Zeitschrift: Allgemeine schweizerische Schulblätter
Band: 1 (1835)
Heft: 2

Artikel: Neue Divisionsmethode von Crelle
Autor: [s.n.]
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-865770

Schlußbemerkung.

Die projektirte Uebereinkunft wurde von der Schulgemeinde wirklich genehmigt, und dadurch alle obwaltenden Anstände beseitigt. Auch nach meiner Rückkehr von Hofwyl vernahm ich zu meiner Freude, daß alle Verhältnisse dieser Schule sich ganz gut und günstig gestalten, und daß die Bestrebungen der wackern Lehrer bei den Vorstehern und Eltern immer allgemeinere Anerkennung finden.

Neue Divisionsmethode von Crelle.*)

Eine in manchen Fällen sehr bequeme Divisionsmethode liefert die Anwendung der dekadischen Ergänzung, welche auch von Elementarlehrern gekannt zu werden verdient, da sie gar nicht schwer und auch für das praktische Rechnen sehr brauchbar ist.

Dekadische Zahlen heißen 10, 100, 1000 u. s. f. oder überhaupt alle Zahlen, die durch fortgesetzte Multiplikation der 10 mit sich selbst entstanden sind (alle Potenzen von 10). Dekadische Ergänzungen heißen alle Zahlen, welche, zu einer andern hinzugefügt, die zunächst über ihr stehende dekadische Zahl voll machen, z. B. 2 ist die dekadische Ergänzung zu 8, denn $8 + 2 = 10$; 146 ist die dekadische Ergänzung zu 854, den $854 + 146 = 1000$. Durch Anwendung der dekadischen Ergänzung kann die Division in manchen

*) Diese Methode erschien zuerst in Crelle's Journal für die reine und angewandte Mathematik. (Bd. 13, Heft 3, S. 209 ff. Wir liefern dieselben hier in einer einfachern Darstellung. — Wir waren zwar Willens, einen andern Aufsatz, dessen Inhalt aus dem Gebiete des muttersprachlichen Unterrichts genommen ist, in dieses 2te Heft aufzunehmen; allein die Wichtigkeit des obigen Gegenstandes entschied für seine ungesäumte Aufnahme. —

Die Redaktion.

Fällen sehr vereinfacht werden. Wir wollen ein Beispiel nach dieser Methode vorrechnen und die Erklärung und Begründung nachfolgen lassen. Die Aufgabe sei: Man dividire 549983 durch 86!

$$86 = 100 - 14$$

$$\begin{array}{r|l}
549983 & 6395 \\
84 & \\
\hline
\cancel{6}339 & \\
42 & \\
\hline
\cancel{3}818 & \\
126 & \\
\hline
\cancel{9}443 & \\
70 & \\
\hline
\cancel{5}13 \text{ Rest.} &
\end{array}$$

Erklärung: Der Divisor in dem vorliegenden Exempel ist 86. Die dekadische Ergänzung zum Divisor 14. Also 86 = 100 — 14. Der erste Partial-Dividend ist 594. Durch Vergleichung des Divisors mit diesem ersten Theil des Dividenden finde ich als ersten Partialquotienten 6. Ich sollte nun das Produkt 6 . 86 von 549 abziehen. Anstatt 6 . 86 nehme ich 6 (100 — 14) = 600 — 84. Wollte ich nun 600 abziehen, so hätte ich 84 zuviel abgezogen, welche ich wieder zum Rest hinzusetzen müßte. Ich addire also gleich zuerst die 84 zum Dividenden und subtrahire von der Summe (633) die 600, was einfach durch Ausstreichung der Ziffer 6 bewerkstelligt wird. — Rest = 33. Nun bilde ich durch Hinzusetzung der folgenden Ziffer des Dividenden den zweiten Theil desselben = 339. Als muthmaßlichen Quotienten finde ich für diesen Theil 3. Anstatt 3 . 86 nehme ich wieder 3 (100 — 14) = 300 — 42, addire 42, und subtrahire von der Summe = 381 durch Ausstreichung der 3 die 300; Rest = 81. Durch Hinzusetzung der folgenden Ziffer des Dividdenden bekomme ich als dritten Theil desselben 818, mit dem ich wie oben verfahre; ich addire nämlich das Produkt des Quotienten und der Ergänzung (9 . 14 = 126) und subtrahire das Produkt des Quotienten und der dekadischen Zahl (9 . 100) durch Streichung der ersten Ziffer. Eben so mache ichs mit dem letzten Theile des Dividdenden, wodurch ich zum ganzen Quotienten 6395 und zum Reste 13 bekomme.

