

<b>Zeitschrift:</b>	Asiatische Studien : Zeitschrift der Schweizerischen Asiengesellschaft = Études asiatiques : revue de la Société Suisse-Asie
<b>Herausgeber:</b>	Schweizerische Asiengesellschaft
<b>Band:</b>	33 (1979)
<b>Heft:</b>	2
<b>Artikel:</b>	Das Problem des pythagoräischen Kommas in der arabischen Musiktheorie
<b>Autor:</b>	Reinert, Benedikt
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-146555">https://doi.org/10.5169/seals-146555</a>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 16.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# DAS PROBLEM DES PYTHAGORÄISCHEN KOMMAS IN DER ARABISCHEN MUSIKTHEORIE

BENEDIKT REINERT

## 1. Prämissen

1.1. Das pythagoräische Komma tritt seinem Wesen nach nur in einem Tonsystem auf, dessen Toncharaktere durch reine Quintschritte auseinander ableitbar sind. Es lässt sich in dieser Umgebung auf zwei Arten definieren. Einmal als Differenz zwischen Apotome (chromatischer Halbton, z.B. c–cis) und Leimma (pythagoräischer Halbton, z.B. cis–d), den beiden Bestandteilen des pythagoräischen Ganztons (Differenz von Quinte und Quarte, z.B. c–d). Diese Art der Ableitung, die *empirische*, ist schon in den Fragmenten des *Philolaos* (530–470 v.Chr.) bezeugt<sup>1</sup>. Zum andern versteht man unter dem pythagoräischen Komma den Höhenunterschied zwischen zwei Tönen N und M, von denen der eine (M, z.B. his, resp. deses) dadurch gewonnen wird, dass man vom anderen (N, in diesem Fall c) zwölf Quinten aufwärts und sieben Oktaven abwärts (resp. vice versa) schreitet. In Schwingungsverhältnissen ausgedrückt lautet der Vorgang

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{12} \cdot \frac{1}{2^7} = \frac{531441}{524288}, \text{ resp. } \left(\frac{2}{3}\right)^{12} \cdot 2^7 = \frac{524288}{531441}$$

was ungefähr 23,5 Cents ausmacht. Diese zweite, die *arithmetische* Art der Ableitung, wirft die meisten Probleme auf, die uns im Folgenden beschäftigen werden. Die Problemstellung ist seit *Euklid* (um 300 v.Chr.) sicher belegt<sup>2</sup>. Die entsprechende Rechnung wird allerdings erst in wesentlich späteren Quellen explizit durchgeführt<sup>3</sup>.

<sup>1</sup> Vgl. Burkert, *Weisheit und Wissenschaft* 373,3ff.

<sup>2</sup> *Sectio canonis* 157f.; vgl. dazu van der Waerden, *Harmonielehre* 177,4ff.; Münzelhaus; *Pythagoras musicus* 117.

<sup>3</sup> Burkert, *l.l.* 373, Anm. 48.

1.2. Die Tatsache, dass man durch die angegebene Prozedur von 12 Quint- weniger 7 Oktavschritten auf einen Ton M stösst, der sehr nahe bei dem Ausgangston N liegt, stellt zwischen M und N eine Ähnlichkeitsbeziehung her, die über die verwandtschaftliche Entfernung der beiden Töne hinwegsehen und unter gewissen Bedingungen sogar ihre Tonhöhendifferenz vernachlässigen lässt. Erklingen die beiden Töne unmittelbar nacheinander, so wird ihr Unterschied allerdings deutlich wahrgenommen und erlaubt keine Vertuschung. Unser Ohr kann höchstens dann über ihre Differenz hinwegsehen, wenn ein anderes Intervall als die Prim um das Komma vermehrt oder vermindert wird, wenn also ein Fall wie das Verhältnis von Leimma zu Apotome vorliegt (vgl. 4.5.). In solchen Fällen ist unter Umständen die Substitution von M durch N oder umgekehrt möglich. Man könnte dies als *indirekte* Gleichsetzung von M und N bezeichnen. Sie spielt eine Rolle bei Melodietranspositionen im Bereich eines beschränkten, festgelegten Tonmaterials (vgl. 3.6.). Auf das damit berührte Problem der Fähigkeit unseres Gehörs, einen Ton M im Sinne von N umzudeuten, kann ich hier nicht eingehen<sup>4</sup>.

1.3. Eine direkte Gleichsetzung von M und N ist praktisch nur dann möglich, wenn man den zwölftmal durchgeführten Quintschritt derart verkleinert, dass die sieben Oktaven Rückweg tatsächlich zum Ausgangston N zurückführen. Eine solche Quinte misst statt annähernd 702 Cents genau 700. Sie ist ein künstliches, nicht durch einen spontanen Gehörsakt, sondern auf technischem Wege hervorgebrachtes Intervall, dessen musikalische Wirklichkeit bezweifelt werden kann<sup>5</sup>. Vereinfacht man den geschilderten Vorgang der zwölffachen Quintenreihung durch Wechselwegnahme, d.h. durch sechsmalige Verminderung einer Quinte um eine Quarte, so ergibt sich eine Reihung von sechs temperierten Ganztönen zu je 200 Cents (700–500 Cents). Anders ausgedrückt wird sechsmal hintereinander das genaue Sechstel einer Oktave gesetzt. Eine entsprechende Reihung von sechs pythagoräischen Ganztönen erzeugt das Intervall einer Oktave + pythagoräisches Komma.

<sup>4</sup> Vgl. hierzu etwa die noch vor der Auflösung der Tonalität geschriebenen Bemerkungen von Helmholtz, *Tonempfindungen* 488ff.

<sup>5</sup> Ich spreche hier nur vom grundsätzlichen Problem der musikalischen Wirklichkeit abstrakter temperierter Intervalle, nicht etwa von der Frage, inwieweit unser Gehör bei einer Quinte noch den Unterschied von knapp 2 Cents wahrnehme. 12-stufig temperierte Intervalle dürften nur in der Atonalität einen musikalischen Eigenwert besitzen (vgl. Pfrogner, *Zwölfordnung* 16ff.).

1.4. Die genaue Sechsteilung der Oktave hat aber zwei Aspekte. Den einen könnte man die *naive* Sechsteilung nennen. Sie besteht darin, dass man mit ungefähren Intervallen rechnet: man geht von intuitiven Begriffen wie Ganzton und Halbton aus, um aus diesen Elementarintervallen die übrigen Intervalle zusammenzusetzen. Dabei wäre der Halbton als zwölfter, der Ganzton als sechster Teil der Oktave zu verstehen und die Quarte als zweieinhalf, die Quinte als dreieinhalf Ganztöne definiert. Den gedanklichen Hintergrund dürfte die geometrische Vorstellung einer einfachen Streckenteilung bilden<sup>6</sup>. Diese zwar anschauliche, aber unserem tatsächlichen Hören nicht entsprechende Betrachtung ist an den Namen von **Aristoxenos** (Mitte 4. Jht. v.Chr.) geknüpft<sup>7</sup>, aber wahrscheinlich älter. **Aristoxenos** hat sie jedenfalls zur Grundlage einer differenzierten Intervalltheorie gemacht.

