L'enseignement des mathématiques dans les collèges [suite]

ture, à Hauterive. Toutefois, malgré toutes les imperfections' ce cours d'instituteurs à l'Ecole cantonale, comparé à la situation précédente, c'est-à-dire à l'absence de tout établissement de formation, était un progrès marquant.

Pour les institutrices, on pourvut aussi, en 1848, à ce que huit aspirantes fussent envoyées, avec l'aide financier de l'Etat, à l'Ecole normale des filles de Lausanne. Plus tard, après l'ouverture de l'Ecole secondaire des filles de Fribourg, le troisième cours de cette Ecole forma en quelque sorte l'école professorale et la plupart des institutrices y reçurent leur formation.

L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

DANS LES COLLÈGES

(Suite)

Après avoir transcrit le programme de l'enseignement secondaire classique de France, traduisons le programme des gymnases de la Prusse.

VI^e^ ou 1^re^ année (4 heures par semaine). — Répétition des quatre opérations fondamentales sur des nombres entiers abstraits et concrets. — Unités de mesures. — Fractions décimales.

V^e^ ou 2^e^ année (4 heures). – Divisibilité des nombres. — Fractions ordinaires. – Règle de trois par la réduction à l'unité.

IV^e^ ou 3^e^ année (4 heures). — Fractions décimales. — Règle de trois simple et composée avec nombres entiers et fractionnaires. (Problèmes tirés de la vie ordinaire). — Planimétrie : les lignes droites, les angles et les triangles.

III^e^ B. ou 4^e^ année (3 heures). — Algèbre : les quatre premières opérations sur les monômes et les polynômes en se bornant au strict nécessaire. Equation du premier degré à une inconnue.

Géométrie plane : Parallélogramme. La circonférence, première partie.

III^e^ A. ou 5^e^ année (3 heures). – Algèbre : Equation du premier degré à une et plusieurs inconnues (dans les exercices, tenir compte des fractions). Puissances avec exposant entier et positif. — Notions fondamentales sur les racines.

Géométrie plane : théorie de la circonférence, 2^e^ partie. Mesures des aires. Principes fondamentaux des figures semblables.

II^e^ B. ou 6^e^ année. Algèbre. — Equation du deuxième degré à une inconnue. Définition des puissances à exposants négatifs et fractionnaires. Logarithmes. Calcul avec les tables à cinq décimales. Calcul de la circonférence et du cercle. Définition des rapports trigonométriques dans le triangle rectangle. Calcul des triangles rectangles et isocèles. Notions sur les polyèdres. Calcul d'arêtes, de surfaces et de volumes.

IIe A. ou 7e année (4 heures). — Théorie des puissances, des racines et des logarithmes. Equations du deuxième degré à une et plusieurs inconnues. — Progressions arithmétiques et géométriques — Fin de la théorie des figures semblables. — Quelques notions sur les divisions et faisceaux harmoniques. — Trigonométrie rectiligne avec résolution des triangles, quadrilatères, polygones réguliers.

Ire B. ou 8e année. — Répétition du programme d'algèbre des classes précédentes au moyen d'exercices. Intérêts composés et annuités. - Les imaginaires. — Complément de la trigonométrie. — Géométrie dans l'espace avec le traité de la sphère (cosmographie).

Ire A. ou 9e année. — Binômes avec exposants entiers et positifs. — Fin de la géométrie dans l'espace. — Notions sur les coordonnées et les sections coniques.

Dans le programme des gymnases allemands, on accorde aux mathématiques un temps beaucoup plus considérable que dans les collèges de France. On procède progressivement; ainsi on ne commence pas deux branches la même année. On se contente de donner, une première fois, des notions élémentaires d'une partie nouvelle en se basant autant que possible sur l'intuition, et ce n'est que l'année suivante que l'on en fait une étude approfondie. A ces deux programmes fort différents, ajoutons les observations d'un professeur de mathématiques de Bruxelles sur le programme adopté en Belgique [1].

