Zeitschrift: Bulletin de l'Association suisse des électriciens
Herausgeber: Association suisse des électriciens
Band: 59 (1968)
Heft: 5

Artikel: Bahnstörungen bei geostationären Nachrichtensatelliten
Autor: Paul, H.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-1057384

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 12.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

BULLETIN

DE L'ASSOCIATION SUISSE DES ELECTRICIENS

Organe commun de l'Association Suisse des Electriciens (ASE)
et de l'Union des Centrales Suisses d'électricité (UCS)

Bahnstörungen bei geostationären Nachrichtensatelliten [1])

Von *H. Paul*, Baden

629.783 : 621.39 : 521.4

1. Allgemeines über Satellitenbahnen

Nachrichtensatelliten sollen die Funkverbindungen zwischen Kontinenten herstellen, und deshalb müssen sie sich auf solchen Bahnen bewegen, dass sie für die Antennen der zugehörigen Erdefunkstellen während möglichst vieler Stunden im Tag erreichbar sind, dass die Erhebung über dem Horizont bei jeder Bodenstation ein Minimum nicht unterschreitet und dass die Distanz Erde–Satellit–Erde mit Rücksicht auf die Laufzeit der zu übermittelnden Nachrichten ein gewisses Mass nicht überschreitet.

1.1 Keplersche Gesetze

Grundsätzlich ist die Bewegung der Satelliten im Gravitationsfeld eines Zentralkörpers durch die drei Keplerschen Gesetze bestimmt, welche Bahnform, Bahngeschwindigkeit und Umlaufzeit beschreiben. Die Bahnform ist eine Ellipse mit dem Mittelpunkt des Zentralkörpers im Brennpunkt F_1; die Länge des Radiusvektors von F_1 bis zum Mobil m ist gegeben durch:

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1-e\cos v} \tag{1}$$

wobei a die grosse Halbachse, e die Exzentrizität und v der Winkel zwischen grosser Halbachse und dem Radiusvektor r ist.

Die Bahngeschwindigkeit V in jedem Punkt ergibt sich aus:

$$V^2 = \mu\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right) \tag{2}$$

mit

$$\mu = G\,M = 3{,}986 \cdot 10^5\ \mathrm{km^3\,s^{-2}}$$

wobei

$$G = 6{,}67 \cdot 10^{-20}\ \mathrm{km^3\,kg^{-1}\,s^{-2}}$$

die allgemeine Gravitationskonstante und $M = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg die Masse der Erde ist.

Schliesslich ist die Umlaufzeit durch

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{\mu}a^3 \tag{3}$$

festgelegt.

1.2 Geozentrische Koordinaten

Die Bahn des Satelliten kann man relativ zur Erde in einem geozentrischen Koordinatensystem definieren, in welchem die Äquatorebene der Erde Hauptkoordinatenebene ist. Auf dem Äquator wird vom Frühlingspunkt ♈ aus die Rektaszension α und auf dem Meridian die Deklination δ für den Subsatellitenpunkt S auf der Erdoberfläche gemessen. Die Bahnebene des Satelliten schneidet die Äquatorebene in einer Geraden MA', welche als Knotenlinie bezeichnet wird. A' ist der Ort des aufsteigenden Knotens ☊. Der Punkt P_e' ist der Ort grösster Erdnähe des Satelliten, das Perigäum, und es ist $MP_e' = a(1-e)$; der Ort grösster Erdferne heisst Apogäum, und die Verbindungslinie Perigäum–Apogäum wird Apsidenlinie genannt. Den Ort eines Satelliten und seine Bahn kann man durch folgende sechs Bahnelemente festlegen (Fig. 1):

