Zeitschrift: Allgemeine schweizerische Schulblätter
Band: 4 (1838)
Heft: 11-12

Artikel: Lehrgang für den Unterricht in der Dreizahlrechnung mit ganzen Zahlen
Autor: [s.n.]
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-865924

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 16.09.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

November und December.

Lehrgang für den Unterricht in der Dreizahlrechnung mit ganzen Zahlen.

(Veranlaßt durch den Lehrerverein des Bezirks Baden.)

Dieser Lehrgang hat vorzüglich den Zwekk, durch eine Reihe von Aufgaben die naturgemäße Stufenfolge zu bezeichnen, nach welcher der hierher gehörige Lehrstoff geordnet werden soll. Letzterer läßt sich in zwei Abtheilungen bringen: die erste Abtheilung enthält nur Aufgaben mit ganzen Zahlen, und hat den eigentlichen Grund zu legen; die zweite Abtheilung wird sich von der ersten nur dadurch unterscheiden, daß sie auch Brüche aufnimmt. Jede Abtheilung zerfällt wieder in zwei Abschnitte, deren erster das Kopfrechnen, und deren zweiter das Schriftrechnen behandelt. Jeder Abschnitt spaltet sich wieder nach der Beschaffenheit der Aufgaben in verschiedene Stufen und jede Stufe aus dem nämlichen Grunde in einzelnen Uebungen. Man kann aber auch bei jeder Uebung dem Kopfrechnen sogleich das Schriftrechnen folgen lassen, und dieser Weg als der kürzere wird hier eingeschlagen, weil dadurch mehrfache Wiederholungen vermieden werden. Allein der Lehrer mag in der Schule zuerst das Kopfrechnen ganz oder doch einige Stufen davon durchnehmen, und dann erst bei der Wiederholung das Schriftrechnen damit verbinden. — Ich gebe hier nicht eine sogenannte Aufgabensammlung als Mittel, die Schüler durch verschiedene Aufgaben gleicher Art im Rechnen zu üben; sondern jede einzelne der folgenden Aufgaben ist Stellvertreterin einer ganzen Klasse von Uebungsaufgaben, die sich der Lehrer entweder selbst bilden, oder die er aus irgend einer Aufgabensammlung nehmen mag.

Erste Stufe.

Erste Uebung.

A. Kopfrechnen.

1. Aufg. a) 1 Pfund kostet 8 Fr., 5 Pf. kosten wie viel Fr.? Antw. 40 Fr.

Aufl. Lehrer. Denke dir, Karl, deine Mutter schikkt dich in einen Kaufladen, um 5 Pf. gute Wolle zu holen, 1 Pfd. zu 8 Fr. Das erste Pfd. kostet nun wie viel Mal 8 Fr.?

Sch. Das erste Pfd. kostet 1 Mal 8 Fr.

L. Das zweite Pfd. kostet wie viel Mal 8 Fr.?

Sch. Das 2te Pfd. kostet auch 1 Mal 8 Fr.

L. Das erste und 2te Pfd. kosten zusammen wie viel Mal 8 Fr.?

Sch. Das erste und 2te Pfd. kosten 1 Mal 8 Fr. und 1 Mal 8 Fr., oder zusammen 2 Mal 8 Fr.

L. Das 3te Pfd. kostet wie viel Mal 8 Fr.?

Sch. Das 3te Pfd. kostet wieder 1 Mal 8 Fr.

L. Die beiden ersten Pfd. und das 3te Pfd. kosten zusammen wie viel Mal 8 Fr.?

Sch. Die 2 ersten Pfde. und das 3te Pfd. kosten 2 Mal 8 Fr. und 1 Mal 8 Fr. oder zusammen 3 Mal 8 Fr.

L. Das 4te Pfd. kostet ebenfalls 1 Mal 8 Fr.; die 3 vorigen Pfd. und das 4te Pfd. kosten nun zusammen wie viel Mal 8 Fr.?

Sch. Die 3 vorigen Pfd. und das 4te Pfd. kosten 3 Mal 8 Fr. und 1 Mal 8 Fr., oder zusammen 4 Mal 8 Fr.

L. Das 5te Pfd. kostet auch 1 Mal 8 Fr.; die vorigen 4 Pfd. und das 5te Pfd. kosten zusammen wie viel Mal 8 Fr.?

Sch. Die vorigen 4 Pfd. und das 5te Pfd. kosten 4 Mal 8 Fr. und 1 Mal 8 Fr., oder zusammen 5 Mal 8 Fr.

1. Anmerk. Der Lehrer wird noch einige Beispiele auf diese Weise behandeln, damit die Schüler ja deutlich einsehen, wie aus dem Preise des Einfachen der Preis des Mehrfachen der Waare abgeleitet wird. An diese erste Klasse von Aufgaben schließt sich dann folgende an, deren Auflösung ganz dieselbe ist, und die sich nur dadurch von jener unterscheidet, daß hier aus der Waare des einfachen die Waare des mehrfachen Preises gesucht wird.

Aufg. b. Für 1 fl. erhält man 6 Ellen; für 9 fl. bekommt man wie viele Ellen? — 54 Ellen.

Aufl. Dieselbe stimmt ganz mit jener der ersten Aufgabe überein.

2. Anm. Der Lehrer muß nun mit Sorgfalt dem Schüler zur Einsicht bringen, daß in diesen Aufgaben nothwendig vier Zahlen vorkommen, von denen jedes Mal drei bekannt (angegeben) sind, und die vierte gesucht (berechnet) wird. Zugleich wird er dabei ein kürzeres Verfahren ableiten, das für die folgenden Uebungen in mancher Hinsicht gleichsam die Grundlage bildet.

L. Unsere erste Aufgabe war: 1 Pfd. kostet 8 Fr., 5 Pfd. kosten wie viel Fr.? Wie viele Zahlen kommen in dieser Aufgabe vor?

