

Zeitschrift: IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH
Kongressbericht

Band: 1 (1932)

Artikel: Rechteckige, allseitig aufliegende Platten

Autor: Gehler, W.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-447>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 16.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

II 2

RECHTECKIGE, ALLSEITIG AUFLIEGENDE PLATTEN

DALLES RECTANGULAIRES REPOSANT SUR LES QUATRE COTÉS

RECTANGULAR SLABS SUPPORTED ON ALL SIDES

Dr. Ing. W. GEHLER,

Professor der Technischen Hochschule und
Direktor beim Staatl. Versuchs- und Materialprüfungsamt, Dresden.

I. Die Bedeutung des Plattenproblems für den Eisenbetonbau.

Während im Stahlbau die Tragwerke in der Regel aus Trägern bestehen, deren Beanspruchung durch einen einachsigen Spannungszustand hinreichend genau gekennzeichnet ist, werden im Eisenbetonbau Deckenplatten, Balken und Säulen fast ausschliesslich in starrem Zusammenhang miteinander ausgeführt. Dies hat zur Folge, dass an Stelle der frei drehbaren Lagerung meist eine teilweise Einspannung der Trägerenden tritt, also im Längsschnitt der Tragwerke eine *Rahmenwirkung* entsteht, und dass ferner im Grundriss die *rechteckige Platte* mit den Balken starr verbunden ist, also zweiachsig beansprucht wird. Durch die Entwicklung der Baustatik in den beiden ersten Jahrzehnten dieses Jahrhunderts ist die Rahmenberechnung befriedigend ausgebaut worden. Da die Berechnung der Eisenbetonplatten aber sehr stark von den Baustoff-Eigenschaften abhängt, kann die Bemessung der Plattendicke und der Eisenquerschnitte, sowie die Anordnung der Eiseneinlagen nur auf der Grundlage von Versuchen mit baumässigen Abmessungen künftig weiter erforscht werden. Die *Pilzdecken* bilden die Vereinigung der beiden kennzeichnenden Elemente des Eisenbetonbaues, der kreuzweise bewehrten Platte und der Säulen, umfassen also Rahmen- und Plattenwirkung zugleich, die man durch die Betrachtung der Gurtstreifen und der Feldstreifen veranschaulichen kann.

Aus der geschichtlichen Entwicklung ist es wohl zu erklären, dass in Anlehnung an den Stahlbau bisher im Eisenbetonbau die einfachen statischen Grundformen des *Balkens* und *Plattenstreifens* auf zwei oder mehreren starren Stützen und des *Gewölbestreifens* trotz ihrer Unzulänglichkeit der Berechnung zu Grunde gelegt wurden. Die Zukunft des Eisenbetonbaues liegt jedoch in den zweiachsigen Grundformen, nämlich den *Platten* und den *Schalen*. Das Problem der Schubsicherung der Balken, das durch 3 Jahrzehnte lange Versuche praktisch vollständig ausreichend geklärt ist, zeigt besonders hinsichtlich der Rissicherheit offenkundig die Unzulänglichkeit des Eisenbetonbalkens und die Grenzen seiner Ausführbarkeit, die nur durch eine wesentliche Erhöhung

der Beton-Zugfestigkeit noch etwas erweitert werden können. Alle auf Biegung beanspruchten Eisenbetonbauteile werden bekanntlich wegen der geringen Zugfestigkeit des Betons unter der Annahme einer gerissenen Zugzone und zwar für den Bruchzustand bemessen. Dies gilt heute sowohl für die Balken als auch für die Platten. Bei den Platten besteht Einigkeit darüber, dass sie unterhalb der Risslast (Stadium I) als homogene oder isotrope Platten wirken. Den Streitpunkt bildete seither lediglich die Frage, durch welches statische Rechnungsverfahren der verwickelte Gleichgewichtszustand zwischen den innern und äusseren Kräften nach dem Auftreten der Plattenrisse (Stadium II) in verhältnismässig einfacher Weise zu beschreiben und wie ihm durch die Anordnung der Eiseneinlagen Rechnung zu tragen ist. Hierzu kommt auf Grund unserer Plattenversuche die bisher weniger beachtete, aber mindestens ebenso wichtige zweite Frage, wie gross die Rissicherheit der Eisenbetonplatten im Vergleich zum Eisenbetonbalken angenommen werden darf. Als Beitrag zur Klärung dieser Fragen sollen die im folgenden beschriebenen Versuche dienen.

II. Die Entwicklung der bisher gebräuchlichen Rechnungsverfahren.

1. Die einfachste und niedrigste Stufe des Rechnungsverfahrens besteht darin, dass man sich parallele Balkenstreifen aus den Platten herausgeschnitten denkt und diese Träger auf zwei oder mehreren Stützen mit oder ohne Endeinspannung berechnet. (*Erste Entwicklungsstufe.*) Auf die rechnerische Ausnutzung des günstig wirkenden Einflusses des seitlichen Zusammenhangs (die sogen. seitliche Kontinuität), den man dabei als stille Sicherheitsreserve betrachtet, wird somit verzichtet. Um diesen seitlichen Zusammenhang baulich zu gewährleisten, wurden in den Deutschen Eisenbetonbestimmungen 1925, § 14, Ziff. 10, Abs. 2, sogen. Konsoleisen (4 Rundeisen 7 mm Durchmesser auf 1 m Breite) vorgeschrieben, und in den Brückenvorschriften DIN 1075, § 6, Ziff. 1, eine wesentlich stärkere Querbewehrung dann verlangt, wenn mit einer weitergehenden Lastverteilung gerechnet wird. Dieses Rechnungsverfahren, das sogen. *Plattenstreifen-Verfahren*, hat zwar den Vorzug möglichster Einfachheit, aber den grossen Nachteil, dass es in krassem Widerspruch mit der Ausführung als zusammenhängende Platte steht.

2. Die zweite Stufe besteht in der Annahme des sogen. *Trägerrostes*, nämlich zweier Scharen sich rechtwinklig kreuzender Plattenstreifen, die im Kreuzungspunkt die gleiche Durchbiegung

$$\zeta_x = \zeta_y \cdot \dots \cdot \dots \cdot \dots \cdot \dots \cdot \dots \quad (1)$$

haben müssen (Bild 1), was als *erster Grundsatz der Plattenlehre* bezeichnet werden kann. Ist das Längenverhältnis der Platten-Stützweiten, die sogen. *Länglichkeit der Platte* $\lambda = l_y : l_x$ und je nach dem durch α oder β gekennzeichneten *Einspannungsgrad* die *Durchbiegung des X- bzw. Y-Streifens*¹

1. Mit q_x , q_y und q möge hier, wie beim Balken, die gleichmässig verteilte Last eines Plattenstreifens von der Breite 1, also in kg/m bezeichnet werden, dagegen mit q' die bei den Plattenversuchen anzugebende Einheitslast in kg/m².

$$\zeta_x = \alpha \cdot \frac{q_x l_x^4}{EJ} \quad \zeta_y = \beta \cdot \frac{q_y l_y^4}{EJ},$$

so ergibt sich aus Gl. 1 :

$$\frac{q_x}{q_y} = \frac{\beta}{\alpha} \cdot \frac{l_y^4}{l_x^4}.$$

In Bild 2 sind für einen Plattenquadranten die Ordinaten des Lasthügels für eine Anzahl von Punkten N des mittleren X-Streifens in Bild 1 für verschiedene Länglichkeitsverhältnisse aufgetragen. Man erkennt hieraus, dass die in der Nähe der Ränder liegenden Y-Streifen einen grösseren Lastanteil q_x als die

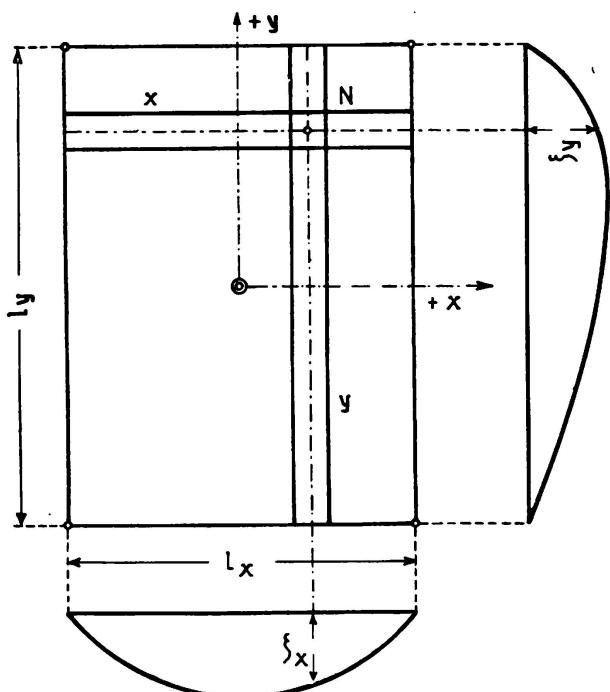


Fig. 1.
Das Trägerrostverfahren.
Méthode des poutres croisées.
The Girder Grillage Method.

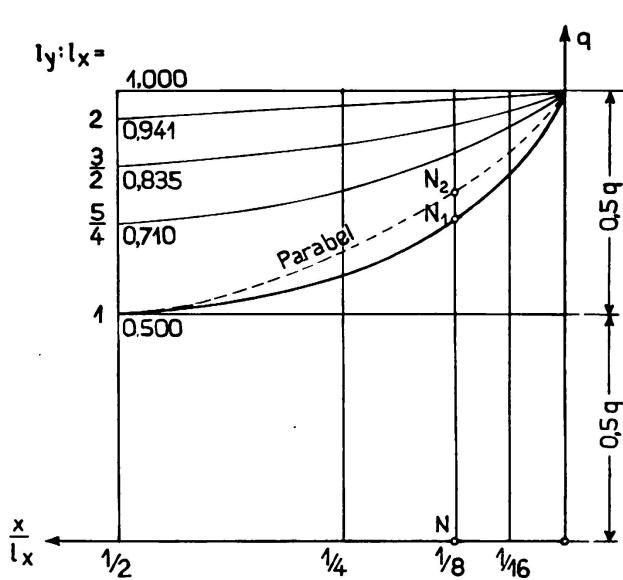


Fig. 2.

Ordinaten des Lasthügels beim Trägerrostverfahren.
Ordonnées de charge dans la méthode des poutres croisées. (Décomposition de la dalle en tranches.)
Ordinates of the Load with the Girder Grillage Method.

weiter nach der Mitte zu gelegenen übernehmen, weil sie sich weniger stark durchbiegen, also grösseren Widerstand leisten, dass sie also die mittleren Streifen entlasten. Ersetzt man die Linie 1 durch eine Parabel, so erhält man¹ als Mittenmomente für die quadratische Platte

$$M_m = \frac{7}{96} q l^2 = \frac{1}{13,7} q l^2 = 0,0730 q l^2. \dots \dots \dots \quad (2)$$

Die entlastende Wirkung zeigt sich durch den Vergleich mit dem Mittennmoment des frei gestützten X-Streifens $\partial M_m = \frac{q l^2}{8}$, wie es sich nach dem Plattenstreifen-Verfahren (s. unter 1.) ergeben würde. Das *Trägerrostverfahren*

1. S. W. GEHLER, Handbuch für Eisenbetonbau, III. Aufl., 1931, 6. Bd. Balkenbrücken, S. 323 (Wilh. Ernst und Sohn, Berlin).

berücksichtigt somit die entlastende Wirkung, die die seitlichen Randstreifen den mittleren Streifen zuteil werden lassen.

Aus Bild 2 geht aber auch hervor, dass die entlastende Wirkung des Trägerrostes bei einer Länglichkeit der Platte $l_y : l_x = 1,5$ bzw. $2,0$ nur noch 16% bzw. 6% beträgt, dass also das hauptsächliche Anwendungsgebiet sich auf verhältnismässig enge Grenzen beschränkt (etwa von $l_y : l_x = 1$ bis $1,5$).

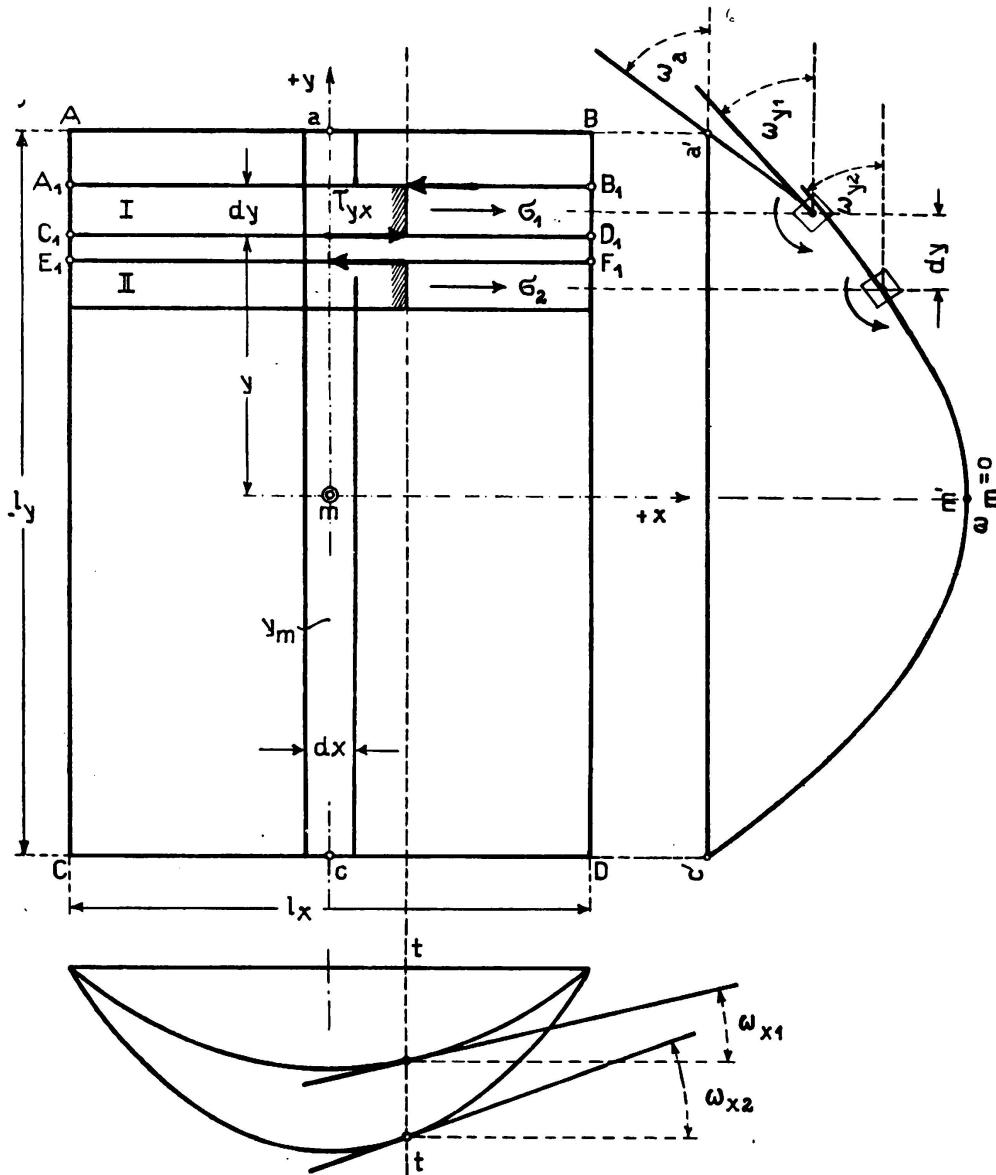


Fig. 3.
Verdrehung der Streifenquerschnitte bei der drillungssteifen Platte.
Torsion des sections d'une bande pour la dalle résistant à la distorsion.
Twisting of the Strip Cross-Sections in the Plate stiffened against Twisting.

Beim Trägerrostverfahren lautet die Gleichung der Biegefläche

$$E \cdot \left(J_x \cdot \frac{\partial^4 \zeta}{\partial x^4} + J_y \cdot \frac{\partial^4 \zeta}{\partial y^4} \right) = p(x, y). \dots \dots \dots \quad (3)$$

wobei J_x und J_y die Trägheitsmomente des Streifens von der Breite 1 in der X-

und Y- Richtung bedeuten und $p(x, y)$ die Lastfunktion, die man nach Dr. LEWE¹ jeweils mittels Fourrierscher Reihen entwickeln kann.

3. Um das Verfahren noch mehr zu vereinfachen, wird vielfach ein *Trägerkreuz* betrachtet, dessen Kreuzungspunkt willkürlich in der Plattenmitte angenommen wird und das daher nur eine rohe Annäherung des wirklichen Formänderungs- und Spannungszustandes geben kann. Für die quadratische Platte erhält man dann $q_x = q_y = \frac{q}{2}$ und das Mittenmoment

$$M_m = \frac{1}{8} \cdot \frac{q}{2} \cdot l^2 = \frac{q l^2}{16} \quad \dots \quad (4)$$

Das *Trägerkreuzverfahren* ist somit hinsichtlich der Entwicklung der fortschreitenden schärferen Erfassung des Spannungszustandes im Vergleich zum Trägerrostverfahren zwar als eine Vereinfachung, zugleich aber auch als ein Rückschritt zu bezeichnen.

