Zeitschrift: Allgemeine schweizerische Schulblätter

Band: 6 (1840)

Heft: 11-12

Artikel: Lehrgang der Geometrie für höhere Volksschulen und Schullehrer-Seminarien

Autor: [s.n.]

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-865882

November und Dezember.

Lehrgang der Geometrie für höhere Volksschulen und Schullehrer-Seminarien.

Erster Abschnitt.

§. 1.

I. An einem Körper läßt sich Dreierlei betrachten: Stoff, Gestalt (Form), Größe (Ausdehnung). Die Gestalt und Größe eines Körpers ist von seinem Stoffe so unabhängig, daß man sie auch ohne Rükksicht auf Letzteren betrachten kann. Vermöge seiner Ausdehnung nimmt der Körper Raum ein. Der nach allen Seiten (ins Unendliche) ausgedehnte Raum oder auch irgend ein Theil desselben heißt überhaupt der körperliche Raum. Ein Raum aber, der nach allen Seiten begrenzt ist, oder den man sich nach allen Seiten begrenzt denkt, ist eine körperliche Gestalt. Die Lehre von der Ausdehnung im Raume heißt Geometrie.

Anm. Die Geometrie ist eine mathematische Wissenschaft, oder ein Theil der Mathematik. Eine körperliche Gestalt heißt daher auch ein geometrischer oder mathematischer Körper. — Wie unterscheidet sich der wirkliche von dem geometrischen Körper? Gibt es in der Natur auch mathematische Körper? — Der nicht ausgefüllte Raum heißt Platz.

II. Das Aeußere oder die Außenseite des Körpers macht seine Grenzen. Die Grenze desselben heißt Fläche, die ganze Außenseite aber Oberfläche. Die Grenze der Fläche ist die Linie, die Grenze der Linie ist der Punkt.

III. **Der Körper hat eine dreifache, die Fläche eine zweifache, die Linie eine einfache, der Punkt keine Ausdehnung.**

Anm. Der Körper dehnt sich zwar nach allen Seiten aus; aber man unterscheidet drei Hauptrichtungen: nach vorn und hinten, nach rechts und links, nach oben und unten. Die Fläche dehnt sich je nach ihrer Lage aus: nach vorn und hinten, nach rechts und links; oder nach vorn und hinten, nach oben und unten; oder nach rechts und links, nach unten und oben. Die Linie geht nach vorn und hinten, oder nach rechts und links, oder nach unten und oben.

IV. **Da die Ausdehnung durch Messen bestimmt wird; so sagt man auch: der Körper hat drei Abmessungen (Dimensionen). Die Abmessungen werden theils nach der Verschiedenheit der Gegenstände, theils nach ihrer verschiedenen Lage auch verschieden benannt: Länge, Breite, Höhe, Tiefe, Dikke.**

Anm. Die Ausdehnung von unten nach oben heißt gewöhnlich Höhe, die größere der beiden andern Ausdehnungen Länge, die kürzere Breite. Ein Haus, eine Stube ist lang, breit und hoch. — Ein Graben, ein Fluß, ein Keller ist lang, breit und tief. Ein Kasten, eine Höhle ist breit, hoch und tief. Welche Ausdehnung bezeichnet hier die Tiefe? — Ein Bret, ein Balken ist lang, breit und dikk. Ein Baum ist hoch und dikk. Hat er also nur zwei Abmessungen?

V. **Die Fläche hat zwei Abmessungen: Länge und Breite, oder Länge und Höhe, oder Breite und Höhe. Die Linie hat nur eine Abmessung; sie gibt die Länge, Breite, Höhe, Tiefe, Dikke eines Dinges an. Der Punkt hat keine Abmessung; er ist nur eine gedachte Stelle im Raume.**

Wie unterscheiden sich der Körper und die Fläche? Worin kommen sie überein? Hat die Fläche auch Dikke? Kann man aus Flächen einen Körper bilden (zusammensetzen)? Gibt es für sich bestehende Flächen? Ist ein Papierblatt ein Körper oder eine Fläche? Wird eine Wand, welche angestrichen oder tapezirt werden soll, als Fläche oder als Körper betrachtet? Begreift die Größe eines Akkers oder einer Matte auch die Tiefe, oder nur Länge und Breite in sich? Wie unterscheiden sich die Fläche und die Linie? Worin kommen sie überein? Kann man aus Linien eine Fläche bilden? Hat eine Linie auch Breite oder Dikke? Ist ein mit Kreide oder Bleistift gemachter Strich eine Linie? Ist ein mit Kreide, Bleistift oder Dinte gemachter Dupfen ein (geometrischer) Punkt? Wie unterscheiden sich Dupfen und Punkt? Läßt sich aus Dupfen ein Strich, aus Punkten eine Linie bilden? Ist der Punkt ein Theil der Linie, oder die Linie ein Theil der Fläche, oder die Fläche ein Theil des Körpers? Läßt sich ein Punkt in Theile zerlegen? Was heißt dies: mache oder zeichne einen Punkt, eine Linie?

Der Punkt.

§. 2.

Da der Punkt keine Ausdehnung hat, so ist er auch für sich allein keiner Betrachtung fähig. Zwei und mehr Punkte lassen sich aber ihrer gegenseitigen Lage nach betrachten.

Aufgaben. 1) Zeichne einen Punkt und dann einen zweiten: a) rechts neben, b) links neben, c) über, d) unter dem ersten.

2) Zeichne zwei Punkte: der zweite soll a) rechts oben, b) links oben, c) rechts unten, d) links unten vom ersten liegen.

3) Zeichne 3 Punkte: a) der zweite liege rechts, der dritte links neben dem ersten und jene stehen gleich weit von diesem ab; b) der zweite und dritte liegen rechts neben dem ersten, und der dritte stehe vom zweiten so weit ab, als dieser vom ersten; c) der zweite und dritte liegen eben so links vom ersten. — Entsteht in diesen Fällen eine gleiche oder eine verschiedene Zeichnung?

4) Zeichne 3 Punkte: a) der zweite liege links, der dritte rechts neben dem ersten und stehe von ihm doppelt so weit ab als der zweite; b) der zweite liege rechts, der dritte links neben dem ersten und stehe von ihm doppelt so weit ab, als der zweite.

5) Zeichne 3 Punkte: a) der zweite liege über, der dritte rechts neben dem ersten; b) der zweite liege über und der dritte links neben dem ersten; c) der zweite liege unter und der dritte rechts neben dem ersten; d) der zweite liege unter, der dritte links neben dem ersten.

6) Wiederhole die unter Nro. 3. gestellten 4 Aufgaben, jedoch so, daß der dritte Punkt vom ersten doppelt so weit absteht, als der zweite.

7) Mache die Aufgabe Nro. 3. so, daß der dritte Punkt vom ersten nur halb so weit absteht als der zweite.

8) Zeichne 3 Punkte: a) der zweite liege rechts oben und der dritte links oben vom ersten; b) der zweite liege links unten und der dritte rechts unten vom ersten; c) der zweite liege rechts oben und der dritte rechts unten vom ersten; d) der zweite liege links oben und der dritte links unten vom ersten.

9) Wiederhole die vorigen 4 Aufgaben (Nro. 8) so, daß der zweite und dritte Punkt vom ersten gleich weit abstehen.

10) Zeichne 2 Punkte neben einander, und der dritte liege a) oberhalb, b) unterhalb derselben aber sei gleich weit von jedem entfernt.

11) Zeichne 2 Punkte über (oder unter) einander, und den dritten a) rechts, b) links gleich weit von ihnen entfernt.

Anm. Aehnliche Aufgaben mögen mit 4, 5, 6 Punkten vorgenommen, von den Schülern selbst aufgesucht und gestellt werden.

Die Linie.

§. 3.

I. Die Linien sind ihrer Richtung nach von zweierlei Art; gerade oder krumm. Eine gerade Linie ist eine solche Linie, welche in ihrer ganzen Ausdehnung immer die nämliche Richtung hat. (Fig. 1.) Sie wird auch schlechthin eine Gerade genannt. Eine krumme Linie ist eine solche, welche in ihrer ganzen Ausdehnung die Richtung stets verändert. (Fig. 2.)

a) Wie viele Richtungen hat eine gerade, eine krumme Linie? Sind die Richtungen einer krummen Linie von einander geschieden, oder gehen sie nur stets in einander über? Wie heißt der Weg, den ein von einer Stelle zu einer andern fortbewegter Punkt zurücklegt? Wie ist dieser Weg, wenn der fortbewegte Punkt von seiner Richtung nie oder stets abweicht?

b) Ziehe eine gerade Linie und mache außerhalb (über, oder unter, links oder rechts von) derselben einen Punkt: steht jene überall gleich weit von diesem ab? Kann man eine krumme Linie ziehen, die von einem Punkte allenthalben gleich weit entfernt ist? Kann eine solche krumme Linie in sich selbst zurücklaufen? — Ist eine krumme Linie, die in allen ihren Theilen von einem Punkte gleich weit absteht, gleichmäßig gekrümmt oder nicht? Ist die krumme Linie Fig. 2. auch gleichmäßig gekrümmt?

II. Eine krumme Linie, welche gleichmäßig gekrümmt ist, heißt eine **Bogenlinie**. (Fig. 3.) Eine in sich geschlossene krumme Linie, die von einem Punkte überall gleich weit absteht, heißt **Kreislinie**. Der Punkt, von welchem die ganze Kreislinie gleich weit absteht, heißt ihr **Mittelpunkt**. (Fig. 4.)

Anm. Die gerade Linie soll von nun an immer durch die Buchstaben g. L., die krumme durch k. L. angedeutet werden. — Eine begrenzte g. L. bezeichnet man (im Schreiben und Sprechen durch 2 Buchstaben an ihren beiden Enden, z. B. die g. L. **ab** Fig. 1. Eine k. L. wird durch drei Buchstaben bezeichnet, z. B. die k. L. **abc**, **mop**, **DEF** (Fig. 2, 3, 4).

c) Kann man durch einen Punkt nur eine oder viele g. L. ziehen? Wenn man durch einen bestimmten Punkt eine g. L. ziehen soll, weiß man dann schon, wohin sie gehen muß? Bestimmt also ein Punkt die Richtung einer g. L.? Durch wie viele Punkte wird die Richtung einer g. L. bestimmt? Wie viele g. L. kann man durch zwei Punkte ziehen? Wie viele und welche Punkte bestimmen die Länge (Größe) einer g. L.? Kann man auch die Richtung einer g. L. durch ihre Endpunkte bestimmen? Wie viele Punkte sind höchstens und wenigstens erforderlich, um die Richtung und Größe einer g. L. zu bestimmen? Reichen auch 3 Punkte dazu hin und wie? – Kann man durch 2 Punkte nur eine k. L. ziehen? Gibt es mehr als eine kürzeste Linie zwischen 2 Punkten. Ist nun die g. L. oder die k. L. der kürzeste Abstand zweier Punkte von einander?

III. Bei jeder g. L. ist Richtung und Länge (Größe) zu unterscheiden. Die Richtung wird durch 2 Punkte bestimmt, ebenso die Größe. Durch die Endpunkte einer g. L. kann man auch ihre Richtung und Größe zugleich bestimmen. Man unterscheidet den Anfangspunkt und Endpunkt. —

Durch zwei Punkte kann man nur eine g. L., aber viele k. L. ziehen. Die kürzeste Entfernung zweier Punkte von einander ist eine g. L.

Die g. L. werden nach ihrer verschiedenen Lage auch verschieden benannt. Eine g. L. zwischen zwei neben einander liegenden Punkten heißt eine liegende Linie. Eine g. L. zwischen zwei über- oder unter einander liegenden Punkten heißt eine stehende Linie. Jede g. L., welche weder liegend noch stehend ist, heißt eine schiefe Linie. Eine schiefe Linie ist rechts steigend, wenn der Endpunkt rechts oben vom Anfangspunkt liegt; links steigend, wenn der Endpunkt links oben vom Anfangspunkt ist; rechts fallend, wenn der Endpunkt rechts unten vom Anfangspunkt ist; links fallend, wenn der Endpunkt links unten vom Anfangspunkt ist.

Eine g. L. läßt sich ihrer Richtung unbeschadet verlängern oder verkürzen. Umgekehrt kann sie unbeschadet ihrer Länge liegend, oder stehend, oder steigend oder fallend sein. Richtung und Größe einer g. L. sind ganz unabhängig von einander.

d) 1) Ziehe 4 gleichlange Linien neben einander, dann über einander. 2) Ziehe mehrere gleichlange stehende Linien. 3) Ziehe mehrere rechtssteigende, linkssteigende, rechts fallende, links fallende Linien. Sind eine rechts steigende und links fallende g. L. der Richtung nach ganz verschiedene Linien? Worauf kommt es dabei an? — Wie verhält es sich mit der links steigenden und rechts fallenden g. L.?

IV. Zwei Punkte liegen unter sich immer in einer g. L.; aber 3 und mehr Punkte können sich in der Richtung einer g. L. befinden oder nicht. Im ersten Fall liegen sie in einerlei, im andern Falle aber in verschiedener Richtung.

e) Ziehe g. L. zwischen 3 Punkten in verschiedener Richtung. Wie viel g. L. sind möglich? Warum? — Ziehe g. L. zwischen 4, 5, 6 Punkten in verschiedener Richtung. Wie viel g. L. sind jedes Mal möglich? Warum?

Z. B. Zwischen 4 Punkten sind 6 g. L. möglich. Aus jedem Punkt gehen 3 Linien nach den übrigen 3 Punkten; dies macht 4. 3. g. L; dabei ist aber jede Linie doppelt gerechnet, also gibt es nur $\frac{4.\ 3}{2}$ Linien. — Oder: Aus dem ersten Punkt zieht man nach den übrigen 3 Punkten wirklich 3 Linien. Aus dem zweiten Punkt kann man nun nicht mehr nach dem ersten, wohl aber nach dem dritten und vierten Punkte 2 Linien ziehen. Aus dem dritten Punkte kann man nicht mehr nach dem ersten und zweiten, wohl aber nach dem vierten noch eine Linie ziehen. Aus dem vierten Punkte ist nun keine mehr möglich. Also sind es $3 + 2 + 1 = 6$ Linien.

V. Die Länge einer g. L. wird durch Messen gefunden; dazu ist aber eine bestimmte Linienlänge als Einheit erforderlich. Diese Einheit heißt Maß, Maßstab, Grundmaß, Linienmaß, Längenmaß. — Auch die k. L. wird mit dem geraden Linienmaß gemessen. Man sucht nämlich zu bestimmen, wie lang dieselbe in gerader Richtung ist. —

Es gibt natürliche und künstliche Maße. Natürliche Maße sind, die Spanne, die Faustlänge, die Handlänge, die Armlänge, der Fuß, der Schritt.

