7. *Accroissement des efforts dans les armatures.* — Dans la première phase, et pour un accroissement de la charge de 1.000 kg (colonnes 12 et 13), on atteint un accroissement :

$$\varepsilon_I = 0{,}63 \text{ à } 1{,}26 \text{ kg par mm}^2, \text{ soit en moyenne } 0{,}92 \text{ kg/mm}^2.$$

pour les dalles des séries 1 à 4 et 6, calculées pour une charge utile déterminée, tandis que dans la deuxième phase, on atteint :

$$\varepsilon_{II} = 26 \text{ à } 48 \text{ kg par mm}^2, \text{ soit en moyenne } 33 \text{ kg par mm}^2.$$

Le rapport entre ces deux valeurs moyennes est de 1 à 36 environ, car l'influence des fissures locales est évidemment importante (voir figure 16).

8. *Comparaison des moments.* — A la suite des essais effectués sur les éléments supposés découpés et pour les 8 dalles des séries 2 à 4, armées pour résister à la distorsion, on a trouvé pour le moment au milieu :

$$M_m = \frac{q\,l^2}{28{,}1} \text{ à } \frac{q\,l^2}{29{,}4} \quad \text{soit, en moyenne :} \quad M_m = \frac{q\,l^2}{28{,}7} \quad . \; . \; . \qquad (27)$$

Voir colonnes 14 et 15, la caractéristique $\varkappa = \frac{1}{x}$.

Par contre, pour les 6 dalles des séries 1, 6 et 8, calculées d'après la méthode de décomposition par tranches :

$$M_m = \frac{q\,l^2}{21{,}8} \text{ à } \frac{q\,l^2}{23{,}8} \quad \text{soit, en moyenne :} \quad M_m = \frac{q\,l^2}{22{,}7} \quad . \; . \; . \; . \qquad (28)$$

tandis qu'au cours des essais de Stuttgart, on a trouvé comme moyenne pour 28 dalles : $M_m = \frac{q\,l^2}{21{,}7}$

La valeur de la relation (27) doit être comparée avec la suivante :

$$M_m = \frac{q\,l^2}{27{,}4} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \qquad (29)$$

que l'on obtient en effectuant le calcul d'après la théorie de la dalle résistant à la distorsion (voir équation 11). Cette théorie est donc légitime, en ce qui concerne les dalles de béton armé carrées, dans le cas où les angles sont fixes ; par contre l'expression :

$$M_m = \frac{q\,l^2}{20} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \qquad (30)$$

est justifiée dans le cas où les angles ne sont pas maintenus, le calcul étant alors effectué suivant la méthode de décomposition en tranches (voir colonne 16), ce qui constitue un troisième résultat capital.

9. Les figures 17 et 18 représentent quelques systèmes de fissures qui sont, dans les grandes lignes, en concordance avec les résultats des essais de Stuttgart.

B. Dalles encastrées.

Les poutres encastrées (séries 5 et 7 du tableau III) ont été assemblées soit avec des poutres de bordure, avec appuis ponctuels dans les angles (c'est-à-dire avec un encastrement partiel), soit avec des poutres de bordure et des poteaux d'angle (c'est-à-dire avec un encastrement très prononcé). On est ainsi arrivé à ce résultat important que dans les ouvrages avec encastrement, que l'on rencontre le plus souvent dans la pratique, le coefficient de sécurité est encore sensiblement plus élevé que pour les dalles reposant sur leurs quatre bords.

VII. Résumé des résultats obtenus au cours des essais statiques de dalles.

1. La sécurité à la fissuration, pour les dalles armées en croix, est environ 3 fois plus grande que pour les poutres en béton armé ; la sécurité à la rupture est environ 1 1/2 fois plus grande (voir les équations 22 et 23).