« A mon avis, dit l'auteur, on ne va pas assez loin dans l'étude des mathématiques. On s'appesantit trop sur les détails; on commence trop tard, et l'élève sort du collège sans avoir vu dans ses études autre chose que des théorèmes à apprendre par cœur et des calculs fort ennuyeux dont il n'entrevoit ni la portée ni l'utilité.

Dès la 7e, on doit commencer l'étude *pratique* de l'arithmétique, la continuer en 6e et en 5e, pour que les élèves, à leur entrée en 4e, sachent calculer correctement, manier les fractions décimales, extraire les racines carrées et se servir des proportions et des progressions.

Plus de problèmes difficiles qui mettent l'esprit à la torture et qu'on résout si facilement en algèbre. Plus de longues théories que les élèves ne retiennent jamais et qu'ils comprennent à peine.

Je propose ensuite de commencer en 6e l'étude intuitive de la géométrie solide et de continuer en 5e l'étude intuitive de la géométrie plane.

[1] Congrès international de l'enseignement. Rapport de M. Charles, page 85.

Ce travail aplanirait toutes les difficultés que pourrait présenter l'étude de la géométrie. Dès le début, le dessin linéaire, la construction exacte des figures, l'étude, par l'observation, de leurs propriétés, graveraient dans l'esprit des élèves bien des relations que ceux-ci ne saisissent que difficilement par les démonstrations théoriques.

Les deux premiers livres de la géométrie seraient démontrés et expliqués en 4e latine; les livres III, IV et V en 3e latine et les trois derniers livres en seconde.

Seulement je voudrais que l'étude théorique de la géométrie fût réduite à la démonstration des théorèmes absolument indispensables pour laisser subsister leur admirable enchainement.

Toutes les autres propositions seraient énoncées, et l'élève devrait en rechercher la démonstration. Le professeur serait, dès lors, obligé d'insister sur les procédés et les méthodes employés, et l'étude de la géométrie ne serait plus une affaire de mémoire, comme on le prétend; elle développerait le jugement, la raison, après avoir aussi éveillé l'esprit d'observation des élèves.

L'algèbre devrait se débarrasser des discussions de problèmes et de tout ce qui en fait une étude longue et laborieuse. Dans cet ordre d'idées, j'enseignerais : en 5e, le calcul algébrique ; en 4e, la résolution des équations du premier degré et le calcul des radicaux ; en 3e, le second degré, les maximum et les minimum ; enfin, en seconde, j'exposerais la théorie des combinaisons, le binôme, les progressions et les logarithmes.

Le cours de rhétorique serait consacré à l'étude, par la géométrie, des théorèmes relatifs aux courbes du second ordre et à la trigonométrie, nécessaires au cours d'astronomie élémentaire ; celle-ci terminerait les études scientifiques des élèves des humanités. Puis, on procèderait à une revision générale des études fortes en géométrie et en algèbre. »

Diverses méthodes

Exposons maintenant les méthodes diverses, les directions les plus importantes que nous trouvons dans les auteurs qui se sont occupés de l'enseignement des mathématiques.

Les *Instructions officielles* du Ministère français de l'Instruction publique ne renferment que quelques lignes sur cette branche. Les voici : « Si l'enseignement des mathématiques rencontre dans beaucoup de classes de lettres tant d'esprits indifférents et réfractaires, il est difficile de croire que la cause n'en soit pas, pour une certaine part, dans la manière dont il y est quelquefois donné. C'est ici surtout qu'il faut assurer les principes et se hâter lentement. Pour répandre dans les leçons plus d'attrait et de lumière, on recommandera notamment au professeur de bien marquer la liaison et l'importance relative des théorèmes. Souvent la géométrie reste confuse au regard des élèves, parce que tout y est mis sur un même plan. » A cet excellent conseil, ajoutons les directions contenues à la tête du programme : « On recommande tout particulièrement aux professeurs de s'attacher à bien faire comprendre les démonstrations et la liaison des faits, et de ne point dicter leur cours. Ils pourront, s'ils le jugent convenable, mettre entre les mains des élèves un texte autographié ou un livre qui les dispense de développer personnellement toutes les parties du cours. »