4. Die dritte Stufe endlich, das *Verfahren der isotropen, drillungssteifen Platte*² berücksichtigt noch die Tatsache, dass die herausgeschnitten gedachten parallelen Plattenstreifen einer jeden Schar in Wirklichkeit miteinander zusammenhängen und sich vor allem dadurch beeinflussen, dass sie ihrer Verdrehung oder Verdrillung einen Widerstand entgegensetzen (*zweiter Grundgedanke der Plattenlehre*). Die Aufgabe ist statisch dann einwandfrei lösbar, wenn man (auch trotz etwaiger Zugrisse im Beton) eine isotrope Platte

1. S. LEWE, Pilzdecken, 2. Aufl., 1926 (Wilh. Ernst u. Sohn, Berlin) u. Bauing. 1926, S. 898.

2. Die klassische Theorie der homogenen oder isotropen elastischen Platte, die durch LAGRANGE und NAVIER begründet wurde, ist in den letzten Jahrzehnten wesentlich ausgebaut worden, wie z. B. durch A. und L. FÖPPL, HAGER, H. LEITZ, S. TIMOSHENKO, A. NADAI, DANUSO, NIELSEN, H. MARCUS, M. T. HUBER, LEWE u. a. Angaben über das umfangreiche Schrifttum s. Fussnote S. 192, a. a. O. S. 135. W. GEHLER Erläuterungen zu den Eisenbetonbestimmungen 1925 (W. ERNST et SOHN, Berlin), IV. Aufl. S. 124.

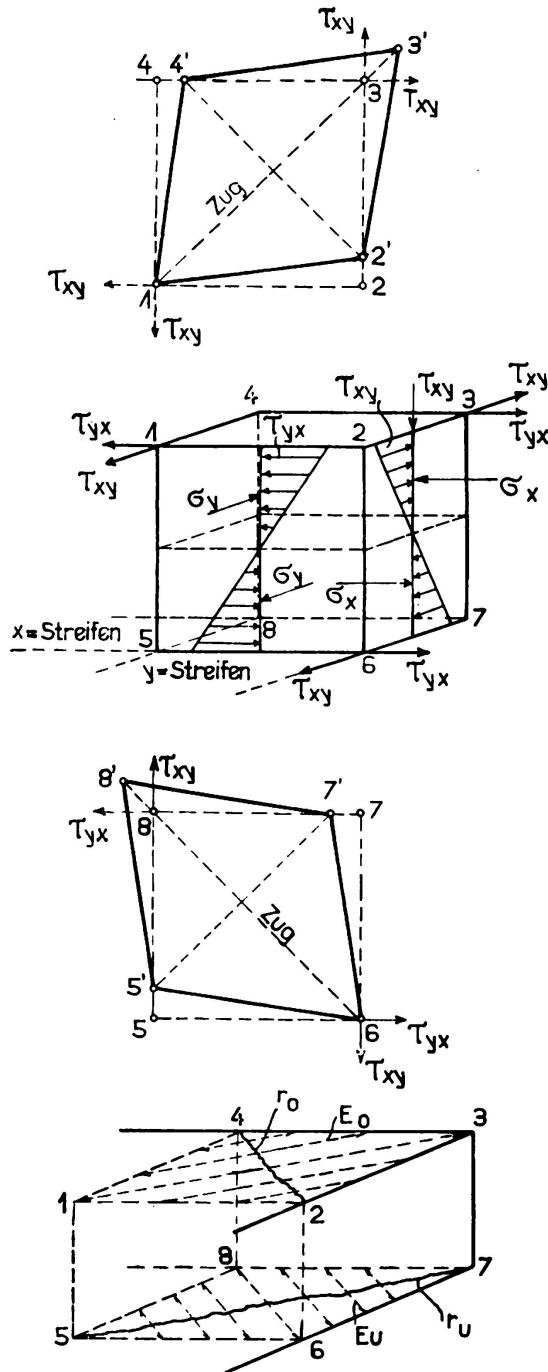


Fig. 4.
Spannungen am Element der drillungssteifen Platte.
Efforts dans un élément de la dalle résistant à la distorsion.
Stresses on an Element of the Plate stiffened against Twisting.

und Festhalten der Ecken voraussetzt. Heben sich dagegen die Ecken ab, so wird die Auflagerlänge an den Rändern statisch unbestimmt. Bei der Platte mit festgehaltenen Ecken wird die Verformung durch Bild 3 gekennzeichnet, in der die Verdrehung zweier Nachbarstreifen (Bild 3 a und c) angedeutet ist, wodurch die sogen. Drillungsspannungen¹

$$\tau_{xy} = -2G \cdot z \cdot \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x \cdot \partial y} \dots \dots \dots \quad (5)$$

ausgelöst werden mit dem Verdrillungswinkel ω_{y1} und ω_{y2} . Ist $\omega = 0$, wie z. B. in Plattenmitte oder bei voller Einspannung an den Plattenrändern, so verschwinden daselbst auch diese Drillungsspannungen. Ihr Zusammenhang mit den Normalspannungen σ_x und σ_y ist in Bild 4 dargestellt.

Im Sonderfall der ringsum aufliegenden, quadratischen und symmetrisch belasteten Platte mit festgehaltenen Ecken werden bei den in der Diagonale liegenden Würfeln jeweils die Normalspannungen in der X- und Y-Richtung

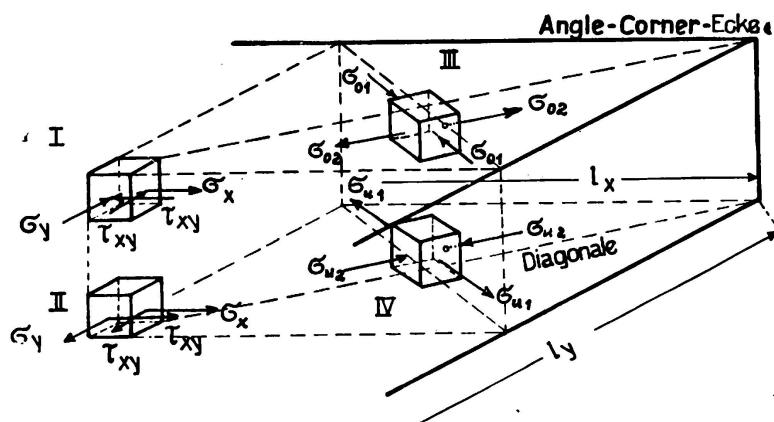


Fig. 5.

Hauptspannungen am Element in den Eckbereichen der Platte.

Efforts principaux dans un élément d'un angle de la dalle.

Principal Stresses on an Element near the Corner of the Plate.

gleich gross. Dann ergeben sich mit $\sigma_x = \sigma_y = \sigma$ und $\tau_{xy} = \tau_{yx} = \tau$ die Hauptspannungen, die längs des Diagonalschnittes und quer dazu gerichtet sind, zu (Bild 5)

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau^2} = \sigma \pm \tau. \dots \quad (6)$$

also oben (Würfel III) längs der Diagonale die Zug-Spannung $\sigma_{o2} = \tau - \sigma$
 quer zur Diagonale die Druckspannung $\sigma_{o1} = -(\sigma + \tau)$
 und unten (Würfel IV) längs der Diagonale die Druckspannung $\sigma_{u2} = -(\tau - \sigma)$
 quer zur Diagonale die Zug-Spannung $\sigma_{u1} = \sigma + \tau$

Da bei der ringsum frei aufliegenden Platte entsprechend dem Drillungswinkel ω (s. Bild 3 c) in der Nähe des Auflagers τ gross, dagegen σ klein ist, müssen bei derartigen Versuchen mit Eisenbetonplatten infolge der grossen Zug-

1. S. W. GEHLER, Erläuterungen zu den Eisenbetonbestimmungen 1925 (W. Ernst und Sohn, Berlin), IV. Aufl., S. 124.

spannungen $\sigma_{u1} = \sigma + \tau$ an der Unterfläche zuerst die Diagonalrisse in der Nähe der Ecken auftreten und erst bei wesentlich höheren Laststufen an der Oberfläche die Zugrisse quer zur Diagonale infolge der Zugspannungen $\sigma_{o2} = \tau - \sigma$ (s. auch Bild 4 d und die Verformungen nach Bild 4 b und c).

Die quadratische, ringsum frei aufliegende Platte eignet sich deshalb besonders für Versuche, weil das Biegemoment der äusseren Kräfte in Bezug auf den Diagonalschnitt statisch bestimmt ist. Für die gleichmässig verteilte Last q' (in kg/m^2) berechnet es sich nach Bild 6 zu :

$$M_D = \frac{q' l^2}{2} \cdot \left(\frac{d_1}{4} - \frac{d_1}{6} \right) = \frac{q' l^2}{24} d_1. \dots \dots \dots \quad (7)$$

und unter der allerdings rohen Annahme einer gleichmässigen Verteilung dieses Biegemomentes über den ganzen Diagonalschnitt für die Längeneinheit (in kgm/m) zu

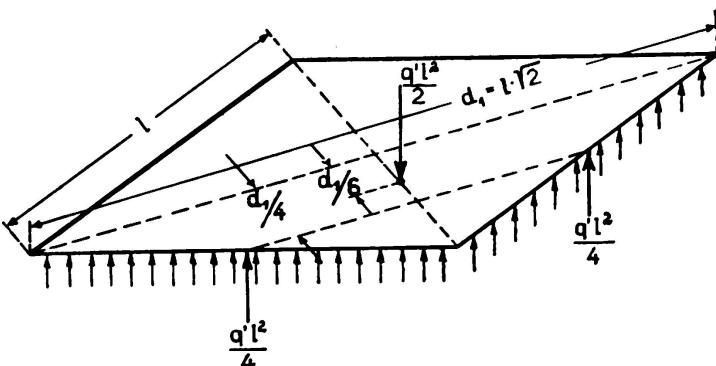
$$M'_D = \frac{M_D}{d_1} = \frac{q' l^2}{24} \cdot \dots \dots \dots \quad (8)$$

Fig. 6.

Biegemoment im Diagonalschnitt der quadratischen Platte.

Moment de flexion dans la section diagonale de la dalle carrée.

Bending Moment in the Diagonal Section of the Square Plate.



Nach dieser Theorie der isotropen, drillungssteifen Platte errechnet sich im Falle gleichmässig verteilter Belastung q (in kg/m) für die ringsum frei gelagerte, quadratische Platte das Mittenmoment

$$M_m = 0,0368 q l^2 = \frac{1}{27,2} q l^2 \cdot \dots \dots \dots \quad (9)$$

5. Das Näherungsverfahren von H. MARCUS¹ hat den Zweck, eine möglichst einfache Näherungsformel für den Größtwert des Plattenbiegemomentes anzugeben, in der die verschiedene Länglichkeit der Platte $\lambda = l_y : l_x$ und die verschiedenen Randbedingungen berücksichtigt werden und zwar für den Fall der gleichmässig verteilten Last und den der Einzellast in Plattenmitte. Hinsichtlich der Randbedingungen genügt es, sich auf die Grenzfälle der freien Auflagerung und der vollen Einspannung der einzelnen Plattenränder zu beschränken. Für die nach dem Trägerkreuzverfahren (Gl. 2) aufgeteilten Lasten q_x und q_y werden die grössten Biegemomente $\partial M_{x \max}$ in der X- Richtung und $\partial M_{y \max}$ in der Y- Richtung wie bei einachsig bewehrten Plattenstreifen für die ungünstigste Laststellung unter Berücksichtigung der jeweils vorliegenden

1. S. H. MARCUS. Die vereinfachte Berechnung biegsamer Platten, 2. Aufl., 1929 (Jul. Springer, Berlin).

Stützungsart ermittelt. Mit Rücksicht auf die günstige Wirkung der Drillungssteifigkeit dürfen dabei die Feldmomente wie folgt abgemindert werden:

$$M_{x \max} = v_x \cdot \partial n_{x \max} = \partial n_{x \max} \cdot \left[1 - \frac{5}{6} \left(\frac{l_x}{l_y} \right)^2 \cdot \frac{\partial n_{x \max}}{\frac{q l^2}{8}} \right] \dots \dots \quad (10)$$

und entsprechend $M_{y \max}$ (unter Vertauschung von x und y). Für den Fall der ringsum frei aufliegenden, quadratischen Platte ist infolge der Symmetrie $q_x = q_y = \frac{q}{2}$, also $\partial n_{x \max} = \frac{q_x l_x^2}{8} = \frac{q l^2}{16}$ (s. Gl. 3), wobei der Abminderungsbeiwert seinen Größtwert

$$v = 1 - \frac{5}{6} \frac{q_x}{q} = \frac{7}{12} = 0,584$$

annimmt. Hiernach wird in diesem Sonderfall 42% der Last q durch den Drillungswiderstand anstatt durch den Biegungswiderstand der Platte übertragen. Das Moment in Plattenmitte ergibt sich dann nach Gl. 10 zu

$$M_{x \max} = v \cdot \partial n_{x \max} = 0,584 \frac{q_x l^2}{8} = 0,0365 q l^2 = \frac{1}{27,4} q l^2 \dots \quad (11)$$

also nur halb so gross wie beim Trägerrostverfahren (Gl. 2). Die Ergebnisse der nach diesem Näherungsverfahren ermittelten Biegemomente stimmen mit den Werten des genauen Verfahrens (s. unter 4.) hinreichend befriedigend überein (vgl. z. B. Gl. 9 und 11).

III. Die Einwände gegen die Anwendung der Theorie der isotropen Platte auf Eisenbetonplatten.

1. Im Stadium II, also nach dem Auftreten der Betonzugrisse, können die Drillungsspannungen (s. Gl. 4) bei Eisenbetonplatten nicht mehr übertragen werden, weil die Eiseneinlagen allein waagrechte Schubkräfte nicht aufzunehmen vermögen¹. Bei niedrigen Laststufen wird der Drillungswiderstand einer Eisenbetonplatte verhältnismässig gross sein, aber jenseits der Rissgrenze mit zunehmender Belastung und Rissbildung stark abnehmen. Die Durchbiegungen wachsen daher im Stadium II bedeutend rascher als im Stadium I. Nur durch geeignete Zusatzbewehrungen wird es möglich sein, die Drillungsmomente auch bei höheren Laststufen in gewissem Umfang zu übertragen. Behält man den Grundsatz der Bemessung nach der Sicherheit gegen Bruch wie bei Eisenbetonbalken bei, so ist sie nur nach dem Trägerrostverfahren, nicht aber unter der Annahme einer drillungssteifen, isotropen Platte zulässig (also z. B. nach Gl. 2 mit $M_m = \frac{q l^2}{13,7}$, anstatt nach Gl. 11 mit $M_m = \frac{q l^2}{27,4}$).

2. In der bekannten Ausgangsgleichung für die Krümmung in der X- und Y-Richtung treten ausser den Biegemomenten M_x und M_y die Beiwerte EJ

1. S. H. LEITZ-Graz. Berechnung kreuzweise bewehrter Platten. Der Bauing., 1925. S. 920.

und m auf, die sich bei Eisenbeton bekanntlich mit wachsender Belastung ändern. Daher ist es nicht berechtigt, sie als Festwerte anzunehmen, wie bei der Herleitung der Gleichung für die Biegefläche der isotropen Platte.

$$\frac{\partial^4 \zeta}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \zeta}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \zeta}{\partial y^4} = \frac{p}{EJ} \left(1 - \frac{1}{m^2}\right) \dots \dots \dots \quad (12)$$

Daher empfiehlt M. T. HUBER¹ für die orthogonal, also seitenparallel bewehrte Platte die neue Bezeichnung als orthotrope Platte mit der veränderlichen Biegssteifigkeit $E_x J_x$ und $E_y J_y$ in der X- und Y-Richtung, für die die Gleichung der elastischen Fläche lautet :

$$E_x J_x \cdot \frac{\partial^4 \zeta}{\partial x^4} + \frac{E_x J_x + E_y J_y}{m} \cdot \frac{\partial^4 \zeta}{\partial x^2 \partial y^2} + E_y J_y \cdot \frac{\partial^4 \zeta}{\partial y^4} = p \left(1 - \frac{1}{m^2}\right) \quad (13)$$

M. RITTER, Zürich² wies rechnerisch nach, dass im Stadium II bei dem aus der Betondruckzone und der Eisenzugzone bestehenden Querschnitt der Eisenbetonplatte mit dem ideellen Trägheitsmoment J_1 an die Stelle der gebräuchlichen Querdehnungszahl m hier eine ideelle Querdehnungszahl

$$m_1 = m : \left[m - \frac{J}{J_1} \cdot (m-1) \right] \dots \dots \dots \dots \dots \quad (14)$$

zu setzen ist, und diese bei den üblichen Bewehrungsverhältnissen den 3- bis 4-fachen Wert von m annimmt. Die Glieder der Gl. 13, in denen an Stelle von m hier m_1 tritt (z. B. bei $m = 6$ also $m_1 = 18$ bis 24) sind daher ohne nennenswerten Einfluss, sodass $m_1 = \infty$ angenommen werden darf und Gl. 13 in die einfache Form der Gleichung der Biegefläche des Trägerrostes (vgl. Gl. 3)

$$E_x J_x \cdot \frac{\partial^4 \zeta}{\partial x^4} + E_y J_y \cdot \frac{\partial^4 \zeta}{\partial y^4} = p \dots \dots \dots \dots \quad (15)$$

übergeht. Da sich die Steifigkeitszahlen von Punkt zu Punkt ändern, müssen diese beim ersten Rechnungsgang des Näherungsverfahrens von Masche zu Masche zunächst angenommenen Werte EJ bei der Wiederholung der Rechnung der Grösse der Biegemomente entsprechend berichtigt werden. Am Beispiel der quadratischen, ringsum frei aufliegenden Platte zeigte RITTER, dass für 3 Fälle, in denen das Verhältnis der Steifigkeitsziffer in Plattenmitte zu der am Plattenrand $E_m J_m : E_r J_r = 1$ bzw. 1,5 bzw. 2,0 angenommen wird,

das Mittelmoment sich zu $\frac{q l^2}{13,7}$ (s. Gl. 2) bzw. $\frac{q l^2}{17,3}$ bzw. $\frac{q l^2}{2 \pi^2} = \text{rd. } \frac{q l^2}{20}$ berechnet. Es sei daher nicht zulässig, die klassische Theorie der homogenen Platte mit konstanter Biegssteifigkeit zur Berechnung kreuzweise bewehrter Eisenbetonplatten zu verwenden, weil dabei der *Drillungswiderstand* über-

1. M. T. HUBER. Warschau, Ueber die genaue Biegungsgleichung einer orthotropen Platte in ihrer Anwendung auf kreuzweise bewehrte Betonplatten. Bauingenieur, 1925.

