Zeitschrift: Actes de la Société jurassienne d'émulation

Herausgeber: Société jurassienne d'émulation

Band: 20 (1868)

Artikel: Notice sur l'expérience du pendule de Foucault pour démontrer directement le mouvement de rotation de la terre

Autor: Durand, J.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-555134

APPENDICE.

NOTICE SUR L'EXPÉRIENCE DU PENDULE DE FOUCAULT

pour

démontrer directement le mouvement de rotation de la terre

par J. DURAND.

1° Avant d'entrer en matière, je crois devoir déclarer pourquoi je n'ai pas pensé inutile de donner une nouvelle démonstration de cette expérience intéressante déjà tant de fois exposée, et pourquoi, de concert avec M. le professeur Liausun, j'en ai provoqué la réalisation à Porrentruy.

En 1854, M. le professeur Delabar, à la réunion de la Société helvétique des sciences naturelles, l'a faite à St-Gall, et c'est en lisant, dans le compte-rendu de cette session, le travail très-développé de M. Delabar, que m'est venue, il y a bien des années, la pensée d'élaborer de mon côté pour la Société d'émulation un exposé de cette théorie au point de vue d'une plus grande vulgarisation et d'une plus grande simplicité, et aussi pour pouvoir le faire entrer dans le cadre du cours de cosmographie que je donne aux élèves des classes supérieures de l'Ecole cantonale.

Ce qui m'appartient donc véritablement dans cette notice, c'est la démonstration de la formule principale qui donne *l'angle de déviation en fonction de l'angle de rotation de la terre pour une latitude quelconque.* Je la donne ici par une méthode élémentaire, susceptible d'être représentée très-facilement par le calcul infinitésimal au moyen d'une très-simple intégration.

Quant à l'expérience elle-même, elle est trop intéressante et d'une trop facile exécution, une fois montée, pour qu'il soit nécessaire d'insister sur le désir que nous éprouvions d'en tenter la réalisation. Toute cette partie a été préparée par M. Liausun.

2° Lorsqu'on fait osciller un pendule simple, ce pendule, en vertu de l'inertie de la matière, décrit dans son mouvement un plan que l'on nomme *plan d'oscillation*, et qui est déterminé par le point de suspension p, par le point de départ D et par le centre de la terre O (*fig. 1*). Car les deux premiers points appartiennent au pendule, et celui-ci, oscillant par l'action seule de la pesanteur, doit nécessairement se diriger dans le sens de cette force, qui passe elle-même toujours par le centre de la terre ; d'ailleurs le pendule ne peut sortir de ce plan, puisque la seule force qui agisse sur lui s'y trouve.

Si le point de suspension est fixe et immobile et qu'aucune force pertubatrice ne vienne à agir hors du plan de la 1re oscillation, le pendule, toujours en vertu de la force d'inertie, y restera pendant toute la durée du mouvement, ce que l'on exprime en disant que *le plan d'oscillation est invariable*.

Mais si le point de suspension n'est pas immobile, que deviendra l'invariabilité du plan d'oscillation ? Comme c'est dans la réponse à cette question que réside principalement la démonstration directe du mouvement de rotation de la terre par le pendule, il est à propos de s'y arrêter quelque temps.

Observons d'abord que le plan d'oscillation peut être déterminé de plusieurs manières. Au lieu des points p, O, D dont nous avons parlé, on peut considérer d'abord les quatre points p, M, a, Z qui sont sur les lignes pO et pD, Z étant le Zénith, a le point où la verticale ZO coupe le plan horizontal mené au lieu de l'observation et M le point où p D coupe ce même plan ; puis on peut remplacer ces quatre points p, M, a, Z par deux lignes : 1° la verticale Zpa qui passe par le point de suspension, et 2° par la projection horizontale MN de la position pD du pendule au départ. Cette ligne MN est en même temps la trace du plan d'oscillation sur le plan horizontal.

Dans le cas le plus ordinaire où l'on place le point de départ D dans le plan méridien du lieu d'observation, le plan d'oscillation se confond avec ce plan méridien, puisque les trois points D, Z et O sont à la fois dans ces deux plans, et la trace MaN coïncide alors avec la méridienne du lieu, d'où il résulte que si la terre est immobile, le plan méridien ne variant plus alors, la trace du plan d'oscillation devrait coïncider indéfiniment avec la méridienne ; réciproquement, si l'on voit la trace du plan d'oscillation s'écarter de la méridienne on en pourra conclure qu'il y a eu mouvement de cette méridienne, ou du plan d'oscillation. Mais c'est ce qu'il convient d'examiner de plus près.