Interrogeons M. Sonnet, l'un des rares mathématiciens français qui aient écrit sur la méthode. « Les règles de trois, dit-il, d'intérêt, d'escompte, etc., devront être traitées par la méthode de l'unité. Il sera nécessaire de multiplier les applications. Mais, dans le choix des problèmes, le maitre devra faire en sorte que la proportionnalité sur laquelle le problème s'appuie soit réelle. Dans l'étude du système métrique, on devra, puisque les élèves ont vu le calcul des nombres décimaux, insister sur les changements d'unités. Un bon exercice consiste à faire écrire un nombre décimal, tel que 4,075, par exemple, et à le faire énoncer en prenant le 4 pour des mètres, pour des mètres carrés, pour des mètres cubes, pour des litres, pour des kilogrammes, pour des hectares. Si un élève subit cette épreuve sans se tromper, on peut être sûr qu'il sait son système métrique. Le système métrique devra être étudié un peu plus à fond que dans le cours (précédent). On insistera sur la comparaison des mesures de volume et de capacité, sur celle des poids et des volumes d'eau correspondants, sur la valeur et le poids des monnaies ; en un mot, sur tous les rapprochements propres à faire pénétrer dans l'esprit des élèves la connaissance approfondie du système légal des poids et mesures. »

Parlant de l'algèbre, M. Sonnet dit avec raison que la plupart des signes abréviatifs étant déjà usités en arithmétique, il est facile, dès le début, de montrer, par la résolution de quelques problèmes très simples, comment, en remplaçant les données numériques par des lettres de l'alphabet, on peut généraliser la méthode et arriver à des formules générales dans lesquelles on n'a plus, pour chaque cas particulier, qu'à remplacer les lettres par des nombres.

L'interprétation d'une valeur négative est facile et intéressante toutes les fois que la quantité dont il s'agit peut être comptée dans deux sens opposés, comme un gain ou une perte, une longueur mesurée vers la droite ou vers la gauche, un temps compté postérieurement ou antérieurement à une époque.

Dans tout le cours, il est important de multiplier les problèmes ; plus les élèves deviendront habiles à les résoudre, moins ils s'effraieront de l'emploi de l'algèbre. Ils verront que beaucoup de questions qui, traitées par l'arithmétique seule, leur avaient imposé un travail intellectuel considérable et parfaitement inutile, deviennent au contraire extrêmement simples quand on a recours aux équations algébriques.

M. Leysenne estime que, trop souvent, dans l'enseignement de la géométrie au premier âge, on abuse des termes techniques et des définitions. On devrait se contenter, dès le début, de faire voir aux enfants des solides et des figures en leur donnant le nom vulgaire. Les évolutions de surfaces et de volumes sont souvent, il est vrai, un besoin de la vie usuelle des champs, des ateliers, du commerce et de l'industrie; mais il suffit que l'élève emporte de l'école primaire la connaissance des formules applicables, qu'il en comprenne bien la signification et qu'il calcule à la fois avec sûreté et avec rapidité.

« Lorsqu'un enfant quitte l'école primaire pour entrer à l'école normale, — ce que l'auteur dit de l'école normale convient parfaitement au collège — il doit connaître tous les procédés de la géométrie pratique, quoique d'une façon à peu près empirique.

« Nous pensons que, dans les écoles supérieures, dit M. Leysenne, la géométrie doit reprendre tous ses droits et qu'elle doit être avant tout une école de logique et de bon sens. Non seulement elle devra justifier toutes les connaissances précédemment acquises et les étendre dans une large mesure, mais encore donner à l'esprit des qualités générales d'ordre, de netteté, de rigueur et de précision.