2. S. M. RITTER. Zürich, Die Anwendung der Theorie elastischer Platten auf den Eisenbeton, Bericht über die II. Internationale Tagung für Brückenbau in Wien, 1929, S. 644 (Jul. Springer, Wien).

schätzt und keine Rücksicht auf die beträchtliche Entlastung genommen wird, die an gefährdeten Stellen infolge der Abminderung der Biegssteifigkeit eintritt.

Hierbei handelt es sich somit um eine selbsttätige Entlastung der hochbeanspruchten Plattenstellen durch stärkere Formänderungen (vgl. Bild 7, 8, 15 und 17), also um ein *Weicherwerden*, wodurch die Biegemomente vor dem Bruch gleichmässiger über den Querschnitt verteilt werden. Derartige Aufgaben der sogen. *Plastizitätslehre*¹ lassen sich rechnerisch dadurch erfassen, dass in den durch Versuche gefundenen Darstellungen von Belastungen und Formänderungen die Abweichungen von der linearen Gesetzmässigkeit berücksichtigt werden.

IV. Die Kennziffern zur Beurteilung der Ergebnisse von Versuchen mit Eisenbetonplatten.

Um aus der Fülle der Zahlen einen klaren Ueberblick über die Ergebnisse von Versuchen mit Eisenbetonplatten zu erhalten, empfiehlt es sich, eine Reihe von Kennziffern aufzustellen.

1. Als *Kennziffer v_R für die Rissicherheit* diene das Verhältnis der Risslast q'_R zur zulässigen Belastung q'_{zul} , die vielfach auch Gebrauchslast genannt wird. Somit

$$v_R = \frac{q'_R}{q'_{zul}} \dots \dots \dots \dots \dots \dots \quad (16)$$

sowie entsprechend die Bruchsicherheit

$$v_B = \frac{q'_B}{q'_{zul}} \dots \dots \dots \dots \dots \dots \quad (17)$$

2. Die *Riss-Bruch-Kennziffer α* soll das Verhältnis der Risslast zur Bruchlast in Prozenten bezeichnen, also

$$\alpha = \frac{q'_R}{q'_B} \dots \dots \dots \dots \dots \dots \quad (18)$$

3. Die *Kennziffer β der Betonzugspannung* quadratischer Platten wird aus der Gesamt-Risslast Q_R und dem Widerstandsmoment des homogenen Eisenbetonquerschnittes längs der Diagonale im Stadium I ermittelt, für das als

erste Annäherung $W = \frac{l\sqrt{2}d^2}{6}$ gesetzt werden kann. Da der Unterschied

zwischen verschieden starker Eisenbewehrung im Stadium I stark zurücktritt, soll er hier zunächst unberücksichtigt bleiben. Für das statisch bestimmte Biegemoment in Bezug auf den Diagonalschnitt ergibt sich bei gleichmässig

1. S. W. GEHLER. Bericht über Festigkeit, Elastizität und Schwinden von Eisenbeton, II. Internat. Materialprüfungskongress in Zürich, 1931, S. 10. Ein weiterer Aufschluss ist durch die Betrachtung der Formänderungsarbeit zu erwarten in ähnlicher Weise wie bei der Spannungs-Dehnungs-Linie für Baustahl, wo im plastischen Bereich einer Vergrösserung des Weges eine Verminderung des Spannungszuwachses entspricht. (Vgl. W. GEHLER, Sicherheitsgrad und Beanspruchung, Bericht über die II. Internat. Tagung für Brückenbau und Hochbau in Wien, 1928, S. 244 ff. (Jul. Springer, Wien).

verteilter Belastung (nach Gl. 8) $M_D = \frac{1}{24} Q_R \cdot l \sqrt{2}$, sodass man für die nur als vergleichende Kennziffer dienende mittlere Betonzugsspannung erhält:

$$\beta = \frac{M_D}{W} = \frac{1}{4} \frac{Q_R}{d^2} = rd \cdot \sigma_{bz} \dots \dots \dots \dots \quad (19)$$

Da das Biegemoment sich nicht gleichmäßig über den Diagonalschnitt verteilt, ist diese Kennziffer nur als ein Mittelwert der Betonzugsspannung anzusehen.

4. Die Kennziffer γ der Eisenspannung im Diagonalschnitt quadratischer Platten kann in gleicher Weise angenähert wie folgt errechnet werden. Bezeichnet $(Fe_x + Fe_y)$ die Summe aller Eisenquerschnitte an der Plattenunterseite in der X- und Y-Richtung und $z = 0,89 h$ den Hebelarm der inneren Kräfte, so ist das Moment der inneren Kräfte, wenn bei der quadratischen Platte $\varphi = 45^\circ$ den Winkel der Eiseneinlagen mit der Diagonale bedeutet

$$M_i = [(Fe_x + Fe_y) \cdot \cos \varphi \cdot \sigma_e] \cdot 0,89 h.$$

Damit man erhält aus $M_i = M_D = \frac{1}{24} \cdot Q_B \cdot l \sqrt{2}$ und für $\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\gamma = rd \cdot \sigma_e = \frac{1}{10,7} \cdot \frac{Q_B \cdot l}{(Fe_x + Fe_y) \cdot h} \dots \dots \dots \dots \quad (20)$$

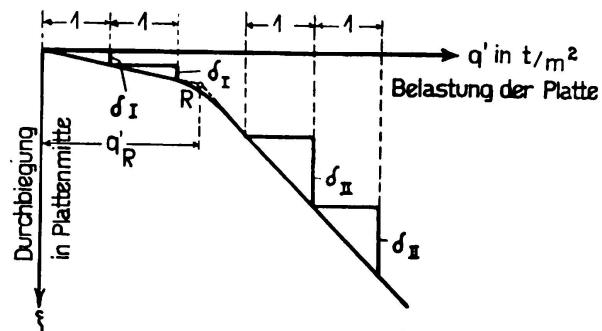
Da sich das Biegemoment in Wirklichkeit nicht gleichmäßig über den Diagonalschnitt verteilen wird und auch die üblichen Annahmen über die Grösse des Hebelarmes der inneren Kräfte $z = 0,89 h$ für den Bruchzustand der durch Zug beschädigten Platte nicht genau zuzutreffen brauchen, ist diese Kennziffer nur als rohe Annäherung für den Mittelwert der Eisenspannungen anzusehen.

Fig. 7.

Die Kennziffer für die Durchbiegung.
Coefficient caractéristique pour la flexion.
Characteristic for Bending.

Belastung der Platte = Charge de la dalle = Load on the Plate.

Durchbiegung in Plattenmitte = Flexion au centre de la dalle = Deflection in the Centre of the Plate.



5. Die Kennziffer ζ für die Durchbiegung (Bild 7). Die Last-Durchbiegungs-Linie setzt sich nach den Messungen sowohl der Stuttgarter, als auch der Dresdener Versuche stets aus zwei Geraden zusammen (s. auch Bild 18). Daher liegt es nahe, mit ζ_1 bzw. mit ζ_2 den Zuwachs der Durchbiegung im Stadium I bzw. Stadium II bei einer Laststeigerung von $\Delta q' = 1 \text{ t/m}^2$ als eine Kennziffer der Steifigkeit oder Weichheit der Platte einzuführen. Der Knickpunkt R dieser Linie entspricht der Risslast q'_R . Die Winkel der beiden Geraden gegen die ζ -Achse sind proportional der sogen. Steifigkeitsziffer EJ , da hier $Q = q' \cdot l^2$ und $\zeta = C \cdot \frac{Q \cdot l^3}{EJ}$, also $EJ = \frac{q'}{\zeta} \cdot \text{const. ist.}^1$.

1. S. Fussnote 1, S. 188.

6. Die *Kennziffer für die Eisenspannungen in Plattenmitte* (Bild 8). Die gemessenen Eisendehnungen ergeben auf Grund der Dresdener Versuche nach Bild 18 ähnliche Linien, aus denen sich als eine Kennziffer ϵ_I bzw. ϵ_{II} der Zuwachs der Eisenspannung in Plattenmitte für eine Laststeigerung von $\Delta q' = 1 \text{ t/m}^2$ im Stadium I bzw. Stadium II angeben lässt.

7. *Kennziffer für die Hauptspannungsmomente auf Grund der Versuche mit Vergleichsplattenstreifen*. Sowohl bei den Versuchen in Stuttgart, als auch bei den Dresdener Versuchen wurden zu den einzelnen Plattenreihen besondere, 50 cm breite Plattenstreifen hergestellt, die aus der Mitte der Platte in

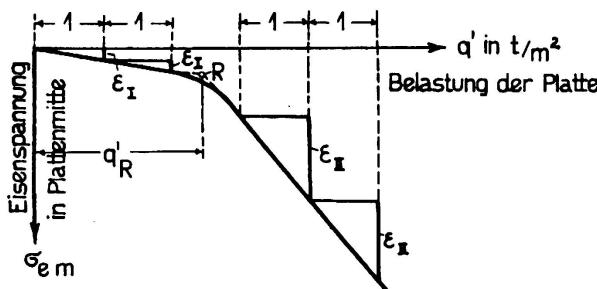


Fig. 8.

Die Kennziffer für die Eisenspannung.
Coefficient caractéristique pour la tension dans le fer.
Characteristic for Stress in Iron.
Belastung der Platte = Charge de la dalle = Load on the Plate.
Eisenspannung in Plattenmitte = Tension des fers au milieu de la dalle = Stress of Reinforcement in the Centre of the Plate.

Richtung der unteren Eiseneinlagen herausgeschnitten gedacht sind. Die Streifen bestehen aus den gleichen Baustoffen wie die Platten und wurden in gleicher Weise wie diese belastet und als einfache Balken auf zwei Stützen bis zum Bruch geprüft.

Stellt man der Bruchlast $q_{B(PI)}$, die für die Platte gefunden wurde, die Bruchlast $q_{B(Str)}$ gegenüber, die sich für den Plattenstreifen gleichen Querschnittes ergibt, so erhält man einen Vergleichswert, der angibt, um wieviel infolge des zweiachsigen Spannungszustandes der 0,5 m breite Streifen in der Platte mehr trägt, als der Plattenstreifen der Vergleichsversuches. Da das Biegemoment des statisch bestimmten Plattenstreifens $M_{B(Str)} = \frac{q_{B(Str)} \cdot l^2}{8}$ und das der Platte $M_{B(PI)} = \frac{q_{B(PI)} \cdot l^2}{x}$ ist, so ergibt sich durch Gleichsetzung beider Werte die Kennziffer

$$x = \frac{1}{x} = \frac{M_{B(Str)}}{q_{B(PI)} \cdot l^2} \dots \dots \dots \dots \quad (21)$$

V. Die Stuttgarter Plattenversuche.

In Heft 30 und 56 der Veröffentlichungen des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton in den Jahren 1915 und 1926 wird von C. BACH und O. GRAF über die Stuttgarter Versuche berichtet, die an 42 quadratischen Platten von 2 m Seitenlänge, sowie an 11 rechteckigen Platten von $(2 \times 3) \text{ m}^2$ und $(2 \times 4) \text{ m}^2$ und endlich an 3 über 2 quadratische Felder durchlaufenden Platten durchgeführt worden sind. Sämtliche Platten waren *alseitig frei aufgelagert, wobei die Ecken nicht festgehalten wurden*. Eine Auswertung dieser Versuche findet sich in E. MÖRSCH, Der Eisenbetonbau, 6. Aufl., Stuttgart, 1929, 1. Band., 2. Hälfte, S. 403 bis 442, die im folgenden durch den Vergleich mit den Dresdener Plattenversuchen noch ergänzt werden möge.

Uebersicht I. — Tableau I.

Abmessungen der quadratischen Platten bei den Stuttgarter Versuchen.
Dimensions des dalles carrées utilisées pour les essais effectués à Stuttgart.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
Mörsch ¹		Graf ²		Dicke	Stützweite	mittlere		Gesamtbewehrung der		Bewehrungsdichte in			
Reihe	Série	Fig.	Fig.	Platte	Épaisseur	Nutzhöhe	$\frac{l}{h}$	Unterseite		Mitte für einen 50 cm		σ_s	
Nr.		Nr.	Nr.	Dalle	d	cm	cm	\varnothing	$= f$	cm ²	\varnothing	$= $ cm ²	t/cm ²
1	884	1		825 826 827 819	12	200	10,3	19,41	42 \varnothing 7 =	16,17	10 \varnothing 7 =	3,85	4,08
2	—	4		822 824 831	8	200	6,3	31,75	42 \varnothing 7 =	16,17	10 \varnothing 7 =	3,85	4,08
3	—	5		837 840 828	12	200	10,3	19,41	21 + 23 = 44 \varnothing 7 =	16,94	10,4 \varnothing 7 =	4,00	4,08
4	—	6		830 841 816	8	200	6,3	31,75	21 + 24 = 45 \varnothing 7 =	17,17	10,7 \varnothing 7 =	4,12	4,08
5	889	7		847 842	12	200	10,3	19,41	18 + 19 = 37 \varnothing 7 =	14,19	10,4 \varnothing 7 =	4,00	4,08
6	—	8		843	8	200	6,3	31,75	18 + 19 = 37 \varnothing 7 =	14,19	10,7 \varnothing 7 =	4,12	4,08 i.M. 4,08
7 ³	890	9		853 858 859 848	12	200	10,3	19,41	39,6 \varnothing 7 =	15,19	10,4 \varnothing 7 =	4,00	4,45
8 ³	890	10		849 850	8	200	6,3	31,75	41 \varnothing 7 =	15,78	10,7 \varnothing 7 =	4,12	4,45
9	891	11		884 892 899 924	12	200	10,3	19,41	21 + 23 = 44 \varnothing 10 =	16,94	10,6 \varnothing 10 =	8,31	3,49
10	896	14		946 951	8	200	6,3	31,75	34 + 40 = 74 \varnothing 10 =	28,44	18,4 \varnothing 10 =	7,08	3,49

1. Mörsch, Handbuch für Eisenbetonbau (Konrad Wittwer, Stuttgart, 1929, I. Bd., 2. Hälfte, S. 403 bis 442).

2. Deutscher Ausschuss für Eisenbeton (W. Ernst und Sohn, Berlin 1915, Heft 30, S. 2).

3. Bei den Reihen 7 und 8 lagen die Eisen parallel zu den Diagonalen, bei allen anderen parallel zu den Seiten.

L'armature des séries 7 et 8 fut placée parallèlement aux diagonales, celle des autres séries parallèlement aux bords.

Uebersicht II. — Tableau II.
Kennziffern für die Stuttgarter Versuchsergebnisse.
Coefficients caractéristiques résultant des essais effectués à Stuttgart.

1 Versuchs- Reihe Série d'essais	2 Risslast Charge de fissures	3 Bruchlast Charge de rupture	4 Riss-Bruch- Kennziffer Coeff. caract. pour fissure- rupture	5 6		7 Kennziffer der Betonzugspannung Coeff. caract. pour la tension dans le béton	8 Kennziffer der Eisenspannung Coeff. caract. pour la tension dans l'armature	9 10		11 Kennziffer des Mittendrehmomentes Coeff. caract. du moment du milieu
				kg	kg			kg/cm ²	kg/cm ²	
				—	—			mm	mm	
1	14782	41615	35,5	25,7		4680	1,146	0,22	2,96	$0,0463 = \frac{1}{21,6}$
2	8360	26377	31,7		32,7	4840	1,185	0,58	7,37	$0,0431 = \frac{1}{23,2}$
3	13938	43438	32,1	24,2		4670	1,143	0,20	2,62	$0,0465 = \frac{1}{21,5}$
4	7690	27024	28,5		30,0	4680	1,148	0,62	6,43	$0,0439 = \frac{1}{22,8}$
5	12764	38764	32,9	22,2		4960	1,213	0,21	3,14	$(0,0521 = \frac{1}{19,2})^4$
6	7104	24854	28,7		27,8	5210	1,275	0,63	7,21	$(0,0481 = \frac{1}{20,8})^4$
			i. M. 31,6			i. M. 4840	1,185			
7	11951	42617	28,1	20,8		5100	1,147	0,20	2,19	$0,0472 = \frac{1}{21,2}$
8	6806	27335	25,0		26,8	4180	—	0,64	4,67	$0,0435 = \frac{1}{23,0}$
			i. M. 26,5			i. M. 5140				
9	15274	57941	26,4	26,5		6220	1,781	0,22	1,38	$0,0510 = \frac{1}{19,6}$
10	6919	43919	15,8		27,0	4590	1,317	—	—	$0,0467 = \frac{1}{21,4}$
			i. M. 21,1	23,9	28,9				i. M.	$0,0460 = \frac{1}{21,73}$

1. Wurden bei der Mittelbildung ausgeschlossen, weil die Randstreifen schwächer als die Mittelstreifen bewehrt waren.

En calculant les valeurs moyennes, on n'a pas tenu compte de ces chiffres, parce qu'au bord de ces dalles leur armature était moins serrée que dans le centre.