Sch. Drei Zahlen kommen darin vor.

L. Welches sind diese Zahlen?

Sch. Diese Zahlen sind: 1 Pfd, 8 Fr., 5 Pfd.

L. Deutet die Aufgabe nicht noch eine vierte Zahl an? — Wird denn nicht nach einer Zahl gefragt, die erst berechnet werden soll?

Sch. Ja, die Anfgabe deutet auf eine vierte Zahl: das sind die Franken für 5 Pfd.

L. Eine solche Aufgabe muß vier Zahlen enthalten. Es muß bekannt sein, was ein Pfund kostet, und diese Angabe enthält schon zwei Zahlen; dann muß bekannt sein, von wie vielen Pfunden der Preis gesucht werden soll, diese Angabe enthält die dritte Zahl; die zu berechnenden und nachher gefundenen 40 Fr. sind die vierte Zahl. Man kann nun die Auflösung auf folgende Art kürzer angeben:

a) Vorbereitung. 5 Pfd. sind 5 Mal 1 Pfd.

Auflösung. 1 Pfd. kostet 8 Fr.,
5 Mal 1 Pfd. kosten 5 Mal 8 Fr. = 40 Fr.

b) Vorb. 9 fl. sind 9 Mal 1 fl.

Aufl. Für 1 fl. erhält man 6 Ellen,
für 9 Mal 1 fl. erhält man 9 Mal 6 Ellen = 54 Ellen.

3. Anm. Nicht ohne Grund sind die beiden Aufgaben gerade in obiger Form gegeben; es soll der Schüler schon aus der Aufeinanderfolge der Zahlen ihre bestimmte Abhängigkeit von einander erkennen. Ist diese Abhängigkeit einmal recht erkannt, so mag man dann auch folgende Formen abwechselnd wählen: 1 Pfd. kostet 8 Fr., wie viel Fr. (oder was) kosten 5 Pfd.? Oder: was kosten 5 Pfd, wenn 1 Pfd. 8 Fr. kostet?

Genauere Unterscheidung der vier Zahlen. Nachdem die Schüler das Obige gehörig eingeübt haben, kann der Lehrer zu einer schärferen Unterscheidung der vier Zahlen übergehen. Er trägt eine Aufgabe vor (hier wird die erste Aufgabe zu Grunde gelegt) und fährt dann fort:

L. Diese Aufgabe enthält zwei Sätze. Der erste ist: 1 Pfd. kostet 8 Fr. Er enthält die Angabe, die man kennen muß, um den Geldbetrag von 5 Pfd. berechnen zu können, und heißt daher der Angabesatz der Aufgabe.— Der zweite Satz ist: 5 Pfd. kosten wie viel Fr.? Er enthält die Frage nach dem Geldwerth der 5 Pfd. und heißt daher der Fragesatz der Aufgabe. — Warum kosten 5 Pfd. fünf Mal 8 Fr.?

Sch. 5 Pfd. kosten 5 Mal 8 Fr., weil 5 Pfd. = 5 Mal 1 Pfd. sind.

L. Um den Werth der 5 Pfd. zu finden, muß ich also zuerst wissen, daß 5 Pfd. = 5 Mal 1 Pfd. sind. Aus 1 Pfd. entspringen 5 Pfd.; also ist 1 Pfd. die Zahl, von welcher die Auflösung ausgeht oder ihren Anfang nimmt; 1 Pfd. heißt daher schikklich die Anfangszahl (Ursprungszahl) der Aufgabe. — Da nach dem Preise der 5 Pfd. gefragt wird, so heißt 5 Pfd. die Fragezahl. — Wie aus 1 Pfd. die 5 . 1 Pfd. entstehen, gerade so entstehen aus 8 Fr. (dem Preis eines Pfundes) die 5 . 8 Fr. (der Preis von 5 Pfunden). Daher heißt man 8 Fr. die Grundzahl der Aufgabe. — Die gesuchte Zahl heißt schlechthin die Unbekannte.

4. Anm. Der Lehrer lege nun mehrere solche Aufgaben in verschiedener Stellung der Sätze vor, und lasse sich jedes Mal die Anfangszahl, die Fragezahl und die Grundzahl angeben. Dann geht er weiter.

L. Welche der obengenannten Zahlen sind abhängige Zahlen, oder werden aus andern gebildet?

Sch. Die Fragezahl ist von der Anfangszahl abhängig; 5 Pfd. sind aus 1 Pfd. gebildet. — Die Unbekannte ist von der Grundzahl anhängig; denn 40 Fr. werden aus 8 Fr. gebildet.

L. Welche Zahlen sind aber zusammengehörig?

Sch. 1 Pfd. und 8 Fr. sind zusammengehörig, eben so 5 Pfd. und 40 Fr.

L. Welche Zahlen sind gleichartig?

Sch. Die Anfangszahl und die Fragezahl sind gleichartig, ebenso die Grundzahl und die Unbekannte.

L. In jeder solchen Aufgabe sind also drei bekannte Zahlen: die Anfangszahl, die Grundzahl und die Fragezahl; aus ihnen wird die Unbekannte berechnet. Solche Rechnungen heißen daher Dreizahlrechnungen.

5. Anm. Noch mehr Beispiele werden auf gleiche Weise durchgenommen.

B. Schriftrechnen.

Das Schriftrechnen stimmt für solche Aufgaben mit dem Kopfrechnen überein, und bedarf daher keiner weitern Auseinandersetzung. Es tritt dann ein, wenn der Schüler die Beispiele wegen der Größe der Zahlen nicht mehr ohne Schrift ausrechnen kann. Anfänglich halte man darauf, daß der Schüler bei der wirklichen Ausrechnung die Grundzahl als Multiplikand oben und die Fragezahl als Multiplikator darunter ansetze. Da sich aber Multiplikand und Multiplikator mit einander vertauschen lassen, so kann man nachher der bequemern Ausrechnung wegen die größere Zahl als Multiplikand und die kleinere als Multiplikator anschreiben lassen.