2. La limite de fissuration, ou charge de fissuration, correspond, pour les dalles de béton armées en croix, à la limite de proportionnalité dans la charpente métallique, jusqu'à laquelle la loi de Hooke concernant l'élasticité est valable. Jusqu'à la charge de fissuration, les fléchissements dans la dalle croissent linéairement (voir fig. 7 et 14). Dans cette zone, la dalle se comporte comme une dalle isotrope. Tandis que dans l'acier de construction, le rapport entre la limite de proportionnalité et la charge admissible varie entre : $\frac{\sigma_p}{\sigma_{zul}} = \frac{20}{12} = 1{,}67$ à $\frac{20}{16} = 1{,}25$ dans ces dalles en béton armé, et d'après les essais de Dresde, le rapport $\frac{q'_R}{q'_{zul}}$ varie entre 2 et 1,36. De même qu'il est légitime de déterminer les dimensions des charpentes métalliques d'après cette loi d'élasticité de Hooke, il est donc ici également légitime de calculer les dalles de béton armées en croix d'après la théorie de la dalle isotrope et de disposer les fers d'armature en tenant compte des efforts provoqués par les charges admissibles et en admettant un certain coefficient de choc.

3. Dans la deuxième phase, c'est-à-dire après l'apparition des premières fissures, le régime des efforts dans ces dalles est nettement plus compliqué. Dans le voisinage de la fracture, il est déterminé par une superposition des efforts qui correspondent à une dalle rigide à la distorsion et des efforts qui correspondent à la théorie de la membrane. D'autre part, la sécurité à la rupture est, d'après l'équation (23), de 4 à 5, donc relativement élevée ; on peut donc, pour simplifier, se baser sur la théorie de la rigidité à la distorsion, en

ne tenant pas compte de l'effet de membrane, si le calcul doit être effectué pour la rupture, comme c'est généralement le cas pour le béton armé.

4. Dans le cas particulier des dalles carrées reposant librement sur leurs quatre bords, les résultats de ces essais montrent qu'il est légitime de prendre comme base du calcul des moments au milieu les expressions suivantes :

a. dans le cas où les angles ne peuvent pas se soulever :

$$M_m = \frac{q\,l^2}{27,4},$$

ainsi qu'il résulte de la théorie de la rigidité à la distorsion :

b. dans le cas où les angles peuvent se soulever :

$$M_m = \frac{q\,l^2}{20}$$

5. La disposition des armatures présente une importance capitale dans le mode de formation des fissures correspondant à la rupture, ainsi que pour la valeur de la charge de rupture ; on peut en effet mettre en évidence l'existence de différentes zones utiles particulières constituant en somme, ainsi que le montre la figure 10, trois types d'éléments intervenant dans la résistance propre de la dalle : les éléments médians en croix ; les éléments d'angles et, pour les dalles dont les angles sont fixes, les éléments travaillant en porte à faux.

6. L'encastrement des bords des dalles au moyen de poutres de bordure, avec ou sans poteaux d'angle, s'est montré très efficace ; ce dispositif conduit à une augmentation notable du coefficient de sécurité, même lorsque l'on ne prévoit pas d'armatures de distorsion.

VIII. Prescriptions concernant les dalles dans les nouveaux règlements allemands pour le béton armé de 1932 [1].

En se basant sur les résultats des essais de Dresde et de Stuttgart, et d'après les propositions de l'auteur, ces nouveaux règlement distinguent les cas suivants :

1. *Cas général.* — Dalles rectangulaires armées en croix qui sont assemblées d'une manière rigide avec les panneaux voisins, ou avec des poutres de bordure : aucune armature de distorsion particulière n'est nécessaire. Ces dalles peuvent être calculées d'après la méthode d'approximation de H. Marcus, indiquée au paragraphe II, 5 c'est-à-dire dans le cas d'une dalle carrée reposant librement sur ses quatre bords et pour une charge q uniformément répartie, d'après la relation (11) donnant le moment au milieu :