A. Quadratische Platten.

Für die *quadratischen Platten* sind die Abmessungen und Versuchsergebnisse der 10 Reihen in Uebersicht I zusammengestellt. An Stelle der gleichmässig verteilt angenommenen Belastung wurden die Versuchskörper in Wirklichkeit durch 16 gleichmässig über die Platte verteilte Einzellasten beansprucht (Bild 9 a).

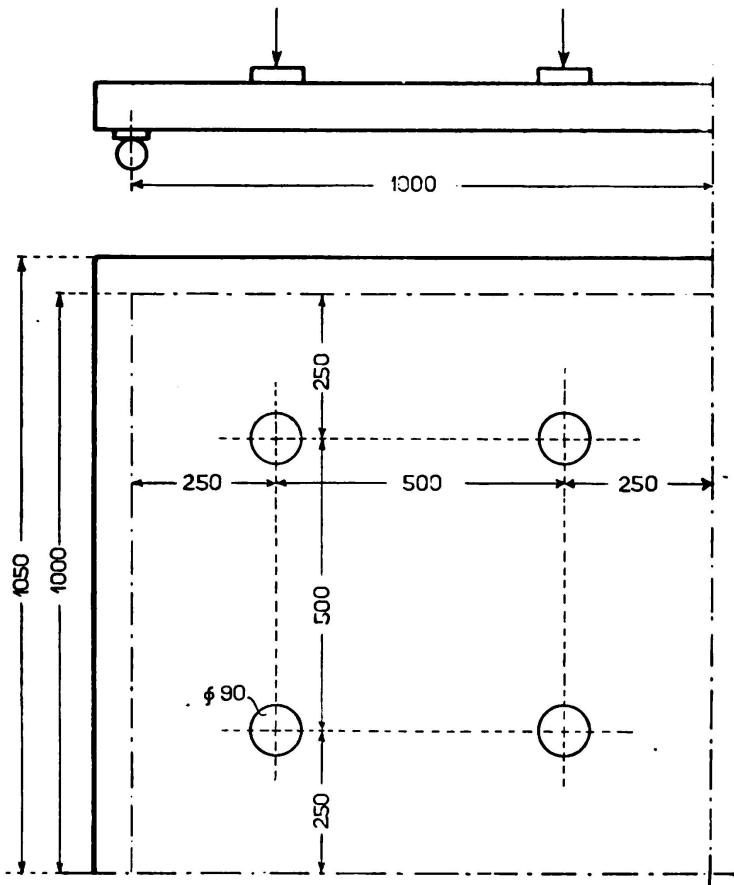


Fig. 9 a.
Anordnung der Belastungsstellen (Stuttgart).
Disposition des points de charge (Stuttgart).
Arrangement of the Loading Positions (Stuttgart).

Die Uebersicht II enthält die Kennziffern dieser Stuttgarter Versuchsergebnisse. Da diese Platten nicht für eine bestimmte Gebrauchslast bemessen worden sind, kann der Wert q'_{zul} und damit die Kennziffer v_r und v_b (Gl. 16 und 17) nicht angegeben werden. Das Gleiche gilt für die Kennziffer ε_1 und ε_{11} (Zuwachs der Eisenspannungen, s. Bild 8), weil die Eisendehnungen nicht unmittelbar gemessen wurden.

Die für die Nutzanwendung wesentlichsten Ergebnisse der Stuttgarter Versuche sind folgende :

1. Der Verlauf der Riss- und Brucherscheinung. Die ersten Betonzugrisse traten an der Unterfläche im mittleren Teil der Platten auf und zwar entweder parallel zu den Seiten oder in den Diagonalen, sodann folgten in den übrigen Teilen die Diagonalrisse an der Unterfläche. Als « Klaffen » der Risse

wurde eine Rissweiterung von etwa 1 mm Stärke bezeichnet und als Kennzeichen dafür angenommen, dass die Streckgrenze der Eisen erreicht war. Das erste Klaffen der Risse trat ebenfalls im mittleren Teil der Platten-Unterfläche auf und zwar in der Regel parallel zu den Seiten, in den übrigen Plattenteilen aber wiederum in der Richtung der Diagonalen. Obwohl die Ecken nicht festgehalten wurden, waren dennoch an der Platten-Oberfläche in der Nähe der

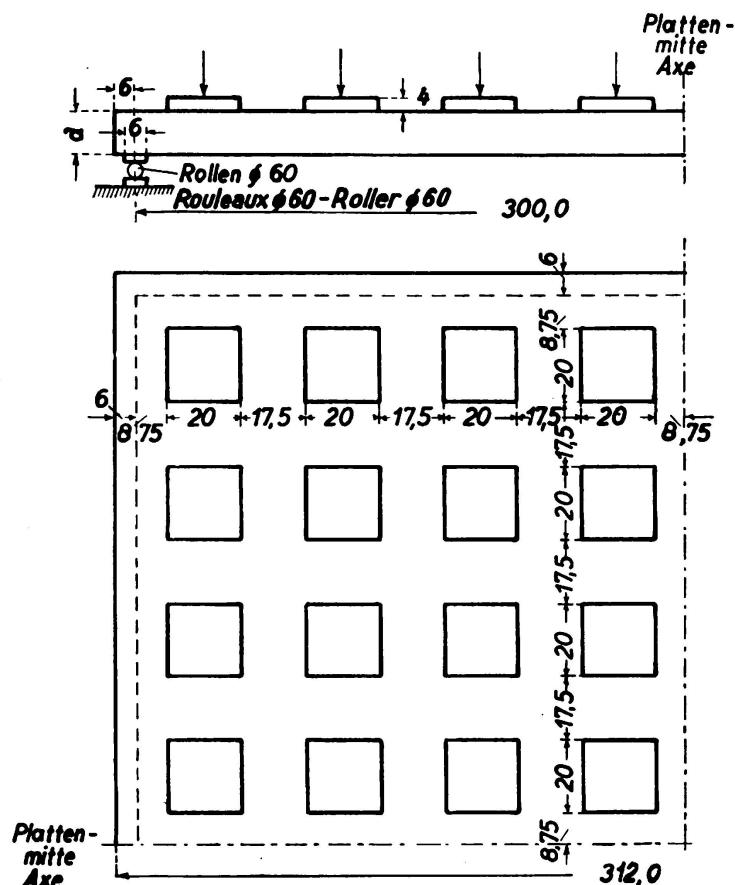


Fig. 9 b.

Ecken Zugrisse rechtwinklig zu den Diagonalen festzustellen und später Druckzerstörungen an der Platten-Oberfläche über den Hauptzugrissen an der Unterseite längs der Diagonalen. Die Rissbilder sind ganz ähnlich denen der Dresdener Versuche (s. Bild 15).

2. Das Kräftespiel lässt sich durch die Unterteilung in drei verschiedenartige Tragelemente der Platte erläutern (s. Bild 10). Die ersten Risse treten in der Mitte des Trägerkreuzes abcd an der Unterfläche auf. Hier wird auch die Streckgrenze der Eisen zuerst überwunden. Die Eckbalken ef lassen an der Unterfläche die Diagonalrisse erkennen und zum Schluss an der Oberfläche die Druckzerstörung des Betons. Da bei den Stuttgarter Versuchen die Ecken nicht festgehalten wurden, kommt die Wirkung der Konsolträger gh nur zum Teil dadurch zur Geltung, dass sie mit den Eckbalken ef jeweils ein steifes, räum-

liches Gebilde ergeben, wodurch die freie Durchbiegung, wie sie bei einer kreisförmigen Platte eintreten könnte, störend beeinflusst wird. Dieser innere Zwang ist durch die Eckrisse an der Plattenoberfläche in der Richtung e deutlich zu erkennen.

3. Die Eiseneinlagen in Plattenmitte, die zur Bewehrung des Trägerkreuzes $abcd$ dienen, sind, wie die Kennziffern γ zeigen (Uebersicht II, Spalte 7), für die Tragfähigkeit der Platten und das Auftreten der ersten Risse von ausschlaggebender Bedeutung. Ausserdem aber zeigt ein Vergleich der Platten 3 und 5 von der gleichen Dicke und der gleichen Bewehrungsdichte in Plattenmitte (Uebersicht I, Spalte 5 und 11), dass die Gesamtbewehrung an der Unterseite (Uebersicht I, 9) massgebend für die Tragfähigkeit ist. Die Verminderung der Gesamtbewehrung bei Platte 5 gegenüber Platte 3 um 17 % führt zu einer Verminderung der Bruchlast um 11 % (Uebersicht II, 3). Hieraus ergibt sich, dass für die Tragfähigkeit der Platte nicht allein die Bewehrung des Trägerkreuzes $abcd$ massgebend ist, sondern auch die der Randstreifen, dass also die Drillungssteifigkeit der Platte sich auch dann auswirkt, wenn die Ecken nicht festgehalten werden.

Es empfiehlt sich daher im allgemeinen, die Bewehrung an der Platten-Unterseite in gleicher Dichte wie in Plattenmitte durchzuführen, also die Randstreifen nicht schwächer zu bewehren.

4. Die diagonal bewehrten Platten (Reihe 7 bzw. 8) ergeben hinsichtlich der Bruchlast (Uebers. II, 3) keine Unterschiede im Vergleich mit den entsprechenden seitenparallel bewehrten Platten (z. B. Reihe 3 bzw. 4).

5. Die Riss-Bruch-Kennziffer α (Uebers. II, 4) lässt erkennen, dass bei den seitenparallel bewehrten Platten die Risse in der Betonzugzone i. M. bei 32 % der Bruchlast eintreten (Reihe 1 bis 6), dagegen bei den sehr stark bewehrten Reihen 9 und 10 infolge der Schwächung des Betonzuggurtes i. M. bereits bei 21 % der Bruchlast.

6. Die Kennziffer β der Betonzugspannung, die unter Annahme eines über die Diagonale gleichmäßig verteilten Momentes gerechnet wurde, schwankt zwischen 21 und 33 kg/cm², entspricht also den bekannten üblichen Werten der Betonzugfestigkeit (Uebers. II, 5 u. 6.).

7. Die Kennziffer γ der Eisenspannung (Uebers. II, 7), die unter der gleichen Annahme wie β hinsichtlich der Verteilung des Diagonalmomentes ermittelt wurde und die durch die Rissbildung vor dem Bruchzustand naturgemäß stark beeinflusst ist, schwankt zwischen 4.200 und 6.200 kg/cm². Errechnet man hieraus das Verhältnis dieser Ziffer zur jeweiligen Streckgrenze der Eiseneinlagen, also den sogen. Plastizitätsfaktor¹, so schwanken diese Werte

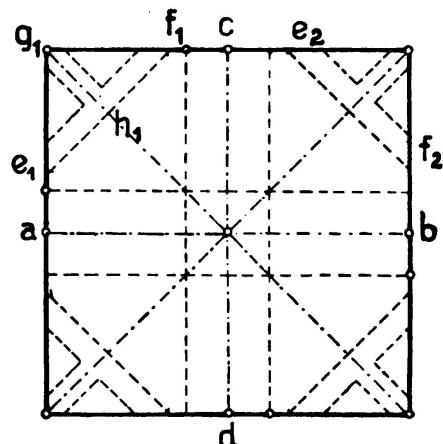


Fig. 10.

Die 3 Tragelemente der Platten.
Les trois éléments portants de la dalle.

The three Supporting Elements of the Plate.

1. S. Fussnote 196, a. a. O. S. 12.

von 1, 14 bis 1, 78. Sie sind bekanntlich sehr stark von der Art der Brucherscheinung und den örtlichen Verhältnissen abhängig.

8. Die Kennziffer δ der Durchbiegung (Uebers. II, 9 u. 10) zeigt, dass bei den Reihen 1 bis 6 (s. Bild 7) der Zuwachs der Durchbiegung für 1 t/m² Laststeigerung im Stadium I nur 1/10 bis 1/15 von dem im Stadium II ist. Hieraus erkennt man den Vorzug geringerer Durchbiegung unter der Gebrauchslast bei den Platten gegenüber den einachsig beanspruchten Balken.

9. Die Kennziffer des Mittendamomentes, die aus den Vergleichsversuchen mit Plattenstreifen errechnet wurde, führt zu dem Mittelwert $M = \frac{1}{21,7} ql^2$ für die hier untersuchten quadratischen Platten mit nicht festgehaltenen Ecken bei gleichmäßig verteilter Belastung. Auch dieser für die Nutzanwendung bedeutsamste Wert lässt erkennen, dass gegenüber den Rechnungsverfahren des Trägerrostes mit $M_m = \frac{1}{13,7} ql^2$ (Gl. 2) und des Trägerkreuzes $M_m = \frac{1}{16} ql^2$ (Gl. 4) bei den kreuzweise bewehrten Eisenbetonplatten selbst bei nicht festgehaltenen Ecken die Drillungssteifigkeit oder die Verminderung der Biegssteifigkeit, das Weicherwerden, im Stadium II (s. unter III, 2) in günstigem Sinne mitwirkt.

B. Die Stuttgarter Versuche mit rechteckigen Platten.

Bei diesen Versuchen wurde der Einfluss der Länglichkeit auf die Plattenwirkung und der Einfluss des Verhältnisses der Längs- und Querbewehrung auf die Bruchlast untersucht. Hierbei hat sich folgendes ergeben:

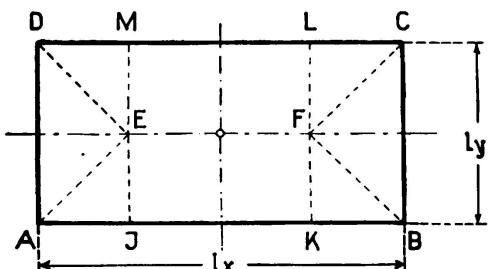


Fig. 11.
Rechteckige Platten.
Plaques rectangulaires.
Rectangular Plates.

1. Die ersten Risse traten an den Schnittpunkten E und F der Winkelhalbierenden (Bild 11) auf. Die Risserscheinung dieser rechteckigen Platten lässt deutlich erkennen, dass sich die «Plattenwirkung» nur im Bereich ADMJ bzw. CBKL ausprägt. In dem restlichen Teilbereiche JKLM wirkt die Platte dagegen als Balken auf zwei Stützen.

2. Die Ergebnisse der Versuche von Heft 56 mit 2 × 4 m weitgespannten Platten, bei denen der Einfluss der Längs- und Querbewehrung untersucht wurde, sind in nebenstehender Tabelle aufgeführt.

Die Platten d und e zeigen hiernach die beste Ausnutzung des Eisens. Nach den deutschen Bestimmungen verhalten sich die Mittendamomente M_x und M_y wie $l_y^2 : l_x^2$. Die Platte c, bei der $f_{ey} : f_{ex} = 1 : 4$ ist, würde somit diesen Bestimmungen entsprechen.

Aus dem Vergleich der Bruchlasten der Platten mit denen der entsprechenden Plattenstreifen ergibt sich in gleicher Weise wie für die quadratischen Platten ein Wert für das Mittendamoment, der auch bei den Platten d und e mit fehlenden Längseisen noch $M_x = \frac{ql^2}{10}$ gegenüber $\frac{ql^2}{8}$ für den Plattenstreifen be-

Platte	Bewehrungsdichte		Eisengewicht G_e	Höchstlast P_m	Wirkungsgrad $P_m : G_e$
	f_{ex} $l = 2,0 \text{ m}$	f_{ey} $l = 4,0 \text{ m}$			
	cm ² /m		kg	kg	—
a	f_e	f_e	55,7	35000	628
b	f_e	$f_e/2$	42,7	31000	726
c	f_e	$f_e/4$	36,5	29000	794
d	f_e	o	33,2	28000	870
e	1,82 f_e	o	57,8	48000	830

trug. Diese Versuche zeigen also, dass auch die nur einachsig bewehrte Platte ihre Tragfähigkeit gegenüber dem Plattenstreifen erhöht, sei es infolge einer, wenn auch nur geringen Drillungssteifigkeit oder sei es infolge der Verringerung der Biegsungssteifigkeit, also durch das Weicherwerden im Stadium II, das sich bei der ringsum aufliegenden Platte stärker als beim Plattenstreifen auswirkt (vgl. unter III, 2).