Zweite Uebung.

A. Kopfrechnen.

Vorbem. In den beiden vorigen Aufgaben erschien als Anfangszahl die Einheit; die Anfangszahl kann aber auch ein Mehrfaches der Einheit sein.

2. Aufg. a) 3 Mann verdienen 16 fl.; 12 Mann verdienen wie viel?

Vorb. 12 Mann sind 4 Mal 3 Mann.

Aufl. 3 Mann verdienen 16 fl.
4 Mal 3 Mann verdienen 4 Mal 16 fl. = 64 fl.

b) Für 7 Batzen erhalte ich 8 Loth; wie viel Loth also für 42 Btz.?

Vorb. 42 Btz. sind 6 Mal 7 Btz.

Aufl. Für 7 Btz erhalte ich 8 Loth,
für 6 Mal 7 Btz. erhalte ich 6 Mal 8 Loth = 48 Loth.

6. Anm. In den vorhergehenden Aufgaben waren die Anfangszahl und Fragezahl gleichnamig; sie können aber auch ungleichnamig sein, wenn nämlich die Fragezahl eine der Anfangszahl übergeordnete Sorte ist, wie in Aufg. 3, a und b.

3. Aufg. a) 4 Loth kosten 7 Btz.; was kostet 1 Pfd. (von 32 Loth)?

Vorb. 1 Pfd. = 8 . 4 Loth.

Aufl. 4 Loth = 7 Bz.

8 . 4 Loth = 8 . 7 Bz. = 56 Bz. = 5 Fr. 6 Bz.

b) Für 2 Bz. erhält man 15 Nähnadeln; wie viel für 1 Franken?

Aufl. wie bei der vorigen Aufg. — Antw. 75 Nähnadeln.

B. Schriftrechnen.

Das Schriftrechnen ist nur wenig vom Kopfrechnen verschieden. Es handelt sich in allen diesen Aufgaben darum, aus dem Produkte und dem Multiplikand den Multiplikator zu finden. Bei Aufgaben mit kleinern Zahlen ist Letzterer sogleich erkennbar; aber bei größern Zahlen ist dies nicht der Fall, und er muß daher durch Messen erst gesucht werden. Ist dies geschehen, so schließt man, wie bei obigen Aufgaben.

L. (wiederholt Aufg. 2. a. und läßt die Auflösung von einem Schüler angeben.) Welche Zahl mußte hier allererst gesucht werden?

Sch. Die Zahl 4 mußte zuerst gesucht werden.

L. War dies leicht, und warum?

Sch. Es war leicht, weil wir wissen, daß 12 = 4 . 3 ist.

L. Ich will nun folgende Aufgabe stellen:

Aufg. a) Für 26 Fr. kauft man 7 Zentner Waare, wie viel kauft man für 832 Fr.? — Welches ist der erste Satz der Auflösung?

Sch. Der erste Satz der Auflösung ist: Für 26 Fr. kauft man 7 Ztr.

L. Was muß man nun für den zweiten Satz wissen?

Sch. Für den zweiten Satz muß man wissen: 832 Fr. sind wie viel Mal 26 Fr.?

L. Das wisset ihr nun nicht so gerade aus dem Kopfe. Achtet aber genau auf die eben ausgesprochene Frage! Was für eine Zahl ist darin 832 ihrer Bildung nach, und was für eine Zahl ist 26?

Sch. 832 ist ein Produkt und 26 ist der Multiplikand desselben?

L. Nach welcher Zahl wird nun gefragt? — Wie findet man dieselbe?

Sch. Es wird nach dem Multiplikator gefragt. Man findet ihn, wenn das Produkt 832 durch den Multiplikand 26 gemessen wird.

L. Nehmt das Messen (schriftlich) vor; was findet ihr?

Sch. Wir finden den Multiplikator 32.

L. Nun machet die Auflösung wie früher.

Sch. Vorb. 832 Fr. = 32 . 26 Fr.
Aufl. 26 Fr. = 7 Ztr.
32 . 26 Fr. = 32 . 7 Ztr. = 224 Ztr.

832	26
78	32
52	
52	
= =	

7. Anm. Es werden noch einige Beispiele so erklärt, und dann folgen schriftliche Aufgaben, bei denen die Ausrechnung durch Messen immer neben die Auflösung geschrieben wird.

Dritte Uebung.

A. Kopfrechnen.

Erste Auflösung.

4. Aufg. a) 8 Pfd. kosten 40 Fr., 1 Pfd. kostet wie viel Franken?

L. Welches ist in dieser Aufgabe der Angabesatz und der Fragesatz?

Sch. Der Angabesatz dieser Aufgabe ist: 8 Pfd. kosten 40 Fr.; der Fragesatz ist: 1 Pfd. kostet wie viel Fr.?

L. Welches ist die Anfangszahl, die Grundzahl, die Fragezahl und die Unbekannte?

Sch. 8 Pfd. ist die Anfangszahl; 40 Fr. ist die Grundzahl; 1 Pfd. ist die Fragezahl; der Preis eines Pfundes ist die Unbekannte.

8. Anm. Das Vorstehende ist bloße Einleitung und soll den Schüler einstweilen darauf hinweisen, daß er nun Aufgaben anderer Art, als die frühern, auflösen lernen soll. Nothwendig ist diese Vorbereitung, weil der Schüler sonst leicht durch die Erinnerung an die ältern Aufgaben in Verwirrung kommt. Ist es zum Verständniß erforderlich, so wird der Lehrer mehrere solche Aufgaben in ihre Bestandtheile zerlegen lassen. — Dann erst folgt die eigentliche Auflösung.