$$M_m = \frac{q\,l^2}{27,4}$$

2. Dans le cas où, *exceptionnellement*, les dalles ne sont pas assemblées

1. Règlements de la Commission Allemande pour le Béton Armé. Partie A, chapitre 23. D.I.N. 1045. Dalles armées en croix.

d'une manière rigide avec les panneaux voisins ou avec des poutres de bordure (comme par exemple, dans le cas des deux dalles de couverture d'un puits, ou des angles libres d'une dalle de plancher), on peut faire intervenir le coefficient de réduction ν de l'équation (10) dans son intégralité, à condition d'assurer la sécurité des angles et la résistance aux moments de distorsion de la manière suivante : on prévoiera, sur une largeur égale à 1/5 l_{max}, pour la face inférieure, parallèlement aux bords ou perpendiculairement à la direction de la diagonale et pour la face supérieure, parallèlement à la diagonale, la même section de fers d'armature, par mètre de largeur que celle que comporte la région le plus fortement armée (f_{ex}) du milieu de la dalle (armature fixe).

3. Dans le cas exceptionnel indiqué ci-dessus, on a encore la possibilité (par exemple lorsqu'il s'agit d'ouvrages simples) de renoncer à prévoir une armature spéciale de distorsion, en multipliant le moment $\mathfrak{M}_{x\,max}$ de l'équation (10) non plus par le coefficient de réduction ν lui-même, mais par le coefficient

$$\frac{1+\nu}{2}$$

qui implique une réduction moins importante.

Dans le cas (voir équation (11)) d'une dalle reposant librement sur ses quatre bords, on a alors :

$$M_m = \frac{1+\nu}{2} \cdot \mathfrak{M}_{x\,max} = \frac{1{,}584}{2} \cdot \frac{q\,l^2}{16} = \frac{1}{20{,}2} \cdot q\,l^2 = \text{environ}\,\frac{q\,l^2}{20},$$

valeur qui se trouve en concordance avec les résultats des essais sur les dalles calculées d'après la méthode de la décomposition en tranches (essais de Dresde).

Dans ce même cas exceptionnel, on peut également, en se basant sur un calcul exact des moments de distorsion, réaliser une économie sur les fers de distorsion, par rapport aux armatures fixes exigées sous (2) ; on pourra alors faire intervenir le coefficient de réduction ν dans son intégralité.

4. Pour les charges isolées, on peut de même employer la méthode d'approximation de H. Marcus.

IX. Essais dynamiques des dalles.

A. Les buts des essais dynamiques.

L'étude dynamique des dalles peut tout d'abord répondre aux deux buts suivants :

1. *Détermination de la fréquence propre ν_0 d'oscillation de la dalle.* — Cette détermination peut permettre d'éviter les phénomènes de résonance qui pourraient se produire par suite des impulsions régulières de même fréquence que fournissent, par exemple, les vibrations communiquées par le sol ou par les charges constituées par des machines. L'étude théorique ne permet pas encore de déterminer d'une manière exacte les périodes d'oscillation propre des dalles ou des systèmes constitués par des dalles, en se basant uniquement sur des

considérations analytiques. Pour progresser dans cette voie, on devra tout d'abord déterminer les périodes propres d'ouvrages effectifs ; on étudiera ensuite les similitudes de ces ouvrages et de ceux que l'on se propose d'établir, ou de leurs éléments ; on pourra ensuite, en tenant compte de ces similitudes, déterminer l'ordre de grandeur des périodes propres cherchées. Une manière très simple de provoquer les oscillations des dalles consistera à faire tomber sur elles de petits corps pesants de dimensions appropriées ; l'enregistrement des oscillations, d'ailleurs très rapidement amorties, pourra se faire au moyen d'un sismographe sensible. Les mesures permettent également de déterminer l'importance de l'amortissement des oscillations fondamentales ; cette notion de l'amortissement permet de se faire une idée des résistances d'origines interne et externe au mouvement, ainsi que de l'état dans lequel se trouve la construction.