VI. Die Dresdner Plattenversuche.

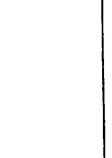
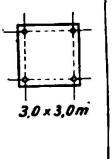
In den Jahren 1927 bis 1930 wurden im Versuchs- und Materialprüfungsamt an der Techn. Hochschule Dresden vom Deutschen Ausschuss für Eisenbeton insgesamt 22 quadratische Eisenbetonplatten von 3 m Stützweite und 4 Platten von 2 m Stützweite bis zum Bruch belastet. Ausserdem wurden zu den Reihen 1 bis 4 und 6, 8 und 9 noch 50 cm breite Vergleichs-Plattenstreifen hergestellt, die aus der Mitte der Platte herausgeschnitten gedacht sind und als Balken auf zwei Stützen ebenfalls bis zum Bruch belastet wurden (s. Uebersicht III)¹.

Gegenüber den Stuttgarter Versuchen wurden bei den Dresdner Versuchen folgende Erweiterungen vorgenommen. Sämtliche Platten mit Ausnahme der Reihen 8 und 9, die den Anschluss an die Stuttgarter Versuche bilden, wurden jeweils nach einem bestimmten Rechnungsverfahren (s. Spalte 4 der Uebersicht III) für die in Spalte 8 angegebenen Gebrauchslasten bemessen und auch entsprechend bewehrt (s. z. B. Bild 12). Um den baumässigen Abmessungen möglichst nahe zu kommen, wurde als Stützweite der Platte 3 m gewählt mit Ausnahme der Anschlussreihen 8 und 9, die wie alle Stuttgarter Platten 2 m Stützweite aufweisen. Bei der gewählten Versuchsanordnung konnte die Zahl der Belastungsstellen bei den 3 m-Platten auf 64 erhöht werden, um die Last möglichst gleichmässig zu verteilen (s. Bild 9^b im Vergleich zu 9^a). Endlich wurden die Eisendehnungen unmittelbar gemessen.

1. Ueber diese Versuche wird in einem Heft des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton (Berlin, Wilh. Ernst und Sohn) 1932 ein ausführlicher Bericht von W. GEHLER, H. AMOS und M. BERGSTÄSSER erstattet werden.

Übersicht III. — Tableau III.

Grundlagen der Dresdner Versuche mit kreuzweise bewehrten Platten.
Données des essais effectués à Dresde avec des dalles à armature croisée.

Versuchs-Gruppe Groupe d'essais		1 2	3	4	5	6	7	8 9 10	11	12	13 14	15	16	17	18					
Nr.	Nr.	Nr.	Nr.	Bezeichnung Signe	Kennzeichen Caractéristiques	Skizze Croquis	Lagerung der Platten Appuis des dalles	Eigenlast Poids propre g	Gebrauchslast Surcharge p	Gesamtlast Charge totale q	Mittennmoment du milieu Moment du milieu $\frac{q^2}{x}$	Dicke Epaisseur d	Mittl. Nutzhöhe Hauteur utilisable moyenne h	Gesamtbewehrung Armature inférieure totale $\Sigma Fe_x + \Sigma Fe_y$	Eisengewicht Poids de l'armature totale ; inférieure ; supérieure	Würffelfestigkeit Résistance des cubes en béton W ₁₈₀	Biegezugfestigkeit Résistance du béton à la tension due à des moments fléchissants σ_b			
I	1	691 695	bemessen nach Trägerrost Déterminé d'après la méthode des poutres croisées $d = 12 \text{ cm}$		Allseitig auf Rollen mit Festhalten der Ecken Rouleaux de chaque côté, avec fixation des angles	 	288	750	1.038	16	12	10,3	62 Ø 7,2	25,2	64,5 64,5	3.250	205	27,2		
	2	692 696	Drehungsschief bewehrt Armé contre la torsion $d = 10 \text{ cm}$				240	750	990	27,2	10	8,3	62 Ø 7,2	25,2	15,4 58,4 73,8	3.250	226	32,0		
	2 _a	699 700	wie 2, doch verlängerte Haftlänge Analogue à 2, mais long. d'adhérence augmentée				240	750	990	27,2	10	8,3	62 Ø 7,2	25,2	18,8 58,4 77,2	3.250	218	—		
	3	693 697	$d = 12 \text{ cm}$				288	750	1.038	27,2	12	10,3	54 Ø 7,2	21,9	13,7 49,6 63,3	3.250	226	30,2		
	4	694 698	$d = 12 \text{ cm}$ $f_{e4} = f_{e1}$ wie R. 3, doch Ø 8				288	750	1.038	27,2	12	10,2	54 Ø 8,2	28,6	18,1 64,9 83,0	3.420	220	45,0		
	6	703 704	Wie Reihe 1 Comme Série 1				288	750	1.038	16	12	10,3	62 Ø 7,2	25,2	64,5 64,5	3.250	294	33,0		

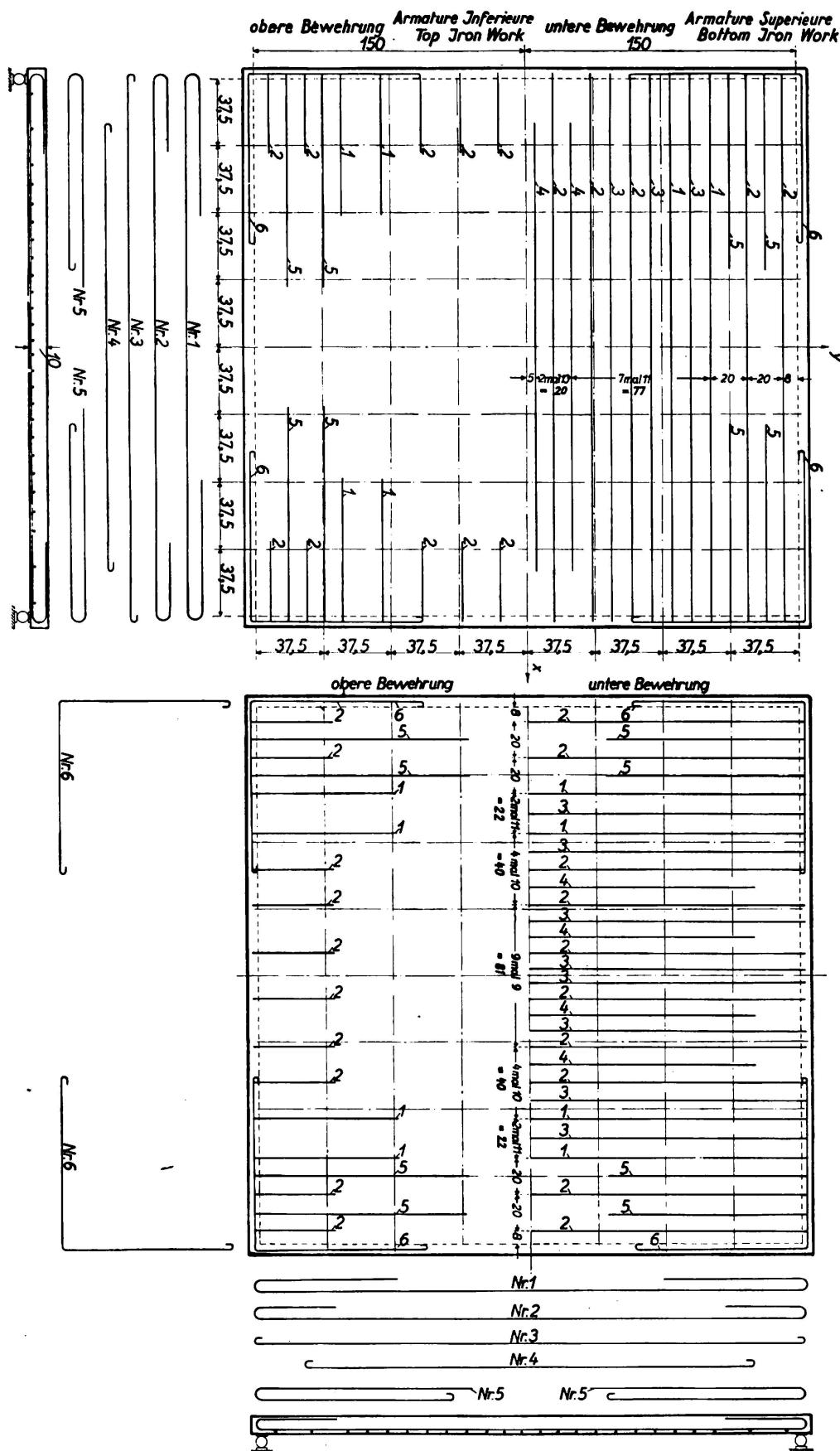


Fig. 12. — Bewehrungsplan der Dresdener Platten 699 und 700, Versuchsreihe 2 a.
(Drillungssteif bewehrte Platten, mit Festhalten der Ecken belastet.)
Plan de l'armature des dalles 699 et 700 de Dresden, Série 2 a. (Dalles armées
contre la torsion et chargées avec fixation des angles.)
Reinforcement of the Dresden Plates 699 and 700, Serie 2 a. (Reinforced against
Twisting and charged with the Corners fixed.)

A. Die allseitig auf Rollen gelagerten Platten der Reihen 1 bis 4, 6, 8 und 9.

Die Kennziffern für diese Dresdner Versuchsergebnisse sind in Uebersicht IV zusammengestellt.

1. Die Rissicherheit (Spalte 4) schwankt bei den Reihen 1 bis 4 und 6 von

$$\gamma_R = \frac{q'_R}{q'_{zul}} = 1,36 \text{ bis } 2,05 \text{ und ist i.M. } = 1,8. \dots \dots \quad (22)$$

In dieser nunmehr nachgewiesenen Ueberlegenheit der kreuzweise bewehr-

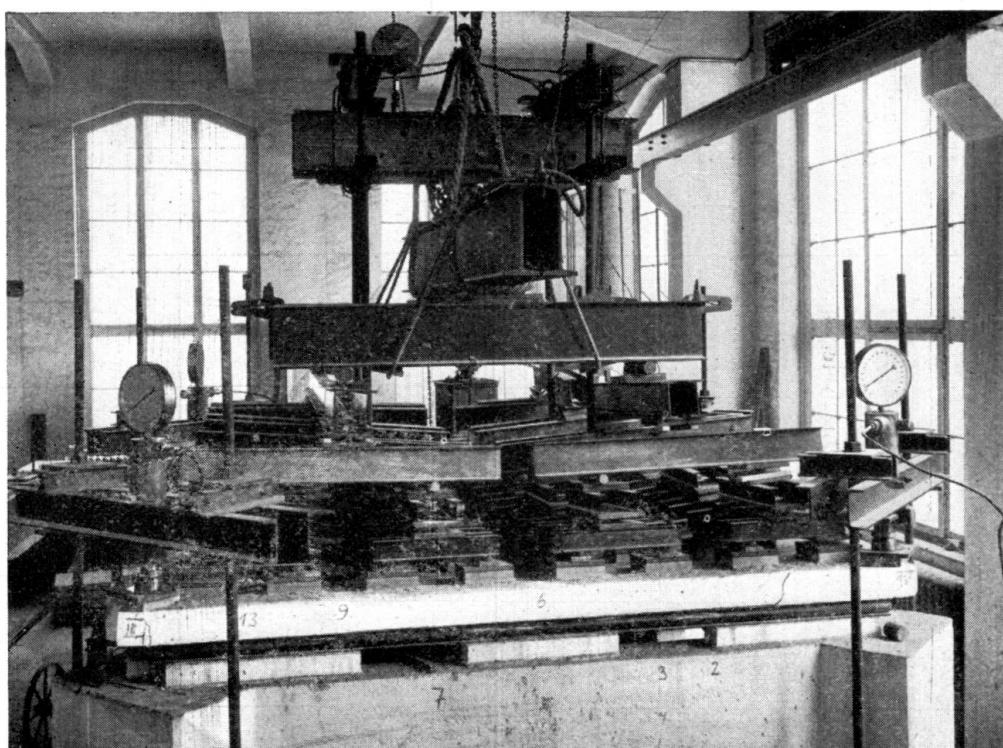


Fig. 13.

Versuchseinrichtung bei den Dresdener Plattenversuchen zur gleichmässigen Belastung der Platten und zum Festhalten der Ecken.

Dispositif d'essai de Dresde pour la répartition uniforme de la charge et la fixation des coins.

Arrangements for Testing the Dresden Plates with uniformly distributed Load and Fixation of the Corners.

ten Platten gegenüber den Eisenbetonbalken, bei denen bekanntlich $\gamma_R = \frac{\sigma_{eR}}{\sigma_{e zul}} = \text{rd. } \frac{600}{1200} = 0,5$ ist, besteht das *erste hauptsächliche Ergebnis* dieser Dresdner Versuche (s. Bild 20).

2. Die Bruchsicherheit (Spalte 5) ergibt sich hier zu :

$$\gamma_B = \frac{q'_B}{q'_{zul}} = 4,24 \text{ bis } 5,75 \text{ und i.M. } = 4,9. \dots \dots \quad (23)$$

Uebersicht IV. — Tableau IV.

Kennziffern der Dresdner Versuchsergebnisse.

Coefficients caractéristiques résultant des essais effectués à Dresde.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Vers. Reihe Série	Risslast Charge de fissure	Bruchlast Charge de rupture	Riss-Sicherheit Sécurité contre fissures	Bruch-Sicherheit Sécurité contre rupture	Riss-Bruch-Kennziffer Coeff. caract. pour la fissure-rupture	Kennziffer der Beton- zugsspannung Coeff. caract. pour la tension dans le béton	Kennziffer der Eisenspannung Coeff. caract. pour la tension dans l'armature		Kennziffer der Durchbiegungen Coeff. caract. pour les flexions		Kennziffer der Zunahme der Eisenspannung Coeff. caract. pour l'augmen- tation de la tension de l'armature		Kennziffer des Mittenmomentes Coeff. caract. du moment du milieu		
	Q_R	Q_B	γ_R	γ_B	α	β	γ	σ_s	δ_I	δ_{II}	ϵ_I	ϵ_{II}			
	kg	kg	—	—	%	kg/cm ²	kg/cm ²	—	mm	mm	kg/cm ²	kg/cm ²		i.M.	Nach der Deutschen Eisenbeton- bestimmung ¹
1	1992	5440	1,92	5,23	36,5	31,2	5100	1,63	1,16	10,8	63	2750	$0,0459 = \frac{1}{21,8}$	$\frac{1}{21,8}$	$\frac{1}{20}$
2	1595	4240	1,61	4,29	37,6	36,0	5120	1,57	1,60	15,2	105	—	$0,0348 = \frac{1}{28,7}$		
2 _a	1340	4110	1,36	4,24	32,2	30,2	5060	1,56	1,80	16,4	126	3590	$0,0356 = \frac{1}{28,1}$	$\frac{1}{28,7}$	$\frac{1}{27,4}$
3	1992	4750	1,92	4,57	42,0	31,2	5320	1,64	1,14	11,4	88	4760	$0,0342 = \frac{1}{29,4}$	$\frac{1}{28,7}$	
4	2080	5290	2,01	5,08	39,0	32,5	4540	1,33	1,14	8,6	63	2940	$0,0349 = \frac{1}{28,7}$		
6	2130	5975	2,05	5,75	35,7	33,3	5820	1,79	1,16	10,6	109	2600	$0,0420 = \frac{1}{23,8}$	$\frac{1}{23,8}$	$\frac{1}{20}$
							i.M.	1,57			92	3300			
8	3205	8425	—	—	38,0	22,3	4070	1,20	0,56	2,8	59	1300	$0,0440 = \frac{1}{22,7}$	$\frac{1}{22,7}$	$\frac{1}{20}$
9	1620	4850	—	—	33,4	25,3	6780	1,21	1,38	13,4	126	5030	$(0,0400 = \frac{1}{25})$	—	$\frac{1}{20}$
	i.M.		1,8	4,9	37,0	30,2	4100								

1. D'après les prescriptions ministérielles allemandes pour le béton armé.

Sie ist also wesentlich höher als die sonst bei schwach bewehrten Eisenbetonbalken vorhandene 2,5 bis 3-fache Sicherheit¹.

3. Die Riss-Bruch-Kennziffer (Spalte 6) beträgt für die Reihen der Uebersicht

$$\alpha = \frac{q'_{\text{u}}}{q'_{\text{b}}} = 32,2 \text{ bis } 42,0 \% \text{ und i. M. } 37 \% \dots \dots \quad (24)$$

Sie kann somit in Uebereinstimmung mit den Stuttgarter Versuchen (s. unter V, 5) zu mindestens $\alpha = 1/3$ angenommen werden.

4. Die Kennziffer für die Betonzugspannung (Spalte 7) wurde hier unter der Annahme gleichmässiger Verteilung des Biegemomentes im Diagonalschnitt, somit als Durchschnittswert zu

$$\beta = \frac{1}{4} \frac{Q_{\text{u}}}{d^2} = 22,3 \text{ bis } 36,0 \text{ und i. M. } 30,2 \text{ kg/cm}^2 \dots \dots \quad (25)$$

gefunden. Sie entspricht in Uebereinstimmung mit den Stuttgarter Versuchen (s. unter V, 6) den üblichen Werten der Biegezugfestigkeit des Betons, die hier an Biegebalken von $45 \cdot 10 \cdot 10 \text{ cm}^3$ zu 27,2 bis 47,9 und i. M. zu $35,2 \text{ kg/cm}^2$ bestimmt wurde.