Sind diese natürlichen Maße bei jedem Menschen gleich? Ist es gleichgiltig, ob ein Knabe oder ein Mann mit seinem Fuß oder Schritt eine Strekke (z. B. die Länge eines Akkers) abmißt? Oder sind 100 Knabenschritte so groß als 100 Manneschritte? Sind so veränderliche Maße allgemein brauchbar?

Die künstlichen Maße sind (wenigstens in den einzelnen Ländern) unveränderlich. Das gewöhnliche Grundmaß aller Längenmaße ist der Fuß oder Schuh, von der Länge eines Mannsfußes hergenommen. Man unterscheidet einen neuen und alten Fuß. —

Der neue Schweizerfuß ist in 10 gleiche Theile, welche Zolle heißen, der Zoll in 10 Linien eingetheilt. Ein größeres Maß ist die Ruthe, welche aus 10 Schuhen besteht. Das neue Maß ist also zehntheilig und heißt daher Dezimalmaß (abgekürzt: Dm.). — Die Ruthe des alten Maßes ist meistens in 12 Fuß, der Fuß in 12 Zoll, und der Zoll in 12 Linien eingetheilt. Dieses zwölftheilige alte Maß heißt daher Duodezimalmaß (Ddm.) — Der alte Duodezimalfuß wird auch Werkschuh genannt.

Für die einzelnen Maße hat man besondere Zeichen. Man bezeichnet die Ruthe durch eine Null, den Fuß durch ein Strichlein, den Zoll durch 2 und die Linie durch 3 Strichlein.

Dm. $1^0 = 10' = 100'' = 1000'''$

$1' = 10'' = 100'''$

$1'' = 10'''$

$$\begin{aligned} \text{Ddm. } 1^0 &= 12' = 144'' = 1728''' \\ 1' &= 12'' = 144''' \\ 1'' &= 12''' \end{aligned}$$

Außer den genannten gibt es noch folgende Maße: 1 Elle = 2′; 1 Stab = 2 Ellen = 4′; 1 Klafter (Faden) = 6′; 1 neue Wegstunde = 16000 neue Schweizerfuß.

f) Eine Schnur, welche an beiden Enden befestigt, aber nicht angespannt ist, bildet eine Bogenlinie. Wird sie länger oder kürzer, wenn man sie spannt oder in gerade Richtung bringt? Der Faßreif ist zuerst gerade; erleidet seine Länge eine Veränderung, wenn man ihn um das Faß biegt? — Der Eisenreif um das Wagenrad. Was heißt es: der Umfang eines Rades ist 6′ lang?

g) Theile eine g. L. in 2 gleiche Theile. Der Theilpunkt liegt in der Mitte der Linie. Halbire auch eine Bogenlinie. — Wie theilt man eine g. L. in 4 oder 8 gleiche Theile? Wie viele Theilpunkte hat sie dann? — Theile eine g. L. in 3 gleiche Theile. — Sind alle Theile zusammen so groß, als die getheilte Linie selbst? — Ziehe eine g. L. durch eine Kreislinie, so daß sie Letztere halbirt. Durch welchen Punkt muß die g. L. gehen?

Anm. Jeder Schüler besitze wenigstens einen Zirkel und dann einen Maßstab von Holz, mit Papier überzogen, auf welchem der neue Schweizerfuß, in Zolle und Linien getheilt, genau aufgetragen ist. Er sei so eingerichtet, daß er jetzt zum Theil, später vollständig als verjüngter Maßstab gebraucht werden kann.

h) Zeichne mit deinem Maßstabe eine Linie, welche 5″, 7″, 3″, 6″, 8″, 2″ 4‴, 3″ 2‴, 4″ 6‴, 5″ 9‴, 6″ 3‴, 7″ 5‴, 8″ 4‴, 9″ 1‴ lang ist.

i) Die Bank, in der du sitzest, ist 8′ lang; kannst du wohl auf Papier oder auf deiner Schiefertafel eine so lange Linie ziehen? Wenn du aber denkst, ein Zoll deines Maßstabes stelle eine Fußlänge der Bank vor; kannst du wohl dann die Banklänge auf deiner Tafel abzeichnen? Wie viel Zolle deines Maßstabes brauchst du dazu? Zeichne nun die Banklänge. Ist nun die gezeichnete Linie die wirkliche oder eine eingebildete (vorgestellte) Banklänge? Um's wie Vielfache ist eine solche eingebildete Fußlänge kleiner als der wirkliche Fuß? Um's wie Vielfache ist also die eingebildete Banklänge kleiner, als die Bank wirklich lang ist? u. s. w.

VI. Ein Maßstab, welcher in mehrfach verkleinertem

Maße eine wirkliche Länge vorstellt, heißt ein **verjüngter Maßstab**. Mit Hilfe desselben kann man auch große Längen abbilden. Er kann um's Zehnfache, Hundertfache, Tausendfache u. s. w. verjüngt (verkleinert) sein.

k) Zeichne nach dem zehnfach verjüngten Maßstabe Linien von 6′ 3″, 4′ 5″, 8′ 2″, 5′ 7″, 9′ 6″, 1′ 8″, 7′ 4″, dann nach dem 100fach verjüngten Maßstabe Linien vom 3° 8′, 5° 2′, 7° 2′, 9° 6′, 8° 5′, 2° 8′, 4° 9′ u. s. w.

Anm. Umgekehrt werden beliebig lang gezeichnete Linien mit dem verjüngten Maßstabe gemessen.

§. 4.

Zwei g. L. können ihrer Richtung und Größe nach mit einander verglichen werden.

a) Ziehe eine liegende g. L. und dann noch eine andere g. L.; welche Lage kann diese gegen jene haben? — Ziehe eine stehende g. L. und dann noch eine andere g. L.; welche Lage kannst du dieser gegen jene geben? — Ziehe eine schiefe g. L. und dann u. s. w.

Zwei gerade Linien haben entweder **einerlei** Richtung, oder eine **gleiche** oder eine **ungleiche** Richtung. (Fig. 5, 6, 7.) Linien von **einerlei** Richtung, sind **einerleilaufend**; sie können zugleich liegend, oder stehend, oder schief sein. Linien von gleicher Richtung sind **gleichlaufend** (**parallel**); Linien von ungleicher Richtung sind **ungleichlaufend**. — Das Zeichen der Parallelität ist ♯.

I. Bei zwei geraden Linien von einerlei Richtung kann man ihren gegenseitigen Abstand betrachteu.

b) Zeichne zwei einerleilaufende g. L. und verlängere die eine gegen die andere hin; was entsteht dadurch? — Ziehe zwei solche g. L., die gleich lang sind und um ihre Länge von einander abstehen. — Ziehe zwei solche g. L. gleich lang; ihr Abstand soll der halben Länge gleich sein. — Ziehe drei solche g. L. von gleicher Länge, so daß die erste von der zweiten so weit absteht, als diese von der dritten. — Wiederhole die vorige Aufgabe, mache aber den Abstand so groß als eine der Linien selbst. — Zeichne 3 solche Linien; die mittlere soll doppelt so groß sein, als jede andere, und von jeder gleich weit abstehen.

c) Zeichne zwei gleichl. liegende g. L. Haben sie eine Richtung gegen einander? Können sie je einander treffen, wenn man sie auch noch weit verlängert? Wie ist deßhalb überall ihr gegenseitiger Abstand? — Ziehe ebenso stehende, schiefe gleichlaufende Linien. — Durch wie viele Punkte wird die Richtung der ersten gleichlaufenden bestimmt? Wie viel Punkte erfordert dann noch die zweite?

II. Gleichlaufende Linien haben keine Richtung gegen einander, (keine Gegenrichtung), können nicht zusammentreffen und stehen überall (in ihrer ganzen Ausdehnung) gleich weit von einander ab. — Die Richtung zweier Gleichlaufenden wird durch drei Punkte bestimmt.

d) Ziehe 3 liegende gleichlaufende g. L.; die mittlere soll von den beiden andern gleich weit abstehen; die Endpunkte sollen auf beiden Seiten in einerlei Richtung liegen, so daß zwei g. L., welche durch die Endpunkte gehen, in der Mitte über den gleichlaufenden L. zusammen treffen (Fig. 8.).

e) Ziehe 2 ungleichl. g. L. Haben sie eine Gegenrichtung? Können sie bei hinreichender Verlängerung einander treffen und auf welcher Seite? Ist ihr gegenseitiger Abstand überall gleich? Wie unterscheiden sich gleichlaufende und ungleichlaufende g. L.? Wenn du die vorigen ungleichl. L. über ihren Treffpunkt hinaus verlängerst, haben sie dann in ihrer weitern Ausdehnung auch noch eine Gegenrichtung? Wie laufen sie denn? Können sie sich also noch ein Mal treffen? In wie viel Punkten treffen sich 2 ungleichl. g. L.? Wie viel Punkte sind erforderlich, um die Richtung von 2 sich treffenden g. L. zu bestimmen?

III. Zwei ungleichlaufende gerade Linien können einander nur in einem Punkte treffen oder durchschneiden. Die Gegenrichtung zweier sich treffenden geraden Linien heißt Winkel. Der Winkel gibt an, um wie viel die Richtung der einen Linie von der Richtung der andern abweicht. Die Richtung der beiden Schenkel wird durch drei Punkte bestimmt. Die Linien, welche den Winkel bilden, heißen Schenkel desselben. Ihr Treffpunkt wird Winkelspitze genannt. —

Anm. Man benennt einen Winkel auf dreierlei Art: durch einen Buchstaben außen an der Winkelspitze, oder durch einen Buchstaben zwischen den Schenkeln, oder durch drei Buchstaben, wobei der Buchstabe außen an der Winkelspitze immer in der Mitte gesetzt (geschrieben und gelesen) wird. Der Winkel Fig. 9. heißt also a oder m oder bac. Statt des Wortes „Winkel“ setzt man auch bloß den Anfangsbuchstaben W. oder das Zeichen V. — Manchmal macht man auch zwischen den Schenkeln eines W. eine Bogenlinie. Dies geschieht besonders, wenn mehrere W. eine gemeinschaftliche Spitze haben, um sie besser von einander unterscheiden zu können.

f) Zeichne einen W., verkürze die Schenkel, verlängere sie wieder: wird dadurch die Richtung jedes Schenkels verändert? Wird dadurch die Größe des W. verändert, d. h. erhalten dadurch die Schenkel eine kleinere oder größere Gegenrichtung? Warum? (§. 3. III.) Zeichne 4 gleiche W., so daß die Schenkel jedes folgenden größer sind, als die des vorhergehenden; die Winkelspitze liege links. Wiederhole die Aufgabe, aber die Winkelspitze liege rechts, oben, endlich unten.

g) Zeichne 3. W.; der erste Schenkel sei liegend, der zweite gehe vom linken Endpunkt aus und sei rechts steigend, dann aufwärts stehend, endlich links steigend. Welcher W. ist der kleinste u. s. w. — Zeichne 3 W. mit einem liegenden Schenkel; der zweite Schenkel gehe vom rechten Endpunkt aus und sei links steigend, dann aufwärts stehend, endlich rechts steigend. — Zeichne 3 W. mit einem liegenden Schenkel; der zweite Schenkel sei im linken Endpunkt rechts fallend, dann abwärts stehend, dann links fallend. — Zeichne 3 W. mit einem liegenden Schenkel; der zweite Schenkel sei im rechten Endpunkt links fallend, abwärts stehend, rechts fallend.

h) Zeichne 3 W. mit einem stehenden Schenkel. Wo liegt der Punkt, von dem der zweite Schenkel ausgeht? Was für eine Lage kann der zweite Schenkel haben? u. s. w. (wie unter g.)

i) Wie viele W. können von 2 ungleichl. g. L. gebildet werden? Wann bilden sie einen, zwei, vier W.? Wie viele Schenkel sind zu unterscheiden, wenn 2 ungleichl. g. L. einen, oder 2, oder 4 W. bilden? Welches sind Fig. 10. die Schenkel des W. u, und des W. x? Wie ist der mittlere Schenkel BD und die Winkelspitze B in Bezug auf beide W. u und x? Was machen die beiden äußern Schenkel AB und BC zusammen aus? — Welche Lage haben Fig. 11 die Winkel d und p gegen einander, und dann die W. e und f?

IV. Zwei ungleichlaufende gerade Linien bilden einen Winkel, wenn sie nur bis zu ihrem Treffpunkt gehen. Sie bilden zwei Winkel, wenn die eine über den Treffpunkt hinausgeht. Diese Winkel heißen Nebenwinkel.

Sie bilden vier Winkel, wenn beide über den Treffpunkt hinausgehen oder sich durchschneiden. **Nebenwinkel** sind solche Winkel, welche einen gemeinschaftlichen Schenkel und eine gemeinschaftliche Winkelspitze haben, und deren äußere Schenkel zusammen eine gerade Linie bilden. Die entgegengesetzten Winkel beim Durchschnitt zweier gerader Linien heißen **Scheitelwinkel**. — Nebenwinkel sind u und x Fig. 10, Scheitelwinkel sind d und h, dann f und e Fig. 11. —

k) Entstehen beim Durchschnitt zweier Linien (wie Fig. 11) auch Nebenw.? Wie viel Paare und welche sind es?

§. 5.

a) Ziehe eine liegende g. L. und aus einem Punkte derselben (etwa in der Mitte) eine rechtssteigende g. L. Was für W. entstehen dadurch? Sind sie gleich oder ungleich groß? Welcher ist der größere, welcher der kleinere? Kann man den mittleren Schenkel auch so ziehen, daß die Nebenw. gleich werden? Wie muß er gezogen werden? — Zeichne noch mehr gleiche Nebenw. Die äußern Schenkel seien eine liegende g. L. Der mittlere Schenkel sei erstlich aufwärts stehend, dann abwärts stehend. — Die äußern Schenkel machen eine stehende Linie; der mittlere Schenkel sei rechts liegend, dann links liegend. — Die äußern Schenkel machen eine rechts steigende (oder links fallende) g. L.; der mittlere Schenkel sei links steigend, dann rechts fallend. — Die äußern Schenkel sollen eine links steigende (oder eine rechts fallende) g. L. bilden; der mittlere Schenkel sei rechts steigend, dann links fallend.

