Les mathématiques aux derniers examens pour le renouvellement du brevet

Objekttyp: **Group**

Zeitschrift: **Bulletin pédagogique : organe de la Société fribourgeoise d'éducation et du Musée pédagogique**

Band (Jahr): **33 (1904)**

Heft 18

PDF erstellt am: **21.06.2024**

la réassurance mutualiste ; un crédit de 7000 francs pour l'organisation et le développement de la propagande mutualiste.

L'Etat, lui aussi, accorde, dès 1891, des subsides aux mutualités reconnues qui affilient leurs membres à la caisse de retraite. Ils n'étaient, au commencement, que de 30 000 francs; en 1898, une somme de 279 204 francs leur a été répartie. On donne un point par franc versé jusqu'à la limite de 12 points. La valeur du point est de 60 centimes.

Les communes à leur tour ont versé des subsides annuels destinés soit à distribuer des livrets de retraite comme prime de fréquentation aux élèves des écoles primaires, soit à être réparties entre les mutualistes, enfants et adultes.

Grâce à ces subsides, les versements opérés à la caisse de retraite acquièrent une grande importance. Voici, par exemple, quelle sera, après un an d'existence, la situation d'une société scolaire de retraite établie dans le Hainaut en 1900, et comptant 50 membres, dont la cotisation est fixée à 50 centimes par mois.

Versement des intéressés . . .	Fr. 6	× 50	=	300
Prime de la province	» 6	× 50	=	300
Prime de l'Etat	» 7,20	× 50	=	360
Subside de 1er établissement, Province			=	50
» » Etat			=	125
		Total	Fr.	1135

Les sommes versées ont presque quadruplé, la première année.

Le 13 juin, 1897, le ministre de l'Instruction publique autorisa et recommanda officiellement l'établissement « de sociétés scolaires de mutualité et de retraite, qui sont le complément indispensable de l'épargne » dans toutes les écoles de la Belgique. La mutualité était donc officiellement introduite dans les écoles belges. (*A suivre.*)

Les mathématiques aux derniers examens pour le renouvellement du brevet

a) *Questions de théorie* (aspirants.)

1. Quelles sont les quatre propriétés fondamentales des logarithmes ? Démonstration.

2. Transformer un triangle en un carré équivalent. Faire la construction et la justifier.

b) *Problèmes* (aspirants.)

1. Un triangle ABC est divisé en deux parties par une parallèle DE à la base AC. La surface du trapèze ADEC est les $^2/_3$ de celle du

triangle BDE. Déterminez les surfaces BDE et ADEC ainsi que la longueur de BD, sachant que AB = 43m26 ; BC = 38 m. ; AC = 54 m.
(Les opérations seront faites au moyen des logarithmes.)

Solution :

La surface BC qu'il faut déterminer en premier lieu est exprimée par la formule : $\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$; (p = ½ périmètre et a, b, c sont les côtés du tr.)

$$\text{surf. ABC} = \sqrt{67{,}63 \times 24{,}37 \times 29{,}63 \times 13{,}63}$$

$$\text{log. surf. ABC} = \frac{\text{log. } 67{,}63 + \text{log. } 24{,}37 + \text{log. } 29{,}63 + \text{log. } 13{,}63}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{log. } 67{,}63 &= 1{,}83014 \\ \text{log. } 24{,}37 &= 1{,}38686 \\ \text{log. } 29{,}63 &= 1{,}41713 \\ \text{log. } 13{,}63 &= 1{,}13450 \end{aligned}$$

$$\text{log. surface ABC} = \tfrac{1}{2} \text{ de } 5{,}82323 = 2{,}91161$$

2,91161 correspond à N. 815,85 ; donc :

surface ABC = 815,85 m².

$\frac{BDE}{ADEC} = \frac{3}{2}$, on aura : $\frac{ABC}{BDE} = \frac{5}{3}$ et $\frac{ABC}{ADEC} = \frac{5}{2}$; d'où :

$$\text{surf. BDE} = \frac{815{,}85 \times 3}{5} = 489{,}51 \text{ m}^2$$

$$\text{surf. ADC} = \frac{815{,}85 \times 2}{5} = 326{,}34 \text{ m}^2$$

DE étant parallèle à AC, les triangles ABC et BDE sont semblables, et

$$\frac{ABC}{BDE} = \frac{\overline{AB}^2}{\overline{BD}^2}; \text{ d'où } BD = \sqrt{\frac{3\overline{AB}^2}{5}} = \sqrt{\frac{3 \times \overline{43{,}26}^2}{5}}$$

$$\text{log. BD} = \frac{1}{2} (\text{log. } 3 + 2 \text{ log. } 43{,}26 + \text{colog. } 5)$$

$$\begin{aligned} \text{log. } 3 &= 0{,}47712 \\ 2 \text{ log. } 43{,}26 &= 3{,}27218 \\ \text{colog. } 5 &= \overline{1}.30103 \end{aligned}$$

$$\text{log. BD} = \frac{1}{2} \text{ de } 3{,}05033 = 1{,}52517$$

1,52517 correspond à N. 33,51

BD mesure donc : 33,51 m.

2. Une personne place deux capitaux pendant le même temps. L'un, placé au 5 % rapporte 1400 fr. ; l'autre au 6 %, surpasse le premier de 8000 fr. et rapporte 2000 fr. Déterminez la durée du placement et la valeur de chacun des capitaux.