5. Der die Grössenordnung der Eisenspannung beim Bruch kennzeichnende Wert (Spalte 8) berechnet sich zu

$$(26) \quad \gamma = \frac{1}{10,7} \cdot \frac{Q_{\text{b}} \cdot l}{(F_{\text{e}_x} + F_{\text{e}_y}) \cdot h} = 4100 \text{ bis } 5800 \text{ und i. M. } 4400 \text{ kg/cm}^2$$

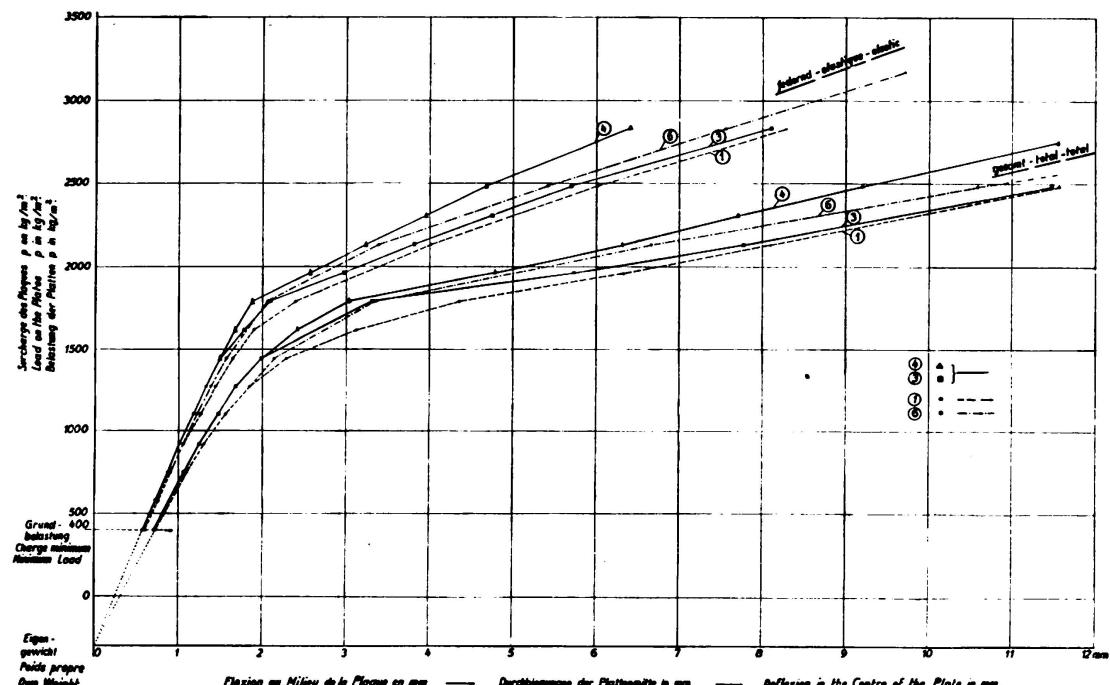


Fig. 14.
Durchbiegung der Dresdner Reihen 1, 3, 4, 6.
Flexions constatées aux séries de Dresde 1, 3, 4, 6.
Deflections of the Dresden Plates 1, 3, 4, 6.

1. S. Fussnote 1, S. 196; a. a. O., S. 7 und 14.

bei einer zwischen 3250 und 3420 kg/cm^2 liegenden Streckgrenze, wobei der Wert $\gamma = 6780 \text{ kg/cm}^2$ für das Stahldrahtgewebe der Reihe 9 wegen der wesentlich höheren Streckgrenze von 5600 kg/cm^2 bei der Mittelbildung nicht inbegriffen ist. Das Verhältnis dieser Kennziffer zur Streckgrenze ($\gamma : \sigma_s$), das für die Plastizitätslehre des Eisenbetons bedeutsam ist¹, schwankt nach Spalte 9 für die den baumässigen Abmessungen mehr entsprechenden Platten von 3 m Stützweite von 1,33 bis 1,79 und ist i. M. 1,57, während es bei den Platten von 2,0 m Stützweite (Reihe 8 und 9) 1,20 in Uebereinstimmung mit den Stuttgarter Versuchen beträgt.

6. Die Kennziffer ε_i der Durchbiegung im Stadium I ändert sich hier gesetzmässig mit der Stützweite und der Dicke der Platten. Ihre reziproken Werte sind den sogen. Steifigkeitsziffern EJ proportional (s. Bild 14). Platten von gleicher Dicke und Spannweite ergeben auch trotz verschiedener Bewehrung die gleiche Kennziffer ε_i . Hieraus folgt, dass sich die Eisenbetonplatten im Stadium I wie *homogene oder isotrope Platten* verformen (*Zweites Hauptergebnis*). Im Stadium II ist die Kennziffer ε_n (Spalte 14), also die Zunahme

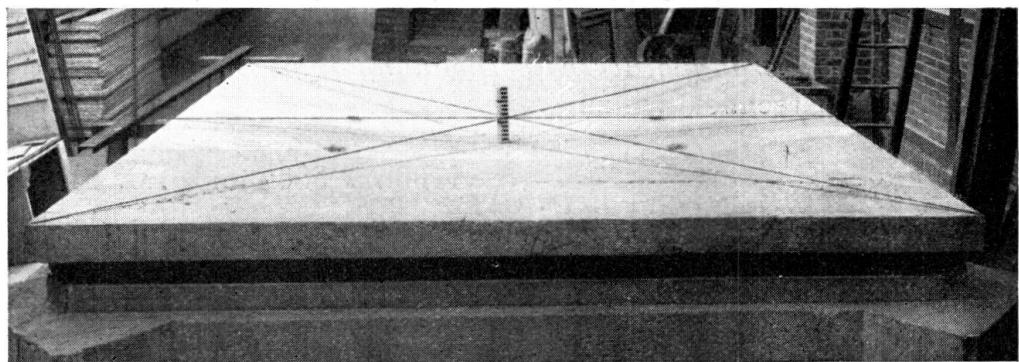


Fig. 15.

Bleibende Durchbiegung der Dresdener Platte 693. (Plattendicke 120 mm, bleibende Durchbiegung 118 mm.)

Flexion permanente de la dalle de Dresde 693. (Épaisseur de la dalle 120 mm, Flexion permanente 118 mm.)

Permanent Deflection of the Dresden Plate 693. (Thickness of Plate 120 mm, Permanent Deflection 118 mm.)

der Durchbiegung bei einer Laststeigerung um $\Delta q' = 1000 \text{ kg/m}^2$ i. M. 9 mal so gross wie bei den 3,0 m-Platten und 5 mal so gross wie bei den 2,0 m-Platten der Reihe 8. Kurz vor dem Bruche betrug die grösste Durchbiegung bei den 3 m-Platten (z.B. der Reihe 6) 210 mm, also $\frac{1}{14}$ der Stützweite. Aus diesen starken Durchbiegungswerten (s. z. B. für die Platte 692 der Reihe 3, Bild 15), die grösser als die Plattendicke sind, ist zu folgern, dass sich in der Nähe des Bruches der Spannungszustand der isotropen Platte mit dem einer Membrane überlagert.

7. Die Zunahme der gemessenen Eisenspannung bei 1000 kg Laststeigerung (Spalte 12 und 13) beträgt für die mit einer bestimmten Gebrauchslast bemes-

1. S. Fussnote 1, S. 196; a. a. O. S. 12.

senen Platten 1 bis 4 und 6 im ersten Stadium $\varepsilon_1 = 63$ bis 126 kg/cm^2 und i. M. 92 kg/cm^2 , dagegen im zweiten Stadium $\varepsilon_{11} = 2500$ bis 4800 kg/cm^2 und i. M. 3300 kg/cm^2 , also das rd. 36-fache, wobei naturgemäß örtliche Einwirkungen von Rissstellen von starkem Einfluss sind (Bild 16).

8. Aus den *Versuchen mit Plattenstreifen* wurde für die *drillungssteif* bewehrten 8 Platten 2 bis 4 das Mittenmoment zu

$$M_m = \frac{1}{28,1} \cdot q l^2 \text{ bis } \frac{1}{29,4} \cdot q l^2 \text{ und i. M. } = \frac{1}{28,7} \cdot q l^2 \dots \quad (27)$$

gefunden (s. Spalte 14 und 15, Kennziffer $z = \frac{1}{x}$), dagegen für die nach dem *Trägerrostverfahren* bemessenen 6 Platten der Reihen 1, 6 und 8 zu

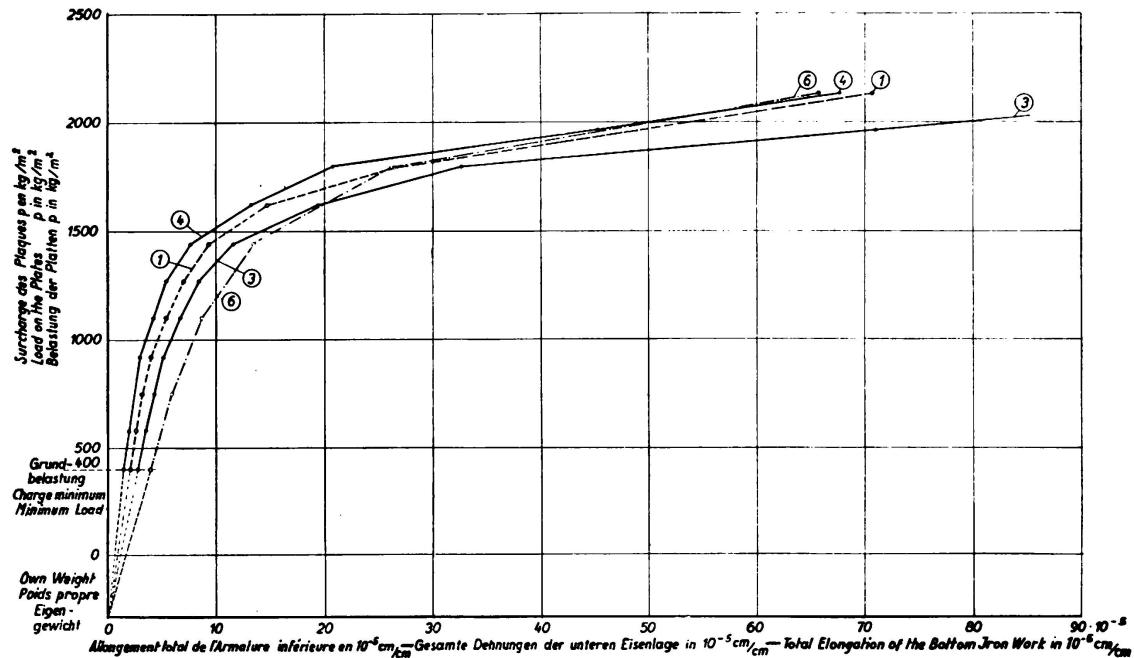


Fig. 16.

Eisendehnung bei den Dresden Reihen 1, 6, 3, 4.

Allongement du fer pour les séries de Dresden n° 1, 6, 3, 4.

Elongation of the Reinforcement in the Dresden Plates, series 1, 6, 3, 4.

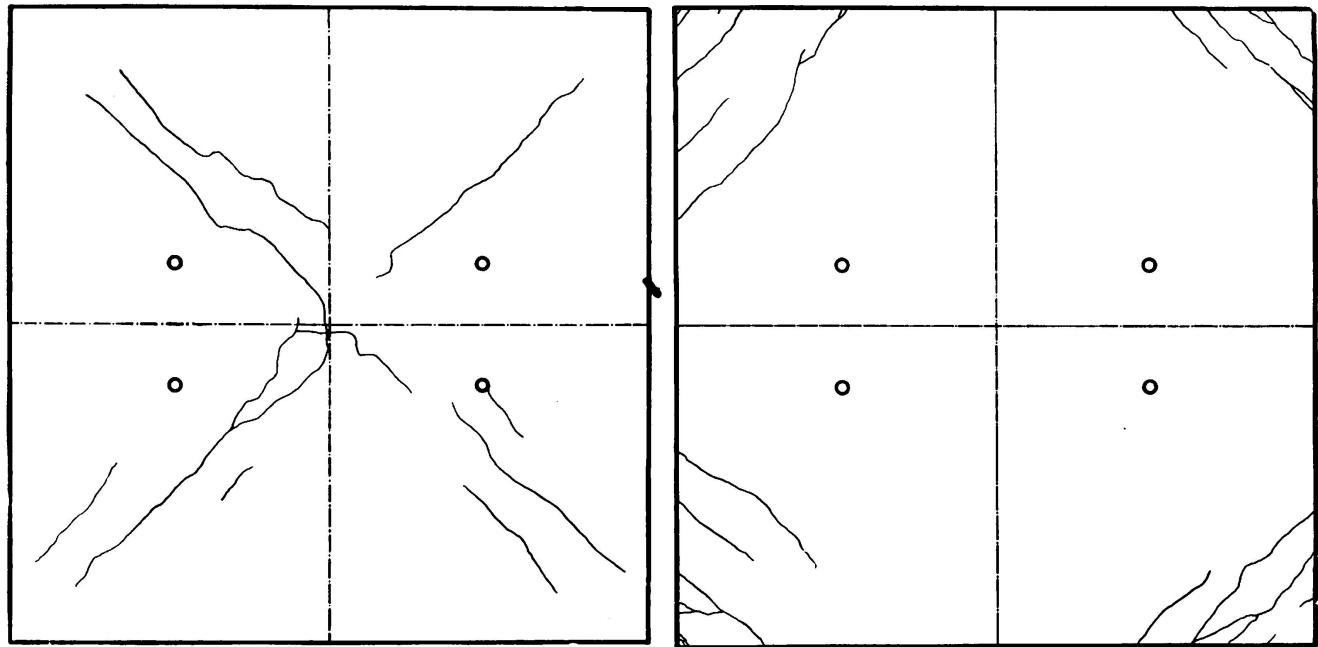
$$M_m = \frac{1}{21,8} \cdot q l^2 \text{ bis } \frac{1}{23,8} \cdot q l^2 \text{ und i. M. } = \frac{1}{22,7} \cdot q l^2 \dots \quad (28)$$

während sich bei den Stuttgarter Versuchen hierfür als Mittel aus 28 Platten $M_m = \frac{1}{21,7} q l^2$ ergab.

Da der Gl. 27 der Wert

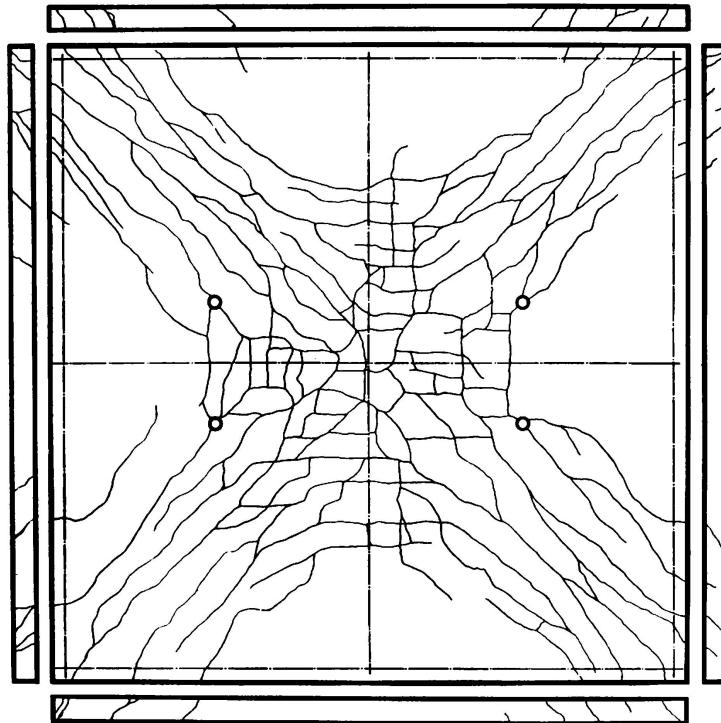
$$M_m = \frac{1}{27,4} q l^2 \dots \dots \dots \dots \quad (29)$$

gegenüberzustellen ist, der sich bei der Berechnung nach der Theorie der *drillungssteifen* Platte ergibt (s. Gl. 11), so ist hiermit die Berechtigung dieser Theorie für die quadratischen Eisenbetonplatten für den Fall erwiesen, dass die Ecken festgehalten werden, dagegen die Berechtigung des Wertes



a) Erste Risse. Unterseite der Platte. Belastung 1440 kg/m^2 .
 Les premières fissures. Surface inférieure de la dalle. Charge 1440 kg/m^2 .
 The First Cracks. Bottom Surface. Load 1440 kg/m^2 .

b) Oberseite der Platte. Belastung 1440 kg/m^2 .
 Surface supérieure de la dalle. Charge 1440 kg/m^2 .
 Top Surface of the Plate. Load 1440 kg/m^2 .