Man sieht also, daß bei diesem Verfahren allemal das Produkt des Quotienten und der dekadischen Ergänzung zum Partialdividenden addirt, und die erste Ziffer der Summe gestrichen wird. Die Gründe sind in der oben gegebenen Erklärung schon mit enthalten. Es ist nur noch zu bemerken, daß die erste Ziffer der durch diese Addition entstehenden Summe allemal gleich der entsprechenden Ziffer des Quotienten werden muß. Denn bei diesem Verfahren muß allemal das Produkt des Quotienten und der dekadischen Zahl vom Partialdividenden abgezogen werden. Dieses Produkt ist immer = dem Quotienten mit soviel Nullen, als die dekadische Zahl auch hat, in obigem Beispiele 600, 300, 900, 500. Wäre nun die erste Ziffer des Dividenden kleiner als die entsprechende Ziffer des Quotienten, so könnte gar keine Abziehung statt finden, und der Quotient wäre zu groß angenommen. Hätten wir z. B. in obigem Exempel die erste Ziffer des Quotienten = 7 gesetzt, so hätten wir als Summe des Dividenden und des Produkts der dekadischen Ergänzung 549 + 98 = 647 erhalten; davon sollte 700 subtrahirt werden, was unmöglich ist, da die erste Ziffer der Summe nur 600 austrägt. Hätten wir nur 5 als Quotienten gesetzt, so wäre die Summe des Dividenden und des Produkts der dekadischen Ergänzung = 549 + 70 = 619. Davon mußte 500 abgezogen werden. Bei dieser Subtraktion bliebe aber 100 oder einmal die dekadische Zahl, welche in jedem Fall größer als der Divisor wäre, woraus sich ergibt, daß ich in diesem Fall den Quotienten zu klein angenommen habe. Die erste Ziffer der benannten

Summe kann also weder größer noch kleiner sein als der Quotient, folglich muß sie immer gleich demselben sein.

Die Probe bei dieser Divisionsmethode kann auch sehr einfach auf folgende Weise gemacht werden.

$$
\begin{array}{r}
549983 \\
84\ldots \\
42.. \\
126. \\
70 \\
\hline
\end{array}
$$

$$639513 = 6395 \times 100 + 13 = 639513$$

Man addirt die sämmtlichen Produkte der dekadischen Ergänzung zum Dividenden; ihre Summe muß gleich dem Produkte der dekadischen Zahl und des ganzen Quotienten mehr dem Reste werden. Denn der Dividend

$$
\begin{aligned}
549983 &= 6395 \times 86 + 13 \\
&= 6359 \times (100 - 14) + 13 \\
&= 6395 \times 100 + 13 - 6395 \times 14.
\end{aligned}
$$

Ich müßte also das Produkt des ganzen Quotienten und der dekadischen Ergänzung oder 6395×14 vom 100fachen des Quotienten + dem Reste, oder von $639500 + 13$ abziehen, um den Dividenden 549983 zu erhalten. Addire ich nun umgekehrt 6395×14, oder was ganz einerlei ist, die sämmtlichen Partialproducte des Quotienten und der dekadischen Ergänzung zum Dividenden, so muß ihre Summe $= 639500 + 13$ werden.

Der Vortheil dieser Divisionsmethode besteht vorzüglich darin, daß dadurch die Subtraktion, wobei man am leichtesten verirrt, vermieden und in eine Addition verwandelt wird. Zu empfehlen ist sie vorzüglich dann, wenn der Divisor einer dekadischen Zahl schon nahe kommt, oder doch mehrere 9 oder 8 enthält, wenn er z. B. 996 oder 89897 wäre, wo also die dekadische Ergänzung sehr klein ist, oder doch nur sehr kleine Ziffern enthält.