3° Supposons toujours la terre immobile et le plan d'oscillation confondu avec le plan méridien du lieu d'observation, si le point p de suspension se meut dans le sens du méridien, emportant avec lui le plan horizontal, de telle sorte que le point a décrive un méridien terrestre, il est clair que le plan d'oscillation restera constamment confondu avec le plan méridien, et que la trace coïncidera toujours avec la méridienne ; dans ce cas il y aura eu translation du pendule sans changement du plan d'oscillation. Mais si le point de suspension se meut hors du plan du méridien emportant avec lui le plan horizontal, de telle sorte que le point a décrive, par exemple, un parallèle terrestre, il y aura à examiner deux cas : 1° celui où la distance parcourue est assez petite pour qu'on puisse admettre que les deux verticales paO et $p'a'$O, qui passent toujours par le centre de la terre, sont parallèles ; 2° celui où la distance parcourue étant considérable les deux verticales doivent être considérées comme concourantes.

4° Dans le premier cas, le plan horizontal reste le même et le point p étant parvenu en p' le point a arrive en a'. D'ailleurs par l'effet de l'inertie de la matière le plan d'oscillation $pMaN$ n'éprouve aucun autre changement que celui de translation et le pendule en p' battra comme il battait en p. Or, en p, il n'aurait éprouvé aucun mouvement de rotation autour de pa, il n'en éprouvera donc non plus aucun autour de $p'a'$; en d'autres termes, le plan $p'M'a'N'$ est parallèle à $pMaN$; par suite, les traces MN et $M'N'$ des deux plans d'oscillation sur le plan horizontal sont parallèles entre elles.

5° Le second cas est plus compliqué. (Fig. 2.)

Admettons d'abord que le pendule oscillait suivant le plan $pMaN$ par l'effet de la pesanteur dirigée vers le centre de la terre suivant la verticale zo, et que ce centre de la terre change de place et vienne en o', comme cela arriverait si la verticale qui porte le point de suspension p s'infléchissait suivant une nouvelle verticale $z'o'$, le point p venant en p', le plan d'oscillation s'infléchira aussi suivant $p'MN$ sans que la ligne MN change de position, mais alors il y aura aussi un nouveau plan horizontal $h\ h'$ passant par MN, perpendiculaire à la verticale $z'o'$ et incliné sur l'ancien d'un angle égal à celui que $z'o'$ fait avec zo. Concluons de là que lorsque la direction de la pesanteur change seule, des deux lignes qui déterminent le plan d'oscillation, l'une, la verticale, change et l'autre, la trace MN sur l'ancien plan horizontal, qui est aussi la trace sur le nouveau, ne change pas.

6° Si de cette supposition toute gratuite nous passons au mouvement réel d'un pendule le long d'un parallèle terrestre $a\ a'$ (fig. 3), nous verrons d'abord que si dans le passage de a en a', on n'avait pas égard au changement de direction de la pesanteur (n° 4), c'est-à-dire, si l'on pouvait admettre que la verticale en a' est $z''o''$ parallèle à zo, le plan d'oscillation du pendule serait $p''M'N'$, parallèle à pMN. Mais à cause de ce changement de direction, c'est-à-dire, parce que la verticale $z''o''$ devient $z'o$, le plan p''M'N' se change en p'M'N' (nº 5), conservant la même trace M'N' parallèle à MN et changeant seulement de verticale pour prendre la nouvelle direction $z'o$.

Ainsi, dans ce changement encore, il y a translation du plan d'oscillation, inclinaison de ce plan pour se placer dans la nouvelle verticale, mais la trace sur le nouveau plan horizontal reste parallèle à la trace qu'il avait sur l'ancien. Or, si, au lieu de supposer la terre immobile et le point de suspension du pendule en mouvement au-dessus de la terre, nous supposons la terre tournant sur un axe et emportant le point de suspension fixé au-dessus d'elle, il est clair que ce point de suspension décrira un arc de parallèle comme dans la supposition précédente et les mêmes conclusions subsisteront.