2. *Étude des déformations.* — On peut se proposer, en outre, de déterminer les déformations que subissent les systèmes constitués par des dalles sous l'influence de charges déterminées ; cette détermination permettra de contrôler les calculs et en particulier les hypothèses qui servent de point de départ. L'exécution d'essais de cet ordre suppose la connaissance préalable de la fréquence d'oscillation ; la fréquence d'excitation doit en effet être suffisamment au-dessous de la fréquence propre, afin que le rapport entre les amplitudes A dues aux efforts dynamiques et a dues aux charges statiques soit aussi faible que possible. Le diagramme de la figure 19 indique les variations du rapport $\frac{\omega}{\nu_0}$ de la fréquence d'excitation à la fréquence propre en fonction du rapport $\frac{A}{a}$ des amplitudes et du décalage φ de phases entre les oscillations d'excitation et les oscillations propres. Jusqu'à une valeur d'environ $\frac{\omega}{\nu_0} = 0{,}5$ on peut admettre que la dalle est pratiquement soumise à un régime statique de charge, car A et a sont très peu différents l'un de l'autre. Des oscillations de cet ordre peuvent provoquer les mêmes déformations que des charges statiques.

Cette méthode présente des avantages extrêmement importants par rapport aux mesures purement statiques, de déformations. Pour réaliser des charges statiques, il faut toujours faire intervenir des charges plus importantes, ce qui conduit souvent à de grosses difficultés pratiques et à des frais élevés. Il est, en outre, très difficile de trouver des appareils de mesure (systèmes de miroirs, tensomètres, etc.) ; qui soient parfaits et dont les repères ne se dérèglent pendant la durée des essais, par suite des influences calorifiques et des vibrations. Pour les essais dynamiques, il suffit en général d'une source d'excitation peu importante et d'ailleurs mobile ; les mesures au sismographe ne nécessitent pas un point de repère invariable.

B. Essais dynamiques de dalles effectués sur une construction.

Au cours de la construction de la nouvelle usine Ford de Cologne, des essais dynamiques ont été effectués pour le compte de la Commission Allemande du

Béton Armé, par le Bureau d'Essai et de Contrôle des Matériaux, de Dresde et par la Division de Mécanique de l'Institut Heinrich Hertz, de Berlin [1].

Le plancher-champignon de 52 cm. d'épaisseur ayant fait l'objet des essais est constitué par $3 \times 4 = 12$ panneaux carrés ; les appuis sont distants de 12,20 mètres (voir figure 20). Les observations ont été effectuées dans le panneau ABCD et les mesures ont porté sur la zone ABEF. La fréquence propre d'oscillation du plancher a été déterminée par la chute d'un poids de 70 kg., à partir d'une hauteur de 60 cent., et avec une fréquence $\nu_0 = 13{,}3$ hertz. Ensuite, le plancher a été soumis à un régime d'oscillations sinusoïdales de fréquence $\omega = 4{,}8$ hertz, au moyen d'une machine de mise en oscillation système Losenhausen, de Düsseldorf, machine à développer un effort d'excitation de 10 tonnes, à une fréquence maximum de 12 hertz.

On avait ainsi :

$$\frac{\omega}{\nu_0} = \frac{4{,}8}{13{,}3} = 0{,}36.$$

On a déterminé l'amplitude des oscillations en divers points et on a pu en déduire que l'effort dynamique correspondait à une charge statique isolée d'environ 1.600 kg. On a employé, comme appareils de mesure, un appareil à trois composantes des Askania-Werke, de Berlin, avec enregistrement photographique ainsi qu'un sismographe pour la mesure des composantes horizontales et verticales, avec enregistrement sur papier, modèle des Leunawerke de Merseburg. Les figures 21 *a* 21 *b* traduisent les résultats des mesures.