I. Die Nebenwinkel können gleich oder ungleich sein. Die gleichen Nebenwinkel heißen **rechte Winkel**; die ungleichen Nebenwinkel heißen **schiefe Nebenwinkel** — Die Linien, welche rechte Winkel bilden, stehen **senkrecht** auf einander und heißen **senkrechte Linien**. Eine senkrechte gerade Linie wird auf schlechthin eine **Senkrechte** genannt.

b) An wie viele W. muß man denken, wenn von rechten oder gleichen Nebenw. die Rede ist? Kann ein Winkel nicht **allein** ein rechter sein? Zeichne zwei gleiche Nebenw., streiche dann einen äußern Schenkel aus; ist nun der zurückbleibende W. kein rechter mehr? Wenn du nun einen Schenkel dieses rechten W. (oder eine der beiden Senkrechten) verlängerst, was entsteht dann? Was entsteht, wenn du beide Schenkel verlängerst? Wie viele Schenkel sind es nun? Wie viele Linien sind es und wie durchschneiden sie sich?

Anm. Wenn eine Schnur, an deren einem Ende eine Bleikugel befestigt ist, am andern Ende frei aufgehängt wird, und sich dann ganz in Ruhe befindet; so ist sie nach oben und unten gerichtet. Eine solche Schnur heißt Loth oder Bleiloth. Die Gerade, welche das freihangende, ruhige Loth vorstellt, heißt Lothlinie. Was mit der Lothlinie gleichlaufend ist, das ist lothrecht (nach dem Lothe gerichtet). Denkt man sich die Lothlinie bis zum Himmelsgewölbe verlängert, so trifft sie einen Punkt, welcher Scheitelpunkt heißt, weil er sich über unserm Scheitel befindet. Die Lothlinie kann daher auch Scheitellinie heißen; und statt lothrecht sagt man auch scheitelrecht (vertikal). Der in Ruhe befindliche Perpendikel einer Uhr ist ebenfalls lothrecht; daher heißt perpendikulär so viel als lothrecht. Wozu bedient sich der Maurer, der Zimmermann, der Tischler des Bleilothes? Wie viel Scheitellinien sind aus einem Punkte im Raume möglich. Was für ein Unterschied ist zwischen lothrecht und senkrecht?

Die Oberfläche des stillstehenden Wassers ist überall gleich hoch; kein Punkt derselben liegt höher oder tiefer als der andere. Ebenso ist es bei einem im Gleichgewicht befindlichen Wagebalken. Derselbe ist also mit der Oberfläche des stillstehenden Wassers gleichlaufend. Was nun mit der Oberfläche des stillstehenden Wassers oder mit einem im Gleichgewicht befindlichen Wagebalken gleichlaufend ist, das ist wasserrecht oder wagrecht. Unser Gesichtskreis (Horizont) ist somit wasserrecht oder wagrecht; daher sagt man statt wasserrecht oder wagrecht auch horizontal. — Wie steht ein lothrechter Gegenstand auf einem wagrechten? Was für Winkel bildet eine scheitelrechte Gerade mit einer Horizontalen? Wie ist die Richtung des Fußbodens, der Wände eines Zimmers? Setzwage und ihr Gebrauch.

II. Ein Winkel kann auch allein ein rechter sein. Wenn aber ein Schenkel desselben über die Winkelspitze hinaus verlängert wird, so entsteht noch ein rechter Winkel. Der rechte Winkel wird schlechthin durch R. bezeichnet. — Wenn zwei gerade Linien sich senkrecht durchschneiden, so entstehen vier R.

c) Zeichne mehrere rechte W.; die Winkelspitze liege rechts unten, links unten, rechts oben, links oben. Welche Lage haben jedes Mal die Schenkel? — Ferner zeichne rechte Winkel: die Spitze liege unten, oben, rechts, links. Welche Lage haben auch hier die Schenkel? Ziehe zwei Gerade, die sich senkrecht durchschneiden: die eine sei liegend, die andere stehend; beide seien schief.

d) Zeichne ein Paar rechte Nebenw. — Aendert sich die Größe beider W., wenn du die Linien an eine andere Stelle denkst? Wenn du nun an einer andern Stelle noch ein Paar rechte Nebenw. machest, sind sie größer oder kleiner als die vorigen? Sind also die rechten W. ihrer Größe nach veränderlich oder unveränderlich? Sind alle rechten W. der Größe nach gleich oder ungleich? Sind die schiefen W. veränderlich oder unveränderlich?

e) Womit werden die L. gemessen? Könnte man die L. auch mit einem andern Maße, z. B. mit dem Fruchtmaße messen? Wie muß das zu Messende und sein Maß beschaffen sein? Was muß also das Maß der W. sein? Eignet sich ein veränderlicher W. als Maß der W.? Welcher W. ist unveränderlich und kann daher als Maß der übrigen W. dienen?

III. Der rechte Winkel hat eine unveränderliche Größe. Alle rechten Winkel sind gleich. Der rechte Winkel dient als Maß der übrigen Winkel, und wird deshalb in 90 gleiche Theile (kleine Winkelchen) eingetheilt, welche Grade heißen. Ein Grad wird in 60 Minuten (gleiche Theile), eine Minute in 60 Sekunden, und eine Sekunde in 60 Terzien eingetheilt. Also ist eine Tertie der 60ste Theil einer Sekunde; eine Sekunde ist der 60ste Theil einer Minute; eine Minute ist der 60ste Theil eines Grades; ein Grad ist der 90ste Theil eines Winkels. — Man bezeichnet die Grade durch eine Nulle, die Minuten durch ein Strichlein, die Sekunden durch zwei und die Terzien durch drei Strichlein. Ein Winkel von 48 Grad 39 Min. und 25 Sek. wird geschrieben: $48^0\ 39'\ 25''$.

$$1\ \text{R} = 90^0 = 5400'$$
$$2\ \text{R.} = 180^0 = 10800'$$
$$3\ \text{R.} = 270^0 = 16200'$$
$$4\ \text{R.} = 360^0 = 21600'$$

$1/2$ R. $= 45^0$	$1/4$ R. $= 22\,1/2^0 = 22^0\ 30'$
$1/3$ R. $= 30^0$	$3/4$ R. $= 67\,1/2^0 = 67^0\ 30'$
$2/3$ R. $= 60^0$	$1/8$ R. $= 11\,1/4^0 = 11^0\ 15'$

Anm. Seit 1795 theilen die Franzosen den rechten W. auch in 100^0, den Grad in $100'$, die Minute in $100''$ ein.

f) Ist Fig 12 der W. abc größer oder kleiner als 1 R? Wie verhält sich Fig. 13 der W. def zu 1 R., und wie zu 2 R.? Wie verhält sich Fig. 14 der W. ghi zu 2 R., und wie zu 3 R.? Wie verhält sich Fig. 15 der W. nop zu 2 R., und wie zu 4 R.? Welcher dieser W. enthält weniger als 90°; welcher mehr als 90° aber weniger als 180°; welcher mehr als 180°, aber weniger als 270°; welcher mehr als 180° aber weniger als 360°? Welcher W. ergänzt den W. abc oder den W. def zu 180°, hingegen den W. ghi oder den W. nop zu 360°?

IV. Alle nicht rechten Winkel heißen schiefe Winkel. Die schiefen Winkel werden nach ihrer verschiedenen Größe auch verschieden benannt. Ein Winkel, welcher kleiner ist als ein Rechter, heißt ein spitzer Winkel. Ein Winkel, welcher größer ist als 1 R., aber kleiner als 2 R., heißt ein stumpfer Winkel. — Ein Winkel, welcher größer ist als 2 R., aber kleiner als 4 R., heißt ein erhabener Winkel. — Der spitze Winkel enthält weniger als 90°; der stumpfe mehr als 90°, aber weniger als 180°; der erhabene mehr als 180°, aber weniger als 360°. — Der spitze, rechte und stumpfe Winkel werden im Gegensatze vom erhabenen auch hohle Winkel genannt. Die hohlen Winkel sind kleiner als 180°, die erhabenen größer als 180°. — Der W., welcher einen hohlen W. auf 180°, oder einen erhabenen W. auf 360° ergänzt, heißt der Ergänzungsw. desselben. Der spitze W. hat einen stumpfen, der stumpfe einen spitzen, der erhabene einen hohlen Ergänzungsw.

g) Zeichne 3 spitze W.; jeder folgende sei größer als der vorhergehende; der erste Schenkel sei liegend, der zweite steigend, die Winkelspitze liege einmal links, dann (bei drei andern W.) rechts; — der zweite Schenkel sei fallend und die Winkelspitze liege einmal links, dann rechts.

h) Zeichne 3 spitze W., jeden folgenden größer als den vorhergehenden: die Winkelspiße liege erstlich unten, dann (bei drei andern W.) oben, ferner links, endlich rechts.

i) Zeichne 3 stumpfe W., jeden folgenden größer als den vorhergehenden: die Winkelspitze liege rechts unten, links unten, rechts oben, links oben, bloß rechts, links, oben, unten.

Anm. Hier werde die Einrichtung und der Gebrauch des

Transporteurs oder Winkelmessers erklärt, den die Schüler an Bezirksschulen und ähnlichen Anstalten besitzen müssen.

k) Zeichne in den unter g, h, i angegebenen Lagen spitze und stumpfe W. von 18^0, 24^0, 31^0, 37^0, 45^0, 50^0, 56^0, 60^0, 69^0, 75^0, 80^0, 94^0, 100^0, 108^0, 115^0, 122^0, 136^0, 142, 153^0, 162^0, 170^0, 176^0.

l) Mit dem Transporteur lassen sich nur hohle W. unmittelbar auftragen. Soll aber ein erhabener W., Fig. 14 der W. ghi, gezeichnet werden, so bemerke man: Auf der entgegengesetzten Seite desselben liegt ein stumpfer (Fig. 14) oder ein spitzer W. (Fig. 15), der mit dem erhabenen zusammen 360^0 ausmacht oder ihn auf 360^0 ergänzt. Beträgt nun der erhabene W. ghi z. B. 210^0, so beträgt sein hohler Ergänzungsw. $360^0 - 210^0 = 150^0$. Zeichnet man nun auf der entgegengesetzten Seite des erhabenen W. einen hohlen W. von 150^0, so hat man dadurch auch den erhabenen W. von 210^0.

Zeichne erhabene W. von 190^0, 204^0, 218^0, 235^0, 248^0, 260^0, 270^0, 284^0, 296^0, 310^0, 327^0, 338^0, 349^0, 352^0.

§. 6.

a) Eine Linie ist 16′, und eine andere 12′ lang; um wie viel ist jene größer als diese? Eine Linie ist 12′, eine andere 18′ lang; um wie viel ist jene kleiner als die andere? Eine Linie mißt 28′, eine andere 4′; jene ist wie viel Mal so groß als diese? Eine Linie mißt 5′ und eine andere 30′; jene ist der wie vielste Theil von dieser? u. s. w.

Man kann zwei g. L. ihrer Größe nach mit einander vergleichen. Dabei kann gefragt oder bestimmt werden: Um wie viel ist die eine Linie größer als die andere? Um wie viel ist die eine Linie kleiner als die andere? Die eine Linie ist wie viel Mal so groß als die andere? Die eine Linie ist der wie vielste Theil der andern?

Anm. Während die Gleichheit zweier Größen durch zwei gleichlaufende Querstriche (=) bezeichnet wird, gebraucht man für die Ungleichheit zwei schiefe Querstriche, die in einem Punkte zusammenlaufen (< oder >); die Spitze ist der kleineren, die Oeffnung der größeren Größe zugekehrt. Z. B. 1 Ruthe > 1 Fuß; aber 1 Z. < 1 Fuß.

§. 7.

a) Ziehe 3 gleichl. g. L. — Ziehe zwei g. L. gleichlaufend, die dritte ungleichlaufend, so daß sie jene durchschneidet; wie viel Durchschnittspunkte entstehen, und warum? — Ziehe drei ungleichl. g. L., die sich in einem oder in 3 Punkten treffen. Können sich 3 ungleichl. g. L. auch in 2 oder in mehr als 3 Punkten treffen? Warum. — Anm. Die einerlei laufenden g. L. können hier füglich übergangen werden.

I. Drei g. L. sind hinsichtlich der Richtung entweder gleichlaufend, Fig. 16., oder zwei sind gleichl. u. die dritte ist ungleichlaufend fig. 17.; oder alle drei sind ungleichlaufend, treffen sich nur in einem oder in drei Punkten fig. 18. u. 19. — Man kann diese Fälle auch nach den Treffpunkten so bestimmen: Drei g. L. treffen sich entweder in keinem, oder in einem, oder in zwei, oder in drei Punkten. — Drei Gerade von verschiedener Richtung, die sich in 3 Punkten treffen, bilden eine geschlossene Figur; sie können sich gegenseitig begrenzen, wenn sie nicht über die Treffpunkte hinaus verlängert werden Fig. 20. —

b) Wie viele und was für W. bilden 2 gleichl. und 1 ungleichl. g. L., wenn 1) keine derselben über einen Treffpunkt hinausgeht; 2) wenn eine gleichlaufende, 3) wenn beide gleichlaufende über den Treffpunkt hinausgehen; 4) wenn bloß die ungleichlaufende über einen, 5) über beide Treffpunkte hinausgeht; wenn die gleichlaufende und die ungleichlaufenden an dem nämlichen Punkte, 7) nicht am nämlichen Punkte durchgehen; 8) wenn alle 3 L. über die Treffpunkte hinausgehen?

c) Wenn Fig. 17 die Geraden AB und CD von der Geraden EF durchschnitten sind; welche Lage haben in Bezug auf die Parallelen: 1) die W. m, n, y, z, 2) die W. o, p, u, x? 3) Welche Lage haben die Winkelpaare m und u, n und x, o und y, p und z? 4) die Winkelpaare m und y, n und z, o und u, p und x? 5) die Winkelpaare m und z, n und y, o und x, p und u?

II. Wenn zwei Parallelen von einer dritten Geraden durchschnitten werden, so entstehen 8 W., welche man nach ihrer verschiedenen Lage verschieden benennt. Die W. zwischen den beiden Gleichlaufenden heißen innere, jene außerhalb derselben äußere W. — 1) Zwei W.

auf der gleichen Seite beider Parallelen u. der Durchschnittslinie heißen **übereinstimmende W.** Solche sind: m u. u, n u. x, o u. y, p u. z. — 2) Zwei W. auf verschiedener Seite der Parallelen, aber auf der gleichen Seite der Durchschnittslinie heißen **Gegenwinkel**. Innere Gegenw. sind o u. u, dann p u. x; äußere Gegenw. sind m u. y, dann n u. z. — 3) Zwei W. auf verschiedener Seite der Parallelen und der Durchschnittslinie heißen **Wechselwinkel**. Innere Wechselw. sind o u. x, dann p u. u; äußere Wechselw. sind m u. z, dann n u. y.