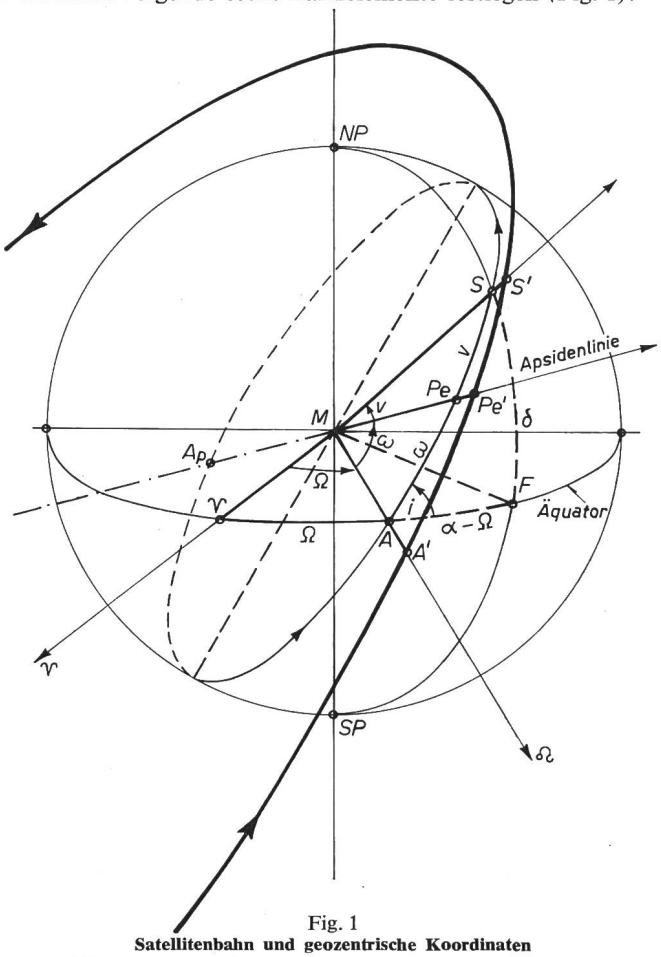


Fig. 1
Satellitenbahn und geozentrische Koordinaten

♈ Frühlingspunkt; ☊ Richtung des aufsteigenden Knotens; *NP* Nordpol; *SP* Südpol; *M* Mittelpunkt der Erde; *S'* Satellitenort; *S* Subsatellitenpunkt; *Pe'* Satellitenort im Perigäum; *Pe* Subsatellitenpunkt für Perigäum; *AA'* Ort des aufsteigenden Knotens; Ω Knotenlänge; ω Perigäumswinkel; i Bahnneigung gegen die Äquatorebene; v wahre Anomalie; δ Deklination; α Rektaszension von S; *Ap* Subsatellitenpunkt für Apogäum

[1]) Erweiterte Wiedergabe eines Vortrages, gehalten am 7. November 1967 an der Tagung der Sektion Schweiz des IEEE und der Schweiz. Vereinigung für Weltraumtechnik.

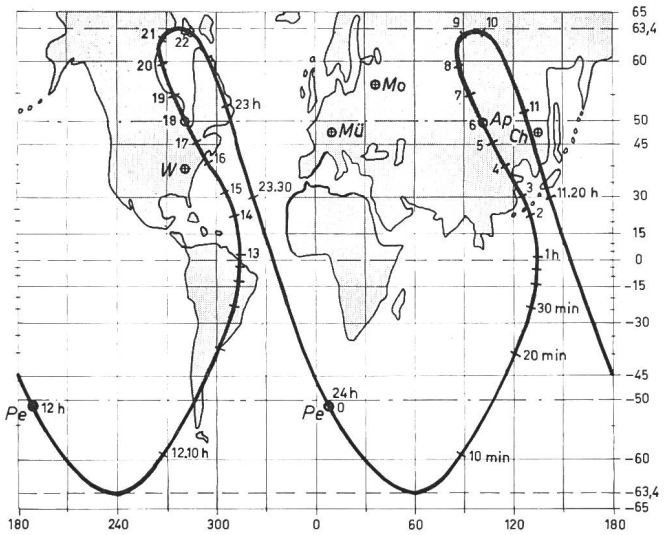


Fig. 2
Die Projektion der Bahn von «Molnija» auf die Erde
Pe Perigäum; *Ap* Apogäum; *Mü* München; *Mo* Moskau; *Ch* Chabarowsk; *W* Washington
Die angegebenen Zeiten sind Minuten bzw. Stunden nach dem Perigäumsdurchgang

Grosse Halbachse:	a
Exzentrizität:	e
Bahnneigung:	i (das ist der Winkel zwischen der Bahnebene und der Äquatorebene)
Knotenlänge:	Ω (das ist der Winkel zwischen Frühlingspunkt ♈ und aufsteigendem Knoten ☊)
Perigäumswinkel:	ω (gemessen vom aufsteigenden Knoten bis zum Perigäum)
Bahnwinkel:	v (gemessen zwischen Perigäum und Satellitenort; man nennt ihn die wahre Anomalie)

Mit diesen sechs Daten ist nur der Ort des Satelliten beschrieben, den Zusammenhang zwischen der Zeit t, gemessen z. B. ab Perigäumsdurchgang T_0, und der wahren Anomalie findet man erst mit Hilfe der sog. Keplergleichung [1; 2; 3] [2]).