7º Concluons donc enfin de toute cette discussion : 1º que si la terre est immobile dans l'espace et qu'on fasse osciller un pendule dans le plan méridien, la trace du plan d'oscillation devra rester toujours confondue avec la méridenne du lieu, et 2º que si la terre se meut d'un mouvement de rotation autour d'un axe, ce qui revient à dire, si le point de suspension du pendule se meut le long d'un parallèle terrestre, emportant avec lui son plan horizontal, le plan d'oscillation s'infléchira pour passer constamment par le centre de la terre, mais sa trace sur chaque position du plan horizontal restera constamment parallèle à elle-même, tandis que dans ce cas la méridienne, passant toujours par le même point de l'axe (fig. 4), change à chaque instant de direction, d'où résulte un angle entre la méridienne et la trace du plan d'oscillation, et c'est cet angle que l'on appelle *la déviation du plan du pendule* ; car, trompés par l'apparence, nous attribuons à la trace du plan du pendule le mouvement de la méridienne. Pour être exact, il faudrait dire *la déviation de la méridienne* relativement à la trace du plan du pendule. Quoi qu'il en soit, examinons maintenant les faits.

8° Supposons le pendule oscillant sur un parallèle $aa'a''a'''$ (fig. 4), le point de départ D ayant été placé préalablement dans le plan du méridien iaP, la trace MN du plan d'oscillation se confondra alors avec la méridienne BS du lieu a d'observation, méridienne qui étant tangente au cercle méridien iaP, (nous supposons la terre sphérique) rencontre en un point S le prolongement de l'axe terrestre. Si la terre tourne autour de cet axe, au bout d'un certain temps, d'une heure par exemple, le point a viendra en a', distant de 15° de sa première position, la verticale paO sera devenue $p'a'$O, le cercle méridien sera $i'a'$P et la méridienne sera B'S rencontrant l'axe au même point S ; car, le parallèle $aa'a''a'''$ peut être considéré comme décrit du point S comme pôle et avec un intervalle égal à aS qui devient Sa', Sa'', etc., la trace du plan d'oscillation sur le plan horizontal en a' est M'N' parallèle à MN. Ainsi cette trace fera avec la méridienne un angle M'a'B' ou φ qui sera égal à a'S'a', (côtés parallèles), la méridienne B' S a changé de direction tandis que la trace M'N' a conservé la sienne. Mais comme nous sommes habitués à considérer la méridienne comme fixe, nous attribuons involontairement à la trace le changement de direction que celle-là a opérée, de telle sorte que la méridienne s'étant mue angulairement de M' en B', c'est-à-dire, de l'Ouest à l'Est, nous jugerons que c'est la trace qui s'est mue angulairement de B' en M', c'est-à-dire, de l'Est à l'Ouest. Cet angle φ est la déviation du plan du pendule correspondant à l'angle de rotation terrestre a C a', ou α.

9° Il est facile de reconnaître qu'il y a une dépendance entre φ et α et que cette relation dépend elle-même de la latitude du parallèle. En effet, α augmentant, φ augmente aussi ; d'ailleurs plus on se rapproche de l'équateur plus φ devient petit pour une même valeur de α, et à l'équateur même φ est zéro pour toute valeur de α, car alors la méridienne étant parallèle à l'axe reste constamment parallèle à elle-même ainsi que la trace et par conséquent si ces deux lignes ont coïncidé en E D, elles coïncideront encore en E' D' etc. Au contraire, en se rapprochant du pôle, φ augmente pour une même valeur de α, de telle sorte qu'au pôle même $\varphi = \alpha$. En effet, le plan horizontal P ne faisant alors que tourner autour du point P, tandis que la trace RK, d'abord confondue avec une méridienne VX tracée dans ce plan, reste invariable, la déviation φ, lorsque le plan horizontal aura tourné de l'angle RPV' $= \alpha$, sera V'PV égal aussi à α, d'où l'on reconnaît qu'au pôle la déviation est de 15° par heure comme l'angle de rotation de la terre.

10° Reste à trouver la valeur de la déviation φ en fonction de l'angle de rotation α sur un parallèle quelconque $aa'a''a'''$ dont nous désignerons la latitude aoi par L. Soit $M'a'B' = \varphi$ correspondant à $aCa' = \alpha$ et voyons comment cet angle φ s'est formé. Supposons l'arc aa' partagé en un très-grand nombre de très-petites parties égales ab, bb' etc. Lorsque le pendule sera parvenu en b, la très-petite déviation correspondante à la très-petite rotation aCb sera MbB', égale à aSB. Cette très-petite déviation sera l'élément de φ ou $d\varphi$, tandis que la très-petite rotation aCb sera l'élément de α ou $d\alpha$. Ces deux angles qui ont pour sommets respectifs S et C, s'appuient sur le même arc ab qui étant très-petit peut être considéré comme décrit soit de C comme centre avec Ca pour rayon, soit de S comme centre avec Sa pour rayon. On a donc la proportion

$$d\varphi : d\alpha = \frac{ab}{Sa} : \frac{ab}{Ca} \text{ ou } d\varphi : d\alpha = \frac{1}{Sa} : \frac{1}{Ca}$$