Anm. Die übereinstimmenden W. werden von Manchen auch innere und äußere Gegenw. genannt.

e) Wie unterscheiden sich die übereinstimmenden W. von den Gegenw., wie von den Wechselw., und wie die Gegenw. von den Wechselw.? — Wenn einer von zwei übereinstimmenden W. spitz oder stumpf ist, wie ist der andere? Wenn einer von zwei innern oder äußern Gegenw., von zwei innern oder äußern Wechselw. spitz oder stumpf ist; wie ist der andere? — Wenn einer der genannten W. ein rechter ist, wie ist der andere?

d) Wie viel Paare übereinstimmende W., innere Gegenw., äußere Gegenw., innere Wechselw., äußere Wechselw. gibt es?

§. 8.

Es sollen mit 4 g. L. ohne Rücksicht auf die Einerleiheit des Laufes alle möglichen Fälle bei gleicher und ungleicher Richtung aufgesucht werden.

a) Zeichne 4 gleichl. g. L. — Ziehe 3 g. L. gleichl., die vierte ungleichl.; wie viel Durchschnittspunkte entstehen? — Ziehe 2 g. L. gleichl.; wie können die beiden andern sein? Wie viel Durchschnittspunkte entstehen in jedem Falle? — Ziehe 4 g. L. ungleichl., in wie vielen Punkten schneiden sie sich?

I. Bei vier g. L. ergeben sich in Bezug auf ihre Richtung folgende Fälle:

α) alle 4 Linien sind gleichl. Fig. 21.
β) 3 derselben sind gleichl., die 4te ist ungleichl. und schneidet jene in 3 Punkten. Fig. 22.
γ) 2 sind gleichl., die beiden andern sind unter sich gleichl. und scheiden die vorigen in 4 Punkten

fig. 23; oder die beiden andern sind auch unter sich ungleichl., und ihr Durchschnittspunkt liegt in einer Gleichlaufenden Fig. 24., so daß drei Durchschnittspunkte entstehen, oder er liegt außerhalb oder innerhalb der Gleichlaufenden, wodurch 5 Treffpunkte entstehen Fig. 25 und 26.

δ) alle 4 L. sind ungleichlaufend und durchschneiden sich in einem Punkte Fig. 27; oder 3 durchschneiden sich in einem Punkt und werden von der 4ten durchschnitten Fig. 28, so daß 4 Durchschnittspunkte entstehen; oder sie durchschneiden sich in 6 Punkten Fig. 29.

b) Warum schneiden sich 4 g. L. nicht bloß in 2 Punkten? — Wie viel Fälle sind bei 4 g. L. in Allem möglich? Ordne dieselben nach den Durchschnittspunkten. Warum können sich 4 g. L. höchstens in 6 Punkten durchschneiden? — Suche die höchste Anzahl der Durchschnittspunkte von 7, 8, 9, 10, 12, 15, 20 ungleichl. g. L. —

Anm. Bei 4 g. L. durchschneidet jede die übrigen 3, also gibt's in Allem 4. 3 Punkte; dabei ist aber jeder Durchschnittspunkt bei 2 L., somit 2 Mal gerechnet, also ist die Anzahl der Durchschnittspunkte $= \frac{4.\ 3}{2} = 6$. — Oder: die erste L. schneidet die 3 übrigen in 3 Punkten; die zweite kann nicht mehr die erste in einem besondern Punkte, wohl aber die dritte und vierte in noch 2 Punkten schneiden; die dritte kann die erste und zweite nicht mehr, sondern nur noch die vierte in 1 Punkt schneiden; die vierte kann keine der vorigen mehr in einem besondern Punkte schneiden; also ist die höchste Anzahl der Durchschnittspunkte $= 3 + 2 + 1 = 6$.

c) Ist eine gleiche höchste Anzahl nicht auch schon bei den Punkten vorgekommen, zwischen welchen g. L. gezogen worden sind? (§. 3, e). — Woher rührt diese Uebereinstimmung?

d) In wie vielen Punkten werden 4, 6, 8, 9, 10, 12 gleichl. g. L. von 2, 3, 4, 5, 6 andern gleichl. g. L. geschnitten?

e) Wenn 6 gleichl. Stäbe mit 3 andern gleichl. Stäben in jedem Durchschnittspunkt mit einem Nagel befestigt werden sollen; wie viele Nägel sind erforderlich?

Die Fläche.

§. 9.

Die Fläche hat eine zweifache Ausdehnung; deßhalb

muß auch die Richtung nach dieser zweifachen Ausdehnung betrachtet werden.

a) Ist unser Fußboden der Länge nach gerad oder krumm? Wie ist er der Breite nach? Wie ist also der Fußboden in seiner zweifachen Ausdehnung? Gebt noch mehrere Flächen an, welche in ihrer zweifachen Ausdehnung gerad sind.

b) Ist die Oberfläche einer Säule der Höhe oder dem Umfang nach — gerad oder krumm? Wie ist also die Oberfläche einer Säule in der einen, wie in der andern Ausdehnung? Gebt noch andere Flächen an, die in der einen Ausdehnung gerad, in der andern krumm sind. Was für eine Richtung hat die Außenseite eines gewöhnlichen Hutkopfes, einer Strikknadel, eines Gewehrlaufes, einer Kanone, eines Dachkennels?

c) Wie ist die Ausdehnung eines Eies von einer Spitze zur andern, wie um das Ei herum? Wie ist also die Oberfläche des Eies in ihrer zweifachen Ausdehnung? Oberfläche einer Kirsche, Kürbisflasche, Glokke, eines Kirchthurmknopfes.

I. Es gibt der Richtung nach zweierlei Flächen: gerade und krumme. Eine gerade Fläche ist eine solche, die in ihrer zweifachen Ausdehnung gerad ist. Sie heißt auch eine ebene Fläche oder schlechthin Ebene. — Die krummen Flächen sind entweder einfach oder doppelt gekrümmt. Eine einfach gekrümmte Fläche ist eine solche, die in einer Ausdehnung gerad und in der andern krumm ist. Eine doppelt gekrümmte Fläche ist eine solche, die in ihrer zweifachen Ausdehnung krumm ist.

d) Gebt Ebenen an, dann einfach gekrümmte, ferner doppelt gekrümmte Flächen. — Die Fläche eines Kessels ist gewöhnlich oben einfach gekrümmt, unten doppelt gekrümmt. Wer kennt noch mehr solche Flächen.

c) Denke dir eine g. L., lege sie in Gedanken auf die Ebene deiner Tafel, so daß sie auf derselben in zwei Punkten aufliegt; hat sie dann nur diese beiden Punkte mit der Tafel gemein, oder muß sie ganz in die Tafelebene fallen? Geschieht dies an einer oder mehreren Stellen der Tafel, oder auf der ganzen Tafelebene? — Wie prüft der Tischler, ob er ein Bret ganz eben gehobelt habe?

f) Fällt eine g. L. auch ganz in eine einfach gekrümmte Fläche? oder ist es nur in einer Ausdehnung derselben möglich — und zwar in welcher Ausdehnung, und in welcher nicht? Wie trifft eine

g. L. die einfach gekrümmte Fläche in der Ausdehnung, in welcher dieselbe krumm ist? — Kann man auch in einer doppeltgekrümmten Fläche eine g. L. ziehen? Warum? Wie trifft eine g. L. eine doppeltgekrümmte Fläche? Z. B.?

II. Wenn man in einer Ebene von irgend einem Punkte zu einem andern eine g. L. zieht, so fällt diese ganz in jene. Man kann also in der ganzen Ebene g. L. ziehen. Bei der einfach gekrümmten Fläche kann dies nur in der geraden Ausdehnung derselben geschehen, in der andern nicht; eine g. L. kann sie der Krümmung nach nur an einer Stelle berühren. In einer doppelt gekrümmten Fläche kann man gar keine g. L. ziehen; eine g. L. kann dieselbe nur an einer einzigen Stelle berühren.

Anm. Die krummen Flächen sind hohl, oder erhaben. Die innere Fläche eines Dachkennels ist hohl, die äußere erhaben. — Andere Beispiele.

§. 10.

a) Zwei Punkte bestimmen die Richtung einer g. L., weil sie nur eine Ausdehnung hat. Wie viele g. L. kann man durch 2 Punkte ziehen? Kann man durch 2 Punkte auch nur eine Ebene legen? Die Zimmerthür z. B. hangt in 2 Angeln, welche als Zeichen zweier Punkte gelten können; ist sie dadurch schon so fest, daß sie sich nicht mehr bewegen kann? Oder kann dieselbe, obgleich sie nicht aus diesen beiden Punkten weicht, doch in verschiedene Lagen gebracht werden? Wenn ich nun die Thüre vorn an einer Stelle mit einer Hand halte, ist dann ihre Richtung bestimmt? — Wenn ich ein Brett auf zwei oben ganz dünne Stäbe bringe, bleibt es liegen? Wenn ich aber noch einen dritten Stab darunter stelle, bleibt es dann liegen? Ist es gleichgiltig, wo der dritte Stab sich befindet? Darf er mit den beiden andern in einerlei Richtung stehen? Warum? Durch wie viel und was für Punkte wird also die Richtung einer Ebene bestimmt? Wie viele Ebenen kann man durch 3 Punkte von verschiedener Richtung legen? Liegen 3 Punkte von verschiedener Richtung immer in einer Ebene?

b) Durch wie viel Punkte in verschiedener Richtung werden 2 gleichlaufende, 2 sich durchschneidende, 3 in drei Punkten sich schneidende g. L. bestimmt? — Wenn man nun in jedem dieser drei Fälle auf drei in verschiedener Richtung liegende Punkte der genannten Linien eine Ebene legt; ist dann die Richtung der Ebene bestimmt? Trifft die Ebene aber jene Linien nur in den drei Punkten oder in ihrer ganzen Ausdehnung? Wie viele Ebenen kann man (in jedem Fall) durch die genannten g. L. legen? Wo liegen also auch immer 2 gleichl., 2 sich schneidende, 3 in drei Punkten sich schneidende g. L.? Beispiele, wie oben.

I. Die Richtung einer Ebene wird bestimmt: 1) durch 3 Punkte in verschiedener Richtung; 2) durch 2 gleichl. g. L.; 3) durch zwei sich treffende g. L.; 4) durch 3 in drei Punkten sich schneidende g. L.

In einer Ebene liegen immer: 1) 3 Punkte in verschiedener Richtung; 2) zwei gleichl. g. L.; 3) zwei sich treffende g. L.; 4) 3 in drei Punkten sich schneidende g. L. —

c) Wenn man nur schlechthin von einer Ebene spricht, denkt man sich dabei dieselbe nach allen Seiten begrenzt? Wenn man aber von einer einzelnen, oder bestimmten Ebene, z. B. von der Ebene des Stubenbodens, der Tischplatte redet; denkt man sie auch ohne Grenzen? Hat eine von allen Seiten begrenzte Ebene noch eine unbestimmte oder bestimmte Gestalt? — Von was für Linien kann eine Ebene begrenzt sein? Wie vielerlei Ebenen gibt es also der Gestalt nach?

II. Eine von allen Seiten begrenzte Ebene hat eine bestimmte Gestalt und bildet eine geschlossene Figur, heißt daher auch schlechthin eine Figur (im engeren Sinn). Die Ebenen sind der Gestalt nach von dreierlei Art: geradlinige oder krummlinige oder gemischtlinige Figuren, je nach dem sie von geraden oder krummen oder geraden und krummen Linien begrenzt werden. Die Grenzlinien einer Figur heißen ihre Seiten. Die Summe aller Seiten oder die vollständige (allseitige) Grenze ist der Umfang (die Peripherie) einer Figur.

d) Eine geradlinige Figur hat wenigstens wie viele Seiten? Zeichne dreiseitige Figuren: mit 3 g. L., mit 2 g. L. und 1 kr. L., mit 1 g. L. und 2 kr. L., mit 3 kr. L. — Die kr. L. sollen entweder einwärts oder auswärts gebogen sein.

e) Zeichne vierseitige Figuren. Wie viel Fälle sind nach der Beschaffenheit der Seiten möglich? — Ebenso 5- und 6seitige Figuren. Ziehe in denselben von einer Winkelspitze zur andern noch so viele g. L., als möglich sind. Sind solche g. L. auch im Dk. möglich.

f) Wie verhält sich in jeder geradlinigen Figur die Anzahl der Seiten zu der Anzahl der Winkel?

III. Jede geradlinige Figur hat so viele W., als sie Seiten hat, und wird nach der Anzahl der Winkel (Ekken) benannt. Die geradlinigen Figuren sind daher das Dreiekk; Viereкk, Vielekk (Polygon: Fünfekk, Sechsekk, u. s. w.). Die einfachste geradlinige Figur ist das Dreiekk. Eine geradlinige Figur mit lauter gleichen Seiten und W. heißt eine ordentliche (reguläre) Figur. — Eine Gerade zwischen zwei nicht unmittelbar auf einander folgenden Winkelspitzen eines Vierekks oder Vielekks heißt Gehre (Diagonale).

Anm. Im Folgenden wird das Dreiekk durch Dk., das Vierekk durch Vk., das Fünfekk durch Fk., das Sechsekk durch Sk. bezeichnet.

§. 11.

a) Wie viele Stükke (Bestandtheile) hat ein Dk.? Welche Lage haben die Seiten und W. gegen einander? — Kann man ein Dk. machen, in welchem zwei Seiten kleiner, oder nur so groß sind, als die dritte Seite?

b) Zeichne ein Dk. mit 3 ungleichen, mit 2 gleichen, mit 3 gleichen Seiten. — Zeichne ein Dk. mit 1 rechten W.; wie sind die 2 andern W.? Ist ein Dk. mit 2 rechten W. möglich? Warum. — Zeichne ein Dk. mit 1 stumpfen W.; wie sind die 2 andern W.? Ist ein Dk. mit 2 stumpfen W. möglich? Warum? Wenn man ein Dk. mit 1 stumpfen und 1 rechten W. machen wollte, könnten die 2 Seiten, welche mit der dritten den rechten und stumpfen W. bilden sollen, einander treffen? Kannst du ein Dk. mit 3 spitzen W. machen? Können in einem Dk. 2 Seiten gleichl. sein? Ist im Dk. eine Gehre möglich?