« Et d'abord, nous tâcherons de caractériser la géométrie en la présentant comme une science exclusivement déductive, n'ayant d'autre base que des définitions et d'autres ressources que celles de l'esprit humain. Nous dirons que ces définitions ne s'appliquent pas à des objets réels, mais qu'elles représentent des idées abstraites de choses connues concrètement Il n'existe peut-être dans la nature ni triangle, ni carré, ni cercle, mais il y a des objets qui donnent l'idée du triangle, du carré et du cercle. Notre géométrie ne s'appuiera jamais sur la vue des choses réelles. » Et, contrairement aux directions pédagogiques données par la plupart des auteurs, M. Leysenne proscrit toute intuition sensible. Mais une fois nos conséquences abstraites déduites, ajoute le même mathématicien, nous montrerons comment nous pouvons en tirer parti pour opérer sur des objets réels, dont les formes et les dimensions rappellent celles de nos figures idéales et de convention.

Mais un conseil sur lequel tout homme d'école donnera certainement raison à l'auteur que nous citons, c'est celui d'associer les élèves aux leçons du maître. Celui-ci doit sans doute donner lui-même les définitions, tracer le cadre de sa leçon, énoncer les propositions, mais tout le reste doit être fait en commun. Les élèves doivent avoir une plume ou un crayon à la main, afin d'écrire les énoncés, de faire les figures et de copier tous les calculs faits par le maître au tableau. Mais hors de là, ils ne doivent rien écrire, leurs yeux doivent toujours suivre le maître qui propose à toute la classe d'imaginer, par exemple, quel genre de démonstration est applicable à la question, quelle construction auxiliaire il y a lieu de faire, quel théorème on peut invoquer, quelle conséquence on est en droit de tirer, quelle liaison on entrevoit entre la proposition actuelle et les précédentes ou même les suivantes. C'est ainsi que l'on fera constamment appel aux élèves et que le travail deviendra commun.

Quant aux problèmes, M. Leysenne estime que le meilleur recueil est celui que le maître fait lui-même, pourvu qu'il le complète sans cesse et qu'il le remanie au besoin. Il demande ici encore la collaboration de l'élève, soit pour la recherche de nouveaux problèmes, soit pour leur solution. Il veut, avec raison, que l'on excite de bonne heure chez l'enfant la confiance en ses propres forces, et rien n'est plus propre à lui inspirer cette confiance que la satisfaction qu'il éprouve à réussir ses problèmes au prix de quelques efforts.

Voici, en résumé, les principales recommandations de M. Leysenne relativement aux problèmes. D'abord, il veut que l'on fasse une très large part au calcul mental, puis au calcul écrit expéditif, qu'on habitue les élèves à toutes les simplifications possibles et à tous les procédés rapides, qu'on leur donne une idée très exacte de la multiplication et de la division des fractions, ordinaires et décimales, qu'on utilise les règles de ces deux opérations, qu'on abandonne l'usage très répandu de locutions incorrectes, qu'on emploie la méthode de réduction à l'unité, mais qu'on en proscrive les abus déraisonnables, qu'on y substitue d'abord la méthode si naturelle des rapports, et plus tard la méthode des proportions; qu'on évite avec le plus grand soin la méthode de fausses fractions et qu'on n'hésite jamais à avoir recours aux notions algébriques et aux équations numériques du premier degré.

Très peu de pédagogues français[1] se sont occupés de la méthode à suivre dans l'enseignement des mathématiques dans les collèges. M. le professeur Chailan a traité cependant cette question dans une Revue, mais il s'est arrêté presque exclusivement au programme. Abordant la question de la méthode proprement dite, il insiste sur deux points. D'abord sur l'unité de la méthode : qu'un même livre ou les livres d'un même auteur servent pour toutes les classes, afin d'éviter la diversité des formes, des fonctions, des démonstrations. En second lieu l'auteur se demande s'il vaut mieux, dans les classes supérieures, faire prendre des notes ou suivre un manuel. Il se prononce pour la première alternative. Mais ce qui nous a

[1] Mgr Dupanloup, dans son remarquable ouvrage des *Humanités*, n'aborde pas la question de la méthode, ni M. Bréal dans ses *Excursions pédagogiques*, ni M. Jules Simon dans la *Réforme de l'enseignement secondaire*, ni M. Marion dans l'*Education dans l'Université*, ni M. Compayré dans ses divers ouvrages relatifs à l'enseignement secondaire.

surpris, c'est l'importance que l'auteur met aux leçons de mémoire. Il demande que les élèves apprennent par *cœur* les définitions, les textes des règles et des théorèmes.

