Neue Behandlungsart und neue Formeln der äusseren Ballistik der Langgeschosse

Autor(en): **Affolter, Fr.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Allgemeine schweizerische Militärzeitung = Journal militaire suisse = Gazetta militare svizzera**

Band (Jahr): **51=71 (1905)**

Heft 52

PDF erstellt am: **29.04.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-98240

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

glücklichen Führer. Das war der Ausdruck, den der „Furor bernensis“ bekam, weil man versäumt hatte, ihn durch Erschaffung von Disziplin und von Vertrauen in das militärische Gefüge zu nützlicher Kraftentfaltung zu bringen.

Die ausschlaggebende Bedingung für kriegerischen Erfolg ist das Vertrauen in das feste Gefüge der militärischen Ordnung, in ihm beruht das Vertrauen zu sich selbst und das gegenseitige Vertrauen von unten nach oben und von oben nach unten. Solches Vertrauen findet sich nur dort, wo das ganze Land gleich wie seine Behörden und seine Armee mit gutem Gewissen dem Krieg entgegensehen. Wenn das Gewissen sagt, dass man nicht sein Alles getan hat, um den höchst möglichen Grad von Kriegsbereitschaft zu erreichen, ist es unmöglich mit Selbstvertrauen in den Krieg zu ziehen. Nicht die Abwägung der eigenen Kraft gegen die des Gegners ist es, was das Selbstvertrauen schafft oder tötet, sondern ganz allein die Stimme des Gewissens, das klare Bewusstsein oder das deutliche Empfinden, dass jedermann seine Schuldigkeit getan hat und nichts fehlt an der zu erreichen möglichen Kriegstüchtigkeit.

Nicht die überlegenen Eigenschaften der Japaner, die grössere Sachkunde ihrer Generale, die getreue Nachahmung preussischen Vorbildes in Ausbildung, Organisation und kriegerischem Verfahren, nicht die besseren Waffen sicherten ihnen den Sieg, sondern allein das gute Gewissen, das ihnen sagte, sie hätten auch nichts versäumt, um den Erfolg erringen zu können. Dies Bewusstsein allein befähigt zur Initiative und zu zähem Aushalten. Die Russen dagegen waren impotent, die einen im klaren Bewusstsein, die andern im deutlichen Empfinden des Vielen, was versäumt war. — Ganz gleich war es 1870 mit den Deutschen und den Franzosen.

Wir persönlich glauben nicht an den Kriegsausbruch im kommenden Frühjahr und wir zweifeln nicht, dass, wenn der Krieg doch ausbrechen würde, alle berufenen Stellen alles getan haben werden, damit man so kriegsvorbereitet und so kriegstüchtig ist, wie unter den jetzigen Verhältnissen möglich ist, und dass man daher in dieser Beziehung mit ruhigem Gewissen der dunkeln Zukunft entgegensehen kann.

Aber wenn die Kriegsgefahr an unserm Lande vorbeigeht, ist dann die Stimme des Gewissens, die manchen jetzt mit schweren Sorgen an die Möglichkeit denken macht, noch stark genug, um zu veranlassen, dass sofort mit nüchternem Ernst und frei von Phrasen und Schlagworten, das gut gemacht wird, was seit Jahrzehnten versäumt worden ist?

Dass dies der Fall sein möge, ist der beste Neujahrswunsch für unser Land.

Neue Behandlungsart und neue Formeln der äusseren Ballistik der Langgeschosse.

Von Fr. Affolter.

I.

Das durch den Schuss bewegte Langgeschoss hat in jedem Moment seiner Bewegung die Luft, welche ihm den Weg versperrt, zu verdrängen und ihr hiezu die nötige Bewegung zu erteilen. Diese Arbeit des Geschosses geht nicht ohne grosse Reibungen zwischen dem Geschoss und der Luft vor sich und wird nur auf Unkosten der beiden Geschossgeschwindigkeiten ausgeführt.

Obwohl das Geschoss seine Bewegung nach dem Gesetz des kleinsten Widerstandes einrichten mag, so ist doch seine im lufterfüllten Raume beschriebene Bahn ganz wesentlich von der verschieden, welche es im luftleeren Raume durchfliegen würde. Im luftleeren Raume wäre die Bahn ein Kegelschnitt, d. h. eine ebene algebraische Kurve, während sie im lufterfüllten Raume eine transzentente Raumkurve, eine Raumspirale, sein muss. Ebenso sind auch die einander entsprechenden ballistischen Elemente beider Kurven von einander verschieden.