1.5. Der andere Aspekt betrifft die *arithmetische* Realisierung der naiven Oktavteilung, d.h. die Suche nach sechs, resp. zwölf gleichen Schwingungsverhältnissen, die miteinander multipliziert das Schwingungsverhältnis der Oktave (2 : 1) ergeben<sup>8</sup>. Für den Halbton resultiert dabei  $2\frac{1}{12}$ , für den Ganzton  $2\frac{1}{6}$ , beides irrationale Zahlen. Die Tatsache, dass sich natürliche Intervalle durch rationale Zahlen nicht in zwei – geschweige denn mehr – gleiche Intervalle teilen lassen, war selbstverständlich schon den Griechen bekannt. Das Gewicht der “pythagoräischen” Anschauung hatte aber dafür gesorgt, dass eine derartige Teilung als “unmöglich abgelehnt wurde<sup>9</sup>”, obwohl man von der Geometrie her bereits mit der Vorstellung einer Proportion zwischen einer rationalen und einer irrationalen Grösse vertraut war<sup>10</sup>. So kommt es, dass noch **Ptolemaios** (Mitte

<sup>6</sup> Burkert, *Il.* 351,1; 349,6f.

<sup>7</sup> In den erhaltenen *Stoicheia* des **Aristoxenos** sind nicht alle diesbezüglichen Überlegungen ausgeführt. Sie zeigen aber, dass er die Quarte als 2 Ganztöne + 1 Halbton und die Quinte als Quarte + 2 Halbtöne auffasste (*Elementa* 56,14 bis 58,5 = ed. da Rios 70ff.). Dass eine Oktave für ihn aus sechs Ganztönen bestand, erwähnen u.a. **Ptolemaios** (*Harmonielehre*, ed. Düring 21,24) und **Boëthius** (*De institutione musica* V, 13 = ed. Friedlein 363; zitiert von da Rios, *Elementa* 111).

<sup>8</sup> Ich beziehe die Intervall-charakteristischen Zahlenproportionen auf das Verhältnis der Schwingungsfrequenz, obwohl die Griechen normalerweise mit dem Verhältnis der Saitenlängen rechneten. Das Prinzip der Frequenz-Proportion scheint ihnen jedoch relativ früh schon bekannt gewesen zu sein (vgl. Burkert, *Il.* 357ff.).

<sup>9</sup> van der Waerden, *Erwachende Wissenschaft* 1, 260, –9ff.; Burkert, *Il.* 375, –4ff.; 349, Anm. 5.

<sup>10</sup> Vgl. dazu van den Waerden, *Il.* 261; 276ff. Besondere Verdienste scheint sich **Eudoxos** (1. Hälfte 4. Jht. v.Chr.) auf diesem Gebiet erworben zu haben (vgl. Burkert, *Il.* 352, Anm. 20; Pauly-Wissowa 6/1, 935).

2. Jh. n.Chr.) die Möglichkeit von Intervallen mit irrationalem Schwingungsverhältnis gar nicht in Erwägung zieht. Ebenso verfuhr auch die griechisch beeinflusste arabische Theorie, *Fārābī* (st. 950) eingeschlossen (vgl. 2.1.). *Avicenna* (st. 1037) hält dann zwar fest, dass eine genaue Intervallhälftung nur bei einer Proportion zwischen Quadratzahlen in Frage komme<sup>11</sup>, denkt aber genau so wenig wie *Ptolemaios* an die grundsätzliche Möglichkeit einer Halbierung durch Wurzelziehen. Indirekt reflektiert die prinzipielle Ignorierung irrational definierter Intervalle die Tatsache, dass die “temperierten” Aristoxenischen Intervalle keinen realen, sondern nur einen theoretischen Wert haben (vgl. 2.5.).

1.6. Ob es unter solchen Umständen berechtigt ist, *Aristoxenos* als den geistigen Vater unserer Temperierung zu feiern<sup>12</sup>, bleibe dahingestellt. Uns interessiert hier nur die unmittelbare Wirkung seiner Theorie. Der Versuch, sie mit der älteren pythagoräischen Proportionenlehre in Verbindung zu bringen, endete mit der frustrierenden Feststellung, dass sie sich gegen eine arithmetische – und damit auch musikalische – Verwirklichung mit natürlichen Intervallen sperre<sup>13</sup>: anstelle einer sauberen Lösung fand man den Sand des Kommas im Getriebe der Intervalle. Entwicklungsgeschichtlich darf man dies vielleicht in dem Sinne interpretieren, dass erst die naive Betrachtung des *Aristoxenos* die arithmetische Definition des pythagoräischen Kommas bewusst machte, während vorher die empirische genügte (vgl. 1.1.). Gegen eine solche Annahme scheint mir nichts Konkretes zu sprechen. Wie dem auch sei, die missliche Erfahrung mit dem Versuch, der Aristoxenischen Vorstellung mit pythagoräischen Mitteln arithmetische Nachachtung zu verschaffen, führte zu einer entsprechend kritischen Auseinandersetzung damit. So noch bei *Ptolemaios* (Mitte 2. Jht. n.Chr.)<sup>14</sup>, und *Ptolemaios* spielte eine bedeutsame Rolle bei der arabischen Adaption der griechischen Musiktheorie<sup>15</sup>. Ich

<sup>11</sup> *Šifā'*, übers. *d'Erlanger* 2, 136, 2ff. Eine Präzisierung des Gedankens findet man bei *Avicennas* Schüler *Ibn Zaila* (st. 1048) (*Kāfi*, Ms. Brit. Mus. 225a, 1ff.).

<sup>12</sup> Vgl. hierzu etwa *Hans Kayser*, *Lehrbuch* 237a; etwas differenzierter wird die Lehre des *Aristoxenos* von *Pfugner*, *Zwölfordnung* 89–105, evaluiert.

<sup>13</sup> Seinen arithmetischen Ausdruck findet dieses Dilemma in der zahlentheoretischen Unmöglichkeit, aus dem Ausdruck  $(\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{4})^n$  (Reihung von n Ganztönen, der Ganzton als Differenz von Quinte und Quarte verstanden) bei natürlichem n eine Potenz von 2 zu gewinnen.

<sup>14</sup> *Ptolemaios*, *Harmonielehre* 21ff.; vgl. a. *Husmann*, *Grundlagen* 40.

<sup>15</sup> Neben *Euklid*, *Aristoxenos* und *Nikomachos* (vgl. *Farmer*, *History* 152; *Farmer*, *Sources* 15f.).

nenne daher die Gegenposition von Pythagoräern und Arithmetikern gegenüber **Aristoxenos** kurzerhand *ptolemäisch*. Dass aber weder bei den Griechen noch bei den Arabern jemand die Synthese der beiden oppositionellen Standpunkte vollzog und mit einer Temperatur die Aristoxenische Vorstellung verwirklichte, ist bemerkenswert.

