Zeitschrift: Bulletin pédagogique : organe de la Société fribourgeoise d'éducation et du Musée pédagogique

Herausgeber: Société fribourgeoise d'éducation

Band: 33 (1904)

Heft: 15

Rubrik: Examens de capacité pour le brevet primaire

Examens de capacité pour le brevet primaire

A la demande de plusieurs abonnés, nous publions ci-après les questions théoriques et les problèmes posés aux examens de cette année dans les épreuves d'arithmétique.

I. Théorie.

Question commune aux aspirants et aspirantes.

1. Trouver la fraction génératrice d'une fraction périodique mixte. (Faire la démonstration.)

Pour les aspirants seulement.

2. Etablir la formule d'annuité (sans exemple numérique).

3. Trois fontaines coulent dans un bassin.
La 1re et la 2me la rempliraient à elles seules en *a* heures.
La 2me et la 3me » » *b* »
La 1re et la 3me » » *c* »
On demande quel temps il faudrait à chacune d'elles pour remplir tout le bassin.

Solution. — Soient x, y et z les temps que mettront respectivement les fontaines pour remplir chacune à elle seule le bassin.

En 1 h. la 1re remplit $\frac{1}{x}$, la 2me $\frac{1}{y}$; ensemble elles remplissent $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$. Ce qui donne l'équation : $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{a}$.

En 1 h. la 2me et la 3me remplissent ensemble $\frac{1}{y}+\frac{1}{z}$; d'où l'équation : $\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{b}$.

En 1 h. la 1re et la 3me remplissent ensemble $\frac{1}{x}+\frac{1}{z}$; d'où l'équation : $\frac{1}{x}+\frac{1}{z}=\frac{1}{c}$.

On a à résoudre le système suivant :

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{a}$$
$$\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{b}$$
$$\frac{1}{x}+\frac{1}{z}=\frac{1}{c}$$

En posant $x'=\frac{1}{x}$, $y'=\frac{1}{y}$, $z'=\frac{1}{z}$, on peut le remplacer par cet autre :

$$x'+y'=\frac{1}{a} \quad (1)$$
$$y'+z'=\frac{1}{b} \quad (2)$$
$$x'+z'=\frac{1}{c} \quad (3)$$

En additionnant ces équations membre à membre, et divisant les deux membres de la nouvelle équation par 2, on trouve :

$$x' + y' + z' = \frac{1}{2a} + \frac{1}{2b} + \frac{1}{2c} \quad (4)$$

En retranchant successivement chacune des trois premières équations de la quatrième, on a :

$$x' = \frac{1}{x} = \frac{1}{2a} + \frac{1}{2b} + \frac{1}{2c} - \frac{1}{b} = \frac{1}{2a} - \frac{1}{2b} + \frac{1}{2c},$$

$$y' = \frac{1}{y} = \frac{1}{2a} + \frac{1}{2b} + \frac{1}{2c} - \frac{1}{c} = \frac{1}{2a} + \frac{1}{2b} - \frac{1}{2c},$$

$$z' = \frac{1}{z} = \frac{1}{2a} + \frac{1}{2b} + \frac{1}{2c} - \frac{1}{a} = \frac{1}{2b} + \frac{1}{2c} - \frac{1}{2a};$$

$$\text{d'où } x = \frac{2abc}{bc - ac + ab},$$

$$y = \frac{2abc}{bc + ac - ab},$$

$$z = \frac{2abc}{ac + ab - bc}.$$

Pour les aspirantes seulement.

2. Divisibilité par 11. Enoncé et démonstration.

3. Un banquier escompte deux billets, l'un de 8000 fr. payable dans 10 mois, l'autre de 5000 fr. payable dans 6 mois. Il retient 187 fr. 50 de plus pour le premier que pour le second. On demande le taux, sachant qu'il est le même pour les deux billets. (Mettre en équation et résoudre.)

Solution. — Soit x le taux demandé.

L'escompte commercial d'un billet étant donné par l'expression : $e = \frac{ARt}{100}$, celui du 1er billet sera $\frac{80\,x \times 10}{12}$ ou $\frac{800\,x}{12}$, celui du 2me sera $\frac{50\,x \times 6}{12}$ ou $\frac{300\,x}{12}$.

La différence des escomptes des deux billets étant de 187 fr. 50, on a l'équation :

$$\frac{800\,x}{12} - \frac{300\,x}{12} = 187{,}5$$

$$\text{ou } \frac{500\,x}{12} = 187{,}5$$

$$x = \frac{187{,}5 \times 12}{500} = 4{,}5$$

Le taux est de 4, 5 fr.

II. Problèmes.

Problèmes communs aux aspirants et aspirantes.

1. Un négociant veut, avec trois qualités de cafés, composer 500 kg. d'un mélange qu'il puisse vendre à raison de 3 fr. le kg. en faisant un bénéfice de 25 %. Ces trois qualités lui reviennent à 2 fr. 75,

2 fr. 35 et 1 fr. 65. Il a 150 kg. de la première qualité. Combien doit-il acheter de chacune des deux autres ?

Solution. — Le kg. du mélange revient à $\frac{3 \text{ fr.} - 100}{125} = 2$ fr. 40.

Sur 150 kg. à 2 fr. 75, le négociant perd $(2,75 \times 2,40) \times 150 = 52$ fr. 50. Il entrera dans le mélange $500 - 150 = 350$ kg. de la deuxième et de la troisième qualité qui compenseront cette perte.