Si l'on compare la figure de déformation 21 *b*, qui correspond à l'action d'une charge statique isolée de 1.600 kg. avec les résultats trouvés par M. Roš et A. Eichinger, de Zurich [2], par des mesures purement statiques effectuées sur le plancher-champignon de l'entrepôt de la Société pour l'Industrie Chimique, de Bâle (voir figure 22), on constate que les surfaces de déformation présentent une similitude d'allure complète. Malheureusement, les essais de Cologne ont été effectués dans des conditions très défavorables, peu de temps avant la mise en service des locaux et par conséquent dans la hâte de la fin des travaux. On n'a disposé que de deux jours, tant pour la préparation que l'exécution des essais. Au point de vue quantitatif, on ne peut donc considérer ces essais que comme des essais préparatoires, d'une exactitude assez limitée. Toutefois, au point de vue qualitatif, la comparaison avec les essais statiques de Roš-Eichinger montre tout l'intérêt que présente l'essai dynamique des dalles et des planchers-champignons. Le développement ultérieur de cette méthode d'investigation peut contribuer à la détermination de la manière dont se comportent les différents éléments de construction sous l'action des efforts statiques et dynamiques et à résoudre les nombreuses questions qui se posent encore dans le domaine extrêmement important du béton armé.

---

1. L'idée de ces essais revient au Dr. Ing. Reisinger (Obercassel-Siegkreis) et à la Deutsche-Beton-Verein. Les résultats des essais seront publiés prochainement par le Prof. Gehler, de Dresde, et le Prof. Hort, de Berlin, dans une publication spéciale de la Commission Allemande du Béton Armé.

2. Voir le rapport présenté au cours du Premier Congrès International du Béton et du Béton Armé, Liége, 1930. Résultats de mesures de déformations et de tensions sur des dalles-champignons.

Zusammenfassung.

Die beiden hauptsächlichen Fragen bei der Bemessung der kreuzweise bewehrten Platten lauten : Wie gross ist die Riss- und Bruchsicherheit solcher Platten, ferner durch welches statische Berechnungsverfahren kann der verwickelte Spannungszustand in einer Eisenbetonplatte vor und nach der Rissbildung zweckmässig beschrieben werden und wie muss die Bewehrung bemessen und angeordnet sein ? Die bisherigen gebräuchlichen Rechnungsverfahren legen den Trägerrost, das Trägerkreuz oder die drillungssteife isotrope Platte mit festgehaltenen Ecken zu Grunde, die auch bei dem in den Deutschen Eisenbetonbestimmungen empfohlenen Näherungsverfahren von H. Marcus angenommen wird, wogegen im Schrifttum scharfe Einsprüche erhoben wurden.

Zuverlässige Grundlagen für die Bemessung können nur durch Bruchversuche mit Platten von baumässigen Abmessungen gewonnen werden. Der Deutsche Ausschuss für Eisenbeton hat Versuche mit insgesamt 82 Platten durchgeführt und zwar 1915 bis 1926 in Stuttgart mit Platten von 2 m Seitenlänge ohne Festhalten der Ecken und 1927 bis 1930 in Dresden mit Platten von zumeist 3 m Seitenlänge, die sowohl mit als auch ohne Festhalten der Ecken geprüft wurden.

Die Versuchsergebnisse sind im Bericht durch besondere Kennziffern übersichtlich dargestellt. Bis zur Risslast verhalten sich kreuzweise bewehrte Eisenbetonplatten wie isotrope Platten. Dehnungen und Spannungen wachsen linear mit der Belastung. Die Risslast ist im Mittel das 1,8-fache der Nutzlast, ist also etwa 3 mal so gross wie bei Eisenbetonbalken.

Nach dem Auftreten der ersten Risse bildet sich ein verwickelter Spannungszustand aus, der beim Bruch noch durch eine Membranwirkung der Platte überlagert wird. Die Bruchsicherheit ist 4- bis 5-fach, also etwa doppelt so gross wie bei Balken.