1.7. Zum Abschluss sei auf einen Punkt hingewiesen, der in besonderer Weise die grundsätzliche Verschiedenheit der beiden Standpunkte zu veranschaulichen vermag. Er betrifft die Zahl der Toncharaktere. Diese ist identisch mit der Zahl der verschiedenen Intervalle, die von einem festen Ausgangston aus möglich sind, sofern man Oktavversetzungen ausseracht lässt. Bei der aristoxenischen Betrachtung ist diese Zahl endlich, und dies wiederum besagt, dass man durch die Reihung ein und desselben Intervalls nach einer Anzahl von Schritten – es sind höchstens so viele wie es Toncharaktere gibt – wieder zum Toncharakter des Ausgangstons zurückkehrt. Ein aristoxenisches System ist in diesem Sinne geschlossen, zyklisch. Demgegenüber erzeugt dieselbe Art der Intervallreihung in einem pythagoräisch-ptolemäischen System immer neue Toncharaktere und damit unbegrenzt viele verschiedene Intervalle, auch wenn Toncharaktere und Intervalle von einem gewissen Punkt an so nahe beieinander liegen, dass unser Ohr Mühe hat, sie zu unterscheiden. Ein ptolemäisches System wäre demnach offen und bis zur Grenze unserer Hörfähigkeit erweiterungsfähig (vgl. 3.7.; 4.3.ff.). Aus dem Gesagten folgt eine wichtige Erkenntnis: Da nach Voraussetzung die hier betrachteten Intervalle bijektiv auf die entsprechenden Toncharaktere abbildbar sein sollen, sind sie gegenüber Oktavdifferenzen invariant. Dann aber bilden aristoxenische und ptolemäische Intervalle je eine kommutative Gruppe, jene eine endliche mit dem Halbton als Erzeugungsintervall, diese eine unendliche mit dem Erzeugungsintervall der Quinte. Gruppenoperation ist die Intervallverknüpfung, neutrales Element die Prim (identisch mit Oktave, Doppeloktave etc.), Inverses das jeweilige Komplementärintervall zur Oktave; die Verknüpfung aristoxenischer Intervalle ergibt aristoxenische, die Verknüpfung ptolemäischer Intervalle ptolemäische. Im übrigen erhält man in beiden Fällen eine Untergruppe, wenn man anstelle von Halbton, resp. Quinte als Erzeugungsintervall den (temperierten, resp. pythagoräischen) Ganzton nimmt.

Die Ausführung des Gesagten sieht im Einzelnen so aus: Wir bezeichnen den Toncharakter des Ausgangstons mit  $t_0$  und indizieren die weiteren Toncharaktere mit der Zahl der Schritte, die zu den betreffenden Tönen führt. Dann bedeuten  $t_1, t_2, t_3, t_4, \dots$  im Falle  $t_0 = c$  aristoxenisch die Töne cis/des, d, dis/es, e,  $\dots$  und ptolemäisch

g, d, a, e, ... Auf Intervallebene entspricht dem Toncharakter  $t_n$  das Intervall  $i_n$ , wobei  $i_1, i_2, i_3, i_4, \dots$  aristoxenisch kleine Sekunde, grosse Sekunde, kleine Terz, grosse Terz etc. bezeichnen und ptolemäisch Quinte, grosse Sekunde, grosse Sexte, grosse Terz etc. ( $i_{12}$  wäre das pythagoräische Komma). Für die Intervallerzeugung nach der umgekehrten Richtung führen wir negative Indices ein. Aristoxenisch gilt dabei  $i_{-1} = i_{11}, i_{-2} = i_{10}, i_{-3} = i_9$  etc., oder allgemein  $i_n = i_k$ , für  $n = 12m + k$ , wenn  $m, n$  ganze Zahlen sind und  $k$  eine natürliche Zahl, die  $\geq 0$  und  $\leq 11$  ist. Ptolemäisch bezeichnet  $i_{-n}$  die Reihe der Unterquinten, also  $i_{-1}$  die Quarte,  $i_{-2}$  die kleine Septime,  $i_{-3}$  die kleine Terz etc. Mit diesen Symbolen lassen sich jedwelche Intervallverknüpfungen darstellen und ausrechnen: das Resultat ergibt sich durch Addition und (Oktav-)Reduktion der Indices. Z.B. wäre B-A-C-H (mit  $B = t_0$ ) aristoxenisch  $i_{11} \circ i_3 \circ i_{11} = i_{25} = i_1$  (oder  $i_{-1} \circ i_3 \circ i_{-1} = i_1$ ) und ptolemäisch  $i_5 \circ i_{-3} \circ i_5 = i_7$ .

## 2. Die Komma-Theorie *Fārābī*

2.1. Der erste arabische Musiktheoretiker, von dem sich eine Erörterung des Komma-Problems erhalten hat, ist **Fārābī** (st. 950)<sup>1</sup>. Besonderes Interesse verdient dabei die Tatsache, dass er die Entwicklung vom aristoxenischen zum ptolemäischen Gesichtspunkt (vgl. 1.5. Ende), d.h. das theoriebezogene Bewusstwerden des Komma-Problems, nochmals nachvollzieht. Er betrachtet zunächst die Zusammensetzung und Teilung musikalischer Intervalle aufgrund aristoxenischer, naiver Grössenvorstellungen wie Halbton und Ganzton, nach denen dieser doppelt so gross wie jener wäre und sechsmal aneinander gereiht eine Oktave ergäbe<sup>2</sup>. Hieran knüpft er eine zweite Erörterung, die von der arithmetischen Intervallkombination und -teilung des Ptolemaios ausgeht und die naiven Begriffe durch exakte Saitenlängenverhältnisse ersetzt. Die Bezugnahme auf die erste, die naive Betrachtung führt **Fārābī** zwangsläufig zum Problem des pythagoräischen Kommas<sup>3</sup>, wogegen er, wie bereits angedeutet, nicht einmal Ansätze zum dritten Schritt, dem der arithmetischen Auswertung der aristoxenischen Vorstellung zeigt (vgl. 1.5.). Spricht er etwa von

<sup>1</sup> Die Frage, ob **Fārābī** tatsächlich der erste arabische Musiktheoretiker war, der sich mit dem Komma-Problem beschäftigt hat, muss wegen des weitgehenden Verlusts der älteren Quellen offen bleiben. Möglicherweise wurde das Problem schon von **Abu l-‘Abbās as-Sarāḥī** (st. 899) in seinen *Kitāb al-Mūsiqī al-kabīr* (vgl. **Farmer, Sources**, Nr. 66) erörtert.

<sup>2</sup> *K. al-Mus. al-kab.* 142–163.

<sup>3</sup> *ib.* 163,–3ff.

“Halbierung” eines Intervales, so meint er damit nie eine arithmetische Hälfitung, sondern nur eine annähernde, nämlich die “harmonische Teilung”<sup>4</sup>, d.h. die Unterteilung eines Intervalls in zwei verschiedene einander ungefähr gleiche Intervalle wie  $\frac{32}{31}$  und  $\frac{31}{30}$ ,  $\frac{20}{19}$  und  $\frac{19}{18}$  oder  $\frac{48}{45}$  und  $\frac{45}{42}$ .

2.2. Bis hierher also bringt Fārābīs Theorie gegenüber dem griechischen Erbe nichts Neues. Nun baut er aber den Gedanken der Unstimmigkeit zwischen Aristoxenischer Anschauung und Ptolemäischem Rechnen weiter aus. Da den sechs Ganztonsschritten nach naiver Vorstellung sechs unter sich gleiche Teile der Oktave entsprechen, stellt er sich die Frage, ob die Differenz zwischen Ganzton und Oktavsechstel, d.h. der sechste Teil eines pythagoräischen Kommas, vom menschlichen Gehör ebenfalls registriert werden könne, oder ob es erst die Summe, das pythagoräische Komma selbst, wahrzunehmen imstande sei<sup>6</sup>. Er entscheidet sich dezidiert für die zweite Möglichkeit der Alternative gegen die erste<sup>7</sup>.