Diese Verschiedenheit, die bei den meisten ballistischen Grössen direkt gemessen werden kann, repräsentiert die Wirkung des Luftwiderstandes auf das bewegte Geschoss und ist in gewissem Sinne zugleich auch das Mass für den Luftwiderstand selbst.

Den Vorgang, der sich bei der Luftverdrängung durch das bewegte Geschoss abspielt, kennt man trotz den vielfach angestellten Versuchen heute noch zu wenig. Wir haben es offenbar mit keinem einheitlichen physikalischen Vorgang zu tun, sondern mit einer Reihe gleichzeitig erfolgender Einzelvorgänge, von denen jeder nach dem ihm eigenen mechanischen oder physikalischen Gesetze erfolgt.

Wenn man sich aber heute erlaubt, auf diese noch mangelhafte Kenntnis hin Schlüsse zu ziehen über die Wirkung und Grösse des Luftwiderstandes in jedem einzelnen Moment der Bewegung und diese gleichsam theoretische Wirkung als mathematische Grösse in Rechnung stellt, dann darf man sich nicht wundern, wenn die so errechneten Werte immer noch nicht genügend mit den Versuchsresultaten übereinstimmen. Das ist noch um so weniger verwunderlich, da man ja weiss, dass die Differenzialgleichungen, basiert auf jenen theoretischen Wirkungswerten des Luftwiderstandes nicht lösbar sind und man sich hier häufig noch mit nur angenäherten Werten begnügen muss. Der grosse Aufwand an Geist und Mühe, welcher nach dieser Richtung zur Lösung des ballistischen Problems aufgewendet wurde, ist dennoch nicht verloren,

schon um des Erreichten wegen wie als Vorarbeit für die Zukunft. Uns will es scheinen, dass nur auf diesem Wege schliesslich die volle und klare Einsicht in den gesamten Vorgang bei der Geschossbewegung gewonnen werden kann.

Eine andere Methode, das ballistische Problem zu lösen, besteht bekanntlich darin, durch eine unendliche Reihe die Beziehungen zwischen den ballistischen Elementen festzustellen.

Aus diesem Verfahren geht ein weiter vereinfachtes hervor, wobei man ganz empirisch und von jedem Luftwiderstandsgesetz absehend, irgend eine der ballistischen Grössen als eine ganze rationelle Funktion genügend hohen Grades eines zweiten ballistischen Elementes darstellt. Die Koeffizienten der Glieder dieser Funktion wurden durch Versuche ermittelt.

Solche Formen eignen sich gut zur Interpolation bei Schusstafelberechnungen innerhalb der Versuchsgrenzen, und eignen sich um so besser dazu, je mehr Glieder diese Funktionen enthalten. Zur Aufklärung des Gesamtvorganges bei der Geschossbewegung sind jedoch auch diese Methoden wenig geeignet.

II.

Es hält nicht schwer zu zeigen, dass die Flugbahnkurve im lufterfüllten Raume weder eine ebene noch doppelt gekrümmte algebraische Kurve ist, sondern dass man es immer mit einer transzententen Raumkurve zu tun hat. Es ist daher auch von vorneherein wahrscheinlich, ja als sicher anzunehmen, dass im allgemeinen die Beziehungen zwischen den ballistischen Elementen weder durch die einfachen ganzen rationalen noch durch die algebraischen Funktionen, sondern nur durch Transzentente höherer Art vermittelt werden.

Die Flugbahn und ihre Elemente sind eindeutig bestimmt durch die Grundelemente als: „Anfangsgeschwindigkeit, Abgangsrichtung, Aufbau des Geschosses, die Drallhöhe und durch den Luftzustand.“ Eine Änderung irgend eines oder mehrerer dieser Elemente muss auch eine Änderung der Flugbahn mit ihren gesamten ballistischen Grössen zur Folge haben. Diese Änderung muss in völlig gesetzmässiger Weise erfolgen, sodass eine stetige Änderung des einen Elements auch eine stetige Änderung der übrigen bedingt. Dieses Gesetz der Stetigkeit, das übrigens durch alle Erfahrungen bestätigt wird, müssen wir als existierend annehmen, mit ihm stehen und fallen alle unsere nachfolgenden Betrachtungen.