L. 8 Pfd. sind wie viel Mal 1 Pfd.?

Sch. 8 Pfd. sind 8 Mal 1 Pfd.

L. 8 Pfd. kosten 40 Fr. Wie viel Mal wurde der Preis eines Pfundes genommen, um 40 Fr. zu erhalten?

Sch. Der Preis eines Pfundes wurde 8 Mal genommen, um 40 Fr. zu erhalten.

L. 40 Fr. sind aber 8 Mal wie viel Fr.?

Sch. 40 Fr. sind 8 Mal 5 Fr.

L. 8 Mal 1 Pfd. kosten also 8 Mal 5 Fr.; 1 Mal 1 Pfd. kostet nun wie viel Mal 5 Fr.?

Sch. 1 Mal 1 Pfd. kostet 1 Mal 5 Fr.

L. Merket nun die gefundenen Sätze der Auflösung, die ich euch zusammenstellen will:

Vorb. 8 Pfd. sind 8 Mal 1 Pfd.
40 Fr. sind 8 Mal 5 Fr.

Nun heißt der erste Satz:

8 Mal 1 Pfd. kosten 8 Mal 5 Fr.,

und daraus finde ich:

1 Mal 1 Pfd. kostet also 1 Mal 5 Fr.

Aufg. b) Für 9 fl. erhalte ich 54 Ellen; für 1 fl. also wie viel Ellen?

Vorb. und Aufl. werden wie vorhin entwikkelt.

Vorb. 9 fl. sind 9 Mal 1 fl.
54 Ellen sind 9 Mal 6 Ellen.

Aufl. Für 9 Mal 1 fl. erhalte ich 9 Mal 6 Ellen,
für 1 Mal 1 fl. erhalte ich also 1 Mal 6 Ellen.

9. Anm. Der Lehrer läßt diese Auflösung von einzelnen Schülern wiederholen und noch ähnliche Aufgaben danach auflösen.

Zweite Auflösung.

L. (wiederholt Aufg. 4. a. und fährt dann fort:) 8 Pfd. sind wie viel Mal 1 Pfd.?

Sch. 8 Pfd. sind 8 Mal 1 Pfd.

L. Wie viel Mal muß man für 8 Pfd. den Preis eines Pfundes geben?

Sch. Für 8 Pfd. muß man den Preis eines Pfundes 8 Mal geben.

L. 40 Fr. sind der Preis von 8 Pfd.; diese 40 Fr. enthalten also wie viel Mal den Preis eines Pfundes?

Sch. 40 Fr. enthalten 8 Mal den Preis eines Pfds.

L. 1 Pfd. ist der wie vielste Theil von 8 Pfd.?

Sch. 1 Pfd. ist der achte Theil von 8 Pfd.

L. Und der Preis eines Pfundes ist der wie vielste Theil von 40 Fr.?

Sch. Der Preis eines Pfundes ist der achte Theil von 40 Fr.

L. Was ist der achte Theil von 40 Fr.

Sch. Der achte Theil von 40 Fr. ist 5 Fr.

L. Wenn also 8 Pfd. 40 Fr. kosten; so kostet 1 Pfd. den achten Theil von 40 Fr., d. i. 5 Fr.

10. Anm. Der Lehrer läßt diesen Schlußsatz von einzelnen Schülern wiederholen und behandelt dann noch einige Aufgaben auf gleiche Weise. Nachher fährt er fort:

L. Bei der Auflösung der vorigen Aufgabe gingen wir von dem Angabesatze aus: 8 Pfd. kosten 40 Fr. — Darauf fanden wir den zweiten Satz: 1 Pfd. ist der achte Theil von 8 Pfd. — Hieraus haben wir dann erkannt: der Preis eines Pfundes ist der achte Theil von dem Preise der 8 Pfd. oder von 40 Fr. — Nachher haben wir den achten Theil von 40 Fr. berechnet: der achte Theil von 40 Fr. ist 5 Fr. — Dadurch ergab sich dann: 1 Pfd. kostet 5 Fr. — Merket euch nun die Reihenfolge der Sätze, welche die Auflösung enthält, nämlich:

8 Pfd. kosten 40 Fr.
1 Pfd. ist der achte Theil von 8 Pfd.
1 Pfd. kostet also den achten Theil von 40 Fr.
Der achte Theil von 40 Fr. ist 5 Fr.
1 Pfd. kostet also 5 Fr.

Oder kürzer:

8 Pfd. kosten 40 Fr.
1 Pfd. ist der achte Theil von 8 Pfd.
1 Pfd. kostet also den achten Theil von 40 Fr. = 5 Fr.

Auf gleiche Art wird die Aufgabe b) behandelt und ihre Auflösung entwikkelt, nämlich:

Für 9 fl. erhalte ich 54 Ellen.
1 fl. ist der neunte Theil von 9 fl.
Für 1 fl. erhalte ich also den neunten Theil von 54 Ellen = 6 Ellen.

11. Anm. Die erste Auflösung schließt sich ganz enge an die Auflösung in der ersten Uebung an und eignet sich vorzüglich für das Kopfrechnen. Die zweite Auflösung ist zwar auch beim Kopfrechnen brauchbar, legt aber besonders den Grund zu dem Verfahren beim Schriftrechnen.

B. Schriftrechnen.

Das Verfahren beim Schriftrechnen läßt sich sowohl

aus der ersten, als aus der zweiten Auflösung ableiten; in Absicht auf die spätere Anwendung aber möchte die Begründung durch die zweite Auflösung zwekkmäßiger sein.