I. Das Dk. enthält 6 Stükke: 3 Seiten und 3 W. Jeder Seite liegt ein W., und jedem W. liegt eine Seite gegenüber. Zwei Seiten sind zusammen immer größer als die dritte. — Die Dke. werden nach besondern Eigenschaften der Seiten und W. verschieden benannt.

II. Ein Dk. mit 3 ungleichen Seiten ist ein ungleichseitiges Dk. Ein Dk. mit 2 gleichen Seiten ist ein gleichschenkliges Dk. Die dritte, ungleiche Seite heißt Grundlinie. Der Treffpunkt der beiden gleichen Seiten heißt Scheitelpunkt oder schlechthin Scheitel; der von ihnen eingeschlossene W. ist der W. am Scheitelpunkt. Ein Dk. mit lauter gleichen Seiten ist ein gleichseitiges Dk.

III. Ein Dk. kann nur einen rechten, nur einen stumpfen, keinen rechten und stumpfen W. zugleich, aber 3 spitze W. enthalten.

IV. Ein Dk. mit einem rechten W. heißt ein rechtwinkliges Dk. Die dem rechten W. gegenüberliegende Seite heißt Hypotenuse. Die beiden Seiten, welche den rechten W. einschließen, werden Katheten genannt. Ein rechtwinkliges Dk. mit gleichen Katheten ist ein gleichschenklig-rechtwinkliges Dk. — Ein Dk. mit einem stumpfen W. ist ein stumpfwinkliges Dk. Ein Dk. mit drei spitzen W. ist ein spitzwinkliges Dk. —

c) Zeichne ein Dk. mit einer liegenden Seite, an der sich 2 spitze W. befinden; ziehe auf diese Seite aus der gegenüberliegenden Winkelspitze eine Senkrechte; fällt dieselbe in oder außer das Dk.? Warum? — Zeichne ein Dk. mit einer liegenden Seite, an der sich ein stumpfer W. befindet; ziehe auf sie aus der ihr gegenüberliegenden Winkelspitze eine Senkrechte; fällt diese in oder außer das Dk.? Trifft sie die liegende Seite, oder muß man die letztere hiezu verlängern?

V. Eine Senkrechte, welche aus einer Winkelspitze des Dks. auf die gegenüberliegende Seite geht, heißt die Höhe des Dks. Die Seite, auf welche die Höhe fällt, heißt die Grundlinie (Basis) des Dks. Die Höhe fällt in das Dk., wenn an der Grundlinie 2 spitze W. liegen; sie fällt außer dem Dk. auf die verlängerte Grundlinie, wenn an dieser ein stumpfer W. liegt.

d) Zeichne 3 ungleichseitige Dke., die auf einer Seite liegen, und 3, die auf einer Winkelspitze ruhen.

e) Zeichne gleichschenklige Dke.; die Grundlinie liege unten, oben; sie stehe links, rechts; sie sei schief, und der Scheitel links unten, rechts oben, links oben, rechts unten. — Dazu die Höhe.

f) Zeichne gleichseitige Dke., wie unter e.

g) Zeichne rechtwinklige Dke.: der rechte W. liege unten links, unten rechts, oben links, oben rechts, bloß unten, oben, links, rechts. Welche Lage haben jedes Mal die Hypotenuse und die Katheten? — Zeichne ebenso gleichschenklige rechtwinklige Dke. — Die Höhe falle aus dem rechten W. auf die Hypotenuse.

h) Zeichne ebenso stumpfwinklige und spitzwinklige Dke. Welche Lage haben die Seiten? In Jenen falle die Höhe theils auf die Seite, an welcher der stumpfe W. liegt, theils auf die Seite, welche dem stumpfen W. gegenüber liegt; in den spitzwinkligen Dken. gehe sie nach einer beliebigen Seite.

§. 12.

a) Wie viele und was für Stükke hat ein Vk.? Welche Lage haben die Seiten und W. unter sich? — Wie viele Gehren sind aus einer Winkelspitze, wie viele in Allem möglich? Worein wird das Vk. dadurch zerlegt? Können auch Seiten eines Vks. gleichl. sein, und welche?

b) Zeichne ein Vk., worin die erste und dritte, dann ein solches, worin die erste mit der dritten, und die zweite mit der vierten Seite gleichlaufend ist. — Zeichne ein Vk., worin die zweite und vierte Seite zur ersten senkrecht stehen; was für W. kann die dritte Seite mit der zweiten und vierten bilden? — Zeichne ein Vk. mit 4 gleichen Seiten. Können dabei auch noch die 4 W. rechte sein? Zeichne ein solches Vk. — Zeichne ein Vk., worin die erste und zweite, dann die dritte und vierte Seite unter sich gleich sind.

I. Ein Viereck enthält 8 Stükke: 4 S. und 4 W. Jeder Seite liegt eine Seite und jedem W. ein W. gegenüber. Aus einer Winkelspitze desselben ist nur eine Gehre, und in Allem sind darin nur 2 Gehren möglich. Eine Gehre theilt das Vk. in 2 Dke.; 2 Gehren, die sich durchschneiden, theilen dasselbe in 4 Dke.

II. Die Vke. werden nach besondern Eigenschaften verschieden benannt. Das Trapez ist ein Vk. mit 2 gleichl. Seiten. Das Parallelogramm (die Rhomboide) ist ein Vk. mit 2 Paar gleichl. Seiten. Das Rechtekk (Rektangel) ist ein Vk. mit 4 rechten W. Die Raute (der Rhombus) ist ein Vk. mit 4 gleichen Seiten. Das Quadrat (Geviert) ist ein Vk. mit

lauter gleichen Seiten und gleichen W. — Das Trapezoid ist ein Vk. ohne die genannten Eigenschaften.

Die Halbraute ist ein Vk. mit 2 Paar an einander liegenden gleichen Seiten. — Ein Trapez, dessen ungleichl. Seiten gleich groß sind, ist gleichschenklig. Ein Trapez mit 2 rechten W. ist ein rechtwinkeliges Trapez.

c) Zeichne die genannten Figuren und schreibe in jede ihren Namen.

d) Zeichne ein Trapezoid mit 1 erhabenen W. Sind auch 2 erhabene W. darin möglich. Welches von den übrigen Vken kann einen erhabenen W. enthalten? Wie sind die W. in dem Parallelogramm, in der Raute, dem Trapez, der Halbraute beschaffen? Zeichne eine Halbraute mit 1 erhabenen W. und ziehe beide Gehren; was bemerkst du bei ihnen?

e) Zeichne ein Quadrat, halbire jede Seite und verbinde die Theilpunkte der einander gegenüberliegenden Seiten durch g. L.; wie viel und was für Figuren entstehen dadurch? — Zeichne andere Quadrate, theile jede Seite eines Quadrats in 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 gleiche Theile; in was für und in wie viel Figuren wird jedes zerlegt? Sind diese Figuren, in welche jedes einzelne Quadrat getheilt ist, unter sich gleich? Wie viel Figuren liegen jedesmal an der untern Seite (Grundlinie)? Warum? Wie vielmal kommt diese Anzahl kleiner Quadrate vor? Wie findet man also die Anzahl aller Quadrate, in welche ein größeres Quadrat zerlegt wird, wenn man jede Seite in gleich viele Theile theilt und zwischen den entsprechenden Theilpunkten g. L. zieht?

III. Ein Quadrat, dessen Seite eine bestimmte Längeneinheit mißt, ist eine Flächeneinheit oder ein Quadratmaß derselben Art. Ein Quadrat, dessen Seite 1^0 oder $1'$ oder $1''$ oder $1'''$ lang ist, heißt eine Quadratruthe ($\square^0$), ein Quadratfuß ($\square'$), ein Quadratzoll ($\square''$), eine Quadratlinie ($\square'''$).

IV. Man findet die Anzahl der Flächeneinheiten eines Quadrats, wenn man die Anzahl der Längeneinheiten seiner Seite mit sich selber vervielfacht. Mit andern Worten: Man findet den Inhalt eines Quadrats, wenn man seine Seite mit sich selbst vervielfacht.

f) Was heißt: die Seite eines Quadrats mit sich selbst vervielfachen? 1 $\square^0$ hat beim Dm wie viel $\square'$? 1 $\square'$ hat wie viel

□″? 1 □ Klafter hat wie viel □′? 1 □ Elle hat wiel □′? 1 □ Stab hat wie viel □ Ellen, oder □′?

g) Im **Ddm** hat 1 □^{0} wie viel □′, und 1 □′ wie viel □″, und 1 □″ wie viel □‴?

h) Eine neue □ Schweizerstunde hat wie viel neuschweizerische □′, wie viel □^{0}?

i) Wie viel □′ beträgt die Hälfte, 1 Viertel, 3 Viertel, 1 Fünftel von 1 □^{0}? Wie viel □″ gehen auf 1 Zweitel, 1 Viertel, 3 Viertel, 2 Fünftel, 3 Fünftel, 7 Zehntel eines □′?

k) Verwandle 3, 7, 12, 16 □^{0} in □′; 5, 8, 13, 15 □′ in □″.

l) **Ddm.** verwandle 1, 2, 3, 4, 5, 6 □^{0} in □′, eben soviel □′ in □″;

m) **Ddm.** Auf die Hälfte, 1 Viertel, 3 Viertel, 1 Sechstel, 5 Sechstel, 1 Achtel, 3 Achtel, 5 Achtel von 1 □^{0} (oder 1 □′) gehen wie viel □′ (oder □″).

n) Zeichne ein Rechtekk, dessen liegende Seite 2 gleiche Theile, dessen stehende Seiten 3 unter sich und den vorigen gleiche Theile enthalten; verbinde die entsprechenden Theilpunkte der liegenden, so wie der stehenden Seiten durch g. L.; was für und wie viel Figuren entstehen dadurch? Wie viele solche Quadrate liegen an der untern Seite (Grundlinie) oder wie viele Quadrätchen liegen neben dem ersten Theil der stehenden Seiten (Höhe)? Warum? Wie oft kommt diese Anzahl von Quadrätchen vor? Warum? Wie findet man also die Anzahl aller Quadrätchen, in welche das Rechtekk zerlegt ist?

o) Zeichne andere Rechtekke: die Grundlinie enthalte 4, 6, 9, 12, die Höhe 3, 5, 10, 8 Theile; berechne jedes Mal die Anzahl der Quadrate, welche auf die vorhin angedeutete Weise entstehen. Wiederhole die Rechtekke, mache aber die Länge der Höhe zur Grundlinie und die Länge der Grundlinie zur Höhe.

V. Man findet die Anzahl der Flächeneinheiten eines Rechtekks, wenn man die Anzahl der Längeneinheiten seiner Grundlinie und Höhe mit einander vervielfacht. Oder: Man findet den Flächeninhalt eines Rechtekks, wenn man seine Grundlinie und Höhe mit einander vervielfacht.

p) Wie viele □′ enthält der Boden eines Zimmers, das 18′ lang und 16′ breit, oder ein Hausplatz, der 52′ lang und 35′ breit ist? Wie viel □^{0} sind es?

q) Suche den Flächeninhalt eines Gartens, der 18^0 lang und 12^0 breit ist, oder eines Akkers, der 84^0 lang, 3^0 breit ist?

r) Es soll eine Wand tapezirt werden, die 15' lang und 11' hoch ist; wie viel □' Tapeten sind dazu erforderlich?

Anm. Ein neuer schweiz. Juchart hat 40,000 □'; wie viel $□^0$ sind dies?

s) Wie viel Juchart enthält ein Feld, das 216' lang und 75' breit, eine Matte, die 240' lang, 92' breit; ein Wald, der 350' lang und 124' breit, eine Straße, die 3 Stunden lang und 28' breit ist?

t) Zeichne ein Rechtekk, das nach deinem Maßstabe 4'' lang und 3'' hoch, oder im zehnfach verjüngten Maßstabe 4' lang und 3' hoch, oder im hundertfach verjüngten Maßstabe 4^0 lang und 3^0 hoch ist. — Werden diese Rechtekke in der Zeichnung gleich groß, oder nicht? Warum?

u) Zeichne im tausendfach verjüngten Maßstabe ein Rechtekk, das 30^0 lang und 25^0 hoch, oder 36^0 l. und 30^0 h., oder 42^0 l. und 24^0 h., oder 20^0 breit und 56^0 h., oder 18^0 breit und 64^0 hoch ist.

§. 13.

a) Wie viele und was für Stükke hat ein Fünfekk? Wie viele Seiten liegen einer Seite, wie viele W. einem W. gegenüber? — Ziehe aus der ersten Winkelspitze eine Gehre; wohin kann sie gehen, und worein zerlegt sie das Fk.? Ziehe aus der ersten Winkelsp. noch eine Gehre; wohin geht sie, und worein theilen beide Gehren das Fk.? Wie viele Gehren sind aus der ersten Winkelsp. möglich? Warum? Wie viel Gehren sind in Allem (aus allen Winkelspitzen) möglich?

Anm. Aus der ersten Wsp. kann man 2 Gehren, aus der zweiten auch 2, aus der dritten dann nur noch 1, aus der vierten und fünften keine mehr ziehen; es sind also $2 + 2 + 1 = 5$ Gehren. Oder: In jede Wsp. treffen 2 G., in alle 5 Wsp. also $5 \cdot 2$ G.; dabei ist aber jede G. doppelt gerechnet (nämlich bei 2 Wsp.), also sind es $\frac{5 \cdot 2}{2} = 5$ G.

I. Ein Fk. hat 10 Stükke: 5 S. und 5 W. — Eine Gehre theilt dasselbe in ein Dk. und ein Vk. Aus einer Wsp. sind 2 Gehren möglich, welche das Fk. in 3 Dke. theilen. In einem Fk. sind in Allem 5 G. möglich.

b) In wie vielen Punkten können sich 5 g. L. (also auch die 5 G.) höchstens schneiden? Wie viele dieser Treffpunkte fallen in die Wsp. des Fks., wie viele in dasselbe hinein?

c) Zeichne ein Sechsekk. Wie viele und was für Stükke hat dasselbe. Ziehe aus der ersten Wsp. eine Gehre; wohin kann sie gehen, und worein das Sechsekk zerlegen? Ziehe aus der ersten Wsp. noch eine G.; wohin kann sie treffen und worein dasselbe zerlegen? Ziehe noch eine Gehre aus der ersten Wsp.; worin wird das Sechsekk durch die 3 G. getheilt? Wie viele G. sind aus der ersten Wsp. möglich? Warum? Wie viele G. sind in Allem möglich? Warum? (S. Anm. unter a).