Verdünnt sich die Luft nach und nach, so werden die für jede Luftdichte unter sonst gleichen Verhältnissen erschossenen Flugbahnen eine der Luftdichte entsprechende Gestaltung annehmen und für die Luftdichte gleich Null wird die Flugbahn die dem luftleeren Raume entsprechende Flugbahngestalt erhalten. Da die Flugbahn im luftleeren Raume somit ein Grenzfall ist, der dem Grenzfall der Luftdichte gleich Null entspricht, so müssen die Flugbahnen im lufterfüllten Raume in innigstem Zusammenhange mit denen im luftleeren Raume stehen und naturgemäss muss in den Untersuchungen über die Flugbahnen dieses zum Ausdruck gelangen. Wir haben so im lufterfüllten Raume die beiden Fälle zu unterscheiden, wo der Massenmittelpunkt als Anziehungszentrum in endlicher oder in unendlicher Entfernung liegend angesehen wird. Auch für den lufterfüllten Raum muss daher die Ballistik in eine parabolische und in eine ellyptisch-hyperbolische unterschieden werden. Wie im luftleeren so auch im lufterfüllten Raume zeichnet sich die parabolische Ballistik gegenüber der andern durch grosse Einfachheit in ihren Formen und in dem zu ihrer Darstellung nötigen mathematischen Apparate aus. So weit bis heute unsere Untersuchungen reichen, scheint es für uns sicher zu sein, dass man in der parabolischen Ballistik mit der Verwendung der Exponential- und der trigonometrischen Funktionen auskommen kann, während die ellyptisch-hyperbolische Ballistik den Gebrauch von doppelt periodischen Funktionen noch zu benötigen scheint.

Der oben erwähnte Zusammenhang zwischen der Ballistik im luftleeren und lufterfüllten Raume gibt uns das Mittel, von den Formen und Beziehungen im luftleeren Raume auf die im lufterfüllten zu schliessen nnd dieselben darzustellen. Dies erreichen wir dadurch, dass wir kein Luftwiderstandsgesetz aufstellen, sondern uns an die Erfahrung, d. h. an die Grössen halten, die wir genau messen können. Indem wir die gemessenen Grössen graphisch darstellen, kommen wir zu geometrischen Formen, deren Natur wir zu erforschen haben, um dadurch zu einem analytischen Ausdruck der Beziehungen zwischen jenen Grössen zu gelangen. Dass man dadurch gleichzeitig, gleichsam als Spezialergebnis, zu einer Darstellung der Wirkungsgrösse des Luftwiderstandes gelangen wird, ist wohl selbstverständlich. Ob man nun diese aus den Messungen hervorgegangenen Luftwiderstandswerte als ein Luftwiderstandsgesetz proklamieren will oder nicht, das ist für die Sache vollständig ohne Bedeutung.

Um möglichst einfache geometrische Formen und Verhältnisse zu erhalten, machen wir die Annahme, dass die Flugbahn ausser im Abgangspunkt dessen Horizont nur noch einmal reell schneide und dass alle übrigen unendlich vielen Schnittpunkte imaginär seien. Diese Annahme

stimmt bei der wirklich vorhandenen Grösse des Luftwiderstandes wohl sicher mit der Wirklichkeit überein. Sollte es aber dennoch nicht so sein, sodass der Horizont durch den Abgangspunkt ausser in dem gewöhnlichen Treffpunkt noch mehrmals reell getroffen würde, so ändert unsere Annahme an dem Wesen der Betrachtungsweise nichts.

Wir versuchen im folgenden an zwei Beispielen unsern Ideengang und das Wesen unserer Methode zur Lösung des ballistischen Problems zu erläutern.

Wir wählen als Grundlage die parabolische Ballistik, weil es uns dann möglich ist, fast ohne mathematische Hilfsmittel zum Ziele zu gelangen.

Der Raum und die Bestimmung dieser Zeitschrift erlauben uns nicht, unsere Untersuchungen über diesen Gegenstand hier vollständig zu entwickeln, wir werden dies in nicht ferner Zeit in einer besondern Schrift tun.

So weit uns die ballistische Literatur bekannt ist, sind wir noch nirgends unserm Ideengang begegnet. Sollte es aber dennoch sein, dass schon ein Anderer denselben Weg der Untersuchung eingeschlagen hätte, dann bitten wir sehr darum, uns davon gütigst Mitteilung machen zu wollen.