Or, Ca est le cosinus de l'arc ai ou de la latitude L, et Sa est la cotangente de cette même latitude; la proportion ci-dessus devient donc

$$d\varphi : d\alpha = \frac{1}{\text{Cot L}} : \frac{1}{\text{Cos L}} \text{ ou réduisant } d\varphi : d\alpha = \text{Sin L} : 1$$

d'où $d\varphi = d\alpha \text{ Sin L}$

et en intégrant $\varphi = \alpha \text{ Sin L}$ (1)

la constante étant nulle, puisque l'on sait que pour $L = 90^o$, on doit avoir $\varphi = \alpha$.

Donc sur le même parallèle lorsque α se double, φ devient double aussi, donc dans 1' la déviation est la 60e partie de ce qu'elle est dans 1 heure, puisque l'angle de rotation pendant 1' est aussi la 60e partie de ce qu'il est au bout d'une heure. Or, l'angle de rotation pendant une

(1) On peut donner à cette démonstration une forme élémentaire.

Partageons l'arc aa' en un très grand nombre de très petites parties égales : ab, bb', etc., et nommons τ, τ', etc., les très petits angles en C, aCb, bCb', etc., et ε, ε, etc., les très petits angles en S, Sb, bSb', etc. L'angle de rotation $\alpha Ca'$ se composera de $\tau + \tau' +$ etc., et l'angle de la méridienne $\alpha'S$ avec la trace $M'N'$ ou l'angle de déviation se composera de $\varepsilon + \varepsilon' +$ etc.

Or, les angles ε et τ étant très petits et répondant au même arc ab, décrit avec des rayons différents, nous donnent

$$\varepsilon : \tau = \frac{ab}{Sa} : \frac{ab}{Ca} \text{ ou } \varepsilon : \tau = \frac{1}{Sa} : \frac{1}{Ca}$$

On a de même

$$\varepsilon' : \tau' = \frac{1}{Sb} : \frac{1}{Cb}$$

$$\varepsilon'' : \tau'' = \frac{1}{Sb'} : \frac{1}{Cb'}$$

etc.

ce qui forme une suite de rapports égaux, puisque $Sa = Sb = Sb'$, etc., et que $Ca = Cb = Cb'$, etc., d'où par componendo

$$\varepsilon + \varepsilon' + \varepsilon'' + \text{etc.} : \tau + \tau' + \tau'' + \text{etc.} = \frac{1}{Sa} : \frac{1}{Ca}$$

Appelons φ l'angle $\varepsilon + \varepsilon' + \varepsilon'' +$ etc., et α l'angle $\tau + \tau' + \tau'' +$ etc., la proportion devient

$$\varphi : \alpha = \frac{1}{Sa} : \frac{1}{Ca}$$

Mais on peut observer qu'en appelant L la latitude du cercle aa', on a $Sa = \text{Cot L.} = \dfrac{\text{Cosin L}}{\text{Sin L}}$ et $Ca = \text{Cosin L}$; substituant, il vient

$$\varphi : \alpha = \frac{\text{Sin L}}{\text{Cos L}} : \frac{1}{\text{Cos L}}, \text{ d'où } \varphi = \alpha \text{ Sin L.}$$

heure étant toujours de 15°, pour avoir la déviation correspondante sur un parallèle donné, il suffira de multiplier 15° par le sinus de la latitude de ce parallèle, et l'on aura la déviation produite pendant 1 heure, et de là on en déduira la déviation produite pendant 1 minute, pendant 1 jour, etc.