II. Ein Sechsekk hat 12 Stükke: 6 S. und 6 W. Eine G. theilt das Sechsekk in 1 Dk. und 1 Fk., oder in 2 Vke. Zwei G. (aus der gleichen Wsp.) theilen dasselbe in 2 Dke. und 1 Vk.; die Dke. liegen entweder neben einander, oder fassen das Vk. zwischen sich. Drei G. (aus der nämlichen Wsp.) theilen das Sechsekk in 4 Dke. Aus einer Wsp. sind höchstens 3 G. möglich; alle Wsp. lassen sich durch 9 G. verbinden.

d) In wie vielen Punkten können sich die 9 G. höchstens treffen? Wie viele dieser Treffpunkte fallen in die Wsp. des Sechsekks, wie viele in dasselbe hinein?

Anm. Auf gleiche Weise mag das Siebenekk, Achtekk u. s. w. behandelt werden.

§. 14.

a) Zeichne eine Kreislinie; zu welcher Art von Figuren gehört die von ihr begrenzte Ebene? (§. 10, II.) — Ziehe von einem Punkte der Kreislinie nach einem andern Punkte derselben eine g. L.; kann Letztere die Kreislinie noch in einem dritten Punkte treffen? Warum? Liegt ein Theil dieser Geraden auch außer der von der Kreislinie begrenzten Ebene?

b) Ziehe eine Gerade aus dem Mittelpunkte der Kreislinie nach einem Punkte in der Kreislinie; ziehe noch eine solche Gerade; ist sie der vorigen gleich oder nicht? Warum? — Ziehe zwei solche Gerade, die im Mittelpunkt einander gerade entgegengesetzt sind; was bilden sie zusammen? In wie vielen Punkten trifft diese ganze Linie die Kreislinie? Welches ist die größte Linie im Kreise?

I. Eine von einer Kreislinie begrenzte Ebene heißt

Kreisebene oder auch schlechthin Kreis (Kreisfläche). Die Kreislinie als Grenze der Kreisebene heißt Kreisumfang, Peripherie des Kreises, oder ebenfalls Kreis. Der Mittelpunkt der Kreislinie ist auch der Mittelpunkt (das Zentrum) der Kreisebene. Eine Gerade vom Mittelpunkt nach einem Punkte des Umfangs heißt Kreishalbmesser oder auch bloß Halbmesser (Radius, Stral). Eine Gerade zwischen zwei Punkten des Umfangs heißt Sehne (Chorde). Eine Sehne, welche durch den Mittelpunkt geht, heißt Kreisdurchmesser oder bloß Durchmesser (Diameter). Der Durchmesser besteht aus zwei Halbmessern. Die Sehne liegt ganz im Innern des Kreises. Der Durchmesser ist die größte Sehne.

c) Ziehe eine g. L. nahe an der Kreislinie hin; denke die g. L. ganz an diese hingerükkt; in wie vielen Punkten kann sie dieselbe treffen? Liegt die g. L. ganz oder theilweise innerhalb oder außerhalb des Kreises? Kann eine g. L. außerhalb des Kreises mehr als einen Punkt mit dem Kreisumfang gemein haben? Warum? — Ziehe von einem Punkte außer dem Kreise eine g. L. durch den Kreis hindurch bis zu einem beliebigen Punkte außer demselben; in wie vielen Punkten kann sie die Kreislinie schneiden?

II. Eine Gerade, welche die Kreislinie nur in einem Punkte trifft, heißt Berührungslinie (Tangente). Eine Gerade, welche die Kreislinie in 2 Punkten durchschneidet, heißt Schneidlinie (Sekante).

d) Wie unterscheiden sich Halbmesser und Sehne, Sehne und Sekante, Tangente und Sekante? Wie kann eine Sekante zur Tangente werden? Wie viele Tangenten sind in einem Punkte der Kreislinie möglich?

e) In wie viele Theile theilt eine Sehne die Kreislinie? In wie viele und in was für Figuren theilt sie die Kreisebene? Wie theilt ein Durchmesser die Kreislinie und die Kreisebene?

III. Jeder beliebige Theil der Kreislinie heißt Bogen oder Kreisbogen. Der Durchmesser theilt die Kreislinie in zwei gleiche Bogen oder Halbkreise, jede andere Sehne theilt dieselbe in zwei ungleiche Bogen. Der von einer Sehne und ihrem zugehörigen Bogen begrenzte Theil der Kreisebene heißt Kreisabschnitt

(Segment). Der Kreisabschnitt ist ein gemischtliniges Zweiekk.

f) Ziehe in einer Kreisebene 2 Halbmesser; wo liegt die Spitze des von ihnen eingeschlossenen Winkels? Was für eine Figur bilden sie mit dem von ihnen begrenzten Bogen? Ziehe die zu diesem Bogen gehörige Sehne; worein wird dadurch die vorize Figur getheilt?

g) Was für eine Lage können 2 Sehnen im Kreise gegen einander haben? Wo liegt der Treffpunkt zweier Sehnen? Wo kann ihr Durchschnittspunkt liegen? In wie viel und was für Theile zerlegen sie die Kreisebene? Worein zerlegen zwei Durchmesser den Kreis, wenn sie sich schief oder senkrecht durchschneiden? Worein theilen 2 gleichl. Sehnen die Kreislinie und Kreisebene?

IV. Ein W., dessen Spitze im Mittelpunkt des Kreises liegt, ist ein Mittelpunktswinkel. Ein gemischtliniges Dk., das von zwei Kreishalbmessern und einem Bogen begrenzt ist, heißt Kreisausschnitt (Sektor). Ein geradliniges Dk., das von 2 Halbmessern und einer Sehne begrenzt ist, heißt Mittelpunktsdreiekk.

V. Zwei Sehnen können sich nur in der Kreislinie selbst treffen. Ein W. im Kreise, das Spitze in der Kreislinie liegt, heißt Umfangswinkel. Zwei Sehnen können sich außer oder in dem Mittelpunkt schneiden. Im ersten Falle theilen sie den Kreis in 4 gemischtlinige Dke., im zweiten Falle in 4 Kreisausschnitte. Wenn 2 Durchmesser sich senkrecht durchschneiden, so theilen sie die Kreislinie in 4 gleiche Bogen, und die Kreisebene in 4 gleiche Ausschnitte. Die Viertelskreis-Bogen heißen Quadranten.

h) Ziehe aus einem Punkte 2 Tangenten; was für eine Figur begrenzen sie mit dem Bogen, den sie einschließen? Ziehe aus einem Punkte 2 Sekanten; was für eine Figur begrenzen sie mit dem Bogen, den sie beim Eintritt in den Kreis, oder mit dem Bogen, den sie beim Austritt aus dem Kreis einschließen? In was für Figuren zerlegen sie die Kreisebene?

i) Ziehe eine Tangente und aus dem Berührungspunkt zu ihr eine Sehne unter einem spitzen W., einen Durchmesser, eine Sehne unter einem stumpfen W.; wie steht sie zu dem Durchmesser? — Ziehe aus einem Punkte eine Tangente und eine Sekante.

VI. Ein von 2 Tangenten eingeschlossener W. heißt *Tangentenw.* Ein von 2 Sekanten eingeschlossener W. heißt *Sekantenw.* — Ein von einer Tangente und einer Sehne eingeschlossener W. heißt *Tangenten-Sehnenw.* Eine Tangente bildet mit dem Kreisdurchmesser einen rechten W. — Ein von einer Tangente und Sekante eingeschlossener W. heißt *Tangenten-Sekantenw.*

k) Ziehe 3, 4, 5, 6 sich treffende Sehnen — oder zeichne ein Dk., Vk., Fk., Sk. im Kreise. Ziehe 3, 4, 5, 6 sich treffende Tangenten – oder zeichne ein Dk., Vk., Fk., Sk. um den Kreis.

§. 15.

a) Welche Lage können 2 Kreise gegen einander haben? Zeichne 2 Kreise, die auseinander liegen; können die Kreislinien keinen Punkt mit einander gemein haben? – Zeichne 2 in einander liegende Kreise; wie können sie sich hinsichtlich ihrer Mittelpunkte verhalten? Können sie auch einen Punkt des Umfangs gemein haben? Zeichne 2 Kreise, die sich durchschneiden; wie viele Durchschnittspunkte müssen entstehen?

I. Zwei Kreise können *aus* einander oder *in* einander liegen, oder sich durchschneiden. — Zwei aus einander liegende Kreise sind entweder völlig geschieden oder berühren sich in einem Punkte. Zwei in einander liegende Kreise haben entweder den nämlichen Mittelpunkt und heißen dann *konzentrische* Kreise, oder sie haben verschiedene Mittelpunkte und heißen dann *exzentrische* Kreise. Die Letzteren können sich in einem Punkte berühren oder nicht. Zwei Kreislinien können sich nur in 2 Punkten durchschneiden.

b) Zeichne 2 auseinander liegende Kreise, die sich berühren; ziehe aus einem Mittelpunkt zum andern eine Gerade; durch welchen Punkt geht sie, oder schneidet sie die beiden Kreislinien in verschiedenen Punkten? – Zeichne 2 konzentrische Kreise; wie ist der Abstand beider Kreislinien? Wie ist die zwischen den Letzteren eingeschlossene Ebene beschaffen? – Zeichne 2 exzentrische Kreise, die sich berühren; ziehe eine Gerade durch die beiden Mittelpunkte und verlängere sie auf beiden Seiten bis zum Umfange des größeren Kreises; in wie vielen und welchen Punkten trifft sie beide Kreislinien? —

Zeichne 2 sich durchschneidende Kreise und verbinde ihre beiden Durchschnittspunkte durch eine Gerade; was für eine Linie ist sie in Bezug auf beide Kreise? Ziehe von den beiden Mittelpunkten Gerade nach den Durchschnittspunkten; was für eine Figur bilden sie, wenn die Kreise gleiche oder ungleiche Halbmesser haben?

II. Die Gerade zwischen den Mittelpunkten zweier exzentrischer Kreise heißt Zentrallinie oder Mittelpunktslinie. — Die Mittelpunktslinie zweier aus einander liegender Kreise, die sich berühren, geht durch ihren Berührungspunkt. Zwei konzentrische Kreislinien sind gleichlaufend. Die Ebene zwischen konzentrischen Kreislinien heißt Kreisring oder Ringebene. — Die Mittelpunktslinie zweier in einander liegender Kreise, die sich berühren, geht durch ihren Berührungspunkt. Die Gerade zwischen den Durchschnittspunkten zweier sich schneidenden Kreise ist ihre gemeinschaftliche Sehne. — Wenn man aus dem Mittelpunkte zweier sich schneidender Kreise nach ihren Durchschnittspunkten g. L. zieht, so begrenzen Letztere eine Raute oder Halbraute, je nach dem die Kreise gleiche oder ungleiche Halbmesser haben.

§. 16.

a) Welche Lage kann eine Gerade gegen eine Ebene haben? — Zeichne eine beliebige Ebene (ein Vk., Fk., u. s. w.), bezeichne darin einen Punkt, und ziehe durch denselben eine (z. B. liegende) Linie; stelle dann in jenem Punkt aufrecht auf die Ebene eine Senkrechte zu der Linie in der Ebene; kann die aufsteigende Gerade zu der liegenden Linie senkrecht bleiben und doch zu der Ebene selbst noch eine verschiedene (oder veränderliche) Lage haben? Ziehe durch jenen Punkt in der Ebene noch eine schiefe Linie; wenn nun zu dieser Letzteren die aufstehende Gerade auch noch senkrecht ist, ist dann ihre Lage gegen die Ebene auch noch veränderlich? Wie steht sie also zur ganzen Ebene nach allen Richtungen um jenen Punkt? Wie viele solcher Senkrechten kann man in jenem Aufstehepunkt zu der Ebene errichten? Was ist der Abstand eines Punktes von der Ebene?

Anm. Die aufstehende Gerade muß durch ein dünnes Stäblein oder durch Drath versinnlicht werden.

I. Eine g. L. kann mit einer Ebene gleichlaufend oder ungleichlaufend sein. Eine L., welche eine Ebene in einem Punkte trifft, ist eine aufstehende Linie; dieselbe kann zu der Ebene schief oder senkrecht stehen. Wenn eine Gerade zu 2 g. L. in ihrem Durchschnittspunkt senkrecht steht, so ist sie zu der Ebene selbst senkrecht, in welcher diese 2 Geraden liegen. In einem Punkte einer Ebene kann zu derselben nur eine einzige Gerade senkrecht stehen. Der Abstand eines Punktes von einer Ebene ist eine Senkrechte, welche aus jenem Punkte auf die Ebene geht.

b) Wie prüft der Maurer oder Zimmermann, ob ein Balken zu einer Ebene senkrecht steht?

c) Welche Lage können 2 Ebenen gegen einander haben? Was ist der Durchschnitt zweier Ebenen? Können sie sich auch in einer krummen Linie durchschneiden? Welche Richtung hat eine Ebene zu einer andern, wenn sie durch eine g. L. geht, welche zu der zweiten Ebene schief oder senkrecht steht? Bilden 2 ungleichl. Ebenen auch Winkel? Haben diese W. Aehnlichkeit mit den Linienwinkeln?

II. Zwei Ebenen sind entweder gleichl. oder ungleichl. Der Durchschnitt zweier Ebenen ist eine g. L. Eine Ebene steht zu einer andern schief oder senkrecht, wenn sie durch eine g. L. geht, welche zu der zweiten Ebene schief oder senkrecht ist. Die Gegenrichtung zweier Ebenen heißt Flächenwinkel. Die Flächenwinkel stimmen ihrer Beschaffenheit nach mit den Linienwinkeln überein, sind daher recht oder schief; die schiefen sind erhaben oder hohl, und die hohlen sind spitz oder stumpf. Wenn zwei Ebenen sich bloß in einer g. L. begegnen und nicht über dieselbe hinausgehen, so wird die Trefflinie Kante genannt.

III. Drei Ebenen bieten ihrer Richtung nach folgende Fälle dar: 1) alle 3 Ebenen sind gleichl.; 2) nur 2 sind gleichl. und von der dritten durchschnitten; 3) alle 3 durchschneiden sich in einer Kante; 4) sie durchschneiden sich in 3 Kanten. Im letzten Falle sind die 3 Kanten entweder gleichl., oder treffen sich in einem Punkte. Die Gegenrichtung dreier Ebenen, deren 3 Kanten sich in einem Punkte treffen, heißt Körperwinkel; der Treffpunkt der 3 Kanten heißt Ekke. — Es können auch 4 und mehr Ebenen einen Körperwinkel bilden.