III.

Die erste Aufgabe, welche wir uns hier stellen ist: „Es seien bei einem bestimmtem Luftzustand — Luftdichte — die Beziehungen zwischen der Abgangsrichtung und der Schussweite festzustellen, wenn die Anfangsgeschwindigkeit, der Geschossaufbau und die Drallhöhe gegeben sind.

Zu jedem Abgangswinkel, dessen Tangente gleich a sei, gehören eine reelle und unendlich viele imaginäre Schussweiten x. Fassen wir a und x als die Ordinaten und Abzissen eines rechtwinkeligen ebenen Koordinatensystems (a x) mit dem Nullpunkt 0 auf, dann erhalten wir eine transzentente Kurve, mit einem reellen Ast; welcher den reellen Schussweiten und mit unendlich vielen imaginären Ästen, die den imaginären Schussweiten entsprechen. Diese Kurve repräsentiert daher die Beziehungen, welche zwischen den Schussweiten und den Abgangsrichtungen reeller Flugbahnen existieren. Ob dabei auch alle imaginären Flugbahnen mit eingeschlossen sind, ist eine Frage, welche wir hier zu beachten nicht nötig haben.

Der Verlauf des reellen Teils der Kurve, welche wir Aufsatzkurve nennen und mit C_a bezeichnen wollen, ist aus der Figur ersichtlich. Die Kurve C_a selbst ist an der Hand vorhandener Versuchsresultate dargestellt. Ihre Gestaltung ist als typisch für alle Aufsatzkurven zu betrachten.

Wir bezeichnen nun die Elemente a und x den maximalen Schussweiten entsprechend mit a_m und x_m. Der reelle Ast der Kurve C_a (in der Figur die mittlere Kurve) hat die a-Axe zur Assymtote, er geht durch den Nullpunkt 0 und hat diesen zum Mittelpunkt und berührt in den Punkten b und b′ die Ordinaten $\pm a_m$. Das Produkt ax ist immer positiv. (In der Figur sind die drei Kurven nur nach der einen Seite hin vom Nullpunkt ausgehend verzeichnet.)

Sehen wir nun wie die entsprechende Kurve C_A für den luftleeren Raum gestaltet ist. Die Gleichung dieser Aufsatzkurve für die Luftdichte gleich Null, erhält man, wenn man in der Gleichung der parabolischen Flugbahn die Ordinate gleich Null setzt. Es seien im luftleeren Raume A und X die den a und x im lufterfüllten Raume entsprechenden Werte dann hat man

$$1)\quad A^2 - \frac{2v^2}{g}\,\frac{A}{X} + 1 = 0$$

worin v die Anfangsgeschwindigkeit und g die Beschleunigung der Erde bedeuten.

Führt man die Werte $A_m = 1$; $X_m = \frac{v^2}{g}$ für die maximale Schussweite im luftleeren Raume ein, dann geht Gleichung 1 in folgende über:

$$1\,a)\quad A = \frac{A_m X_m}{X}\left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{X^2}{X_m{}^2}}\right)$$

Das ist die Gleichung einer Kurve dritter Ordnung. Diese Kurve C_A hat einen ähnlichen Verlauf wie der reelle Teil der Curve C_a, sie hat auch die a-Axe zur Assymtote, geht durch den Nullpunkt 0 und hat diesen zum Mittelpunkt. Sie berührt in den Punkten B und B′ die Ordinaten $A = \pm 1$ in den Entfernungen $\pm X_m$. Die Kurve C_A hat den unendlich fernen Punkt der x-Axe zum isolierten Doppelpunkt und sie umschliesst die Curve C_a vollständig und hat ausser den Punkten $A\,\infty$ und $X\,\infty$ keine reellen Punkte mit ihr gemeinsam.