I. 32 Juchart Land sind zu 26368 Fr. geschätzt; wie hoch ist der Werth eines Jucharts?

L. Wenn ihr diese Aufgabe berechnen wollet, so verfahret ihr wie früher:

32 Juchart betragen 26368 Fr.
32 Juchart sind 32 Mal 1 Juchart.

Nun aber wisset ihr nicht gerade aus dem Kopfe:

26368 Fr. sind 32 Mal wie viel Fr.

Wenn ihr aber diese Frage genau überleget, was für eine Zahl ist 26368 Fr., und was für eine Zahl ist 32?

Sch. 26368 Fr. ist ein Produkt, und 32 ist der Multiplikator desselben.

L. Nach welcher Zahl wird gefragt und wie findet man dieselbe?

Sch. Es wird nach dem Multiplikand gefragt, und man findet ihn, wenn das Produkt 26368 durch den Multiplikator 32 getheilt wird.

L. Berechnet nun den Multiplikand schriftlich; was findet ihr?

Sch. Wir finden den Multiplikand 824 Fr.

L. Nun könnet ihr in der Auflösung fortfahren; wie schließt man?

Sch. Wir schließen: 32 Mal 1 Juchart betragen 32 Mal 824 Fr.

1 Mal 1 Juchart beträgt also 1 Mal 824 Fr.

II. Will man die nämliche Aufgabe nach der zweiten Auflösung behandeln, so weicht hier der Gang der Auflösung gar nicht von demjenigen ab, den wir oben bei der zweiten Auflösung der Aufgabe 4, a und b angegeben haben, weil er unmittelbar selbst aufs Theilen führt. Der Unterschied besteht bloß darin, daß die Theilung wegen der Größe der Theilungszahl schriftlich geschehen muß, nämlich:

32 Juchart betragen 26368 Fr.
1 Juchart ist der 32ste Theil von 32 Juchart,
also 1 Juchart beträgt den 32sten Theil von
26368 Fr. = 824 Fr.

Der zweite Satz der Auflösung vermittelt bloß die Ableitung des dritten aus dem ersten; allein die Schüler bedürfen dieser Vermittlung bald nicht mehr, und machen die Auflösung dann auf folgende Weise:

32 Juchart = 26368 Fr.

1 Juchart = $\frac{26368 \text{ Fr.}}{32}$ = 824 Fr.

26368 Fr.	32
256	824 Fr.
76	
64	
128	
128	

12. Anm. Auf diese Weise berechnen nun die Schüler noch mehr Aufgaben in größern Zahlen und schreiben die Theilung zur Seite.

13. Anm. Hier wird auch der Lehrer seine Schüler darauf hinweisen, daß in den Aufgaben 1. a u. b aus dem Einfachen das Mehrfache, in den Aufgaben 4. a u. b aus dem Mehrfachen das Einfache gesucht wird; und daß daher bei derartigen Aufgaben die Berechnung des Mehrfachen durch die Berechnung des Einfachen und diese durch jene geprüft werden kann.

Vierte Uebung.

A. Kopfrechnen.

5. Aufg. a) 12 Mann verdienen 64 fl., was verdienen 3 Mann?

1. Aufl. Vorb. 12 Mann = 4 . 3 Mann.
64 fl. = 4 . 16 fl.
Aufl. 4 . 3 Mann verdienen 4 . 16 fl.
1 . 3 Mann verdienen 1 . 16 fl. = 16 fl.

2. Aufl. 12 Mann verdienen 64 fl.
3 Mann sind der vierte Theil von 12 Mann.
3 verdienen also auch den vierten Theil von 64 fl. = 16 fl.

Aufg. b) Für 42 Bz. kauft man 48 Loth; wie viel für 7 Bz.?

1. Aufl. Vorb. 42 Bz. = 6 . 7 Bz.,
48 Lth. = 6 . 8 Lth.
Aufl. Für 6 . 7 Bz. kauft man 6 . 8 Loth.,
für 1 . 7 „ „ „ 1 . 8 Lth = 8 Lth.

2. Aufl. Für 42 Bz. kauft man 8 Lth.
7 Bz. sind der sechste Theil von 42 Bz.,
für 7 Bz. kauft man also auch den sechsten Theil von 48 Lth. = 8 Lth.

6. Aufg. a) 1 Pfd. kostet 56 Bz.; wie hoch kommen 4 Lth.

1. Aufl. Vorb. 1 Pfd. = 32 Lth. = 8 . 4 Lth.
56 Bz. = 8 . 7 Bz.
Aufl. 8 . 4 Lth. kosten 8 . 7 Bz.
1 . 4 Lth. kosten 1 . 7 Bz. = 7 Bz.

2. Aufl. 1 Pfd. kostet 56 Bz.
4 Lth. sind der achte Theil von 1 Pfd.
4 Lth. kosten also auch den achten Theil von 56 Bz. = 7 Bz.

Aufg. b) Für 1 Fr. erhält man 75 Nähnadeln; wie viel für 2 Bz.?

1. Aufl. Vorb. 1 Fr. = 10 Bz. = 5 . 2 Bz.
75 Nähnadeln = 5 . 15 Nähnadeln.
Aufl. Für 5 . 2 Bz. erhält man 5 . 15 Nähnadeln,
für 1 . 2 Bz. „ „ 1 . 15 Nähnadeln.

2. Aufl. Für 1 Fr. erhält man 75 Nähnadeln;
2 Bz. sind der fünfte Theil von 1 Fr.;
für 2 Batzen erhält man also den fünften Theil von 75 Nähnadeln = 15 N.

14. Anm. Man wird bemerken, daß die Aufgaben 5 und 6 den Aufgaben 2 und 3 entgegengesetzt sind. Wenn es nöthig ist, wird der Lehrer die Auflösung der betreffenden Letztern zuerst wiederholen. Im Uebrigen kann die Sache keine Schwierigkeit haben, wenn die Auflösung der Aufgaben 4. a und b gut verstanden ist. Die gesprächliche Entwikklung ergibt sich aus dem Vorhergehenden.