2. Synchrone und subsynchrone Bahnen

2.1 Bahngeschwindigkeiten und Umlaufzeiten

Für Kreisbahnen um die Erde ergibt sich aus Gl. (2) mit $r = a = R_E + H$:

$$V_0 = \sqrt{\frac{\mu}{R_E + H}} \tag{4}$$

Für eine Höhe $H = 300$ km über der
Erdoberfläche ist . . . . . $V_0 = 7{,}74$ km/s
für $H = 1400$ km wird . . . . . $V_0 = 7{,}14$ km/s
und für $H = 35786$ km wird . . . . . $V_0 = 3{,}02$ km/s

Bei elliptischen Bahnen ist die Bahngeschwindigkeit am grössten im Perigäum:

$$V_{Pe} = \sqrt{\frac{\mu}{a} \cdot \frac{1+e}{1-e}} \tag{5a}$$

und am kleinsten im Apogäum:

$$V_{Ap} = \sqrt{\frac{\mu}{a} \cdot \frac{1-e}{1+e}} \tag{5b}$$

Die Umlaufzeiten ergeben sich bei Kreisbahnen aus Gl. (3) zu:

$T = 5450$ s = 91 min für $H = 300$ km
$T = 6820$ s = 103,8 min für $H = 1400$ km
$T = 86164$ s = 23 h 56 min 7 s = 1 siderischer Tag für $H = 35786$ km

Im letzteren Falle wird ein in West-Ost-Richtung die Erde in der Äquatorebene umkreisender Satellit mit der Erde genau synchron umlaufen und daher relativ zum Äquator scheinbar feststehen.

Eine zweite bemerkenswerte Bahn ist eine Ellipse mit einer grossen Halbachse $a = 26300$ km, denn für sie ist die Umlaufzeit genau $T = 11$ h 58 min 2 s = ½ siderischer Tag. Es ist die Bahn der subsynchronen Satelliten. Bei diesen ist die Grösse von e bestimmt durch die zulässige kleinste Perigäumshöhe H_{min}, welche mit Rücksicht auf die Abbremsung des Satelliten durch die Exosphäre nicht kleiner als 500 km sein sollte. Dann wird $e = 0{,}74$ und die Apogäumshöhe $H_{max} = 39300$ km.

2.2 Geostationäre Satelliten

Geostationäre Satelliten haben also Kreisbahnen mit $a = 42164$ km und $i = 0$. Theoretisch sind sie über einen geographischen Längenbereich von 2×81^0 sichtbar, und zwar während 24 h im Tag. Die einfache Distanz Erde–Satellit–Erde beträgt 85400 km, welche von den elektromagnetischen Wellen in 0,285 s durchlaufen wird. Diese Laufzeit ist für Transozean-Gespräche noch zulässig. Satelliten mit diesen Bahnen sind bekanntlich «Syncom I, II, III», «Early Bird», «Lani Bird», sodann die «Intelsat»-Reihe, welche zurzeit im Entstehen begriffen ist, und der geplante Europäische Fernsehsatellit «PAS».

2.3 Subsynchrone Satelliten

Mit 12-Stunden-Bahnen haben die Russen ihre «Molnija»-Reihe geschaffen. Diese haben eine Bahnneigung i von $63{,}4^0$, wodurch — wie unter 4.2 noch gezeigt wird — die Lage der Apsidenlinie nicht mehr durch den Äquatorwulst der Erde beeinflusst wird. Da der Satellit in 12 h die Erde umläuft, erscheint sein Apogäum einmal über der östlichen und 12 h später über der westlichen Hemisphäre. Seine Sichtbarkeit für zwei Bodenantennen ist dadurch auf 7 bis 9 h pro Tag begrenzt [4] (Fig. 2) [3]).