Wir können nun eine neue Kurve C_α der dritten Ordnung mit in Betracht ziehen. Es geht diese Kurve C_α auch durch den Nullpunkt und hat ihn zum Mittelpunkt, sie besitzt auch $X\,\infty$ zum isolierten Doppelpunkt und hat die a-Axe zur Assymtote. Sie berührt die Aufsatzkurve C_a in den Punkten b und b′. Ihre Gleichung muss alsdann gegeben sein durch

$$2)\quad \alpha = \frac{a_m x_m}{x}\left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{x^2}{x_m{}^2}}\right)$$

Diese Kurve C_α schliesst die beiden andern Kurven C_a und C_A ganz aus, sie schmiegt sich dem reellen Ast der Curve C_A möglichst enge an. Deshalb ist man nun berechtigt, die Frage aufzuwerfen, ob nicht die Kurve C_α als Ersatz

für die Aufsatzkurve C_a dienen könnte. Wie jedoch die Versuchsresultate zeigen, sind die Unterschiede in den Werten α und a die demselben Werte x entsprechen so gross, dass α nicht als genügender Annäherungswert für a gelten kann.

Diese Kurve C_α ist aber diejenige Kurve dritter Ordnung, die den Verlauf und die Gestaltung der Aufsatzkurve C_a am besten zu geben vermag, weil sie sich von allen möglichen Kurven dritter Ordnung am innigsten der Kurve C_a anschmiegt, so weit es den reellen Teil der letzern Kurve betrifft. Die Kurve C_α lässt uns aber noch ganz im Unklaren über den Verlauf der imaginären Aeste der Aufsatzkurve C_a.

Die Flugbahnen, welche die maximalen reellen Schussweiten $\pm x_m$ besitzen, haben die zugehörenden imaginären Schussweiten auch zu maximalen. Diese Tatsache kann dadurch analitisch zum Ausdruck nur gebracht werden wenn man das Produkt aus $\sqrt{1-\frac{x^2}{x_m{}^2}}$ mit einer Funktion $f(x)$ der Schussweiten bildet, wo diese Funktion $f(x)$ für die maximalen imaginären Schussweiten Null, sonst aber für keine endliche und reelle Schussweite weder Null noch unendlich werden darf. Denn würde dies eintreten, dann hätte die Kurve bei jedem Eintreten eine reelle maximale Schussweite mehr.

Den genannten Anforderungen genügt als Funktion $f(x)$ die Exponentialfunktion, d. h. es ist

$$3)\quad f(x) = k_1\, e^{V_1}$$

worin k_1, eine von a und x unabhängige Grösse, und V_1, eine Funktion von x und dadurch indirekt auch von a ist. Führen wir nun das genannte Produkt in Gleichung 2 ein, dann erhalten wir

$$4)\quad \alpha' = \frac{a_m x_m}{x}\left[1 \pm k_1\left(1-\frac{x^2}{x_m{}^2}\right)^{1/2} e^{V_1}\right]$$

Gleichung 4 ist die Gleichung einer transzenten Kurve $C_{\alpha'}$, die von C_a noch verschieden ist, aber sich dieser sehr enge anschmiegt. Die Kurve $C_{\alpha'}$ liegt nach den Versuchsresultaten immer noch innerhalb der Kurve C_a und ausserhalb C_α. Die Funktion V_1 kann nun so bestimmt werden, dass alle Schnittpunkte der Kurve $C_{\alpha'}$ mit den beiden Koordinatenaxen auf der Kurve C_a liegen. Nach einem Satze der Funktionslehre dürfen wir daher

$$5)\quad a = k_2, \alpha'\, e^{V_2}$$

setzen, wobei k, in Bezug auf x und a als eine Konstante und V_2 als eine Funktion von x aufgefasst werden müssen. Die Gleichung 5 ist nun die Gleichung der Aufsatzkurve C_a. In dieser Gleichung sind alle Werte mit Ausnahme von k_1, k_2; V_1 und V_2 bekannt.

Von diesen letztern Funktionen wissen wir zunächst nur, dass für den Luftwiderstand Null auch V_1 und V_2 gleich Null und $k_1 = k_2 = 1$ werden müssen, wo dann Gleichung 5 in die Gleichung 1_a übergehen muss. Es repräsentieren somit V_1; V_2; k_1; k_2 und mit diesen auch die Werte $1-A_m$; $X_m - x_m$ gleichsam die Wirkungen des Luftwiderstandes um die Kurve C_A des luftleeren Raumes in die Kurve C_a des lufterfüllten Raumes zu transformieren. Durch die Einführung von A_m und X_m in die Gleichungen ist diese Transformation ganz bedeutend erleichtert und hat man jetzt nur noch die Funktionen k_1, k_2, V_1 und V_2 zu bestimmen.