Für Lehrer, die der Buchstabenrechnung kundig sind, fügen wir noch folgende wissenschaftliche Begründung dieser Methode bei.

Die dekadische Zahl sei $= 10^n$, wobei zu bemerken ist, daß n allemal = der Menge der Zifferstellen des Divisors ist; denn für 78 ist die dekadische Zahl $= 10^2 = 100$, für $693 = 10^3 = 1000$ für 95896
$= 10^5 = 100000$

Die dekadische Ergänzung zum Divisor sei $= c$.

Der Divisor sei $= D$, also $= 10^n - c$.

Partialdividend $= s$.

Partialquotient $= q$.

Rest . . . . . . $= r$.

Dann ist $\frac{s}{D} = q + \frac{r}{D}$.

Also auch $\frac{s}{10^n - c} = q + \frac{r}{10^n - c}$.

Also $s = q \cdot 10^n - qc + r$.

$s + qc - q \cdot 10^n - r$.

Der Rest r wird also gebildet durch Addition von qc (Produkt des Quotienten und der dekadischen Ergänzung) zum Dividenden s, wovon aber $q \cdot 10^n$ (das Produkt der dekadischen Zahl und des Quotienten) zu subtrahiren ist.

Soll nun r die entsprechende Größe bekommen, so darf 1) die höchste Ziffer der Summe $s + qc$ nicht kleiner sein, als q. Denn $q \cdot 10^n$ muß von $s + qc$ noch abgezogen werden können, was nur dann möglich ist, wenn die erste Ziffer von $s + qc$ wenigstens eben so groß ist als q. Wäre sie kleiner, so wäre keine Subtraktion möglich, und in diesem Falle wäre der Quotient zu groß angenommen, müßte also wenigstens um 1 verkleinert werden. 2) Die höchste Ziffer der Summe $s + qc$ darf aber auch nicht größer sein, als q. Denn wäre sie größer, so bliebe durch Subtraktion von $q \cdot 10^n$ in der ersten Stelle ein Rest; dieser Rest wäre mindestens $1 \cdot 10^n$, also in jedem Falle größer als der Divisor, welcher $= 10^n \cdot c$ ist. In diesem Falle wäre der Quotient q zu klein, müßte also wenigstens um 1 erhöhet werden. 3) Die erste Ziffer der Summe $s + qc$ kann also weder größer noch kleiner, sie muß also $= q$ sein. 4) Wäre diese erste Ziffer $= q$, aber es bliebe in den folgenden Ziffern von $s + qc$ noch ein Rest, größer als D, so wäre der Quotient immer noch zu klein, müßte also wenigstens um 1 erhöht werden.

Auch die oben angeführte Probe läßt sich aus den gegebenen Formeln ableiten. Denn

$$\frac{s}{D} = q + \frac{r}{D} \text{ oder } \frac{s}{10^n - c} = q + \frac{r}{10^n - c}$$

folglich $s = q \cdot 10^n - qc + r.$

Also auch $s + qc = q \cdot 10^n + r.$

D. h. Addire ich zum Dividenden das Produkt des Quotienten und der dekadischen Ergänzung, so bekomme ich eine Summe, welche gleich ist dem Produkte der dekadischen Zahl und des Quotienten, mehr dem Reste.

Sprachbücher.

Das Streben nach Hebung des Volksschulwesens und nach Verbesserung der Lehrmittel geht so ziemlich gleichen Schritt; jenem schließt sich dieses als nothwendige Folge an, und dieses wirkt eben so nothwendig auf jenes zurück. Die neuere Zeit liefert dafür auffallende Beweise. Es gibt übrigens kaum einen Unterrichtsgegenstand, der mit mehr Glück und größerem Erfolge ist bearbeitet worden, als die Muttersprache selbst; denn es ist sehr natürlich, daß gerade sie als Mittelpunkt alles Unterrichts ganz besonders die Aufmerksamkeit der Schulmänner und Gelehrten überhaupt auf sich gezogen hat und noch täglich in Anspruch nimmt.