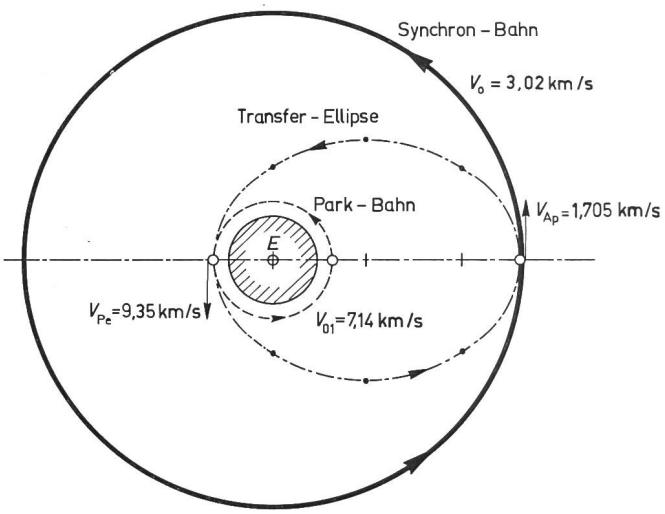
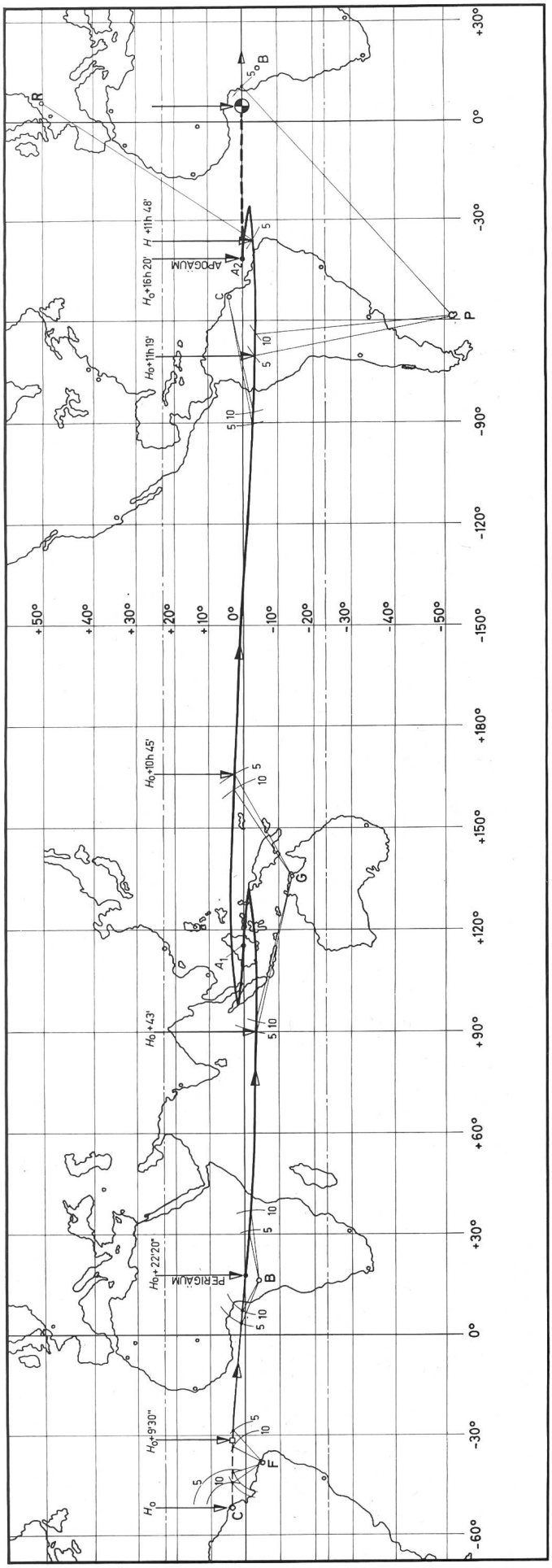


Fig. 3
Einschuss des «Early Bird» über die Parkbahn und Transferellipse in die Synchronbahn
Bezeichnungen siehe im Text

[2]) Siehe Literatur am Schluss des Aufsatzes.

[3]) Da der Subsatellitenpunkt bis $63{,}4^0$ nördlicher Breite hinaufreicht, bedecken diese Satelliten auch das nördliche Asien, welches von den Synchronsatelliten mit $i = 0$ kaum noch erfasst wird.



3. Einschuss und Plazierung von Synchronsatelliten

3.1 Hohmannsche Übergangsellipsen

Um einen Satelliten in die Kreisbahn zu bringen, wird man sich stets des Mehrstufenprinzips für das Trägerfahrzeug bedienen. Man bringt zunächst den Satelliten mit den ersten zwei oder drei Raketenstufen auf eine nahezu kreisförmige Parkbahn in einigen Hundert Kilometern Höhe über der Erde. *Hohmann* hat schon 1925 gezeigt, dass man von dieser Bahn aus mit einem Minimum an Antriebsleistung auf die 24-h-Bahn kommt, wenn als Übergangsbahn eine Ellipse genommen wird, welche die beiden Kreisbahnen gerade berührt (Fig. 3).