Sur 1 kg. de la seconde qualité, le négociant gagne $2,40 - 2,35 =$ 0 fr. 05 et sur 1 kg. de la troisième, $2,40 - 1,65 = 0$ fr. 75.

Si les 350 kg. étaient de cette dernière qualité, le gain serait de 0,75 fr. $\times 350 = 262,5$ fr. ; il dépasserait donc ce qu'il doit être de 262,5 fr. — 52,50 fr. = 210 fr.

En remplaçant 1 kg. à 1 fr. 65 par 1 kg. à 2 fr. 35, le gain diminue $0,75 - 0,05 = 0$ fr. 70.

Il y aura donc dans le mélange $\frac{210}{0,70} = 300$ kg. à 2 fr. 35, et $350 - 300 = 50$ kg. à 1 fr. 65.

Solution algébrique. — Soit x le nombre de kg. à 2 fr. 35 et y le nombre de kg. à 1 fr. 65 dont se composera le mélange.

On a une première équation : $x + y = 500 - 150 = 350$. Les prix des différentes quantités qui entrent dans le mélange, nous donnent une seconde équation :

$$2,75 \times 150 + 2,35\,x + 1,65\,y = 2,40 \times 500.$$

ou après simplification et réduction : $47\,x + 33\,y = 15750$.

En résolvant ce système on trouve : $x = 300$ et $y = 50$.

2. L'escompte en dehors d'un billet au taux de 5 % est égal à 20 fr. 25, l'escompte en dedans de ce même billet au même taux est de 20 fr. On demande dans combien de jours arrive l'échéance de ce billet et quel en est le montant ?

Solution. — L'arithmétique dit que l'escompte en dedans est égal au quotient de l'escompte en dehors par $1 + rt$, r représentant la centième partie du taux et t le temps en années ou fraction d'année.

$$\text{On a donc ici } \frac{20,25}{1+0,05t} = 20$$

$$\text{d'où } \quad 20 + t = 20,25$$

$$t = 0,25 = \frac{1}{4}$$

L'échéance est de $\frac{1}{4}$ d'année ou 90 jours.

Il est facile d'avoir le montant du billet en se servant de l'expression : $e = Art$,

$$\text{soit} \quad A \times 0,05 \times \frac{1}{4} = 20,25$$

$$\text{d'où} \quad A = \frac{20,25 \times 4}{0,05} = 1620 \text{ fr.}$$

Pour les aspirants seulement.

3. Une personne qui avait emprunté 13840 fr. au taux de 4 % et à intérêts composés, s'est acquittée au moyen d'un certain nombre d'annuités de 1248 fr. Quel était ce nombre ?

On se sert de la formule $n = \frac{\log a - \log.(a - Ar)}{\log.(1+r)}$

Pour l'établissement de cette formule, il n'y a qu'à consulter un livre d'algèbre.

On a donc ici : $n = \frac{\log. 1848 - \log. (1248 - 13840 \times 0,04)}{\log. 1,04} = \frac{\log. 1248 - \log. 694,4}{\log. 1,04}$

$$\log. 1248 = 3,09621$$
$$\log. 694,4 = 2,84161$$
$$\log. 1,04 = 0,01703$$

$$n = \frac{3,09621 - 2,84161}{0,01703} = \frac{0,25460}{0,01703} = 15 \text{ par excès.}$$

Pour les aspirantes seulement.

3. Un paysan vend la moitié des œufs apportés au marché et encore 4 ; il vend ensuite la moitié du premier reste et encore 2, alors on lui vole 6 œufs de plus que la moitié de son reste et après ce vol, il lui reste 2 œufs. Combien ce paysan avait-il apporté d'œufs?

Solution. — Comme il reste 2 œufs au paysan après qu'on lui en a volé 6 de plus que la moitié du second reste, ce reste était donc de $(2 + 6) \times 2 = 16$ œufs.

Ces 16 œufs représentent la moitié du premier reste, moins 2 œufs. Le premier reste était donc de $(16 + 2) \times 2 = 36$ œufs.

Le paysan avait apporté $(36 + 4) \times 2 = 80$ œufs.

Autre solution. — Soit x le nombre des œufs.

Le paysan vend d'abord $\frac{x}{2} + 4$; il lui reste $\frac{x}{2} - 4$ ou $\frac{x - 8}{2}$.

Il vend ensuite $\frac{x - 8}{4} + 2$; il lui reste $\frac{x - 8}{4} - 2$ ou $\frac{x - 16}{4}$.

On lui vole $\frac{x - 16}{8} + 6$; il lui reste $\frac{x - 16}{8} - 6$ ou $\frac{x - 64}{8}$.

Comme ce reste égale 2 œufs, on a l'équation :

$$\frac{x - 64}{8} = 2 \text{ ; d'où } x = 80.$$

Jos. Aebischer.

BIBLIOGRAPHIES

I

Non seulement les œuvres littéraires marquantes, mais encore les grands ouvrages scientifiques sont analysés dans le **Nouveau Larousse illustré.** C'est ainsi qu'on y trouvera à la suite d'un intéressant article sur le mot *Vie*, de substantielles notices sur la *Théorie nouvelle de la vie*, de Le Dantec ; sur les *Phénomènes de la vie*, de Claude Bernard ; sur les *recherches sur la vie et la mort*, de Bichat, etc. A signaler aussi les biographies de *Veuillot*, *Victor-Emmanuel*, *Victoria*, *Vigny*, *Villèle*, *Villemain*, d'excellents articles sur la *Vigne*