Von den Funktionen V_1 und V_2 wissen wir, dass sie direkt abhängig von x sind und also indirekt auch von a. Da jede Änderung des Vorzeichens von x eine solche von a bedingt, aber den absoluten Wert von a nicht ändert, so müssen V_1 und V_2 gerade Funktionen von x sein. Für $x = o$ und $x = x_m$ müssen V_1 und V_2 gleich Null werden und so muss das Produkt

$$\frac{x^2}{x_m{}^2}\left(1-\frac{x^2}{x_m{}^2}\right)$$

als Faktor in den Funktionen V_1 und V_2 auftreten.

Bedeuten W_1 und W_2 zwei von x und a unabhängige Grössen und es seien φ_1 und φ_2 weitere Funktionen von x, dann können wir setzen

$$6)\quad V_1 = \pm W_1\left(\frac{x^2}{x_m{}^2}\right)^m\left(1-\frac{x^2}{x_m{}^2}\right)^p \varphi_1$$

$$V_2 = \mp W_2\left(\frac{x^2}{x_m{}^2}\right)^n\left(1-\frac{x^2}{x_m{}^2}\right)^q \varphi_2$$

wo die Exponenten m, n, p und q absolute Konstante sind und das obere oder untere Zeichen zu wählen ist, wie in Gleichung 4.

Wir haben nun für eine sehr grosse Anzahl von Schusstafeln die Tafelwerte nachgerechnet um die Werte in den Gleichungen 6 bestimmen zu können. Diese Schusstafeln bezogen sich allerdings nur auf Geschütze von 5 cm bis 12 cm Kaliber und auf Anfangsgeschwindigkeiten von 100 Meter bis 485 Meter. Innerhalb dieser Grenzen haben wir gefunden, dass $\varphi_1 = \varphi_2 = 1$ $q = n = m = 1$; und $p = 1/2$ anzunehmen ist, so dass wir haben

$$7)\quad V_1 = \pm W_1\frac{x^2}{x_m{}^2}\sqrt{1-\frac{x^2}{x_m{}^2}}$$

$$V_2 = \mp W_2\frac{x^2}{x_m{}^2}\left(1-\frac{x^2}{x_m{}^2}\right)$$

Verstehen wir symbolisch unter dem Zeichen $(\alpha\,\beta)$ den Ausdruck $\frac{\alpha\beta}{a_m\beta_m}\left(1-\frac{\alpha\beta}{a_m\beta_m}\right)$ und unter $[\alpha\beta]$ den Wert $\frac{\alpha\beta}{a_m\beta_m}\sqrt{1-\frac{\alpha\beta}{a_m\beta_m}}$ und setzen wir

$$8)\quad Z_1 = \alpha_1\,[x\,x] + \beta_1\,[x\,a] + \gamma_1\,[a\,a];$$
$$Z_2 = \alpha_2\,(x\,x) + \beta_2\,(x\,a) + \gamma_2\,(a\,a).$$

Dann müssen wir, wie es sich in den oben genannten Rechnungen als notwendig herausgestellt hat,

9) $V_1 = \pm W_1 Z_1$ und $V_2 = \mp W_2 Z_2$

setzen.

Was nun die Werte k und k_2 betrifft, so müssen sie die Form e^Y besitzen. Die Werte Y_1, Y_2, W_1 und W_2 enthalten alle Faktoren des Luftwiderstandes, die von a und x direkt unabhängig sind. Es sind dies die Wirkungswerte des Luftwiderstandes, die durch die Geschossgeschwindigkeit, durch den gesamten Aufbau des Geschosses und durch die Drallhöhe und die Luftdichte erzeugt werden. Unsere oben genannten Rechnungen mit den Geschosstafelwerten haben ergeben, dass Y_1, Y_2, W_1 und W_2 Funktionen einer Grösse ω sind, die wir als Modul des Luftwiderstandes bezeichnen. ω ist eine Funktion all der soeben genannten Faktoren des Luftwiderstandes. Die vier Funktionen von (ω) haben die gemeinsame Form

$$10)\quad s\,\omega^n\,e^{-m\omega}$$

wo s, n und m absolute Konstante sind.

Fassen wir unter u alle Faktoren ausser der Geschwindigkeit v zusammen, dann kann man den Modul ω des Luftwiderstandes ausdrücken durch

$$11)\quad \omega = u\,v^q\,e^{pv}$$

wo q und p wieder absolute Konstante sind.