15. Anm. Der Lehrer wird hier nicht übersehen, daß die Aufgaben 5, a und b wesentlich einerlei sind: in Beiden wird das Einfache gesucht. Der Unterschied besteht nur darin, daß in jener die Einheit der Waare, in dieser die Einheit des Geldes sich ergibt. Von ihnen unterscheiden sich die Aufgabe 6, a und b nur dadurch, daß in den Letztern die Anfangszahl und Fragezahl ungleichnamig sind.

B. Schriftrechnen.

Hier findet natürlich der nämliche doppelte Unterschied der Aufgaben Statt, der in den zweifachen Aufgaben 5 und 6 hervortritt. Z. B. (S. Aufg. Uebung 2. B.)

I. Aufg. Für 832 Fr. erhält man 224 Ctr. Waare, wie viel für 26 Fr.?

1. Aufl. a) 832 Fr. = 224 Ctr.
b) 832 Fr. sind wie viel Mal 26 Fr.?

Diese Frage muß zuerst durch Messen beantwortet

werden. Man findet 832 Fr. = 32 . 26 Fr.; gleichmäßig zerlegt man 224 Ctr. = 32 . 7 Ctr. Nun ergibt sich leicht der Schluß:

für 32 . 26 Fr. erhält man 32 . 7 Ctr.
„ 1 . 26 Fr. also 1 . 7 Ctr. = 7 Ctr.

2. Aufl. Für 832 Fr. erhalte ich 224 Ctr. Nun fragt sich zuerst: 26 Fr. sind der wie vielste Theil von 832 Fr.? — Man findet durch Messen: 26 Fr. sind der 32ste Theil von 832 Fr.; daher schließt man: für den 32sten Theil von 832 Fr. erhält man den 32sten Theil von 224 Ctr. = 7 Ctr.

16. Anm. Die vorstehende Aufgabe entspricht der Aufgabe 5. Das Schriftrechnen hat hier für die Anwendung keinen besondern Werth, weil später die Bruchlehre für diesen Fall eine weit einfachere Auflösung an die Hand gibt. Einige Bedeutung erhält dasselbe bloß dadurch, daß diese Auflösung gewissermaßen als Vorbereitung der Auflösung vermittelst der Verhältnißgleichung dienen kann.

17. Anm. Am Schlusse der ersten Stufe sind die Schüler darauf hinzuweisen, daß jede der vier in einer Aufgabe vorkommenden Zahlen als unbekannt gedacht werden könne, und daß demnach vier Aufgaben zugleich gegeben seien. Z. B. a) 3 Pfund kosten 8 Fr., was kosten 18 Pfund? Antw. 48 Fr. — b) Für 8 Fr. erhalte ich 3 Pfd., wie viel Pfd. erhalte ich für 48 Fr.? Antw. 18 Pfd. — c) 18 Pfd. kosten 48 Fr.; was kosten 3 Pfd.? Antw. 8 Fr. — d) Für 48 Fr. kauft man 18 Pfd.; wie viel Pfd. kauft man für 18 Fr.? Ant. 3 Pfd. — Diese Umkehrung der Aufgaben führt erst die Schüler recht in das Wesen der Sache ein und lehrt sie mit Leichtigkeit die einfachste Probe finden.

18. Anm. Die Schüler sind auch auf gewisse Rechenvortheile aufmerksam zu machen, welche hier schon ihre Anwendung finden können. Das Vervielfachen kann sehr häufig abgekürzt und erleichtert werden durch den Gebrauch von Halbgulden, Drittel, Viertel, Fünftel, Sechstel, Achtel, Zehntel des Gulden; ferner durch Vertauschung der Faktoren, und endlich durch zwekkmäßige Zerlegung des Multiplikands. Ein Beispiel der letztern Art ist 12 . 28. Nach dem allgemeinen Verfahren zerlegt man 28 in 20 und 8. Es ist aber zwekkmäßiger, 28 in 25 u. 3 oder in 30 weniger 2 zu zerlegen. — Diese Andeutungen mögen genügen, da hier bloß ein Aufgabenplan gegeben werden soll, und demnach die Rechenvortheile eigentlich außer dem Wege liegen. Es ist Sache des Lehrers, dieselben nicht zu übersehen.

Zweite Stufe.

Erste Uebung.

A. Kopfrechnen.

Es erscheint nun zunächst die Grundzahl als ungleich benannt, und ebenso in den meisten Fällen auch die Unbekannte.

7. Aufg. a) 1 Pf. kostet 5 fl. 7 Bz. Reichsgeld; was kosten 8 Pfd.?

Aufl. 1 Pfd. kostet 5 fl. 7 Bz.
8 Pfd. kosten 8 Mal 5 fl. u. 8 Mal 7 Bz.
8 Mal 5 fl. sind 40 fl.
8 Mal 7 Bz. sind 56 Bz. (oder 3 Mal 15 Bz. u. 11 Bz.) oder 3 fl. 11 Bz.
40 fl. u. 3 fl. sind 43 fl., und dazu kommen noch 11 Bz.
8 Pfd. kosten also 43 fl. 12 Bz.

So gestaltet sich die Auflösung mündlich. Die schriftliche Darstellung kann folgende sein:

1 Pfd. = 5 fl. 7 Bz.
8 Pfd. = 8 Mal 5 fl. und 8 Mal 7 Bz.
= 40 fl. und 56 Bz.
= 40 fl. und 3 fl. 11 Bz.
= 43 fl. 11 Bz.

19. Anm. Es ist dies bloß eine kürzere schriftliche Darstellung des mündlichen Verfahrens und vom eigentlichen Schriftrechnen wohl zu unterscheiden, welches bei größeren Aufgaben eintritt und auf andere Weise ausgeführt wird.