3.2 Der Einschuss des «Early Bird» in die Synchronbahn

Für den Einschuss des «Early Bird» erhält man dann die folgenden Verhältnisse:

Die Parkbahn in ca. 1400 km Höhe erfordert eine Kreisbahngeschwindigkeit von $V_{01} = 7{,}14$ km/s. Die Transferellipse muss eine grosse Halbachse von $a = 24971$ km haben bei einer Exzentrizität $e = 0{,}69$. Dann müsste im Perigäum der Transferellipse die Bahngeschwindigkeit $V_{Pe} = 9{,}35$ km/s betragen, und im Apogäum wäre gemäss Gl. (2) die Geschwindigkeit $V_{Ap} = 1{,}705$ km/s. Da die Parkbahngeschwindigkeit nur 7,14 km/s ist, muss im geeigneten Augenblick für die Letztstufe ein Perigäumsmotor gezündet werden, welcher den Geschwindigkeitszuwachs von $9{,}35 - 7{,}14 = 2{,}21$ km/s liefert.

Die halbe Transferellipse wird dann in 5 h 27,5 min durchlaufen bis zum Erreichen des Apogäums. Dort ist aber die Geschwindigkeit nur noch 1,705 km/s, und es muss nun ein Apogäumsmotor gezündet werden, welcher dem Satelliten die für die Synchronbahn nötige Zusatzgeschwindigkeit von $3{,}02 - 1{,}705 = 1{,}315$ km/s erteilt.

3.3 Lagekorrekturen beim Einschuss

Diese ganzen Manöver, welche hier so einfach erscheinen, sind in Wirklichkeit recht kompliziert, da es ja nicht genügt, einfach nur den Perigäums- und den Apogäumsmotor zu zünden. Das muss am richtigen Ort in der Bahn im richtigen Zeitpunkt erfolgen, wobei die Lage der Rollachse relativ zur Bahn und zur Bahnebene genau ausgerichtet sein muss. Die Ebene der Parkbahn ist gegen die Äquatorebene um einen

Fig. 4
Die Bahn des Subsatellitenpunktes beim Einschuss des Satelliten «PAS»
5 Sichtbarkeitsgrenze für 5° Elevation; *10* Sichtbarkeitsgrenze für 10° Elevation; A_1 erstes Apogäum; A_2 zweites Apogäum;
– – – Aufstiegbahn der Eldo-A-Rakete;
—— Parkbahn;
—— Transferellipse;
– – – Drift vom 2. Apogäum bis zum Synchronpunkt;
H_0 Abschusszeit in Cayenne; *C* Cayenne; *F* Fortaleza; *B* Brazzaville; *G* Gove; *P* Port Stanley; *R* Redu

Winkel geneigt, welcher durch den Breitengrad des Abschussortes bestimmt ist. (Für Kap Kennedy ist $i = 28{,}5^0$.) Die Bahnebene der Transferellipse sollte wesentlich geringere Inklination haben (etwa $18{,}3^0$), und beim Übergang in die Synchronbahn ist eine weitere Lagekorrektur nötig, um auf $i = 0^0$ zu kommen. Diese Korrekturen der Bahnebenen erzwingt man durch Ausrichtung der Satellitenachse mit Hilfe von kleinen Hilfsdüsen nach Höhe und Seite. Beim Erreichen der Parkbahn hat der Satellit mit der Endstufe zusammen noch keinen Drall, die Korrektur der Achse ist daher relativ leicht ausführbar. In der Parkbahn wird die Drittstufe der Trägerrakete abgetrennt und anschliessend sofort dem Satellit mit Perigäums- und Apogäumsmotor zusammen durch weitere tangential am Umfang angebrachte Düsen ein Drall mit $n = 120$/min um die Längsachse erteilt. Der Satellit wird damit zum Kreisel, welcher nach Zündung des Perigäumsmotors beim absteigenden Knoten in die Übergangsbahn einfliegt, darin aber seine Achsenlage nicht verändert. Der Perigäumsmotor muss dann möglichst bald abgetrennt (und auf einen anderen Kurs gebracht) werden, damit der nunmehr verbleibende Satellit mit Apogäumsmotor eine stabile Lage beibehält. Die Übergangsellipse verlässt man dann nicht schon im ersten Apogäum, sondern man durchläuft sie noch zwei- bis dreimal, so dass man etwa 16 bis 38 h Zeit hat für genaueste Vermessung der Bahn, Auswertung der erhaltenen Daten für den Übergang in die Synchronbahn und für die Vorbereitungen zur Zündung des Apogäumsmotors (Fig. 4). Wegen der Drallstabilisierung der Achse liegt beim Apogäumsdurchgang der Schubvektor automatisch richtig, so dass nach dem Zünden die Bahnneigung auf den erwünschten kleinen Wert (z. B. $i = 0^0$ oder $i = 2^0$) kommt. — Nach Erreichen der Synchronbahn sind gegebenenfalls noch Feinkorrekturen für i, U, e und die Position λ_0 vorzunehmen. Dann kann der Drall des Systems wieder auf $n = 1$ Umdrehung pro Tag herabgesetzt werden, falls nicht gerade eine Spinstabilisierung der Achse vorgesehen ist.