2.3. Bevor wir an die Frage nach dem Grund von Fārābīs Position herantreten, seien kurz die Vergleiche vorgestellt, mit denen er die beiden Aspekte des Problems zu veranschaulichen sucht. Den allgemeinen Fall der ersten Möglichkeit sieht er darin, dass eine Wirkung, die eine Menge minimaler Objekte ausübt, in entsprechender Verkleinerung auch vom einzelnen Minimalobjekt verursacht wird, auch wenn dies für uns unter der Wahrnehmungsschwelle liegt. So höre man beispielsweise beim Ausgiessen von Hirsenkörnern einen Laut; einen entsprechenden, wenn auch wesentlich schwächeren, müsste auch das einzelne Hirsenkorn hervorbringen. Als Autor dieses Vergleichs vermerkt Fārābī Zenon<sup>8</sup>. Für das Bild der zweiten Möglichkeit fehlt eine derartige Quellenangabe. Fārābī exemplifiziert sie damit, dass zwanzig Männer ein Schiff (vom Ufer aus) flussaufwärts ziehen können. Würde dies jedoch ein Einzelter versuchen, so brauchte er nicht zwanzigmal mehr Zeit, sondern vermöchte das Schiff überhaupt nicht von der Stelle zu bewegen, auch wenn er ein ganzes Jahr lang zöge<sup>9</sup>.

<sup>4</sup> Zum Problem der “harmonischen Teilung” vgl. Handschin, *Toncharakter* 211ff.

<sup>5</sup> K. *al-Mūs. al-kab.* 281,–1ff.; 283,1ff.; 283,–1ff.

<sup>6</sup> *ib.* 166,–1ff.

<sup>7</sup> *ib.* 168,1f.

<sup>8</sup> *ib.* 167,4–7.

<sup>9</sup> *ib.* 167,–5ff.

2.4. Warum **Fārābī** den Sachverhalt im Sinne der zweiten Möglichkeit deuten wollte, erklärt er weder explizit noch anhand seiner Vergleiche. Vielleicht könnte eines seiner naturwissenschaftlichen Werke einen Hinweis darauf enthalten<sup>10</sup>. Die betreffenden Handschriften sind mir im Augenblick jedoch nicht zugänglich<sup>11</sup>. Fest bleibt jedenfalls die Tatsache, dass **Fārābī** zwischen der Tonhöhdifferenz eines pythagoräischen Kommas und der von Ganzton und Oktavsechstel nicht bloss einen quantitativen, sondern einen wesentlichen, qualitativen Unterschied sah, und dass für ihn dieser Unterschied in der grundsätzlichen Apperzeptionsfähigkeit des Menschen lag, nicht etwa in der individuell verschiedenen entwickelten Fähigkeit, kleinste Tonunterschiede wahrzunehmen (vgl. unten 2.6.). In dieser Richtung wird denn auch die Antwort auf unsere Frage zu suchen sein.

2.5. In der Tat unterscheiden sich die beiden Tondifferenzen in prinzipieller Hinsicht. Beim pythagoräischen Komma werden zwei natürliche musikalische Intervalle verglichen: das eine, die Oktave, ist ein äusserst einfaches Intervall, das andere, der sechsfache Ganzton, ein sehr viel komplizierteres, aber nichtsdestoweniger durch eine rationale Zahl darstellbar. Anders verhält es sich beim Sechstelkomma. Dort verdient nur das eine der beiden miteinander verglichenen Intervalle das Prädikat natürlich, der Ganzton. Das andere dagegen, die Sechsteloktave, ist unreal, durch ein irrationales Schwingungsverhältnis gekennzeichnet. Es stellt in dieser Eigenschaft eine bloss theoretische Grösse dar und ist von unserem Ohr wahrscheinlich gar nicht genau verifizierbar (vgl. 1.3.; 1.5. Ende). In der musikalischen Praxis dürfte dieses Intervall, der temperierte Ganzton, – von seiner atonalen Interpretation in moderner abendländischer Musik einmal abgesehen – wohl immer nur im Sinne eines Näherungswertes, als approximative Darstellung eines realen, natürlichen Intervalls benutzt worden sein.

2.6. Unter solchen Umständen liesse sich die von **Fārābī** vermerkte Unempfindlichkeit unseres Gehörs gegenüber der Differenz von Ganzton

<sup>10</sup> Er erklärt im Anschluss an seine Erörterung: "Diese Dinge wurden ausführlich in der 'Physik' untersucht." (*ib.* 168,7)

<sup>11</sup> Ich denke hier an Werke wie die *Maqālāt ar-rafi'a fi usūl 'ilm at-tabi'a* (vgl. Ateş, *Fārābīnin eserlerinin bibliografyası*, Nr. 75) oder die Bücher über *samā'*, soweit sie sich erhalten haben (vgl. *ib.* Nr. 112, 113 und 134; ferner Steinschneider, *Al-Farabi*, S. 135, b2).

und Sechsteloktave damit erklären, dass der Ganzton selbst eine von den möglichen Interpretationen jenes künstlichen, irrationalen Intervalls darstellt, und dass dieses Intervall dementsprechend zu wenig musikalischen Eigenwert besitzt, um überhaupt als Pendant, als Alternative zum Ganzton empfunden werden zu können. Damit würde sich auch **Fārābī**'s Feststellung erklären, dass jene Unempfindlichkeit unseres Gehörs nicht auf eine individuelle Schwäche zurückgehe sondern grundsätzlicher Natur sei<sup>12</sup>. Dass **Fārābī** das Problem tatsächlich so gesehen hat, geht freilich nicht mit Sicherheit aus seinen Worten hervor.

2.7. Die skizzierte Betrachtung ordnet dem pythagoräischen Komma in gewisser Weise die Stellung eines Intervallatoms zu, allerdings nicht in dem Sinne, dass das Komma als "unteilbarer Teil" verstanden würde, oder dass ihm gar der Wert eines konstruktiven kleinsten Elements im Tonsystem zukäme (vgl. Kap. 4), vielmehr nur insoweit, als **Fārābī** das Differenzphänomen Komma als musikalisch unteilbar betrachtet und ausserdem in seiner Theorie keinen kleineren musikalischen Intervallwert kennt. Auf diese Möglichkeit der Deutung hinzuweisen, erscheint deshalb nicht ganz überflüssig, weil Husmann die Komma-Betrachtung **Fārābī** im Sinne einer "Schwellen"-Theorie verstehen will und auch seine beiden Vergleiche (Zenons Hirsenkörner und das Schiffziehen) in diesen Zusammenhang stellt<sup>13</sup>, damit jedoch den springenden Punkt übergeht, nämlich den fundamentalen Unterschied der beiden Aspekte, den **Fārābī** mit Hilfe seiner Vergleiche veranschaulichen wollte. Wäre es **Fārābī** bloss um die Schwellen-Theorie gegangen, so hätte er sich wohl anders ausgedrückt.

### 3. *Das pythagoräische Komma als praktisches Problem*

3.1. Die bisher behandelten Probleme, die in bezug auf das pythagoräische Komma aufgeworfen wurden, hatten theoretischen Charakter. Es stellt sich nun die Frage, inwiefern auch die praxisbezogene arabische Musiktheorie auf das Komma-Problem gestossen ist, und in welcher Weise sie es zu lösen suchte.

<sup>12</sup> *K. al-Mūs. al-kab.* 168, 3–8.

<sup>13</sup> Husmann, *Grundlagen* 97.