« A quoi leur serviront, demande un auteur anonyme belge, les définitions philosophiques [1] que les élèves pourront apprendre de mémoire, comme des perroquets, ou bien certaines théories abstraites qui doivent se trouver dans un manuel pour le rendre complet, mais dont nos étudiants ne retiendront pas un mot? Le but de l'enseignement des mathématiques est réel ou formel, dit le même auteur : *réel,* consistant dans l'acquisition des connaissances nécessaires pour la suite des études ou pour la pratique de la vie; *formel,* consistant dans le développement de l'intelligence.

« Le but formel sera atteint dans l'exposé de n'importe quelle partie de l'arithmétique, pourvu que l'élève comprenne et que le travail de son intelligence soit bien dirigé.

« Le but réel n'exige pas qu'on bourre les étudiants de définitions et de théories dans les classes inférieures : qu'ils sachent appliquer les règles, cela suffira amplement. Ils pourront toujours plus tard comprendre la raison dernière et le fondement de leurs procédés.

« Ne craignons pas de descendre trop bas, dit encore avec raison le même auteur anonyme, de recourir à des moyens qu'on a quelquefois appelés *enfantins;* avons nous donc à faire à des *hommes?* Pourquoi craindrions-nous de nous abaisser en exigeant de nous mettre au niveau des intelligences de nos élèves ? C'est à ce but que nous devons tendre, et nous ne serons vraiment bons professeurs que quand nous y aurons atteint. Le professeur est fait pour les élèves et non les élèves pour le professeur.

« Nous estimons beaucoup plus un instituteur d'école gardienne bien compris de ses mioches, qu'un savant professeur incompris. »

Oui, il y a des moyens de rendre notre branche plus facile et plus intéressante, de la faire aimer à l'égale des autres matières. En voici quelques-uns :

A. D'abord, puisque nous devons enseigner des notions difficiles, n'embrassons pas trop à la fois, ne chargeons pas de jeunes intelligences d'un fardeau trop lourd pour leurs forces; divisons avec soin les choses difficiles et fixons d'avance le *quantum* que comporte la classe que nous allons donner. Plutôt « trop peu que trop. »

B. On pourra aussi préparer l'étude des différentes parties du programme en donnant à l'*occasion* d'autres notions qui s'y rattachent, des éléments qui, une fois connus, faciliteront singulièrement l'étude *systématique* ultérieure. Il y a en arith-

[1] L'enseignement des mathématiques dans les classes inférieures des humanités.

métique des matières tout à fait connexes, qui, rapprochées dans l'étude, n'en seront que mieux exposées par le professeur et mieux comprises par l'élève. Ainsi, pour ne prendre qu'un exemple, que de parité n'y a t-il pas entre la numération et le système métrique décimal? En enseignant le dixième, le centième, le millième, on pourra voir le décimètre, le centilitre, le milligramme, etc., et donner la définition de *déci, centi, milli;* de même, on peut comparer les notions de dizaine, de centaine, de mille avec celles de décamètre, hectolitre, kilogramme, etc., et faire remarquer la valeur de *déca, hecto, kilo,* etc. De la sorte, l'élève aura, sans s'en douter, la clef du système métrique et, lorsqu'il entreprendra cette partie, il sera tout surpris de se trouver en pays connu.

C. « On a souvent dénigré le procédé *intuitif* employé dans les écoles primaires. C'est pourtant par ce moyen que l'instituteur parvient à captiver l'attention de l'élève, à lui rendre le cours intéressant et l'étude facile. »

Bien souvent, en mettant sous les yeux des enfants un objet quelconque, on gagne un temps précieux et on s'épargne des explications abstraites et la plupart du temps inutiles. Supposons qu'on montre aux élèves un décimètre carré divisé en centimètres carrés : en leur faisant compter les petits carrés, ils n'oublieront plus de sitôt qu'il y en a cent. De même, si on leur désigne un décimètre cube et si on leur fait faire le compte, ils connaîtront pour toujours, après ces exercices, la valeur des multiples et des sous-multiples de volume.