4. Bahnstörungen

Wenn sich der Satellit nun endgültig in der vorgesehenen Bahn und am richtigen Ort λ_0, $\beta_0 = 0^0$ befindet, so wirken auf ihn verschiedene Störkräfte ein, welche ihn zum Abdriften bringen können. Die Keplerschen Gesetze gelten ja nur für ein streng kugelsymmetrisches Potentialfeld des Zentralkörpers und für ein sich in diesem Gravitationsfeld bewegendes Mobil, dessen Masse m klein ist gegenüber der Masse M des Zentralkörpers, wobei ausserdem nur die zwei Massen M und m vorhanden sein dürfen; schliesslich sind keinerlei Reibungs- oder Strahlungsdruckkräfte zulässig. Diese Voraussetzungen sind in der Praxis aber nie erfüllt. Das Potentialfeld der Erde ist nicht kugelsymmetrisch, der Erdsatellit unterliegt auch den Gravitationskräften von Sonne und Mond sowie dem Strahlungsdruck von Sonne, Albedo- und Infrarotstrahlung der Erde, und bei erdnahen Mobilen ist die Bremsung durch die Lufthülle der Erde durchaus nicht vernachlässigbar. Diese verschiedenen Faktoren seien nun näher betrachtet.

4.1 Das Gravitationsfeld der Erde

Bekanntlich ist die Erde an den Polen abgeplattet, und die Land- bzw. Wassermassen sind nicht gleichmässig verteilt. Aus diesen Gründen kann das Gravitationsfeld der Erde nicht exakt kugelsymmetrisch sein. Dies lässt sich darstellen durch die Potentialfunktion:

$$U(r, \beta, \lambda) = \frac{\mu}{r}\left[1 - \sum_{n=2}^{\infty} J_{n,0} \cdot \left(\frac{R}{r}\right)^n P_n^m(\sin\beta) - \right.$$

$$\left. - \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} J_{n,m} \left(\frac{R}{r}\right)^n P_n^m(\sin\beta) \cos m(\lambda - \lambda_{m,n})\right] \quad (6)$$

Darin ist:

λ	geographische Länge;
β	geographische Breite;
$J_{n,m}$	Koeffizienten der zonalen und der tesseralen Harmonischen;
$P_n(\sin\beta)$ bzw. $P_n^m(\sin\beta)$	Legendreschen Kugelfunktionen
r	Abstand vom Erdmittelpunkt
$\mu = GM = 3{,}986 \cdot 10^5\ km^2/s^2$	

Für die Faktoren J gilt:

$J_{20} = 1082 \cdot 10^{-6}$	$J_{21} = 0$	$J_{22} = -1{,}77 \cdot 10^{-6}$
$J_{30} = -240$	$J_{31} = 2{,}12$	$J_{32} = 3{,}79$
$J_{40} = -1{,}70$	$J_{41} = -0{,}26$	$J_{42} = -0{,}12$

Mit guter Annäherung kann man längs einem Meridian (λ = konst.) schreiben:

$$U(r, \beta) = \frac{\mu}{r}\left[1 - \frac{1}{2} J_{20}\left(\frac{R}{r}\right)^2 (1 - 3\sin^2\beta)\right] = U_0 + U_{st} \quad (7)$$

Das ist der mathematische Ausdruck für das Potential des an den Polen abgeplatteten Geoïds.

4.2 Bahnstörungen durch den Äquatorwulst

Aus diesem Potential kann man nun ableiten, dass auf das Mobil durch die Störung U_{st} eine Störkraft F_{st} einwirkt, welche sich in drei Komponenten zerlegen lässt, nämlich:

$$F_r = \frac{\mu m R^2}{r^4} J_{20} [3\sin^2 i \cdot \sin^2(\omega + v) - 1] =$$

$$= K_F [3\sin^2 i \cdot \sin^2(\omega + v) - 1] \quad (8a)$$

Diese Kraft wirkt in Richtung des Radiusvektors r in der Bahnebene.

$$F_s = -K_F \sin^2 i \cdot \sin 2(\omega + v) \quad (8b)$$

F_s liegt ebenfalls in der Bahnebene und ist senkrecht zu F_r.

$$F_w = -K_F \sin(2i) \cdot \sin(\omega + v) \quad (8c)$$

F_w ist senkrecht zur Bahnebene, also auch senkrecht zu F_r und F_s.