Ebenso wie im Stahlbau das Hookesche Gesetz als Grundlage für die Bemessungsrechnung angenommen wird, ist man hier berechtigt, kreuzweise bewehrte Eisenbetonplatten nach der Theorie der isotropen Platte zu berechnen und zu bemessen. Für den Sonderfall der quadratischen Platte darf man mit einem Mittenmoment von $\frac{1}{27,4} q l^2$ für drillungssteife, gegen Abheben der Ecken gesicherte Platten rechnen und mit $\frac{1}{20} q l^2$ für frei aufliegende, nicht eckgesicherte Platten. Dies wurde durch Vergleichsversuche mit Plattenstreifen (Balken) bestätigt. Eingespannte Platten zeigen auch ohne besondere Drillungsbewehrung sehr hohe Sicherheiten gegen Rissbildung und Bruch.

Auf Grund dieser Versuchsergebnisse wurden die Plattenvorschriften der neuen Deutschen Eisenbetonbestimmungen aufgestellt.

Die *dynamische* Untersuchung von Eisenbetonplatten im Bauwerk, wie eine solche 1931 bei einem Fabrikgebäude in Köln vom Deutschen Ausschuss für

Eisenbeton erstmalig und versuchsweise durchgeführt wurde, gibt, bei entsprechender Wahl der Erregerfrequenz, dasselbe Formänderungsbild wie eine *statische* Belastung und ermöglicht es daher, mit einem kleinen und handlichen Schwingungsgerät grössere Belastungsversuche rasch und einfach durchzuführen.

Résumé.

Les deux principales questions que pose le calcul des dalles armées en croix sont les suivantes : Quelle est la sécurité que donnent de telles dalles contre les fissurations et la rupture, et en outre par quelle méthode de calcul statique peut-on définir d'une manière satisfaisante les conditions de charge compliquées auxquelles se trouve soumise une dalle en béton armé avant et après que les fissures apparaissent ? Comment l'armature doit-elle être calculée et réalisée ?

Les méthodes de calcul utilisées jusqu'à maintenant sont basées sur les dispositifs suivants : décomposition en poutres croisées en forme de grille, ou en deux poutres en diagonales, ou enfin calcul de la dalle isotrope résistant à la distorsion, avec fixation des angles. Ce sont ces dispositions qui sont adoptées dans la méthode de calcul approchée de H. Marcus, préconisée dans les Règlements Allemands concernant le Béton Armé et contre laquelle de vives protestations s'élevaient dans la presse technique.

On ne peut arriver à des données de base qui soient satisfaisantes, en ce qui concerne le calcul, que par des essais de rupture portant sur des dalles ayant des dimensions répondant à celles que l'on rencontre en construction. La Commission Allemande pour le Béton Armé a effectué des essais portant sur un ensemble de 82 dalles. Les essais se sont poursuivis de 1915 à 1926, à Stuttgart, avec des dalles de 2 m. de côté, sans fixation des angles ; de 1927 à 1930, les essais eurent lieu à Dresde, avec des dalles ayant, pour la plus grande partie, 3 m. de côté, et qui ont été essayées tant avec que sans fixation des angles.

Les résultats des essais sont mis en évidence, dans le rapport correspondant, par des chiffres caractéristiques. Les dalles en béton armées en croix se comportent, jusqu'à la fissuration, comme des dalles isotropes. Les allongements et les efforts croissent linéairement avec les charges. La charge qui provoque la fissuration est, en moyenne, égale 1,8 fois la charge utile ; elle est donc environ trois fois plus grande que dans les poutres en béton armé.

Après l'apparition de la première fissure, la répartition des efforts devient compliquée et il s'y superpose encore, à la rupture, un « effet de membrane ». La sécurité à la rupture est 4 à 5, soit à peu près le double de celle que donnent les poutres en béton armé.

De même qu'en construction métallique, la loi de Hooke sert de base pour les calculs de dimensions, il est ici légitime de calculer les dimensions des dalles de béton armé munies d'armatures croisées d'après la théorie des dalles isotropes.