3.2. Aus der Definition des pythagoräischen Kommas (1.1.) dürfte klar geworden sein, dass sich das Problem nur dann stellen kann, wenn innerhalb eines Oktavraums mindestens zwölf verschiedene Toncharaktere durch Quint- (und Oktavschritte) gewonnen werden. Für die autochthone, d.h. die nicht griechisch befruchtete arabische Musiktheorie, wie wir sie etwa bei *Ishāq al-Mausilī* (st. 850) antreffen, war diese Bedingung noch nicht erfüllt. *Ishāqs* Tonsystem, das sich auf die Praxis der klassischen arabischen Musik bezog, bestand aus zehn Toncharakteren, die durch Quintverwandtschaft aus einander abgeleitet werden können. *Ishāq* bezeichnet sie mit den Buchstaben des arabischen Alphabets, die die Zahlenwerte 1–10 haben<sup>1</sup>. In unserer Bezeichnungsweise ausgedrückt sind es die Töne

f g as a b      c' des' d' es' e'

Die ersten neun Töne (f bis es') werden durch die Schnittpunkte der beiden oberen, im Quartverhältnis gestimmten Lautensaiten (*maṭnā* und *zīr*) mit den vier klassischen Lautenbünden plus leere Saite erzeugt, wobei der Zeigefingerbund einen grossen Ganzton, der Mittelfingerbund eine kleine, der Ringfingerbund eine grosse pythagoräische Terz und der Kleinfingerbund eine Quarte vom Sattel aus markieren. Den zehnten Ton (e') erhält *Ishāq* ohne Bund durch Streckung des kleinen Fingers<sup>2</sup>. Was die Töne anbetrifft, die die vier Bünde auf den beiden tieferen Saiten (*bam* und *matlat*) erzeugen, so scheinen sie *Ishāq* nur soweit interessiert zu haben, als es sich um Oktavversetzungen der genannten zehn Töne handelt<sup>3</sup>. Unter solchen Umständen konnte sich das Problem des pythagoräischen Kommas im Rahmen seines Tonsystems gar nicht stellen.

3.3. Anders steht die Sache bei *Ishāqs* jüngerem Zeitgenossen *Ya'qūb al-Kindī* (st. nach 870). Während sich *Ishāq* für die Darstellung seiner Toncharaktere auf den Raum einer Oktave beschränkt, geht *Kindī* vom Tonmaterial einer Doppeloktave aus. Die Töne der beiden Oktaven bezeichnet er auf zwei verschiedene, völlig heterogene Arten. Einerseits benennt er sie durchgehend vom untersten bis zum obersten Ton, wobei er

<sup>1</sup> Eine Darstellung von *Ishāqs* Tonsystem verdanken wir seinem Schüler *Ibn al-Muṇāqīb* (st. 912), *Risāla fi l-mūsiqī* 192ff.

<sup>2</sup> *ib.* 195,1f.

<sup>3</sup> Vgl. hierzu die Bemerkung *ib.* 201,1ff.

den einzelnen Ton, nicht dessen Toncharakter als Individualität behandelt<sup>4</sup>. Andererseits weist er den einzelnen Toncharakteren je einen arabischen Buchstaben zu, derart, dass Töne im Oktavabstand denselben Buchstaben erhalten<sup>5</sup>. Die Herkunft der beiden Bezeichnungsweisen ist durchsichtig. Die erste hat **Kindī** von den griechischen Theoretikern; dies erhellt sowohl aus strukturellen als auch aus terminologischen Parallelen<sup>6</sup>. Bei der zweiten ist er der autochthonen arabischen Musiktheorie verpflichtet, wenn er deren System auch etwas abgewandelt und erweitert hat. Von den Griechen also hat **Kindī** den Tonbereich der Doppeloktave übernommen, von den Arabern das Prinzip, nur die Toncharaktere zu bezeichnen, was den Tonraum praktisch in zwei Oktaven auflöst. Und diese Kontamination von griechischem und arabischem System konfrontierte **Kindī** mit dem Problem des pythagoräischen Kommas.

3.4. Den Ausgangspunkt bildet **Kindī**s Absicht, zwei gleichgebaute Oktaven zu konstruieren. Um den Raum einer Doppeloktave zu erhalten, braucht er neben den vier klassischen Lautensaiten noch eine fünfte, *hādd* oder zweite *zīr* genannt<sup>7</sup>. Die Schnittpunkte dieser fünf, in Quartern gestimmten Saiten mit den klassischen vier Bünden (s. 3.2.) ergeben die Töne

G	A	B	H	c	d	es	e	f	g
g as	a	b		c' des	d'	es'		f' ges'	g'
g' as' [a']									

Man sieht leicht ein, dass damit zwar die zwölf Toncharaktere gewonnen sind, die im Raum einer Oktave zwölf Halbtonschritte bilden können, dass sich diese Toncharaktere aber auf zwei Oktaven verteilen, wobei in der unteren As, des und ges, in der oberen h und e' fehlen. Die Vollständigkeit der zwölf Toncharaktere in beiden Oktaven, die wegen der damit erreichten Strukturgleichheit ein notwendiges Ziel **Kindī**s sein musste<sup>8</sup>, lässt sich jedoch durch einen weiteren Bund gewinnen. Er liegt

<sup>4</sup> *Sinā'at at-ta'līf*, ed. Šauqī 88,5 bis 93,4.

<sup>5</sup> Vgl. *ib.* 73–75.

<sup>6</sup> *ib.*, Kommentar, S. 153–56; ed. Lachmann/Hefni, Einleitung 15,1ff.

<sup>7</sup> Es ist hier nicht der Ort, auf das Problem der fünften Lautensaiten einzugehen. Erwogen wurde dieses Mittel, den Tonraum zu erweitern, u.a. von Ishāq al-Mausilī (st. 850) (vgl. Ibn al-Munaggīm, *Ris. fi l-mūs.* 194,–2ff.; 197,2). Für die fünfte Saite, die Ziryāb (st. um 845) den klassischen vier Lautensaiten hinzufügte, werden jedoch andere Gründe angegeben (vgl. Maqqarī, *Nafḥ* 2, 86f.).

<sup>8</sup> Vgl. seine Ausführungen in *Sinā'at at-ta'līf*, ed. Šauqī, S. 73 bis 75,–2.

zwischen Sattel und Zeigefingerbund und sei der Kürze halber *Zusatzbund* genannt<sup>9</sup>. Er liefert die vorher erwähnten fehlenden Töne und ermöglicht damit auf der Laute die Darstellung der beiden gleichgebauten Oktaven

G	As	A	B	H	c	des	d	es	e	f	ges	g
g	as	a	b	h	c'	des'	d'	es'	e'	f'	ges'	g'

3.5. Nun ist dieser Zusatzbund, wie schon **Manik** feststellte, in Wirklichkeit ein Doppelbund<sup>10</sup>. Bei den drei unteren Saiten trennt ihn der Abstand eines Leimmas (90,2 Cents) vom Sattel; er erzeugt damit die drei Töne As, des und ges. Bei den beiden oberen Saiten jedoch beträgt sein Abstand vom Sattel eine Apotome (113,7 Cts), da er die beiden Töne h und e' bezeichnet. Die Distanz zwischen den beiden Teilen dieses Doppelbundes wiederum entspricht genau einem pythagoräischen Komma. Im übrigen kann man anstelle des Doppelbundes auch einen einfachen Bund mit einer Knickung zwischen der drittuntersten und der zweitobersten Saite annehmen. So oder so aber wäre zu erwarten, dass **Kindī** das Problem dieser doppelten Bundlage in irgendeiner Weise berührt, besonders in seiner Abhandlung über die Melodiekomposition, in der er Herleitung und Nomenklatur seines Tonmaterials in extenso behandelt. Dies ist jedoch nicht der Fall. Allenfalls könnte es im verloren gegangenen Anfang jenes Werks geschehen sein. Doch mag **Kindīs** diesbezügliches Schweigen tiefere Gründe haben.