Alle drei Komponenten erzeugen zunächst einmal periodische Bahnstörungen, welche sich aber nach je einem Umlauf aufheben. Das sind die Änderungen in der Form der Bahnellipse, also Änderungen von a, e, p und die Änderung von i.

Man erhält aber auch noch säkulare Bahnstörungen, die sich also nicht mehr aufheben, sondern sich bei jedem Umlauf weiter vergrössern. Das sind die Veränderungen der Lage der Bahnellipse, d. h. von Ω und ω. Man findet für die Abwanderung der Knotenlinie:

$$\frac{\Delta\Omega}{\text{Tag}} = -\frac{9{,}78^0 \cdot \cos i}{(1 - e^2)^2} \sqrt{\left(\frac{R}{a}\right)^7} \quad (9)$$

Diese spielt für geostationäre Satelliten mit $i = 0$ keine Rolle, da ja in diesem Falle überhaupt nicht mehr von einem aufsteigenden Knoten gesprochen werden kann. Ist $i \neq 0$ aber doch sehr klein (etwa 2^0), so wird für die 24-Stundenbahn

$$\frac{\Delta\Omega}{\text{Jahr}} \approx -3{,}4^0$$

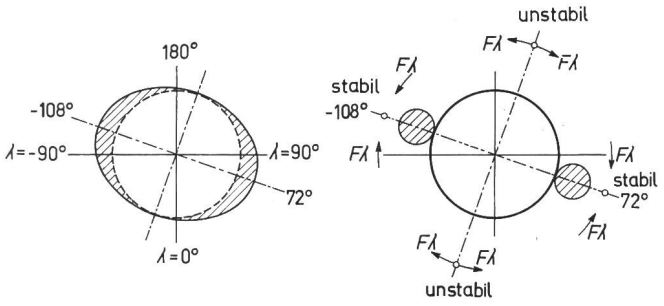


Fig. 5
Der elliptische Äquator des «Geoïds»

Diese Präzessionsbewegung muss dann schon beachtet werden.

Bei subsynchronen 12-h-Bahnen mit $i = 63{,}4^0$ wird die Knotenlinie etwa $-0{,}146^0$ pro Tag abwandern.

Die zweite säkulare Bahnstörung durch den Äquatorwulst der Erde ist die Drehung der Apsidenlinie. Diese ist:

$$\frac{\Delta\,\omega}{\text{Tag}} = \frac{5{,}0^0 \cdot (5\cos^2 i - 1)}{(1-e^2)^2} \sqrt{\left(\frac{R}{a}\right)^7} \qquad (10)$$

Sie verschwindet also für $\cos^2 i = 0{,}2$ oder $i = 63{,}4^0$ bzw. $116{,}6^0$. Das ist der Bahnwinkel der Satelliten der «Molnija»-Reihe. Wenn sich ω nicht ändert, erscheinen Perigäum und Apogäum stets am selben Ort über der Erde, die Bahnen sind also sehr stabil und bedürfen fast keiner Korrektur [4].

4.3 Einfluss des elliptischen Äquators

Für das in Gl. (6) beschriebene Potentialfeld der Erde gilt in der Äquatorebene ($i = 0$), wenn man nur die zweite tesserale Harmonische berücksichtigt:

$$U(r,\lambda) \approx \frac{\mu}{r}\left[1 + \frac{1}{2} J_{20}\left(\frac{R}{r}\right)^2 - 3\,J_{22}\left(\frac{R}{r}\right)^2 \cos 2(\lambda - \lambda_{22})\right] \qquad (11)$$

mit

$$J_{22} = -1{,}77 \cdot 10^{-6} \quad \text{und} \quad \lambda_{22} = -18{,}2^0$$

Es treten nun in der äquatorialen Bahn zwei Störungskomponenten auf, nämlich:

a) Die radiale Kraft F_r:

$$F_r = \frac{\partial u}{\partial r} \approx -\frac{\mu}{a^2}\left[1 - 9\left(\frac{R}{a}\right)^2 J_{22} \cdot \cos 2(\lambda - \lambda_{22})\right] \qquad (12)$$

mit je einem Maximum bei:

$\lambda_1 = +\ 72^0$ Ost über Zentralrussland und
$\lambda_2 = -\ 108^0$ West über Zentralamerika.

