Zeitschrift: Actes de la Société jurassienne d'émulation
Herausgeber: Société jurassienne d'émulation
Band: 35 (1884)

Artikel: Note sur la divisibilité
Autor: Droz, A.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-557370

Note sur la divisibilité

Par A. Droz, professeur.

Dans le volume des *Actes de la Société jurassienne d'Emulation* de l'année 1852, M. Durand, alors recteur de l'école cantonale de Porrentruy, publiait un travail sur les caractères de divisibilité par un nombre premier quelconque. Il y démontrait une certaine proposition sur les nombres qui lui avait été communiquée par M. Thurmann. Voici le théorème en question :

Si un nombre donné quelconque est multiplié par un certain nombre premier, il existe toujours un facteur tel qu'en le multipliant par les unités du nombre donné et ajoutant le produit aux dizaines de ce nombre, le nombre résultant sera aussi un multiple du même nombre premier.

Le diviseur premier étant représenté par p, le facteur par x, ce dernier est soumis à la condition suivante :

$$\frac{10\,x - 1}{p} = \text{nombre entier.}$$

La solution d'une simple équation indéterminée du premier degré à deux inconnues fournit la valeur cherchée de x.

Ce théorème peut être facilement généralisé :

Soit N un nombre écrit dans un système de base B, a le chiffre de ses unités et b le nombre des unités de second ordre, on a la relation :

$$\mathrm{N} = \mathrm{B}b + a$$

soient p un nombre entier quelconque premier à la base et x un nombre tel que

$$\mathrm{B}x + 1 = \mathrm{M}p$$

M étant un nombre entier quelconque, on en déduit

$$\mathrm{M}'p = \mathrm{B}ax + a$$

De la première et dernière égalité, on obtient par soustraction :

$$N - M'p = B(b - ax)$$

d'où l'on conclut que N sera divisible par p si $(b - ax)$ l'est.

En déterminant un nombre x par la condition

$$Bx - 1 = Mp$$

on en déduirait de même que N et $(b + ax)$ sont simultanément divisibles ou non divisibles par p. En faisant varier p, on obtient toute une série de cas particuliers, qui constituent autant de théorèmes.

Par exemple, pour $p = 7$ dans le système décimal on a :

Un nombre est divisible par 7 lorsque la différence entre le nombre de ses dizaines et le double du chiffre des unités est un multiple de 7.

Comme je l'ai montré dans le journal l'*Educateur*, il est très aisé de démontrer chaque cas particulier.

Malgré de nombreuses recherches dans divers journaux scientifiques, il ne m'a pas été possible de retrouver le nom de l'auteur du théorème général.

Quant à la plupart des cas particuliers, ils sont connus depuis longtemps :

La règle pour 7 se trouve, par exemple, dans le troisième volume des Mélanges mathématiques et astronomiques de Saint-Pétersbourg, dans un article sur la divisibilité, par M. Ilbikowski.

En outre, les caractères pour 7, 3, 11, 13, 19 se trouvent aussi énoncés par M. Folie, dans sa note sur la divisibilité des nombres, publiée dans les Mémoires de la Société des Sciences de Liége, 2me série, tome III. La généralisation que j'ai indiquée paraît être due à M. le capitaine Mennesson.