Für grössere Anfangsgeschwindigkeiten als zirka 450 Meter treten die Funktionen φ_1 und φ_2 in ihr Recht und sind durch Exponentialfunktionen darstellbar. Für noch grössere Anfangsgeschwindigkeiten, von denen vielleicht in Jahrzehnten erst die Rede sein wird, wird die parabolische Ballistik wohl überhaupt nicht mehr ausreichen und müssen die Rechnungen nach den Formeln der ellyptisch-hyperbolischen Ballistik ausgeführt werden.

IV.

Die zweite Aufgabe, deren Lösung wir hier noch mitteilen, ist die folgende: „Es seien bei einem bestimmten Luftzustand die Beziehungen zwischen dem Einfallswinkel und der Schussweite darzustellen, wenn die Anfangsgeschwindigkeit, der Geschossaufbau und die Drallhöhe gegeben sind.“

Diese Aufgabe hat in der Lösung der ersten Aufgabe dem Wesen nach ihre Lösung schon gefunden. Wir können ein und dieselbe Flugbahn von dem Geschosse nach zwei Richtungen hin durchlaufen denken: nach „vorwärts“ im gewöhnlichen Bewegungssinne; und im entgegengesetzten Sinne nach „rückwärts“. Bei diesen beiden Bewegungen hat das Geschoss in jedem Kurvenpunkte dieselbe Geschwindigkeit der Grösse nach, aber entgegengesetzt dem Sinne nach. Wie nun bei der Bewegung vorwärts der Luftwiderstand als Verzögerung auftritt, so muss der Lufteinfluss bei der Rückwärtsbewegung als beschleunigend wirkend angesehen werden. Der Modal ω hat für beide Bewegungsrichtungen denselben absoluten Wert, dem Vorzeichen nach jedoch verschieden. Die Einfallswinkel bestimmen für die Rückwärtsbewegung die Abgangsrichtung der Geschosse. Es sei der spitze Einfallswinkel und mit ihm seine Tangente mit ε bezeichnet, dann erhält man aus der Gleichung 5 die Gleichung für die Einfallswinkel, wenn man in jener Gleichung $+\omega$ durch $-\omega$, und a durch ε ersetzt.

V.

In analoger Weise können die Relationen zwischen irgend andern ballistischen Elementen dargestellt werden. Mit denselben einfachen Hilfsmitteln können nicht nur die Formeln zur Berechnung der Schusstafelwerte aufgestellt werden, sondern auch die Formeln abgeleitet werden, welche zur Berechnung aller ballistischen Elemente einer jeden beliebig gegebenen Flugbahn nötig sind. Diese Formeln umfassen namentlich die, welche zur Bestimmung der Flughöhen, der Tangentenwinkel, der Geschwindigkeiten in irgend einem Flugbahnpunkt, der Flugzeit, des Auf-, Ab- und Seitentriebes der Geschosse, zur Bestimmung der Lage der Geschossaxe in irgend einem Moment der Geschossbewegung nötig sind.

Wie aus unseren Rechnungen innerbalb der oben angegebenen Kaliber und Geschwindigkeitsgrenzen hervorgeht, scheint es allgemein ganz sicher zu sein, dass man mit einem einzigen Modul ω auskommen kann, um alle in den ballistischen Grössen auftretenden Luftwiderstandswerte berechnen zu können.

Es ist somit auch in gewissem Sinne der Modul ω als das Mass für den Luftwiderstand anzusehen, und kann so auch in gewissem Sinne als Ausdruck für ein Luftwiderstandsgesetz gelten. Immerhin erkennt man nun, dass von einem Luftwiderstandsgesetz von der Form $a v^n$ nicht die Rede sein kann.

In einer der nächsten Nummern dieser Zeitschrift werden wir die Bedeutung und Brauchbarkeit der obigen Formeln durch die Berechnung der Abgangsrichtungen und der Einfallswinkel von Schusstafeln dartun.

Zürich, im Dezember 1905.

Eidgenossenschaft.

— **Militärschulen.** Vorgängig der Beschlussfassung über das Schultableau 1906 hat der Bundesrat für folgende Schulen und Kurse die Zeit festgesetzt:

a) III. Division. 1. Vorkurs für Trompeterrekruten und Kurs für neu zu ernennende Trompeterkorporale für die Divisionskreise I, III, IV und V: vom 24. Ja-