Aufg. b) Für 1 fl. kauft man 4 Pfd. 3 Vrlg; wie viel für 7 fl.? — Aufl. wie bei der vorigen Aufgabe.

8. Aufg. 4 Ellen kosten 12 Fr. 8 Bz.; was kosten 20 Ellen?

Vorb. 20 Ellen sind 5 Mal 4 Ellen.

Aufl. 4 Ellen kosten 12 Fr. 8 Bz.
5 . 4 Ellen kosten 5 . 12 Fr. und 5 . 8 Bz.
5 . 12 Fr. sind 60 Fr.
5 . 8 Bz. sind 40 Bz. oder 4 . 10 Bz. oder 4. Fr.
60 Fr. und 4 Fr. sind 64 Fr.
5 . 4 Ellen kosten also 64 Fr.

Die schriftliche Darstellung ist der obigen (Auf. 7, a) gleich, bleibt also hier weg.

9. Aufg. Für 8 Bz. kauft man 2 Buch und 6 Bogen Schreibpapier, wie viel für 4 Fr.?

Vorb. 4 Fr. sind 40 Bz. oder 5 Mal 8 Bz.

Aufl. wie vorhin.

B. Schriftrechnen.

I. Aufg. 1 Saum Wein kommt auf 27 fl. 16 ß. Zürichergeld; wie hoch stehen 34 Saum? (1 fl. in Zürich = 40 Schilling.)

Aufl. 1 Saum = 27 fl. 16 ß.
34 Saum = 34 . (27 fl. 16 ß.)

Ausrechnung. a) Man vervielfacht sowohl die 27 fl. als die 16 ß. mit 34, verwandelt die erhaltenen Schillinge in Gulden und zählt die so gefundenen Gulden zu dem Produkt von Gulden.

Ausrechnung. b) Man verwandelt die 27 fl. in ß., zählt die 16 ß. dazu, und vervielfacht die Summe mit 34, und verwandelt die erhaltenen Schillinge wieder in Gulden.

a) 27 fl. u. 16 ß.
Mal 34

108	64	
81	48	
918 fl.	544 ß.	40 ß.
u. 13 fl. 24 ß.	4	13 fl.
931 fl. 24 ß.	14	
	12	
	24 ß.	

b) 27 fl.
Mal 40

1080	
u. 16	
1096 ß.	
Mal 34	
4384	
3288	
37264 ß.	40 ß.
36	931 fl. 24 ß.
12	
12	
6	
4	
24 ß.	

II. Aufg. 7 Ellen feines Tuch kosten 57 fl. 18 kr.; wie hoch kommen dann 84 Ellen?

Aufl. 84 Ellen = 12 . 7 Ellen.
7 Ellen = 57 fl. 18 kr.
12 . 7 Ellen = 12 . (57 fl. 18 kr.)

Ausrechnung: wie oben.

20. Anm. Man sollte zwar meinen, es wäre überflüssig, diese zweifache Ausrechnung hier anzuführen; allein es gibt noch immer Schulen, wo man nur die breitere zweite zu kennen, oder doch wenigstens die natürlichere erste in den Hintergrund zu stellen scheint. Eine dritte Ausrechnung entsteht im Gegensatz zur zweiten, wenn man, statt wie hier die fl. in ß., die ß. in Bruchgulden verwandelt. Sie gehört aber nicht auf diese Stufe, sondern kann erst nach der Lehre von den Bruchzahlen folgen.

21. Anm. Wenn die Grundzahl solche ungleich benannte Zahlen enthält, welche nach dem Zehnersystem in einander sich verwandeln, wie z. B. Frk. und Rappen, so fallen beide Ausrechnungen in eine zusammen, was bereits im frühern Unterricht vorgekommen sein soll. — Ebenso müssen auch solche Aufgaben vorkommen, worin die Fragezahl (hier immer Multiplikator) 10, oder 100, oder 1000 u. s. w. ist.

Zweite Uebung.

A. Kopfrechnen.

10. Aufg. 8 Ellen Tuch kosten 34 fl. 20 ß. Glarnergeld; wie hoch kommt dann 1 Elle? (1 fl. in Glarus = 50 Schilling.)

1. Aufl. Vorb. 8 Elle = 8 . 1 Elle.
34 fl. = 8 . 4 fl. und 2 fl.
2 fl. = 2 . 50 ß. = 100 ß.
100 ß. u. 20 = 120 ß. = 8 . 15 ß. also
34 fl. 20 ß. = 8 . 4 fl. u. 8 . 15 ß.
oder 8 . (4 fl. 15 ß.)
Aufl. 8 . 1 Elle kosten 8 Mal 4 fl. 15 ß.
1 . 1 Elle kostet 1 Mal 4 fl. 15 ß. =
4 fl. 15 ß.

2. Aufl. 8 Ellen kosten 34 fl. 20 ß.
1 Elle ist der achte Theil von 8 Ellen,
1 Elle kostet also auch nur den achten Theil
von 34 fl. 20 ß.
der achte Theil von 34 fl. ist 4 fl.,
Rest 2 fl.
2 fl. sind 2 . 50 ß. = 100 ß.;
100 ß. u. 20 = 120 ß.
der achte Theil von 120 ß. ist 15 ß.
1 Elle kostet also 4 fl. 15 ß.

11. Aufg. Jemand verdient in 21 Tagen 13 fl. 35 Blutzger Bündnergeld; wie viel in 7 Tagen? (1 fl. = 70 Blutzger.)

1. Aufl. Vorb. 21 Tag = 3 . 7 Tag.
13 fl. 35 Bl. = 3 . (4 fl. 35 Bl.)
Die Zwischenrechnung wie oben.

Aufl. In 3 . 7 Tagen verdient er 3 . (4 fl. 35 Bl.)
In 1 . 7 Tagen verdient er 1 . (4 fl. 35 Bl.) = 4 fl. 35 Bl.