Le même écrivain dit que, si l'on veut rendre la solution des problèmes facile et surtout bien claire, il ne faut pas exiger de longs raisonnements écrits, entremêlés de *si*, de *mais*, de *donc*.

Voici brièvement la méthode recommandée par le ministère de l'Instruction publique de la Prusse : Dans le calcul, il faut que l'élève acquière une grande sûreté et beaucoup d'habileté. Pour se préparer à l'algèbre il est sage, dès le commencement, de se servir des procédés algébriques et de faire usage même des parenthèses.

Le système métrique doit être enseigné avec l'aide de l'intuition. Pour mieux faire comprendre la théorie des fractions, on doit les traiter comme des nombres concrets Les problèmes écrits sur de grands nombres doivent être préparés et précédés par des opérations et des problèmes effectués mentalement sur de petits nombres, afin de faire mieux saisir les combinaisons et les raisonnements. Dans le choix des problèmes usuels, exclure ceux qui ne se rencontreraient pas dans la vie ordinaire de nos élèves Bien que le cours d'arithmétique prenne fin la troisième année de gymnase, il faut que, par des exercices constants, les élèves conservent dans le calcul cette sûreté acquise antérieurement. L'enseignement de la géométrie sera donné en troisième à côté de l'arithmétique, et celui de l'algèbre l'année suivante, à côté de la géométrie.

Enseigner la trigonométrie par les moyens intuitifs et procéder géométriquement. Ne prendre que les formules relatives à un seul angle et indispensables à la résolution d'un triangle.

Dans la géométrie dans l'espace, dont le but est le calcul des volumes, prendre comme point de départ les corps les plus simples, tel que le cube et le prisme, et ne parler de la position des lignes et des plans dans l'espace que lorsque l'élève est capable de s'imaginer les figures. Ne pas commencer par des définitions et l'énoncé de théorèmes, mais faire tirer d'abord des déductions des figures concrètes, telles que du cube, du prisme, etc. Ainsi, les élèves comprendront plus facilement la définition de plans parallèles ou perpendiculaires, avec l'aide d'un corps qu'on placera sous leurs yeux, que par des considérations abstraites

Il est plus difficile pour un élève de combler les lacunes qui peuvent se produire dans le cours des mathématiques que dans les autres branches. Cependant, les difficultés que rencontre cet enseignement dans les classes supérieures proviennent presque toujours de quelques lacunes dans les cours inférieurs. Voilà pourquoi il faut s'en tenir strictement au programme prescrit pour chaque classe. R. H.

(A suivre.)

PARTIE PRATIQUE

MATHÉMATIQUES

M. Sautaux, à Posieux, a donné une bonne solution des deux problèmes proposés.

MM. Bosson, à Ponthaux, et Cochard, à Remaufens, ont bien résolu le second problème.

Problème 39

Un jeune homme, qui a l'habitude de fumer depuis l'âge de 16 ans, estime qu'il dépense annuellement 40 fr. pour le tabac. Si, à la fin de chaque année, il plaçait cette somme à intérêts composés, au taux de $3\,^1/_2\,\%$, quel capital aurait-il formé à l'âge de 60 ans ?

Solution. — Ce fumeur peut économiser les 40 fr. pendant $60 - 16 = 44$ années. Les 40 fr. qu'il place à la fin de la première année peuvent rapporter intérêt pendant 43 ans et deviendront $a\ (1 + r)^n$, d'après l'expression des intérêts composés.

Ici, $a = 40$, $r = 0{,}035$, $n = 43$.

Ce qu'il place à la fin de la seconde année devient $a\ (1 + r)^{n-1}$, et ainsi de suite.