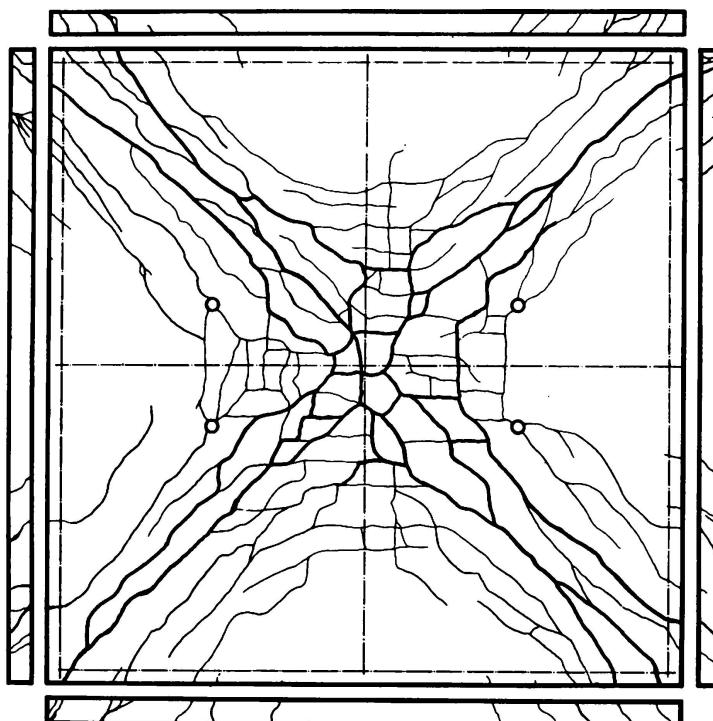


c) Abbruch der Ecken. Belastung 3300 kg/m^2 . Unterseite der Platte.
 Coins cassés. Charge 3300 kg/m^2 . Surface inférieure.
 Corners damaged. Load 3300 kg/m^2 . Bottom Surface.

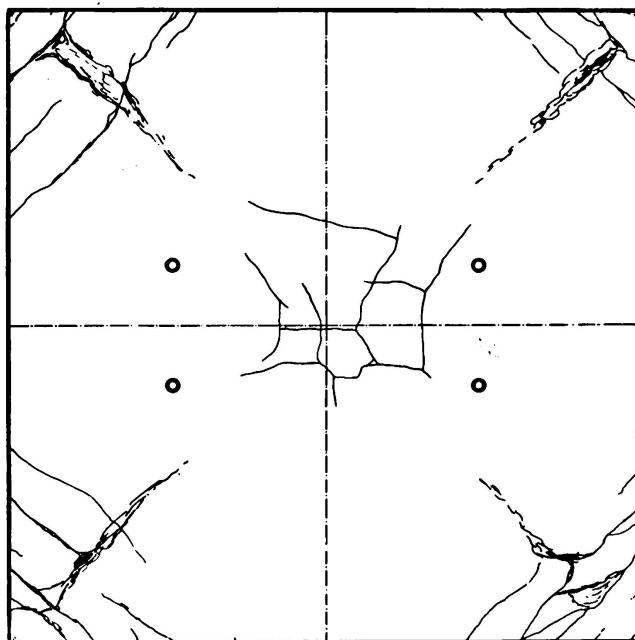
Fig. 17, a-e. — Rissbilder der Platte 692 der Dresdner Versuchs-Reihe 2.
 Fissures de la dalle 692 de la série 2 de Dresde.
 Cracked Plate 692 of the Dresden Plate Serie 2.

$$(30) \quad M_m = \frac{1}{20} q l^2$$

für den Fall, dass die Ecken nicht festgehalten werden und die Bemessung nach dem Trägerrost-Verfahren erfolgt (*Drittes Hauptergebnis*), s. auch Spalte 16.



d) Bruchzustand. Bruchlast 4100 kg/m^2 . Unterseite der Platte.
 Dalle rompue. Charge de rupture 4100 kg/m^2 . Surface inférieure.
 Cracked Plate. Load of Rupture 4100 kg/m^2 . Bottom Surface.



e) Oberseite der Platte. Surface supérieure de la dalle.
 Top Surface of the Plate. $q = 4100 \text{ kg/m}^2$.

9. Einige Rissbilder sind in Bild 17 und 18 dargestellt, die sich grundsätzlich mit denen der Stuttgarter Versuche decken.

B. Die eingespannten Platten (Reihe 5 und 7 der Uebersicht III) waren entweder mit Randbalken verbunden bei punktförmiger Lagerung in den

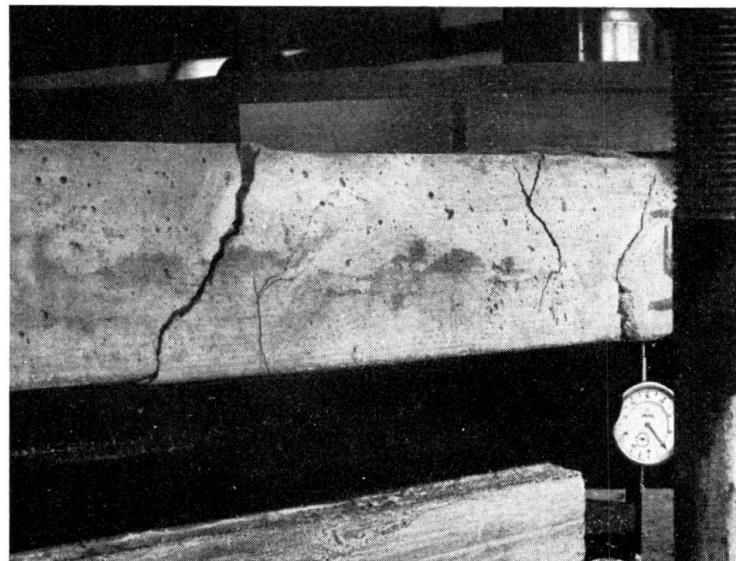


Fig. 18 a.
Abbruch einer Ecke (Platte 696, Reihe 2).
Coin cassé (plaque 696, série 2).
Corner broken off (Plate 696, Series 2).

Ecken, also nur teilweise eingespannt, oder aber mit Randbalken und Ecksäulen verbunden, also sehr stark eingespannt. Ein bedeutsames Ergebnis bestand

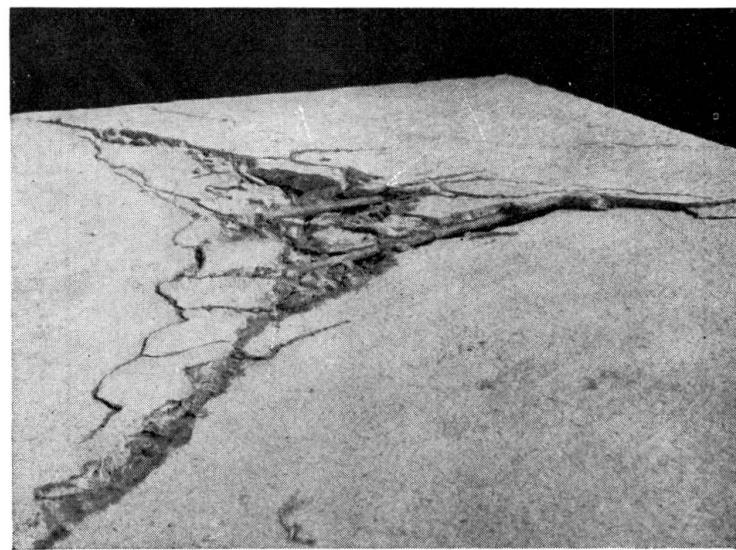


Fig. 18 b.
Eckzerstörung (Platte 698, Reihe 4).
Coin détruit (Plaque 698, série 4).
Corner damaged (Plate 698, series 4).

darin, dass bei diesen Einspannungsverhältnissen, die meist in der Praxis vorliegen, der Sicherheitsgrad noch ganz wesentlich höher ist als bei den ringsum frei gelagerten Platten.

VII. Zusammenfassung der Ergebnisse aus den statischen Plattenversuchen.

1. *Die Rissicherheit* ist bei kreuzweise bewehrten Platten etwa 3 mal so gross und die Bruchsicherheit mindestens 1 1/2 mal so gross wie bei den Eisenbetonbalken (s. Gl. 22 und 23).

2. *Die Rissgrenze* der kreuzweise bewehrten Eisenbetonplatten entspricht der Proportionalitätsgrenze im Stahlbau, bis zu der das Hooke'sche Elastizitätsgesetz gilt. Bis zur Risslast wachsen die Durchbiegungen der Platten nach dem Geradlinien-Gesetz (s. Bild 7 und 14). In diesem Bereich verhält sich die Platte als *isotrope Platte*. Während beim Baustahl das Verhältnis der Proportionalitätsgrenze zur zulässigen Beanspruchung etwa von $\sigma_p : \sigma_{zul} = 2000 : 1200 = 1,67$ bis $2000 : 1600 = 1,25$ schwankt, liegt bei diesen Eisenbetonplatten auf Grund der Dresdener Versuche das Verhältnis $q'_{n} : q'_{zul}$ zwischen 2,0 und 1,36. Wie man mit Recht die Abmessungen der Stahlbauten nach diesem Hooke'schen Elastizitätsgesetz bestimmt, so ist man hiernach auch berechtigt, die kreuzweise bewehrten Eisenbetonplatten *nach der Theorie der isotropen Platte zu bemessen und die Eisenbewehrung entsprechend anzuordnen*, um den Beanspruchungen unter der Gebrauchslast einschliesslich etwaigen Stosszuschlägen Rechnung zu tragen.

3. Nach dem Eintritt der ersten Risse, also im *Stadium II*, bildet sich bei diesen Platten offenbar ein verwickelter Spannungszustand aus, der in der Nähe des Bruches durch eine Ueberlagerung der Spannungen der drillungssteifen Platte mit den nach der Membran-Theorie ermittelten Spannungen entsteht. Da die Bruchsicherheit (nach Gl. 23) 4- bis 5-fach, also verhältnismässig hoch ist, erscheint es zur Vereinfachung wohl zulässig, die *Theorie der drillungssteifen Platte*, also ohne Berücksichtigung der Membranwirkung auch dann zu Grunde zu legen, wenn die Bemessung mit Rücksicht auf den Bruchzustand gefordert wird, wie es im Eisenbetonbau allgemein üblich ist.

4. Für den Sonderfall der quadratischen, ringsum aufliegenden Platte, ist es nach diesen Versuchsergebnissen berechtigt (Gl. 27 und 28) als Mittenmoment der Rechnung zu Grunde zu legen :

a) falls die Ecken gegen Abheben gesichert sind,

$$M_m = \frac{q l^2}{27,4},$$

wie es die Theorie der drillungssteifen Platte ergibt,

b) falls die Ecken nicht gegen Abheben gesichert sind,

$$M_m = \frac{q l^2}{20}.$$

5. Für die Art der Bruchrisse und die Höhe der Bruchlast ist vor allem die Aufteilung der Eiseneinlagen von Bedeutung, wobei die eigenartige Verbundwirkung der kreuzweise bewehrten Platte durch die drei Trägerelemente (das Trägerkreuz, die 4 Eckbalken und bei festgehaltenen Ecken die 4 Konsolträger) nach Bild 10 veranschaulicht werden kann.

6. Die Einspannung der Plattenränder durch Randbalken mit oder ohne Säulen hat sich bei diesen Versuchen als so wirksam erwiesen, dass Platten bei derartiger Auflagerung auch ohne eine besondere Drillungsbewehrung einen hohen Sicherheitsgrad aufweisen.

VIII. Die Platten-Vorschriften in den neuen Deutschen Eisenbeton-Bestimmungen¹ 1932 unterscheiden auf Grund der Stuttgarter und Dresdener Platten-Versuche nach Vorschlag des Verfassers folgende Fälle :

1. *Regelfall* : Rechteckige, kreuzweise bewehrte Platten, die *biegungsfest mit den benachbarten Deckenfeldern oder mit Randbalken verbunden sind*, bedürfen keiner besonderen Bewehrung für Drillungsmomente. Sie dürfen nach dem unter II,5 angegebenen Näherungsverfahren von H. MARCUS berechnet werden, also z. B. bei der ringsum frei aufliegenden quadratischen Platte bei gleichförmiger Last q nach Gl. 11 für das Mittenmoment

$$M_m = \frac{1}{27,4} q l^2.$$

2. Sind im *Ausnahmefall* die Platten *nicht* biegungsfest mit den benachbarten Deckenfeldern oder mit Randbalken verbunden (wie z. B. bei der Abdeckplatte eines Schachtes oder bei den freien Ecken einer Geschossdeckenplatte), so darf dann mit dem vollen Abminderungsbeiwert ν nach Gl. 10 gerechnet werden, wenn zur Sicherung der Ecken und zur Aufnahme der Drillungsmomente auf die Strecke $\frac{1}{3} l_{\max}$, unten gleichlaufend zu den Seiten oder rechtwinklig zur Diagonale, oben gleichlaufend zur Diagonale auf je 1 m Breite der gleiche Eisenquerschnitt vorhanden ist, wie für die grössere Bewehrung F_{ex} in Feldmitte. (Pauschale Eckbewehrung.)

3. Auch in diesem unter 2) genannten *Ausnahmefall* besteht aber noch die Möglichkeit (z. B. bei einfachen Bauwerken), auf die Ausführung einer besonderen *Drillungsbewehrung dann zu verzichten*, wenn das Moment $\partial n_{x \max}$ in Gl. 10 anstatt mit dem vollen Abminderungsbeiwert ν nur *mit dem grösseren Beiwert* $\frac{1+\nu}{2}$ multipliziert wird. Für den Fall (s. Gl. 11) der ringsum frei gelagerten Platte ergibt sich dann :

$$M_m = \frac{1+\nu}{2} \cdot \partial n_{x \max} = \frac{1,584}{2} \cdot \frac{q l^2}{16} = \frac{1}{20,2} q l^2 = rd \cdot \frac{q l^2}{20}$$

in Uebereinstimmung mit den Versuchsergebnissen der nach dem Trägerrostverfahren bemessenen Dresdener Versuchsplatten.

Endlich besteht aber in diesem *Ausnahmefall* auch noch die Möglichkeit, *auf Grund einer genaueren Berechnung der Drillungsmomente* gegenüber der unter 2. geforderten pauschalen Eckbewehrung eine Ersparnis an Drillungsei-

1. Bestimmungen des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton, Teil A. (DIN 1045), § 23, Kreuzweise bewehrte Platten.

sen zu erzielen, wobei wiederum mit dem vollen Abminderungsbeiwert ν gerechnet werden darf.

4. Bei *Einzellasten* darf ebenfalls das Näherungsverfahren von MARCUS angewendet werden.

IX. Dynamische Plattenversuche.

A. Ziele.

Die dynamische Untersuchung kann zunächst *zwei Ziele* verfolgen und zwar :

1. *Die Bestimmung der Eigenschwingungszahl ν_0* der Platte, um eine Resonanz mit regelmässigen Impulsen von gleicher Frequenz, die z. B. durch Bodenerschütterungen oder direkte Belastung mit Maschinen entstehen können, zu vermeiden. Die theoretische Forschung ermöglicht die genaue Ermittlung der Eigenschwingungszahl von Platten und Plattensystemen auf rein analytischem Wege zur Zeit noch nicht. Um auf diesem neuen Gebiete einen Schritt vorwärts zu kommen, kann man zur Vorherbestimmung der Eigenschwingungszahl Versuche an bestehenden Bauwerken durchführen, deren Auswertung unter Berücksichtigung der Aehnlichkeitsverhältnisse einen hinreichenden Anhalt für die Grössenordnung der Eigenschwingungszahl der auszuführenden Platte liefern wird. Das Anstossen der Platten kann am einfachsten durch Fallgewichte von geeigneter Grösse und die Aufzeichnung der rasch abklingenden Schwingungen durch empfindliche Seismometer erfolgen. Die Messungen gestatten gleichzeitig die Bestimmung der *Dämpfung bei der Grundschiung*, die ein wertvolles Kennzeichen einmal für die Grösse der äusseren und inneren Bewegungswiderstände, zum anderen für den Zustand des Bauwerkes überhaupt darstellt.

2. Ferner kommt die *Bestimmung der Formanderung von Plattensystemen unter bestimmten Belastungen* in Betracht, um z. B. die Rechnung und insbesondere ihre Voraussetzungen auf ihre Zuverlässigkeit zu prüfen. Die Durchführung derartiger Versuche setzt die Kenntnis der Eigenschwingungszahl ν_0 voraus, da hierbei die Erregerfrequenz ω hinreichend weit unter der Eigenfrequenz bleiben muss, um das Verhältnis der Amplituden A der dynamischen und a der rein statischen Belastung möglichst klein zu halten. In Bild 19 ist das Verhältnis $\frac{\omega}{\nu_0}$ der Erregerfrequenz zur Eigenfrequenz in Abhängigkeit vom

Amplitudenverhältnis $\frac{A}{a}$ und von der Phasenverschiebung φ zwischen Erre-

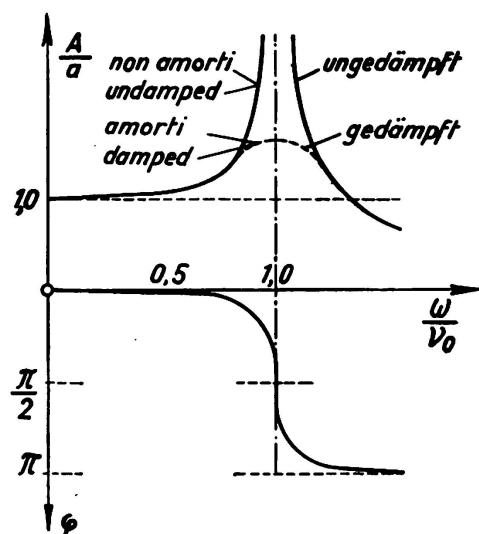


Fig. 19.