2. Aufl. In 21 Tagen verdient Jemand 13 fl. 35 Bl.
7 Tage sind der 3te Theil von 21 Tagen,
in 1 Tagen verdient er also den 3ten Theil von 13 fl. 35 Bl. = 4 fl. 35 Bl.

12. Aufg. 9 Loth Seide kosten 4 fl. 32 ß. Zürichergeld; wie hoch kommen 3 Quentlein?

1. Aufg. Vorb. 9 Lth. = 36 Qtl. = 12 . 3 Qtl.
4 fl. 32 ß. = 192 ß. = 12 . 16 ß.

Aufl. 12 . 3 Qtl. kosten 12 . 16 ß.
1 . 3 Qtl. kosten 1 . 16 ß. = 16 ß.

2. Aufl. 9 Lth. = 36 Qtl. kosten 4 fl. 32 ß.
3 Qtl. sind der 12te Theil von 36 Qtl.
3 Qtl. kosten also auch den 12ten Theil von 4 fl. 32 ß. = 16 ß.

22. Anm. Bei der ersten Auflösung obiger Aufgabe geschieht die Zerlegung der 192 ß. am leichtesten also: 192 ß. = 120 ß. u. 72 ß. = 12 . 10 ß. u. 12 . 6 ß. = 12 . 16 ß. — Auf gleiche Weise geschieht die Theilung der zweiten Auflösung. 192 ß. = 120 ß. u. 72 ß. Der 12te Theil von 120 ß. ist 10 ß., der 12te Theil von 72 ß. ist 6 ß.; 10 ß. u. 6 ß. = 16 ß.

B. Schriftrechnen.

I. Aufg. 53 Malter kosten 860 Fr. 72 Rp.; wie hoch kommt 1 Malter zu stehen?

1. Aufl. 53 Malter = 860 Fr. 72 Rp.
1 Malter = $\frac{160 \text{ Fr. } 72 \text{ Rp.}}{53}$ (d. h., es kostet den 53sten Theil von 860 Fr. 72 Rp.) — S. Aufg. 4, Aufl. 2.

Ausrechnung. Wie oben (Stufe II., Uebung 1, B. Aufg. I.) eine doppelte Ausrechnung Statt fand, so ist

dieselbe auch hier — nur in entgegengesetzter Weise — von zweifacher Art.

a) Man sucht den 53sten Theil von 860 Fr., verwandelt dann den Rest in Rappen und zählt die 72 Rp. dazu, und sucht den 53sten Theil von dieser Summe. — b) Man verwandelt die 860 Fr. in Rappen, zählt die 72 Rp. dazu und theilt die Summe mit 53, und verwandelt den Quotienten in Franken. Beide Arten liegen in folgender Form vereinigt:

```
860 Fr. 72 Rp. | 53
 53            |-----
-----          | 16 Fr. 24 Rp.
 330           |
 318           |
-----          |
  127
  106
 -----
   212
   212
```

23. Anm. Die beiden Ausrechnungen sind hier wesentlich einerlei, weil Franken und Rappen nach dem Zehnersystem in einander verwandelt werden. Das Nähere hierüber gehört in den Vorbereitungsunterricht auf einer frühern Stufe.

2. Aufl. Sie gründet sich darauf, daß das Produkt, durch den Multiplikator getheilt, den Multiplikand wieder erzeugt. Die 860 Fr. 72 Rp. sind als Produkt zu betrachten. Dasselbe ist entstanden, indem der Preis eines Malters (als Multiplikand) 53 Mal genommen wurde; wird daher das Produkt 860 Fr. 72 Rp. durch 53 getheilt, so erhält man den Preis eines Malters.

II. Aufg. 864 Mann kommen mit ihrem wöchentlichen Unterhalt auf 2246 fl. 24 kr.; wie hoch kommen 12 Mann?

Aufl. Man berechnet zuerst, der wie vielste Theil 12 Mann von 864 Mann sind. Man findet: 12 Mann sind der 72ste Theil von 864 Mann, also brauchen 12 Mann auch den 72sten Theil von 2246 fl. 24 kr. = 31 fl. 12 kr.

```
864 Mann. | 12 Mann.
 84       |-----
-----     | 72
  24
  24
```

a)

```
  2246 fl. 24 kr. |72
  216             |31fl. 12kr.
  ---
    86
    72
  ----
    14 fl.
Mal60
  ----
   840 kr.
und 24
  ----
   864 kr.
    72
  ----
   144
   144
  ----
```

b)

```
   2246 fl.
Mal 60
  ------
 134760 kr.
 und 24     |72
 ---------------
 134784 kr. | 1872kr. |60 kr.
   72       | 18      |31fl. 12kr.
  ----      |  7      |
   627      |  6
   576      |  12kr.
  ----
    518
    504
  ----
     144
     144
```

Aufgaben, worin die Anfangszahl und Fragezahl ungleichnamig sind, kommen in größeren Zahlen seltener vor. Uebrigens unterscheidet sich ihre Auflösung von jener der beiden obigen Aufgaben nur darin, daß sie die Vorbereitung erfordert, die ungleichnamigen Zahlen gleichnamig zu machen. Es bedarf daher für diesen Fall hier keines besondern Beispiels. (Die Fortsetzung folgt.)

Auf welche Fächer soll sich der Volksunterricht beschränken? und welche Gränzen sollen jedem derselben gestekkt werden? — Welche Verschiedenheiten sollen in beiden Beziehungen zwischen Stadt- und Landschulen, zwischen Knaben- und Mädchenschulen Statt finden?

Vorbemerkung. Diese Fragen wurden im Jahre 1836 von der schweizerischen gemeinnützigen Gesellschaft ausgeschrieben und von