Pour Porrentruy, dont la latitude est 47° 25′ 34″, on aura pour la déviation pendant 1 heure

$$\varphi = 15^\circ \times \text{Sin } 47^\circ\, 25'\, 34'' = 11^\circ\, 2'\, 45''$$

11° Il est à remarquer que φ étant la somme de tous les éléments $d\varphi$ compris entre la méridienne aS et la méridienne a'S, cet angle φ est aussi égal à l'angle convexe aSa' formant une portion de cône ; il en résulte que pour l'obtenir par une construction plane, il suffit de développer le cône $Saa'a''$..., le rayon du cercle servant de base étant le Cosinus de la latitude, et la génératrice du cône étant la cotangente de cette même latitude. Ce développement sera un secteur de cercle dont l'angle représentera la déviation produite pendant une rotation entière ; il suffira d'en prendre la 24e partie pour avoir la déviation d'une heure.

La grandeur de l'angle dans le développement du cône ne dépendant que du rapport entre le rayon de la base et la génératrice, au lieu de prendre pour ces lignes Cos L et Cotang L, on peut prendre pour ces lignes Sin L et S, qui ont le même rapport.

Ainsi, pour avoir par une construction graphique l'angle horaire de déviation à Porrentruy, il suffira de développer un cône ayant pour rayon Sin 47° 25′ 34″ = 0,7364 et pour génératrice 1, et ensuite de diviser cet angle en 24 parties égales. Pour cela on décrira un cercle avec 1 pour rayon et l'on aura à chercher quel est l'arc qui dans ce cercle a une longueur égale à la circonférence de la base du cône ayant Sin L pour rayon ; ce qui en général donne l'équation.

$$2\pi \operatorname{Sin} L = \frac{n^o}{360} 2\pi 1 \text{ ou } \operatorname{Sin} L = \frac{n^o}{360} \text{ d'où } n^o = 360^o \operatorname{Sin} L$$