3.6. Zunächst einmal dürfen wir festhalten, dass jemand, der sich wie **Kindī** in der griechischen Musiktheorie auskannte, mit der theoretischen Seite des Komma-Problems vertraut sein musste. Unsere Frage lautet also nur, ob sich **Kindī** auch durch die praktischen Gegebenheiten der arabischen Musik mit dem Problem des pythagoräischen Kommas konfrontiert sehen konnte. Wir dürfen sie nicht ohne weiteres bejahen. Zunächst einmal lässt **Kindī** keinen Zweifel darüber, dass der Zusatzbund fiktiv ist. Er erklärt nämlich, dass fünf von seinen 24 Tönen gar nicht gebraucht würden<sup>11</sup>, und zwar sind es, wie aus anderen Stellen hervorgeht,

<sup>9</sup> Die arabischen Theoretiker nennen ihn *muğannab as-sabbāba*, eigtl. "Handpferd des Mittelfingerbundes".

<sup>10</sup> *Tonsystem* 30,–6ff.

<sup>11</sup> *Šinā'at at-ta'lif*, ed. Šauqī 82,1.

gerade die Töne des offenbar inexistenten Zusatzbundes<sup>12</sup>. Danach wäre **Kindī** von der Praxis und damit vom Ohr her gar nicht auf das Problem des pythagoräischen Kommas gestossen worden. Hierzu passt ein zweiter Punkt. **Kindī** scheint auf Intervallschwankungen vom Grad eines pythagoräischen Kommas nicht empfindlich gewesen zu sein, nimmt er doch keinen Anstoss daran, in seiner Melodielehre den Ton h im Sinne von ces' mit ges zu verbinden<sup>13</sup>, obwohl die Intervalle ces'–ges und h–ges gerade in einem pythagoräischen Tonsystem empfindlich differieren<sup>14</sup>. Wenn aber **Kindī** das pythagoräische Komma als Faktor des praktischen Tonsystems ignoriert, dürfen wir vermuten, dass seine zwölfstufige Tonleiter nicht ptolemäisch, sondern naiv aristoxenisch konzipiert war (vgl. 1.6.). Seine Oktave hätte sich danach nicht aus sieben Leimmas plus fünf Apotomes zusammengesetzt, sondern aus zwölf quasi-temperierte Halbtönen. Somit hätte **Kindī** – bewusst oder unbewusst – ein natürliches Tonsystem temperiert behandelt, während wir – wenigstens in der tonalen Musik – genau umgekehrt ein temperiertes Tonsystem natürlich interpretieren.

3.7. Aus dem bisher Gesagten dürfte hervorgegangen sein, dass die klassische arabische Musik weder in der autochthonen noch in der griechisch beeinflussten arabischen Musiktheorie das Problem des pythagoräischen Kommas aufgeworfen hat. Dennoch scheint wenigstens dessen empirische Version (vgl. 1.1.) im Gesamtrahmen der arabischen Musik nicht unbekannt gewesen zu sein, allerdings nicht in der klassischen, sondern in der volkstümlichen oder “modernen”<sup>15</sup>. **Fārābī** erwähnt nämlich eine Stimmung der zweisaitigen chorāsānischen Langhalslauten (*tunbūr*), bei der die Oktave in siebzehn Stufen eingeteilt wurde und der Abstand zwischen den Bünden 2 und 3, 5 und 6, 8 und 9, 11 und 12 jeweils ein pythagoräisches Komma markierte<sup>16</sup>. Es handelt sich um ein pythagoräisches Tonsystem, das die Toncharaktere von zwanzig übereinandergeschichteten Quinten wiedergibt. Die Kleinintervalle Lemma (L) und Komma (K) folgen sich dabei in folgender Ordnung

<sup>12</sup> Explizit sagt dies **Kindī** im erhaltenen Teil des Werkes nur von h und ges (I.I. 74,2; 75,5), immerhin also von je einem Vertreter der beiden Teile des Doppelbundes.

<sup>13</sup> *ib.* 110,–5.

<sup>14</sup> Es wäre zu untersuchen, ob in dem mir augenblicklich nicht zugänglichen, von **Zakariyā Yūsuf** herausgegebenen Lautenbüchlein **Kindīs** weitere Beispiele dieser Art zu finden sind (*Aqdam watīqa mūsiqīya li-lahn mudawwan ‘inda l-‘Arab, Tamrīn lid-darb ‘ala l-‘ūd*, Bagdad 1962). Zum Problem selbst vgl. 4.6.

<sup>15</sup> Vgl. hierzu **Farmer**, *History* 149f.

<sup>16</sup> *K. al-Mūs. al-kab.* 710,–3ff.

L L K L L K L L K L L K L L L L+K L L+K L

Mit unseren Tonsymbolen exemplifiziert wäre dies

g as bes a b ces h c des cis d es dis e f eis fis g gis a ais h

Der gesamte Tonraum umfasst eine grosse Duodezime (die Bünde umschliessen den Tonumfang einer None und die Saiten sind im Ganztonverhältnis gestimmt). Der "philolaische" Charakter dieser Komma wird von **Fārābī** treffend im Begriff "Überschuss des Ganztons über zwei Leimmata" aufgefangen<sup>17</sup>. Auffallend ist der Umstand, dass nach fünf Ganztonen die Einarbeitung eines toncharakterbildenden Kommas zwischen die Leimmata aufhört. Das chorāsānische **Tunbūr** war offenbar für kleine Melodieräume gedacht. Innerhalb des zur Verfügung stehenden Tonraums aber liessen sich die verschiedensten modalen Varianten und Transpositionen realisieren. Sollte hierin tatsächlich der Grund für den Reichtum der auf dem **Tunbūr** erzeugten Toncharaktere liegen, so hätten wir es mit einer Art von ptolemäischer Lösung des praktischen Komma-Problems zu tun, deren aristoxenische Variante wir bei **Kindī** kennen lernten. Auf eine andere Deutungsmöglichkeit werden wir im nächsten Kapitel zu sprechen kommen (vgl. 4.4.f.).

#### 4. *Das pythagoräische Komma als konstruktives Element des Tonsystems*

4.1. Der unter den Chalifen **Hārūn ar-Rašīd** (786–809) bis **Wātiq** (842–47) blühende Lautenist **Zalzal**<sup>1</sup> hat bekanntlich ein neues, systemfremdes Element in das arabische Tonsystem eingeführt, nämlich eine Variante zum pythagoräischen Mittelfingerbund, die das Intervall zwischen Zeigefinger- und Kleinfingerbund ungefähr halbiert, d.h. in zwei Dreivierteltöne unterteilt. Dass **Zalzal** eine derartige Halbierung bezweckte, wird zwar nicht ausdrücklich gesagt, darf aber wohl aus der Tatsache geschlossen werden, dass die beiden ältesten Angaben über die Lage dieses Bundes, die von **Fārābī** (st. 950) und **Avicenna** (st. 1037), 354,6, resp.

<sup>17</sup> *ib.* 717,3f.; 718,3.

<sup>1</sup> Vgl. Neubauer, *Musiker* 192, Nr. 48.

342,5 Cents ergeben – der Wert des “temperierten” Dreivierteltons läge bei 350 Cents. Das genaue Schwingungsverhältnis wäre im ersten Fall 27 : 22, im zweiten 39 : 32<sup>2</sup>.