1re solution algébrique :

Soient x et x + 8000 les deux capitaux.

La formule $\left(a = \frac{100i}{Rt}\right)$ pour la recherche du capital donne :

pour le premier (1) $x = \frac{100 \times 1400}{5t}$;

(2) pour le second $x + 8000 = \dfrac{100 \times 2000}{6t}$.

D'où l'équation $\dfrac{200\,000}{6t} - \dfrac{140\,000}{5t} = 8000$ et réduisant au même dénominateur et le chassant on a : $1\,000\,000 - 840\,000 = 240\,000\,t$;

$240\,000\,t = 160\,000$; d'où $t = \dfrac{160\,000}{240\,000} = {}^2/_3$ d'année ou 8 mois.

(1) donne pour le premier capital $\dfrac{100 \times 1400 \times 3}{5 \times 2} = 42\,000$ fr.

(2) donne pour le second capital $\dfrac{100 \times 2000 \times 3}{6 \times 2} = 50\,000$ fr.

Autres solutions algébriques :

1° La formule $\left(t = \dfrac{100\,i}{aR}\right)$ du temps, nous donne l'équation :

$$\frac{1400}{5\,x} = \frac{2000}{6(x + 8000)} \ \ldots\ldots$$

2° La formule $\left(i = \dfrac{aRt}{100}\right)$ de l'intérêt donne lieu à l'équation :

$$\frac{6t(x+8000)}{100} - \frac{5xt}{100} = 2000 - 1400 = 600.$$

$$6xt + 8000t - 5xt = 60\,000 \text{ ou (1) } xt + 8000t = 60\,000$$

mais $t = \dfrac{100i}{AR} = \dfrac{140\,000}{5x}$; d'où en le remplaçant dans (1) par sa valeur on a : $\dfrac{140\,000\,x}{5x} + \dfrac{8000 \times 140\,000}{5x} = 60\,000$; en simplifiant, chassant le dénominateur, réduisant les termes semblables, on obtient : $160\,000\,x = 8000 \times 140\,000$

et $x = 42\,000$ ......

Solution arithmétique :

Puisque la durée du placement est la même pour les 2 capitaux, celui placé à 5 % aurait rapporté $1400 + \dfrac{1400}{5} = 1680$ fr., s'il l'eût été à 6 %.

2000 fr. — 1680 fr. = 320 fr. seraient donc l'intérêt de 8000 fr. pendant le temps demandé.

Ce temps $\left(t = \dfrac{100i}{aR}\right)$ est $\dfrac{100 \times 320}{8000 \times 6} = {}^2/_3$ d'année ou 8 mois.

La formule $\left(a = \dfrac{100\,i}{Rt}\right)$ donne le montant de chaque capital.

3. Deux pièces d'étoffe de même valeur ont coûté 2325 fr. Leurs prix sont entre eux comme 12 est à 19. La première, dont la largeur n'est que les ${}^3/_4$ de celle de la deuxième, mesure 15 m. de moins que celle-ci. Indiquez la longueur et le prix du mètre de chaque pièce.

Solution :

Soient x et $x + 15$ les longueurs respectives de chaque pièce.

Valeur de la première $\frac{2325 \times 12}{31} = 900$ fr.

Valeur de la seconde $\frac{2325 \times 19}{31} = 1425$ fr.

Si la seconde pièce avait la même largeur que la première sa longueur serait augmentée de $1/3$ et elle mesurerait

$$\frac{(x + 15) \times 4}{3} = \frac{4x + 60}{3}$$

Le prix du mètre de la première pièce nous sera indiqué par les expressions : $\frac{900}{x}$ et $\frac{1425 \times 3}{4x + 60}$; d'où l'équation : $\frac{900}{x} = \frac{4275}{4x + 60}$ et après réduction au même dénominateur et simplification : $4275\,x = 3600\,x + 54\,000$.

$$675\,x = 54\,000 \text{ et } x = 80.$$

La première pièce mesure 80 m. et la seconde 95 m.

Prix du mètre de la première $\frac{900}{80} = 11$ fr. 25.

Prix du mètre de la seconde $\frac{1425}{95} = 15$ fr.

Vérification : $\frac{11,25 \times 4}{3} = 15$ fr.

M. E., *renouvelant.*

Solution arithmétique :

Le prix de revient des deux pièces est $\frac{2557,5 \text{ fr.} \times 100}{110} = 2325$ fr.

Le prix de la première est $\frac{2325 \text{ fr.} \times 12}{31} = 900$ fr.

et celui de la seconde $\frac{2325 \text{ fr.} \times 19}{32} = 1425$ fr.

Si la première avait la même largeur que la seconde, elle vaudrait $\frac{900 \text{ fr.} \times 4}{3} = 1200$ fr.

15 mètres de la seconde coûtent donc $1425 - 1200 = 225$ fr.

Le mètre de la seconde vaut $\frac{225 \text{ fr.}}{15} = 15$ fr. ; celui de la première, $\frac{15 \text{ fr.} \times 3}{4} = 11$ fr. 25.

La première pièce mesure $\frac{900}{11,25} = 80$ m., et la deuxième, $\frac{1425}{15} = 95$ m.

(A *suivre.*) Jos. ÆBISCHER.