Dans le cas particulier des dalles carrées, on peut admettre un moment de

$\frac{1}{27,4} q l^2$ pour les dalles résistant à la torsion et qui sont protégées contre le détachement des angles de leur appui, et un moment de $\frac{1}{20} q l^2$ pour celles qui sont appuyées librement et dont les angles ne sont pas fixés. L'exactitude de ces chiffres fut confirmée par des essais de comparaison sur des éléments traités comme poutres et supposés découpés dans les dalles.

Les dalles encastrées, même lorsqu'elles ne sont pas munies d'armatures spéciales pour résister à la torsion, accusent une sécurité très élevée contre la fissuration et la rupture.

Les prescriptions concernant les dalles, dans les nouveaux Règlements Allemands sur le Béton Armé, ont été établies en se basant sur les résultats de ces essais.

L'étude de la manière dont se comportent les dalles en béton armé dans la construction, du point de vue *dynamique*, telle qu'elle a été effectuée par exemple, en 1931, pour la première fois, et sur des bases expérimentales, dans un bâtiment d'usine de Cologne par la Commission Allemande pour le Béton Armé, donne, pour un choix judicieux de la fréquence d'excitation, les mêmes types de déformations que pour une charge *statique*. Elle permet par suite d'exécuter rapidement et simplement avec un appareil d'essai d'oscillations simple et maniable, des essais en charge très étendus.

Summary.

The two principal questions in the dimensioning of cross-reinforced slabs are : How great is the security against the cracking and rupture of such slabs, further, through what static method of calculation can the complicated stressing in a reinforced concrete slab be suitably described before and after cracking occurs, and how must the reinforcement be dimensioned and arranged? The methods of calculation hitherto employed are based on the girder grillage-system girder cross-system or the non-twistable isotropic slab, which latter is also assumed in the approximation method of H. Marcus recommended in the German reinforced concrete regulations ; it has met with severe criticism from several writers.

Reliable data for the dimensioning can only be obtained by tests to rupture on slabs of the sizes used in practice. The German committee for reinforced concrete has carried out tests on a total of 82 slabs ; these tests were made from 1915 to 1926 at Stuttgart with slabs 2 m long and without the corners being firmly held, and from 1927 to 1930 at Dresden with slabs mostly 3 m long, which were tested with and without the corners firmly held.

The results of the tests are shown in the report by means of special cœfficients. Up to the breaking load, cross-reinforced concrete slabs behave like isotropic plates. Elongation and stressing increase directly in proportion to the load. The breaking load in the middle is 1.8 times the working load ; it is therefore about 3 times as great as in reinforced concrete beams.

After the first cracks appear, the stressing becomes complicated and at

rupture is again superimposed by a membrane action of the slab. The safety against rupture is 4 or 5 times, i.e. about twice as in beams.

Just as in steel construction, Hooke's law is taken as a basis for calculating the dimensions, and it is justifiable here to calculate and dimension cross-reinforced concrete slabs according to the theory of isotropic plates. In the particular case of the rectangular slab, an average moment of $\frac{1}{27{,}4}\, q\, l^2$ may be used for calculating non-twistable plates, whose corners are kept from rising, and $\frac{1}{20}\, q\, l^2$ for free-lying slabs with their corners also free. This was confirmed by comparative tests with plate strips (beams). Slabs firmly held show also very high safety against cracking and rupture, without any special reinforcement against twisting.

The rules for slabs of the new German Reinforced Concrete Regulations are based on the results of these tests.

The *dynamic* investigation of reinforced concrete slabs in structures, like that which was carried out for the first time and as an experiment in 1931 on a factory building in Cologne by the German Committee for Reinforced Concrete, gives, when the exciting frequency is suitably chosen, the same typical change of shape as under *static* load, and therefore makes it possible to carry out large-scale loading tests quickly and easily by means of small handy vibration apparatus.