4.2. Die Geschichte dieses Bundes interessiert uns hier nur im Hinblick auf die Frage seiner Integrierung in das pythagoräische System der klassischen arabischen Musik. Eine solche liegt weder bei Fārābī noch bei Avicenna vor. Beide erwähnen den Bund als Gegebenheit der Praxis, ohne sich um sein genetisches Verhältnis zu den anderen Bünden zu kümmern. Von Ishāq al-Mausilī und Kindī dagegen wird er ignoriert. Bei Ishāq mag dies ästhetisch begründet gewesen sein<sup>3</sup>, bei Kindī vielleicht eher musiktheoretisch: der Zalzal-Bund hatte in seinem zwölfstufigen pythagoräischen Tonsystem keinen Platz. Wenn sich Fārābī nicht bemühte, die vom Zalzal-Bund erzeugten Töne mit den pythagoräischen auf einen systematischen Nenner zu bringen, so dürfte dies daran liegen, dass die Heterogenität der beiden Tongruppen für ihn gar nicht derart ins Gewicht fiel. Erörtert er doch in seiner Genus-Lehre die verschiedensten Quartteilungen, von denen die meisten aus “unpythagoräischen”, d.h. nicht durch Quintschritte erzeugbaren Intervalle wie 5 : 4, 6 : 5, 7 : 6, 8 : 7, 10 : 9 bestehen<sup>4</sup> und daher in der arabischen Musik gar nicht gebraucht wurden<sup>5</sup>. Wie wenig Kopfzerbrechen ihm dies verursachte, zeigt der Umstand, dass er auch für die unpythagoräischen Intervalle angibt, wie die sie erzeugenden Bünde auf der Laute zu legen seien<sup>6</sup>. Bei Avicenna, der in diesen Dingen ohnehin einen weniger proflierteren Standpunkt einnimmt als Fārābī, dürften die Gründe ähnlich gewesen sein.

4.3. Da die Lage des Zalzal-Bundes in beiden Varianten einen Näherungswert darzustellen scheint, kann man die Frage stellen, ob es vielleicht möglich ist, durch weitere Quintfortschreitungen innerhalb eines pythagoräischen Systems auch die Zalzal-Töne annähernd hervorzubringen. Dieses Ziel lässt sich in der Tat mit einem System verwirklichen, das

<sup>2</sup> Vgl. Farmer, *Lute Scale* 249 und 256.

<sup>3</sup> Jedenfalls vertrat Ishāq auch gegenüber anderen Neuerungen einen streng konservativen Standpunkt (vgl. Farmer, *History* 149).

<sup>4</sup> K. al-Mūs. al-kab. 282–284, 288–291, 294, 298.

<sup>5</sup> Noch Ṣafiyaddīn al-Urmawī (st. 1294) betrachtet die kleine und die grosse Naturterz als wenig konsonant (d’Erlanger, *Musique arabe* 3, 30,–13ff.) und charakterisiert sie als melodisch unbrauchbar (*ib.* 61, 12f.).

<sup>6</sup> K. al-Mūs. al-kab. 757ff.

auf 29 Quintschritten beruht. Die **Zalzal**-Töne würden dann durch eine dreimalige chromatische Erhöhung der leeren Saite erreicht. Man kommt damit auf einen Ton, der um 341,1 (d.h.  $3 \times 113,7$ ) Cents höher als der Grundton der leeren Saite ist, also fast gleich hoch wie die **Zalzal**-Variante **Avicennas** (342,5 Cts.)<sup>7</sup>. Anders ausgedrückt, liegt der gesuchte Ton um zwei pythagoräische Kommata höher als der pythagoräische Mittelfingerbund ( $294,1 + 2 \cdot 23,5 = 341,1$ ). Nennen wir dessen Ton z.B. B, so heisst der pythagoräische **Zalzal**-Ton **Gisisis**. In den mir zugänglichen Quellen und sonstigen Studien finde ich jedoch keinen Hinweis darauf, dass die arabische Theorie jemals versucht hätte, die **Zalzal**-Töne in ein 29-stufiges pythagoräisches System zu integrieren.

4.4. Hingegen wird die mittelalterliche arabische Musiktheorie seit dem 13. Jahrhundert von einer Lösung beherrscht, die den angedeuteten Weg beschritten hat, aber nicht zu Ende gegangen ist. Ihr Vater ist **Şafiyaddīn 'Abdalmu'min al-Urmawī** (st. 1294). Er greift – bewusst oder unbewusst – das System der chorāsānischen Langhalslaute wieder auf, das ihm von **Fārābī** her bekannt gewesen sein dürfte<sup>8</sup>, gleicht es jedoch in dem Sinne aus, dass es 17 durch Quintverwandtschaft auseinander ableitbare Toncharaktere aufweist. Die Ordnung der Leimmata und Kommata innerhalb einer Oktave ist folgende

1 L 2 L 3 K 4 L 5 L K 7 L 8 L 9 L 10 K 11 L 12 L 13 K 14 L 15 L 16 L 17 K 18

Das, worauf es uns hier jedoch ankommt, ist die Interpretation, die **Şafiyaddīn** dem 5. Bund (Nr. 6 und 13) gibt: er identifiziert ihn mit dem Zalzalschen Mittelfingerbund. Die beiden auch bei **Fārābī** und **Avicenna** nicht genau gleich grossen Dreivierteltöne werden bei diesem Vorgehen zu Apotome (113,7 Cents) und Doppelleimma (180,4 Cents) deformiert (zusammen 294,1 Cents = kleine pythagoräische Terz). Die Zalzalschen Töne dürften damit eher einen Verfremdungseffekt ausüben als den Eindruck von Dreivierteltönen hervorrufen, aber vielleicht lag hierin auch die ursprüngliche Absicht **Zalzals**. Wie dem auch sei, der Deformations-

<sup>7</sup> Die Differenz von ca. 1,4 Cents begegnet, nebenbei bemerkt, auch in anderem Zusammenhang: sie entspricht bei einer Einteilung der Oktave in 53 Kommata dem Unterschied zwischen grosser Naturterz und 17 Kommata (vgl. Altwein, *Arabisches Komma* 433, 15ff.).

<sup>8</sup> Zur Abhängigkeit **Şafiyaddīns** von **Fārābī** vgl. d'Erlanger, *Musique arabe*, 3, Einl., S. VI, 2. Abs.

oder Verfremdungseffekt und damit die Integration der ursprünglich systemfremden Töne geschieht dadurch, dass die beiden melodischen Grundintervalle des heptatonischen pythagoräischen Tonsystems, Halbton (Lemma) und Ganzton (Quinte minus Quarte), um ein pythagoräisches Komma verändert und einander angenähert werden, im ersten Fall durch Vergrösserung, im zweiten durch Verkleinerung. Damit wird das Komma zu einem konstruktiven, wenn auch unselbständigen, d.h. nur in Verbindung mit den Basiselementen gebrauchten Intervallelement des Tonsystems gemacht.