Beziehung zwischen Amplituden und Frequenz der Schwingungen.
Relations entre les amplitudes et la fréquence des oscillations.
Relation between Amplitude and Frequency of the Vibrations.

gerfrequenz und Eigenfrequenz dargestellt. Bis zu einem Verhältnis von etwa $\frac{\omega}{\nu_0} = 0,5$ liegt also praktisch ein statischer Lastfall vor, da hierbei A und a nur unwesentlich voneinander verschieden sind. *Man vermag somit durch derartige Schwingungen genau dieselben Formänderungen zu erzeugen wie durch statische Belastungen.*

Im Vergleich mit der rein statischen Formänderungsmessung bietet dieses Verfahren ausserordentliche Vorteile. Bei statischer Belastung müssen stets grössere Lasten aufgebracht werden, was oft mit erheblichen Umständen und Kosten verbunden ist. Weiter besteht die grosse Schwierigkeit, für die Messgeräte (Spiegelapparate, Tensometer und dgl.) einwandfreie und während der Versuchsdauer unveränderliche Bezugspunkte, die von Wärmeschwankungen und Erschütterungen nicht beeinflusst werden, zu schaffen. Beim dynamischen Belastungsversuch genügt dagegen im allgemeinen eine kleine, leicht bewegliche Erregerquelle. Für die Messungen durch Seismometer ist ein unveränderlicher Bezugspunkt nicht erforderlich.

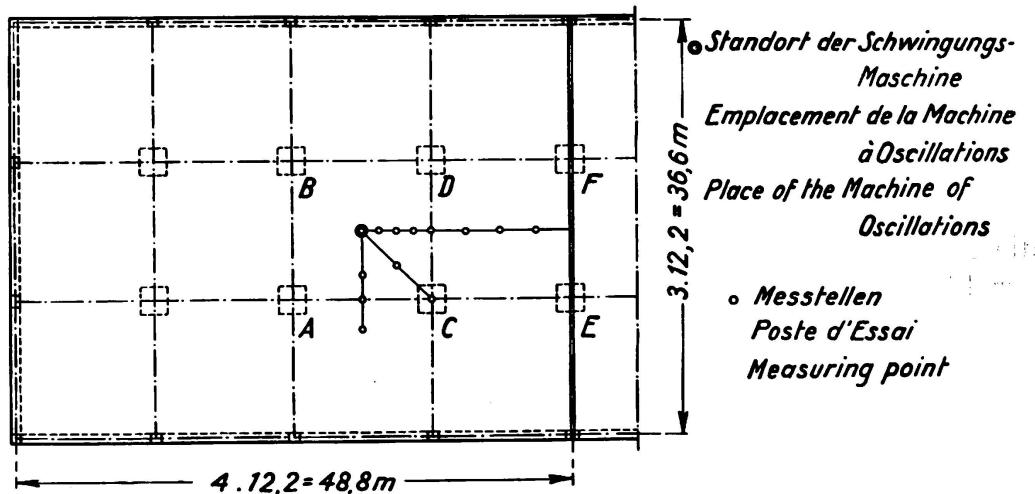


Fig. 20.

Anordnung der Belastung und der Messtellen beim Fordbau in Köln.

Disposition de la charge et des points de mesure au bâtiment Ford à Cologne.

Arrangement of the Loading and of the Measuring Spots in the Ford Building in Cologne.

B. Dynamische Plattenversuche an einem Bauwerk.

Beim Bau des neuen Fabrikgebäudes der Ford-Motor-Company in Köln a./Rh. wurden derartige dynamische Messungen¹ im Auftrage des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton vom Versuchs- und Materialprüfungsamt Dresden und von der Mechanischen Abteilung des Heinrich-Hertz-Institutes in Berlin durchgeführt. Die 52 cm dicke Pilzdecke besteht aus $3 \times 4 = 12$ quadratischen Feldern mit 12,2 m Stützenabstand (vgl. Bild 20). Die Beobachtungen erfolgten

1. Die Anregung hierzu gab Dr.-Ing. REISINGER (Obercassel-Siekgreis) und der Deutsche Beton-Verein. Die Versuchsergebnisse werden demnächst von Professor Dr.-Ing. GEHLER, Dresden und Professor Dr. HOTT-BERLIN in einem Sonderheft des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton veröffentlicht werden.

im Feld ABCD und die Messungen im Bereich ABF. Die Eigenschwingungszahl der Decke wurde mittels eines Fallgewichtes von 70 kg bei einer Fallhöhe von 60 cm zu $\nu_0 = 13,3$ Hertz bestimmt. Durch einen Schwingungserreger (System Losenhausen-Düsseldorf), der bei einer höchsten Frequenz von 12 Hertz eine Kraft von 10000 kg zu erzeugen vermag, wurde die Decke sodann in sinusförmige Schwingungen von $\omega = 4,8$ Hertz versetzt, sodass $\frac{\omega}{\nu_0} = \frac{4,8}{13,3} = 0,36$ betrug, und die Amplituden an verschiedenen Messpunkten festgestellt, wobei die dynamische Kraft einer statischen Einzellast

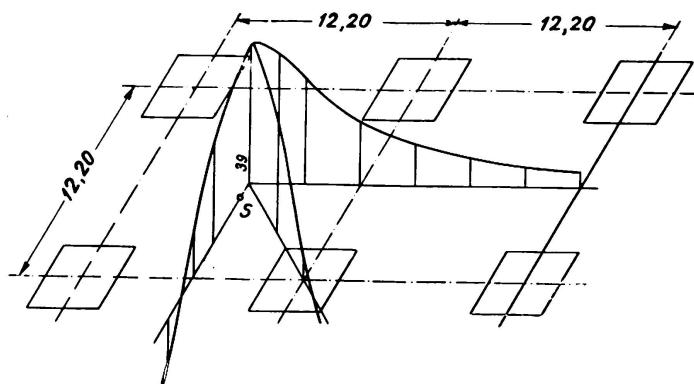


Fig. 21 a.

Dynamische Biegefläche bei Stosserregung in S. (Durchbiegung in 1/1000 mm.)

Surface de déformation par suite de chocs exercés au point S. (Flexion en 1/1000 mm.)

Dynamical Deflection Surface in Consequence of Knocks exercised in S. (Deflection in 1/1000 mm.).

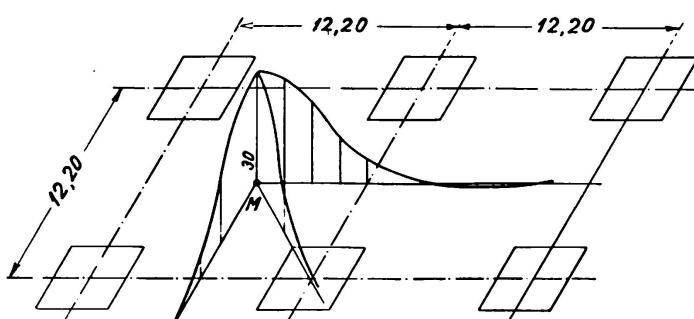


Fig. 21 b.

Statische Biegefläche bei Lastangriff in M (Schwingungsmaschine)
(Durchbiegung in 1/1000 mm.)

Surface de déformation pour une charge statique appliquée au point M. (Machine à oscillations.)

Statical Deflection Surface in Consequence of a Concentrated Load in the Point M.
(Machine of oscillations.) (Deflection in 1/1000 mm.)

von etwa 1600 kg entsprach. Als Messgeräte standen ein Dreikomponenten-Apparat mit photographischer Aufzeichnung der Askania-Werke in Berlin und ein Horizontal- und Vertikal-Seismometer mit Tintenregistrierung nach einer Konstruktion der Leunawerke bei Merseburg zur Verfügung. Einige Ergebnisse der Messungen sind in Bild 21^a und 21^b zusammengestellt.

Vergleicht man das Formänderungsbild 21^b, das also der statischen Bela-

stung durch eine Einzellast von 1600 kg entspricht, mit den Ergebnissen, die von M. Roš und A. EICHINGER, Zürich¹ durch rein statische Messungen an Pilzdecken im Lagerhaus der Gesellschaft für chemische Industrie in Basel gefunden wurden (vgl. Bild 22), so erkennt man die grundsätzlich völlig gleichartige Form der Biegeflächen. Leider mussten die Kölner Versuche unter sehr ungünstigen Bedingungen durchgeführt werden, da sie während des mit stärkster Beschleunigung ausgeführten Baubetriebes kurz vor der Inbetriebnahme vorgenommen wurden. Die für die Vorbereitung und Durchführung der Versuche

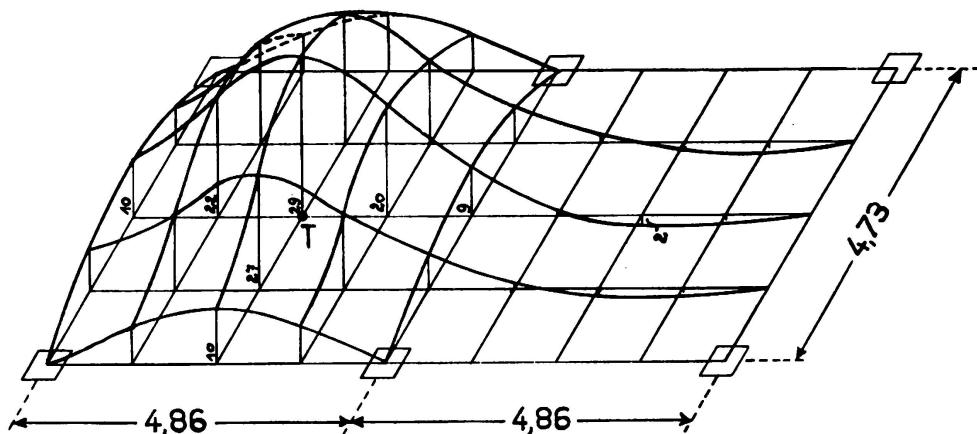


Fig. 22.

Statische Biegefläche unter einer Einzellast von 7 t in Feldmitte T, auf Grund von Messungen von Roš-Eichinger. (Durchbiegungen in 1/1000 mm.)

Surface de déformation pour une charge statique concentrée de 7 t au centre du panneau, d'après les mesures de Roš-Eichinger. (Flexions en 1/1000 mm.).

Statistical Deflection Surface for a Concentrated Load of 7 t in the Centre of the Field, by Roš-Eichinger. (Deflections in 1/1000 mm.)

verfügbare Zeit war auf nur 2 Tage beschränkt. Die Ergebnisse sind daher in quantitativer Beziehung nur als Vorversuche mit begrenzter Genauigkeit zu werten. Der qualitative Vergleich mit den statischen Messungen von Roš-EICHINGER aber zeigt die hervorragende Eignung des dynamischen Messverfahrens auch für Platten und Pilzdecken. Der weitere Ausbau dieses Untersuchungsverfahrens kann dazu beitragen, einen Gütemasstab hinsichtlich statischer und dynamischer Beanspruchungen von Bauwerksteilen zu erhalten und manche heute noch nicht beantworteten Fragen dieses bedeutsamen Teilgebietes des Eisenbetonbaues zu klären.

1. Vgl. Bericht zum Ersten Internationalen Kongress für Beton und Eisenbeton in Lützsch im September 1930 : Résultats de mesures de déformations et de tensions sur dalles à champignons.

Zusammenfassung.

Die beiden hauptsächlichen Fragen bei der Bemessung der kreuzweise bewehrten Platten lauten : Wie gross ist die Riss- und Bruchsicherheit solcher Platten, ferner durch welches statische Berechnungsverfahren kann der verwickelte Spannungszustand in einer Eisenbetonplatte vor und nach der Rissbildung zweckmässig beschrieben werden und wie muss die Bewehrung bemessen und angeordnet sein ? Die bisherigen gebräuchlichen Rechnungsverfahren legen den Trägerrost, das Trägerkreuz oder die drillungssteife isotrope Platte mit festgehaltenen Ecken zu Grunde, die auch bei dem in den Deutschen Eisenbetonbestimmungen empfohlenen Näherungsverfahren von H. Marcus angenommen wird, wogegen im Schrifttum scharfe Einsprüche erhoben wurden.

Zuverlässige Grundlagen für die Bemessung können nur durch Bruchversuche mit Platten von baumässigen Abmessungen gewonnen werden. Der Deutsche Ausschuss für Eisenbeton hat Versuche mit insgesamt 82 Platten durchgeführt und zwar 1915 bis 1926 in Stuttgart mit Platten von 2 m Seitenlänge ohne Festhalten der Ecken und 1927 bis 1930 in Dresden mit Platten von zumeist 3 m Seitenlänge, die sowohl mit als auch ohne Festhalten der Ecken geprüft wurden.

Die Versuchsergebnisse sind im Bericht durch besondere Kennziffern übersichtlich dargestellt. Bis zur Risslast verhalten sich kreuzweise bewehrte Eisenbetonplatten wie isotrope Platten. Dehnungen und Spannungen wachsen linear mit der Belastung. Die Risslast ist im Mittel das 1,8-fache der Nutzlast, ist also etwa 3 mal so gross wie bei Eisenbetonbalken.

Nach dem Auftreten der ersten Risse bildet sich ein verwickelter Spannungszustand aus, der beim Bruch noch durch eine Membranwirkung der Platte überlagert wird. Die Bruchsicherheit ist 4- bis 5-fach, also etwa doppelt so gross wie bei Balken.

Ebenso wie im Stahlbau das Hookesche Gesetz als Grundlage für die Bemessungsrechnung angenommen wird, ist man hier berechtigt, kreuzweise bewehrte Eisenbetonplatten nach der Theorie der isotropen Platte zu berechnen und zu bemessen. Für den Sonderfall der quadratischen Platte darf man mit einem Mittenmoment von $\frac{1}{27,4} q l^2$ für drillungssteife, gegen Abheben der Ecken gesicherte Platten rechnen und mit $\frac{1}{20} q l^2$ für frei aufliegende, nicht eckgesicherte Platten. Dies wurde durch Vergleichsversuche mit Plattenstreifen (Balken) bestätigt. Eingespannte Platten zeigen auch ohne besondere Drillungsbewehrung sehr hohe Sicherheiten gegen Rissbildung und Bruch.

Auf Grund dieser Versuchsergebnisse wurden die Plattenvorschriften der neuen Deutschen Eisenbetonbestimmungen aufgestellt.

Die *dynamische* Untersuchung von Eisenbetonplatten im Bauwerk, wie eine solche 1931 bei einem Fabrikgebäude in Köln vom Deutschen Ausschuss für

Eisenbeton erstmalig und versuchsweise durchgeführt wurde, gibt, bei entsprechender Wahl der Erregerfrequenz, dasselbe Formänderungsbild wie eine *statische* Belastung und ermöglicht es daher, mit einem kleinen und handlichen Schwingungsgerät grössere Belastungsversuche rasch und einfach durchzuführen.

Résumé.

Les deux principales questions que pose le calcul des dalles armées en croix sont les suivantes : Quelle est la sécurité que donnent de telles dalles contre les fissurations et la rupture, et en outre par quelle méthode de calcul statique peut-on définir d'une manière satisfaisante les conditions de charge compliquées auxquelles se trouve soumise une dalle en béton armé avant et après que les fissures apparaissent ? Comment l'armature doit-elle être calculée et réalisée ?

Les méthodes de calcul utilisées jusqu'à maintenant sont basées sur les dispositifs suivants : décomposition en poutres croisées en forme de grille, ou en deux poutres en diagonales, ou enfin calcul de la dalle isotrope résistant à la distorsion, avec fixation des angles. Ce sont ces dispositions qui sont adoptées dans la méthode de calcul approchée de H. MARCUS, préconisée dans les Règlements Allemands concernant le Béton Armé et contre laquelle de vives protestations s'élevaient dans la presse technique.

On ne peut arriver à des données de base qui soient satisfaisantes, en ce qui concerne le calcul, que par des essais de rupture portant sur des dalles ayant des dimensions répondant à celles que l'on rencontre en construction. La Commission Allemande pour le Béton Armé a effectué des essais portant sur un ensemble de 82 dalles. Les essais se sont poursuivis de 1915 à 1926, à Stuttgart, avec des dalles de 2 m. de côté, sans fixation des angles ; de 1927 à 1930, les essais eurent lieu à Dresde, avec des dalles ayant, pour la plus grande partie, 3 m. de côté, et qui ont été essayées tant avec que sans fixation des angles.

Les résultats des essais sont mis en évidence, dans le rapport correspondant, par des chiffres caractéristiques. Les dalles en béton armées en croix se comportent, jusqu'à la fissuration, comme des dalles isotropes. Les allongements et les efforts croissent linéairement avec les charges. La charge qui provoque la fissuration est, en moyenne, égale 1,8 fois la charge utile ; elle est donc environ trois fois plus grande que dans les poutres en béton armé.

Après l'apparition de la première fissure, la répartition des efforts devient compliquée et il s'y superpose encore, à la rupture, un « effet de membrane ». La sécurité à la rupture est 4 à 5, soit à peu près le double de celle que donnent les poutres en béton armé.

De même qu'en construction métallique, la loi de Hooke sert de base pour les calculs de dimensions, il est ici légitime de calculer les dimensions des dalles de béton armé munies d'armatures croisées d'après la théorie des dalles isotropes.

Dans le cas particulier des dalles carrées, on peut admettre un moment de