1. Anm. Es sind dem Bisherigen nur wenige und zwar die allernothwendigsten Zeichnungen beigefügt worden; denn die Schüler sollen auf dieser ersten Stufe selbst denken, Alles selbst machen und dadurch selbst finden. Für den §. 16 und für die folgenden §§. dieses Abschnitts müssen Ebenen und Körper den Schülern zur Anschauung wirklich vorgelegt werden. Aufstehende Linien sind durch dünne Stäbchen, durch Drath oder dgl. zu versinnlichen.

2. Anm. Aus dem Vorhergehenden ist ersichtlich, wie der Stoff durch einleitende Fragen zu behandeln ist. Solche Fragen sind daher in den folgenden §§. dieses Abschnittes der Kürze wegen weggelassen.

Der Körper.

§. 17.

I. Die Körper sind nach der Beschaffenheit ihrer Grenzflächen verschieden gestaltet und werden danach auch verschieden benannt. Geradflächige Körper sind von lauter Ebenen, krummflächige von einer oder mehreren krummen Flächen, gemischtflächige von ebenen und krummen Flächen begrenzt.

II. Die einfachste Ebene ist das Dk. Zur Begrenzung eines Körpers muß dasselbe an jeder Seite mit einer andern Ebene, also in Allem mit 3 Ebenen zusammenhangen. Sind diese 3 Ebenen ebenfalls Dke., so hangt jedes derselben mit den beiden andern zusammen. Der einfachste Körper ist also derjenige, welcher von 4 Dken. begrenzt ist. Er heißt deßhalb Vierflächer.

Das erste Dk. bildet mit dem zweiten, dritten und vierten 3 Kanten, das zweite mit dem dritten und vierten 2 Kanten, das dritte mit dem vierten 1 Kante; es sind also $3 + 2 + 1 = 6$ Kanten. — Oder: Jedes Dk. trifft 3 Mal mit einem andern zusammen, also entstehen $4 . 3$ Kanten: da aber jede bei 2 Ebenen gerechnet ist, so ist die Anzahl der Kanten $= \frac{1}{2} \times 4 . 3 = 6$.

Auf gleiche Weise findet man auch die gleiche Anzahl von Flächenwinkeln.

Die erste Ebene bildet 1 Ekke mit der zweiten und dritten, mit der zweiten und vierten, mit der dritten und vierten, dann die zweite mit der dritten und vierten, zusammen 4 Ekken. Oder: die erste Ebene bildet mit den 3 übrigen Ebenen 3 Ekken, und diese 3 Ebenen bilden mit einander 1 Ekke. Jede Ekke ist von 3 Ebenen gebildet.

An jeder Ekke bilden die Kanten 3 Linienwinkel, also zusammen 4 . 3 = 12 Linienw. — Oder: jedes Dreiekk enthält 3, alle 4 Dke. also 4 . 3 = 12 Linienw. — Oder: jede Kante trifft mit 4 andern Kanten zusammen und erzeugt 4 Linienw., alle Kanten bilden also 6 . 4 Linienw.; es ist aber jeder derselben bei 2 Kanten gezählt, also ist die Anzahl aller Linienw. $= \frac{1}{2} \times 6 . 4 = 12$

Der Vierflächer hat somit 6 Kanten, 12 Linienw., 6 Flächenw. und 4 Ekken oder Körperw.

III. Der Vierflächer heißt auch Pyramide. Die Ebene, auf welcher die Pyramide ruht, wird Grundfläche genannt. Der der Grundfläche oben gegenüberliegende Ekkpunkt heißt Spitze oder Scheitel der Pyramide. Eine Senkrechte vom Scheitel auf die Grundfläche ist die Höhe der Pyramide. Ruht die Pyramide auf ihrer Grundfläche, so sind nur die 3 Seitenflächen sichtbar; daher heißt sie insbesondere noch dreiseitige Pyramide.

§. 18.

Aus dem Vierflächer entstehen andere Körperformen, indem man an ihm durch Abschneiden gewisser Stükke neue Ebenen erzeugt. Dabei sind 3 Fälle möglich.

I. Der Durchschnitt nimmt bloß eine Ekke weg, also durchdringt er 3 Ebenen und 3 Kanten, die in jener Ekke zusammenlaufen, und erzeugt ein Dk. als neue Grenzfläche, und aus den durchschnittenen Dken. entstehen Vke. Der Körper ist also von 2 einander gegenüberliegenden Dken. und 3 aufeinander folgenden

Vken. begrenzt. Statt der abgeschnittenen Ekke entstehen 3 neue Ekken. Dieser Körper heißt deßhalb sechseckiger Fünfflächer.

Kanten. An jedem Dk. liegen 3 und an jedem Vk. 4 Kanten; es ist aber jede 2 Mal gezählt, also sind es $\frac{1}{2} x (2 . 3 + 3 . 4) = 9$ Kanten. Oder: Der Vierflächer hatte 6, und der Durchschnitt erzeugte 3 Kanten, zusammen $6 + 3 = 9$ Kanten. — Oder: an jeder Ekke kommen 3 Kanten zusammen, deren jede 2 Mal gerechnet ist; also beträgt ihre Anzahl $\frac{1}{2} x 6 . 3 = 9$. Von diesen Kanten sind 6 den Dken. und Vken. gemeinschaftlich, und 3 gehören den Vken. allein an.

Flächenw. Ihre Anzahl ist der Anzahl der Kanten gleich, weil an jeder Kante 2 Flächen zusammentreffen, die einen Flächenw. bilden.

Linienw. Es liegen 3 in jedem Dk. und 4 in jedem Vk.; es sind zusammen $2 . 3 + 3 . 4 = 18$ Linienw.

II. Der Durchschnitt nimmt eine Ekke weg (z. B. eine Ekke an der Grundfläche) und geht durch eine andere Ekke (z. B. am Scheitel); er durchdringt 3 Ebenen, von denen 2 dreiekkig bleiben und eine in ein Vk. übergeht; er erzeugt ein neues Dk. und statt der abgeschnittenen Ekke 2 neue Ekken. Der Körper, welcher durch den Durchschnitt gebildet wird, ist also ein fünfekkiger Fünfflächer. Die 4 Dke. stehen mit dem Vk. in Verbindung und laufen in einer Ekke zusammen; der Körper heißt daher vierseitige Pyramide. Das Vk. ist die Grundfläche derselben. Jede Ekke an der Grundfläche ist von 3, die Scheitelekke von 4 Flächen gebildet.

Die vierseitige Pyramide hat nach ihrer Entstehung aus der dreiseitigen $6 - 1 + 3 = 8$ Kanten und eben so viel Flächenwinkel. — Oder: am Vk. liegen 4 und an jedem Dk. 3, zusammen $4 + 4 . 3 = 16$ Kanten; da aber jede in 2 Figuren gerechnet ist, so beträgt ihre wirkliche Anzahl $\frac{1}{2} x 16 = 8$.

Die Anzahl der Linienw. ist 4 im Vk. und $4 x 3$ in den 4 Dken, zusammen also 16.

III. Der Durchschnitt nimmt eine Ekke weg und geht durch 2 Ekken (oder endigt in einer Kante); er nimmt also auch 1 Dk. und 2 Kanten weg, erzeugt aber eben so viele neue; folglich entsteht keine neue Körperform.

IV. Der Durchschnitt nimmt 2 Ekken und 1 Kante weg, durchdringt also alle 4 Ebenen und ist somit selbst ein Vk. Die 2 Ebenen, denen die wegfallende Kante angehört, bleiben Dke.; aber die beiden andern Dke. gehen in Vke. über: die neue Körperform enthält daher 2 Dke. und 3 Vke. (wie unter I.) und ist somit ein sechsekkiger Fünfflächer.

V. Der Durchschnitt nimmt 2 Ekken weg, und geht zugleich durch eine dritte Ekke; also schneidet er eine Ebene vollständig ab, erzeugt aber dafür nur wieder 1 anderes Dk.; folglich entsteht keine neue Körperform.

§. 19.

I. Wie aus der dreiseitigen die vierseitige, so entsteht aus dieser die fünfseitige Pyramide. Nimmt der Durchschnitt eine Ekke an der Grundfläche der vierseitigen Pyramide weg und geht er zugleich durch den Scheitel; so durchdringt er die vierekkige Grundfläche und verwandelt sie in ein Fünfekk, nimmt eine Kante weg und erzeugt eine neues Dreiekk, das mit der neuen Seitenlinie der Grundfläche zusammenhangt.

Anm. Die an der 5seitigen Pyramide unterscheidbaren Stükke werden wie in §. 16 aufgesucht. Sie ist von 6 Ebenen, einem Fk. und 5 Dken. begrenzt; sie hat $5 + 1 = 6$ Ekken; $\frac{1}{2} x (1 . 5 + 5 . 3) = 10$ Kanten und Flächenw.; $1 . 5 + 5 . 3 = 20$ Linienw. — Jede Ekke an der Grundfläche ist von 3, die Scheitelekke von 5 Flächen gebildet.

II. Jede vielseitige Pyramide hat ein Vielekk zur Grundfläche und so viele dreiekkige Seitenflächen, aber doppelt so viele Kanten und Flächenw., als die Grundfläche Seiten hat. Jede Ekke an der Grundfläche ist von 3 Flächen, die Scheitelekke aber von so vielen Flächen gebildet, als die Grundfläche Seiten hat.

III. Jede vier- und vielseitige Pyramide läßt sich in 3seitige Pyramiden zerlegen. — Man ziehe in der Grundfläche der 4seitigen Pyr. eine Gehre; aus ihren

Endpunkten gehen nach dem Scheitel 2 Kanten, welche mit ihr ein Dk. bilden. Durchschneidet man in der Richtung dieses Dks. die Pyr., so entstehen 2 dreiseitige Pyramiden, wie die Gehre das Vk. in 2 Dke. zerlegt.

Der durch die Gehre der Grundfläche und 2 Kanten nach dem Scheitel gehende Durchschnitt heißt Gehrenebene (Diagonalebene). — Wie viel Gehren aus einer Winkelspitze der Grundfläche möglich sind, eben so viele Gehrenebenen lassen sich nach dem Scheitel ziehen.

Seitenzahl der Grundfläche,	Zahl der Gehrenebenen	u. der 3seitigen Pyr.
3	0	1
4	1	2
5	2	3
6	3	4
7	4	5
u.	s.	w.

Bei einer vielseitigen Pyr. ist die Anzahl der Gehrenebenen um 3, die Anzahl der durch sie entstehenden 3seitigen Pyr. um 2 kleiner, als die Seitenzahl der Grundfläche.

Ist die Grundfläche ein ordentliches Vielekk, und sind die im Scheitel sich vereinigenden Kanten sämmtlich einander gleich; so ist die Pyramide eine regelmäßige. Ihre Höhenlinie ist dann zugleich ihre Achse. Wird die Scheitelekke einer Pyr. so abgeschnitten, daß der Durchschnitt mit der Grundfläche gleichlaufend ist, so entsteht dadurch eine abgestumpfte Pyramide.

§. 20.

I. Ein 6ekkiger Fünfflächer, dessen Vierekke Parallelogramme sind, heißt Prisma. Seine Dreiekksebenen heißen Grundflächen, seine Vierekksebenen aber Seitenflächen. Weil dieser Körper 3 Seitenflächen (oder 2 dreiseitige Grundflächen) hat, so heißt er insbesondere ein dreiseitiges Prisma.

II. Man durchschneide das 3seitige Prisma in der Richtung von einer Grundfläche zur andern, so daß der Durchschnitt 2 Seitenflächen durchdringt, also 2 Ekken mit der sie verbindenden Seitenkante wegnimmt; so entsteht ein Vk. als neue Grenzebene, welche statt der abgeschnittenen 2 Ekken 4 andere Ekken erzeugt. Der Körper ist nun ein achtekkiger Sechsflächer. Sind seine 4 Seitenflächen Parallelogramme, so heißt er vierseitiges Prisma.

III. Auf gleiche Weise entsteht aus dem 4seitigen Prisma das 5seitige, aus diesem das 6seitige u. s. w. — Jedes vielseitige Prisma hat 2 vielekkige Grundflächen von gleich vielen Seiten und so viele Parallelogramme zu Seitenflächen, als eine Grundfläche Seiten hat. Jede Ekke ist von 3 Flächen gebildet.

Das Prisma ist ein schiefes, wenn seine Seitenflächen schiefwinklige Parallelogramme sind; es ist ein senkrechtes, wenn seine Seitenflächen Rechtekke sind. Das schiefe und senkrechte Prisma sind vollständige Prismen. Ist aber nur eine Seitenfläche ein Parallelogramm und sind die übrigen Seitenflächen Trapeze, oder sind alle Seitenflächen Trapeze, so ist das Prisma ein abgestumpftes.

Sind die Grundflächen eines Prisma ordentliche Vielekke, so ist dasselbe ein regelmäßiges Prisma.

Die Höhe des vollständigen Prisma ist eine Senkrechte, welche von einer Grundfläche zur andern geht.

Anm. Die Erklärung der Achse eines regelmäßigen Prisma läßt sich auf dieser Stufe noch nicht scharf genug bestimmen.

IV. Zwei Ekkpunkte in beiden Grundflächen an den Enden einer Seitenkante sind entsprechende Ekkpunkte; und Gehren zwischen entsprechenden Ekkpunkten in beiden Grundflächen heißen ebenfalls entsprechend. Eine Gehrenebene geht durch zwei entsprechende Gehren der Grundflächen und durch die mit ihnen verbundenen 2 Seitenkanten, ist also ein Vk.

Das 4seitige Prisma wird durch eine Gehrenebene in 2 dreiseitige Prismen zerlegt. Beim 5seitigen Prisma sind aus 2 entsprechenden Ekkpunkten 2 Gehrenebenen möglich, welche dasselbe in 3 dreiseitige Prismen zerlegen. Auf gleiche Weise lassen sich auch die vielseitigen Prismen zerlegen, wie es bei den vielseitigen Pyramiden geschehen ist (§. 19, III.).

§. 21.

I. Sind auch die beiden Grundflächen eines 4seitigen Prisma Parallelogramme, so heißt dasselbe **Parallelopipedum**. Die beiden Grundflächen können dabei schiefwinklige Parallelogramme, oder Rechtekke, oder Rauten, oder Quadrate sein. Das Parallelopipedum ist **rechtwinkelig**, wenn seine 6 Grenzflächen Rechtekke sind; es ist **rautenförmig**, wenn sie Rauten sind; es heißt **Würfel** (Kubus), wenn sie **Quadrate** sind.