4.5. Ob dies der eigentliche Grund war, der **Şafîyaddîn** zur Konstruktion seines siebzehnstufigen Tonsystems bewogen hatte, wissen wir allerdings nicht. **Şafîyaddîn** schweigt sich darüber aus. Theoretisch käme das Motiv auch für die Bundeinteilung der chorasanischen Langhalslaute in Frage. Wie dort mag aber auch bei **Şafîyaddîn** neben dem Motiv der Integration "unpythagoräischer" Töne noch ein zweiter Beweggrund eine Rolle gespielt haben (vgl. 3.7. Ende): **Şafîyaddîn** erstrebte eine möglichst uneingeschränkte Freiheit im Transponieren seiner Modi. Dies zeigt schon die Tatsache seiner Transpositionstabellen, in denen er die zwölf wichtigsten Modi auf allen siebzehn Tonstufen aufbaut<sup>9</sup>. Man überzeugt sich leicht anhand der in Abschnitt 4.4. angegebenen Lemma/Komma-Ordnung, dass alle Modi bei gewissen Transpositionen Probleme aufwerfen. Die rein diatonischen bereiten Schwierigkeiten, wenn ein Halbton auf einen Bund fällt, der vom nächsten um den Abstand eines pythagoräischen Kommas entfernt ist<sup>10</sup>. Werden **Zalzal**-Töne verwendet, so erfordern einzelne Transpositionen eine Vertauschung der beiden ungleichen Dreivierteltöne<sup>11</sup>, also die Missachtung des Unterschieds zwischen Apotome und Doppellemma. Das Vorhandensein eines chromatischen Schritts wiederum bedingt bei gewissen Transpositionen eine Gleichwertung von Apotome und Lemma, d.h. eine Vernachlässigung des pythagoräischen Kommas, nämlich dann, wenn kraft der Versetzung der chromatische Schritt in den Bereich der drei aufeinanderfolgenden Lemmata fällt<sup>12</sup>.

<sup>9</sup> *ib.* 138–149.

<sup>10</sup> Man erkennt dies z.B. in der 12. Transposition des Modus 'Uşşâq beim zweiten und dritten Intervall (*ib.* 138, Fig. 91).

<sup>11</sup> Man vergleiche etwa das vierte und fünfte Intervall des **Husainî**-Modus bei der zweiten und der dritten Transposition (*ib.* Fig. 95).

<sup>12</sup> Denn die Apotome ist nur durch die Varianten LK und KL darstellbar.

4.6. Wir kommen somit zu der bemerkenswerten Feststellung, dass **Şafīyaddīn** das pythagoräische Komma einerseits als konstruktives Element seines Tonsystems behandelt, es aber andererseits gelegentlich im Sinne einer Intonationsschwankung vernachlässigt<sup>13</sup>. Solche Formen von Intonationstoleranz bilden an und für sich nichts Neues. Wir sind ihnen schon bei **Kindī** begegnet (vgl. 3.6.). **Fārābī** erklärt sie als unbedenklich für unser Ohr<sup>14</sup> und Avicenna weiss zu berichten, dass die Musiker seiner Zeit Intervalle wie Leimma und Viertelton verwechselten<sup>15</sup>. Offenbar hat man den Ursprung von **Şafīyaddīns** Intonationsdifferenzen im Bereich der musikalischen Praxis zu suchen; jedenfalls fanden sie dort ein Alibi, während sein Tonsystem der Praxis gegenüber zunächst den Stand einer reinen Theorie innegehabt zu haben scheint. Es ist daher bemerkenswert, dass sich sein System über Jahrhunderte hin bei den Theoretikern halten konnte und erst im 19. Jahrhundert einer zweckmässigeren Tonordnung weichen musste<sup>16</sup>.

### *Literaturverzeichnis*

- Altwein, Erich: *Versuch über das "arabische Komma"*. "Musikforschung" 1971, 432–437.
- Aristoxenos: *Elementa harmonica*, ed. Rosetta da Rios, Rom 1954; ed. und übers. Paul Marquard, Berlin 1868.
- Ateş, Ahmed: *Fārābīnin eserlerinin bibliografyası*. "Belleten" 15, Nr. 57, 1951, 175–192.
- Boëthius: *De institutione musica*, ed. Friedlein, 1867.
- Burkert, Walter: *Weisheit und Wissenschaft, Studien zu Pythagoras, Philolaos und Platon*, Nürnberg 1962.
- d'Erlanger, Rodolphe: *La musique arabe*, Bd. 1–6, Paris 1930–57.
- Euklid: *Sectio canonis*, siehe C. Jan, *Music scriptores Graeci*.
- Fārābī: *Kitāb al-Mūsīqī al-kabīr*, ed. Hašaba, Kairo 1967.

<sup>13</sup> Vgl. zu diesem Problem auch Wright, *Modal system* 34,2ff.

<sup>14</sup> K. al-Mūs. al-kab. 627,–2ff.

<sup>15</sup> *Šifā'*, Übers. d'Erlanger, *Musique arabe* 2, 150,–13ff.; vgl. hiezu auch Fārābī, K. al-Mūs. al-kab. 580,–1ff.; ferner Wright, *l.l.* 39.

<sup>16</sup> Dass diese Tonordnung in der Praxis älter ist (vgl. Farmer, Art. *Mūsīqī*, *EI*<sup>1</sup> 3, 814), ändert nichts an dieser Feststellung.

- Farmer, Henry G.:** *A History of Arabian music*, London 1967 (Neudruck der Ausgabe 1929).
- *The Lute Scale of Avicenna*. "Journal of the Royal Asiatic Society" 1937, 245–257.
  - Artikel *Musīkī. EI*<sup>1</sup> 3, Leiden 1925, 809–816.
  - *The Sources of Arabian music*, Leiden 1965.
- Handschin, Jacques:** *Der Toncharakter*, Zürich 1948.
- Helmholtz, H.:** *Die Lehre von den Tonempfindungen*, Braunschweig 1863.
- Husmann, Heinrich:** *Fünf- und siebenstellige Centstabellen*, Leiden 1951.
- *Grundlagen der antiken und orientalischen Musikkultur*, Berlin 1961.
- Ibn al-Munaggim:** *Risāla fi l-mūsiqī*, ed. Yūsuf Šauqī, Kairo 1976.
- Ibn Sīnā:** *Kitāb aš-Šifā'*, Kap. 12, übers. d'Erlanger: *La musique arabe*, 2, 105–245.
- Ibn Zaila:** *Kitāb al-Kāfi fi l-mūsiqī*, Ms. Brit. Mus. Or. 2361, 220–236; ed. **Zakariyā Yūsuf**, Kairo 1964.
- Jan, Carolus:** *Musici scriptores Graeci*, Hildesheim 1962 (Nachdruck der Ausgabe Leipzig 1895).
- Kayser, Hans:** *Lehrbuch der Harmonik*, Zürich 1950.
- Kindi:** *Risāla fi ḥubr sinā'at at-ta'līf*, ed. Yūsuf Šauqī, Kairo 1969; ed. Lachmann/ Hefni, Leipzig 1931.
- Manik, Liberty:** *Das arabische Tonsystem im Mittelalter*, Leiden 1969.
- Maqqarī:** *Nafh at-tīb min ḡusn al-Andalus ar-ratīb*, ed. Dozy u.a., Bd. 1–2, Leiden 1855–61.
- Münzelhaus, Barbara:** *Pythagoras musicus*, Bonn/Bad Godesberg 1976.
- Neubauer, Eckhard:** *Musiker am Hof der frühen 'Abbāsiden*, Frankfurt 1965.
- Pauly-Wissowa:** *Realencyclopädie der classischen Altertumswissenschaft*, Stuttgart 1894–1950.
- Pflogner, Hermann:** *Die Zwölfordnung der Töne*, Zürich/Leipzig/Wien 1953.
- Ptolemaios:** *Harmonika*, ed. Düring, Göteborg 1930.
- Steinschneider, Moritz:** *Al-Farabi, Des arabischen Philosophen Leben und Schriften*, Amsterdam 1966 (Neudruck der Ausgabe Petersburg 1869).
- van der Waerden, B. L.:** *Erwachende Wissenschaft I*, Basel/Stuttgart 1956.
- *Die Harmonielehre der Pythagoräer*. "Hermes" 78, 1943, 163–199.
- Wright, O.:** *The modal system of Arab and Persian music*, Oxford 1978.