Pour Porrentruy, où l'on a Sin L = 0,7364, on a

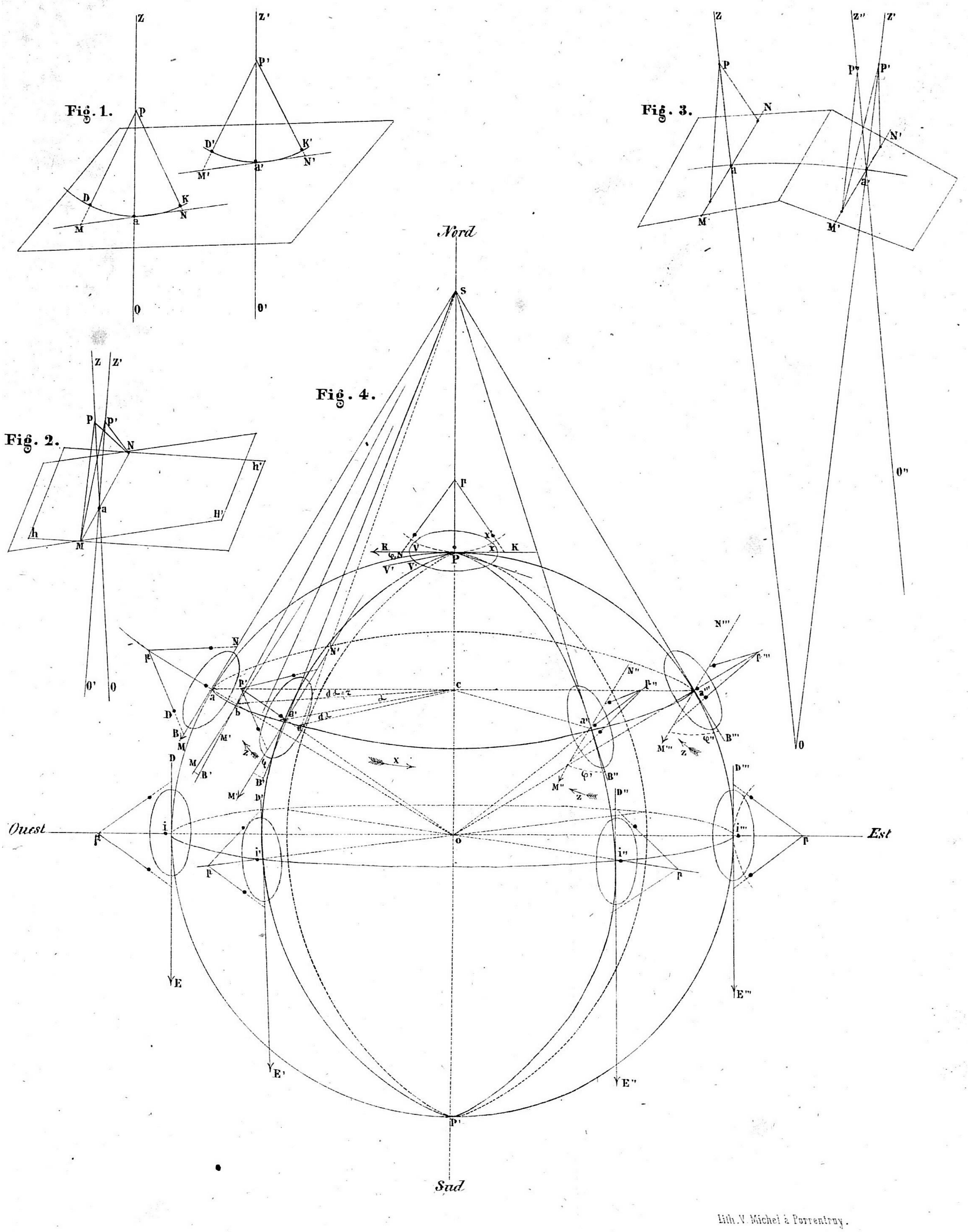
$$n^o = 265^o \, 6' \, 14''$$

L'expérience s'est faite dans l'Eglise des Jésuites, où le plafond est percé en son centre d'une ouverture elliptique fermée par une sorte de volet qu'on peut enlever à volonté depuis le grenier qui est au-dessus.

Cette ouverture correspond avec une solution de continuité dans une poutre qui occupe toute la longueur du grenier en question et sur laquelle on avait appuyé la pièce de bois à laquelle était fixé le pendule. Cette pièce, percée en son milieu d'un trou circulaire de 1 pouce de diamètre environ, était recouverte sur sa face supérieure d'une plaque de fer qui y était vissée. Un trou à peu près du même diamètre que celui du fil de laiton qui composait le pendule, était percé dans cette plaque et laissait passer l'extrémité supérieure de ce fil, qui traversait en outre l'épaisseur d'une petite hémisphère de laiton mobile sur la plaque et y reposant par sa surface convexe. Un nœud appuyé sur la face plane retenait le pendule, et la mobilité de la demi-sphère permettait à l'appareil de tourner librement en l'entraînant elle-même. — Le fil, qui avait environ 1,5 millimètres de diamètre et 58 pieds de long, soutenait une lentille formée d'une bombe en fonte remplie aux 3/4 de mercure afin d'augmenter son poids et de diminuer l'effet de la résistance de l'air : le poids total était ainsi d'à peu près 25 ℔. L'ouverture de la bombe était fermée par un tampon de bois dans lequel se vissait une virole de laiton donnant passage au fil de suspension. Une pointe en acier était vissée dans la bombe au point diamétralement opposé au tampon et formait ainsi le prolongement du fil de laiton.

Une feuille de papier longue de plus de 2 mètres, sur

EXPÉRIENCE DU PENDULE DE FOUCAULT.



Lith. V. Michel à Porrentruy.

laquelle avaient été dessinés deux secteurs de cercle opposés par le sommet et divisés en degrés, avait été disposée de façon que la verticale passant par l'extrémité de la pointe du pendule au repos passât par le centre du secteur. — La ligne représentant le zéro ou point de départ du pendule avait été d'avance déterminée et l'on avait fixé dans sa direction un point fixe qui permit d'y assujettir la bombe du pendule au moment de la mettre en mouvement. A cet effet, un fil de soie entourait la boule et était attaché au point fixe, et au moment de commencer le mouvement on brûlait le fil et le pendule faisait sa 1re oscillation sans secousse et suivant la ligne du zéro. Cette oscillation, en comprenant l'aller et le retour, durait environ 8''. L'expérience donna une déviation d'environ 1° par chaque cinq minutes, ce qui est l'écartement indiqué par la théorie.

RENSEIGNEMENTS STATISTIQUES.

Statistique rétrospective

par A. QUIQUEREZ.

Quand on lit les vieux documents et qu'on prend la peine de les analyser, on rencontre quelquefois des données intéressantes à mettre en note. A la fin du siècle dernier, il y avait à Porrentruy deux églises paroissiales, Saint-Germain et Saint-Pierre, renfermant 26 chapelles ou autels avec des revenus distincts; — 4 églises de monastères : le Collége, autrefois les Jésuites, les Annonciades, les Ursulines et les Capucins; — 3 chapelles : au Château, à l'Hôpital et à Lorette. Notons en passant que cette dernière avait le privilége de rendre la vie aux enfants morts-nés, afin qu'on