II. Wie das Quadrat als Flächenmaß dient, so ist der Würfel die Einheit zur Bestimmung des Inhalts der Körper. Der Würfel dient als Körpermaß, weil seine dreifache Ausdehnung gleichgroß ist. Ein Würfel, der in seiner dreifachen Ausdehnung 1 Fuß mißt, ist ein **Kubikfuß** oder **Körperfuß** (abgekürzt: Kub.'). Er ist 1' lang, 1' breit, 1' dikk oder hoch; seine 6 Grenzflächen sind □'. — Eben so hat man **Kubikruthen**, **Kubikzolle**, **Kubiklinien** (Kub.⁰, Kub.'', Kub.''').

Anm. Die Pyramide behält die Ausdehnung der Grundfläche nicht bei, sondern läßt sie abnehmen, bis sie im Scheitel ganz verschwindet; darum eignet sie sich nicht zum Maß des körperlichen Raumes. Es ist dazu ein Körper nöthig, der sich in der einmal genommenen Ausdehnung gleich bleibt. Daher ist auch das dreiseitige Prisma nicht als Maß brauchbar, weil die Ausdehnung in der Grundfläche nicht beständig ist. Nur der Würfel leistet Genüge.

III. Man lege 2 Kub.'' an einander, dann noch 2 andere hart neben sie, und denke, alle 4 bilden nur **eine** Masse. Der ganze Körper ist dann 2'' lang, 2'' breit, 1'' hoch. Seine Grundfläche beträgt 2 . 2 = 4 □''; auf ihr ruhen auch 2 . 2 Kub.'', weil der Körper nur 1'' hoch ist. — Man lege nun auf diese erste Schichte noch eine zweite Schichte von 4 Kub.'', so entsteht ein Körper, der auch 2'' hoch ist, also ein Würfel, und deßhalb 2 x 2 . 2 = 2 . 4 = 8 Kub.'' enthält.

Man lege 3 Kub.'' an einander, dann noch 3 andere hart neben sie, und ebenso neben diese noch 3; man denke alle fest vereinigt. Dann ist der Körper 3'' lang, 3'' breit, 1'' hoch; seine Grundfläche beträgt 3 . 3 = 9 □''; auf ihr ruhen auch 3 . 3 Kub.'', weil der

Körper 1″ hoch ist. — Legt man nun auf diese erste Schichte noch eine zweite, und auf diese wieder eine dritte von 9 Kub.″; so entsteht ein Körper, der auch 3″ hoch ist, also ein Würfel; er enthält deßhalb 3 x 3 . 3 = 3 x 9 = 27 Kub.″

Man bilde nun auf gleiche Weise einen Würfel von 4″ Länge, Breite und Höhe. — Wie viel Kub.″ hat ein Würfel, der 5, 6, 7, 8, 9, 10″ in jeder Ausdehnung mißt? — Eine Kub.⁰ hat nach dem Dm. in jeder Ausdehnung 10′; wie viel Kub.′ enthält sie? — Ein Kub.′ mißt in jeder Ausdehnung 10″; wie viel Kub.″ enthält er? Ein Kub.″ mißt in jeder Ausdehnung 10‴; wie viel Kub.‴ enthält er? — Das Ddm. ist eben so zu behandeln.

Anm. Solche Zahlen, wie 8, 27, 64, u. s. w., welche aus drei gleichen Faktoren bestehen, heißen deßhalb auch Kubikzahlen; denn sie geben den Inhalt eines Würfels an.

IV. Man findet den Inhalt eines Würfels, wenn man dessen Grundfläche und Höhe mit einander vervielfacht, oder wenn man aus der Längenzahl seiner dreifachen Ausdehnung die Kubikzahl bildet.

Dm. 1 K.⁰ = 1000 K.′ = 1000000 K.″ = 1000000000 K.‴
1 K.′ = 1000 K.″ = 1000000 K.‴
1 K.″ = 1000 K.‴

1 Kub. Klafter = 6 . 6 . 6 = 116 K.′
Ddm. 1 Kub.⁰ = 1728 Kub.′
1 Kub.′ = 1728 Kub.″

V. Die Grundfläche eines rechtwinkligen Parallelopipedums sei 3″ breit und 5″ lang; ist es nun 1″ hoch, so enthält es 1 x 3. 5 = 1. 15 Kub.″ Ist es aber 2″ hoch, so enthält es 2 x 3. 5 = 2. 15 = 30 Kub.″ So viele Zolle die Höhe mißt, so viel Mal enthält der Körper die Anzahl der Kub.″, die auf der Grundfläche ruhen.

Man findet also den Körperinhalt eines rechtwinkligen Parallelopipedums, wenn man dessen Grundfläche und Höhe, oder die Längenzahlen seiner drei Abmessungen mit einander vervielfacht.

Aufg. Welchen Inhalt hat ein Körper, der a) 7″ lang, 5″ breit, 8″ hoch, b) 9″ lang, 4″ breit, 6″ hoch, c) 15′ lang, 8′ breit, 12′ hoch ist?

Ein Zimmer ist 16′ breit, 14′ tief, 11′ hoch; was beträgt sein Körperraum ohne die Fensternischen? — Ein Graben ist 420′ lang, 3′ breit, 5′ tief; wie viel Kub.′ beträgt die ausgeworfene Erde? — Ein Weiher ist 36′ lang, 28′ breit, 6′ tief; wie viel Kub.′ Wasser faßt er?

Ein Straßenbett, das 80⁰ lang, 25′ breit ist, soll 5″ hoch mit Kies überführt werden; wie viel Kub.′ oder Kub.⁰ Kies sind dazu erforderlich?

§. 22.

Wie aus der 3seitigen Pyramide die übrigen Körperformen abgeleitet worden sind, so ließen sich von diesen auch wieder andere von der mannigfaltigsten Art ableiten. Unter allen Körpern werden hier nur noch diejenigen hervorgehoben, deren Grenzflächen ordentliche Figuren sind. Sie heißen **regelmäßige Körper** und sind folgende fünf:

1) Die regelmäßige Pyramide (das Tetraeder) ist von 4 gleichseitigen Dreiekken begrenzt.

2) Der Würfel (das Hexaeder) ist von 6 Quadraten begrenzt.

3) Der regelmäßige Achtflächer (das Oktaeder) ist von 8 gleichseitigen Dreiekken begrenzt, und besteht aus 2 vierseitigen Pyramiden.

4) Der regelmäßige Zwölfflächer (das Dodekaeder) ist von 12 ordentlichen Fünfekken begrenzt.

5) Der regelmäßige Zwanzigflächer (das Ikosaeder) ist von 20 gleichseitigen Dreiekken begrenzt.

Jeder dieser Körper hat einen Mittelpunkt, von dem alle Ekkpunkte gleich weit abstehen.

Anm. Wie viele Ekken, Kanten, Flächenwinkel und Linienwinkel hat jeder? In wie viele Pyramiden läßt sich jeder zerlegen, und wo liegen die Scheitel dieser Pyramiden?

§. 23.

I. Eine Pyramide, deren Grundfläche ein Kreis ist, heißt **Kegel** (conus; daher konisch, kegelförmig). Er hat eine einfach gekrümmte Seitenfläche. Eine Gerade, welche aus dem Scheitel nach dem Mittelpunkt der Grundfläche geht, heißt die Achse desselben. Er heißt senkrecht, wenn die Achse zur Grundfläche senkrecht, und schief, wenn sie zu derselben schief ist. Die Achse des senkrechten Kegels ist zugleich seine Höhe. Er ist vollständig, wenn er in eine Spitze endigt, abgestumpft, wenn ihm der Scheitel fehlt. Letzterer heißt gerade abgestumpft, wenn die obere Fläche mit der Grundfläche gleichlaufend ist, und schief abgestumpft, wenn jene mit dieser ungleichlaufend ist. Die Achse des gerade abgestumpften senkrechten Kegels geht durch den Mittelpunkt der beiden Grundflächen. — Der Durchschnitt eines Kegels in der Richtung der Achse ist ein Dreiekk; der Durchschnitt eines gerade abgestumpften senkrechten Kegels ist ein Trapez. — Wird der senkrechte Kegel in einer mit der Grundfläche ungleichlaufenden Ebene durchschnitten, so ist der Durchschnitt nicht kreisförmig, sondern eine Ellypse.

II. Ein Prisma, dessen beide Grundflächon Kreise sind, heißt Zylinder (eigentlich: Kylinder, Säule, Walze). Er hat ebenfalls eine einfach gekrümmte Seitenfläche. Seine Achse geht durch den Mittelpunkt der beiden Kreise. Die Achse eines vollständigen Zylinders ist stets zu seinen beiden Kreisebenen senkrecht, wie er selbst. Eine mit den beiden Grundflächen gleichlaufende Durchschnittsebene ist ebenfalls ein Kreis. Geht sie aber mit denselben ungleichlaufend, so ist sie eine Ellypse. Ist der Zylinder an einem Ende von einer Ellypse begrenzt, so heißt er einfach abgestumpft; sind beide Enden Ellypsen, so ist er doppelt abgestumpft. In beiden Fällen ist er schief. Die ellyptischen Grundflächen des doppelt abgestumpften Zylinders können gleichlaufend oder ungleichlaufend sein. Eine Durchschnittsebene in der Richtung der Achse des vollständigen Zylinders ist ein Rechtekk; beim einfach-abgestumpften Zylinder ist sie ein senkrechtes Trapez, und beim doppelt abgestumpften Zylinder mit parallelen Grundflächen ein Parallelogramm.

III. Ein Körper mit einem Mittelpunkte, von welchem jeder Punkt der Oberfläche gleich weit absteht, heißt Kugel. Die Oberfläche derselben ist doppelt gekrümmt. Jede Gerade aus dem Mittelpunkt nach einem Punkte der Oberfläche ist ein Halbmesser; eine Gerade aber, welche durch den Mittelpunkt geht und in 2 Punkten der Oberfläche endigt, ist ein Durchmesser oder eine Kugelachse. Jede Durchschnittsebene der Kugel ist ein Kreis; sein Mittelpunkt liegt in einem Kugeldurchmesser. Diese Durchschnittskreise sind der Größe nach verschieden; der größte hat mit der Kugel den Mittelpunkt gemeinschaftlich und theilt sie in 2 Halbkugeln. Alle größten Kreise einer Kugel durchschneiden sich. Kleinere Kreise, die unter sich gleichlaufend sind, heißen Parallelkreise. Der Theil der Oberfläche zwischen 2 Parallelkreisen heißt Kugelriemen (Gürtel, Zone); der Theil der Kugel selbst zwischen ihnen ist eine Kugelschichte. Jeder durch einen Kreis von der Kugel abgeschnittene Theil heißt Kugelabschnitt. Die krumme Oberfläche des Kugelabschnitts heißt Kugelschale (Kugelmütze, calotte). Betrachtet man die Kugelschale als Grundfläche eines Kegels, dessen Spitze im Mittelpunkt der Kugel liegt, so entsteht ein Kugelkegel. Der Theil der Kugeloberfläche zwischen 2 größten Halbkreisen heißt Kugelzweiekk, und der Theil der Kugel zwischen denselben heißt Kugelausschnitt (Kugelkeil). Durchschneiden sich drei größte Kreise, so fassen sie auf der Oberfläche ein Kugeldreiekk (sphärisches Dk.) zwischen sich, und erzeugen eine dreiseitige Kugelpyramide, die das Kugeldreiekk zur Grundfläche hat und deren Scheitel im Mittelpunkt der Kugel liegt.

1. Anm. Was für eine Körperform beschreibt ein rechtwinkliges Dk., das sich um eine Kathete bewegt; oder ein Rechtekk, das sich um eine Seite bewegt; oder ein Halbkreis, der sich um seinen Durchmesser bewegt?

2. Anm. Unsere Erde nähert sich der Kugelgestalt. Der Durchmesser, um welchen sie sich dreht, heißt Achse. Die Endpunkte der Erdachse heißen Pole (Nord- und Südpol). Der Aequator (Gleicher) der Erde ist eine Kreislinie, deren Ebene zur Erdachse im Mittelpunkt senkrecht ist. Er theilt die Erde in eine nördl. und südl. Hälfte. Auch wird er schlechthin die Linie genannt. Erdmeridiane sind größte Kreise, welche die Erdachse zum Durch-

messer haben, also durch die beiden Pole gehen. Parallelkreise sind alle Kreise, welche kleiner als der Aequator, aber mit ihm gleichlaufend sind. Sie theilen die Erdoberfläche in verschiedene Zonen.

(Fortsetzung im nächsten Heft.)

Vortrag, zur Eröffnung eines schweiz. Lehrervereins am 13. Okt. 1840 in Morgenthal gehalten von Herrn J. Kettiger, Schulinspektor des Kantons Basellandschaft.

Es sind 12 Jahre her, seit eines Tages durch die lachenden Gefilde der Landschaft Basel zwei Schulmeister wanderten. Sie waren ausgezogen aus den Thoren Basels und hatten ihre Schritte weggewendet von den Grenzen in das Innere des Vaterlandes. Und wie sie so fürbaß zogen, und das Wechselgespräch sich bald links, bald rechts drehte, gleich dem Wege, den sie gingen; und als sie sich ihres Berufes mehr und mehr freuten, je länger sie davon sprachen, und je mehr Einer dem Andern deutlich machen konnte, daß das Volk da und dort im Begriff stehe, den Lehrstand zu einem Ehrenstand zu erheben: siehe, da stieg in jedem der Beiden, wie heraufgelokkt, die Idee auf, die Lehrerschaft ihrerseits sollte dem Volke entgegenkommen und sich vereinen zu gemeinschaftlichem volksthümlichem Wirken. Ein Dutzend Gründe für die Zwekkmäßigkeit und Nothwendigkeit einer solchen Vereinigung und ein Dutzend segenreicher Folgen wurden an den Fingern hergezählt. Ein Lehrerverein, ein allgemein vaterländischer Lehrerverein stand bald da; eine Schulzeitung fand vom Rhein bis an die Rhone tausend begierige Leser; zahlreiche Versammlungen wurden gehalten; die seit einem Jahrzehend in dem das pädagogische Banner vortragenden Deutschland gemachten Fortschritte in der Unterrichtskunst waren allwärts bekannt und anerkannt; nur e i n Streben beseelte alle schweizerischen Lehrer. So viel und mehr noch sah damals das geistige Auge der zwei Wanderer. Von Freude durchglüht, schieden die Beiden und gingen an entgegengesetzten Enden des Vaterlandes an ihren Beruf. Jeder sollte in seiner Heimat und in seiner Umgebung der Idee