Das Geoïd ist also in der Äquatorebene elliptisch deformiert (Fig. 5). Man kann sich als «Ersatzbild» die Erde als kreisrund vorstellen, mit zwei Zusatzmassen, welche als Störkörper auftreten und die Bewegung des Mobils in der Äquatorebene zu einem Dreikörper- bzw. Vierkörperproblem erheben. Die Radialkraft F_r ist relatif unbedeutend, dagegen ist die azimutal gerichtete Komponente F_λ höchst wichtig.

b) Die azimutal gerichtete Komponente F_λ:

Es ist:

$$F_\lambda = \frac{1}{a \cdot \cos\beta} \cdot \frac{\partial U}{\partial \lambda} = 6\,J_{22}\left(\frac{R}{a}\right)^2 \frac{\mu}{a^2} \cdot \sin 2(\lambda - \lambda_{22}) \qquad (13)$$

wobei nun vier Nullstellen auftreten, nämlich bei:

$\lambda_1 = +\ 72^0$ Ost
$\lambda_2 = -\ 108^0$ West
$\lambda_3 = -\ 18^0$ West
$\lambda_4 = +\ 162^0$ Ost

Die Lage des Mobils in λ_1 und λ_2 ist stabil, es wird stets bei kleinen Abweichungen wieder nach λ_1 bzw. λ_2 hingezogen. An den Orten λ_3 und λ_4 ist jedoch die Lage unstabil, denn die kleinste Abweichung von diesen Stellen bringt eine ständige Drift in Richtung auf einen der beiden stabilen Punkte. Wenn man für den Nachrichtenverkehr zwischen Europa und Amerika den Satelliten «Early Bird» auf etwa $\lambda_0 = -30^0$ plaziert hat, so unterliegt dieser einer ständigen Abdrift nach Westen. Er scheint also langsamer als die Erde zu laufen, d. h. sein Bahnradius ist scheinbar grösser als der Synchronismus-Radius.

Die zweimalige Integration von Gl. (13) liefert die tatsächliche Abdrift in Abhängigkeit von der Zeit:

$$\Delta\,\lambda = \lambda - \lambda_0 = -\,9\,\mu\,J_{22}\frac{R^2}{a^5}\,t^2 \sin 2(\lambda_0 - \lambda_{22}) \qquad (14)$$

wobei die anfängliche Drift $\Delta\lambda_0$ zu Null angenommen ist. Für den «Early Bird» ergibt sich dann:

$$\Delta\,\lambda = -\,0{,}794 \cdot 10^{-15}\,t^2$$

d. h. in einem Monat ($= 2{,}59 \cdot 10^6$ s) wird bereits $\Delta\lambda \approx 0{,}3^0$ sein. Damit ist der Satellit aber längst über den 3-dB-Punkt (Halbwertsbreite) der Antennenkeule hinausgewandert, so dass eine Bahnkorrektur unvermeidbar ist [5].

4.4 Einfluss von Sonne und Mond auf die Bahnneigung

Obwohl die Anziehungskraft der Erde auf einen Synchronsatelliten immer noch 37mal stärker als die der Sonne und 6800mal stärker als die des Mondes ist, dürfen diese beiden als Störkörper doch nicht ganz vernachlässigt werden, da sie die Neigung i der Satellitenbahnebene gegenüber der Äquatorebene beeinflussen.

4.4.1 Bahnstörungen durch die Sonne

Da die Erde in einer nahezu kreisförmigen Bahn um die Sonne läuft, unterliegt ein Synchronsatellit nicht nur der zur Sonne hingerichteten Anziehungskraft:

$$\vec{F}_S = -\frac{\mu_S\, m}{(R_S')^2} \qquad (15)$$

sondern auch der entgegengesetzt gerichteten Zentrifugalkraft:

$$\vec{F}_Z = \omega_S^2\, m\, R_S' \qquad (16)$$

wie es in Fig. 6 dargestellt ist. Da die Bahnebene des Satelliten gegen jene der Erde (Ekliptik) bei äquatorialen Bahnen um den Winkel $\varepsilon = 23{,}45^0$ geneigt ist, liegen die beiden Störkräfte F_S und F_Z im allgemeinen weder genau in der Satellitenbahnebene noch genau senkrecht dazu. Die resultierende Kraft $F = F_Z - F_S$ lässt sich aber in drei Komponenten zerlegen, von denen die eine, F_a, genau in der Bahnebene radial gerichtet ist. Die zweite, F_t, liegt ebenfalls in der Satellitenbahnebene und steht senkrecht auf F_a und die dritte F_w ist senkrecht zur Bahnebene und damit auch senkrecht zu F_a und F_t. Wie in [4] bereits gezeigt wurde, haben die Kräfte F_a und F_t nur einen Einfluss in der

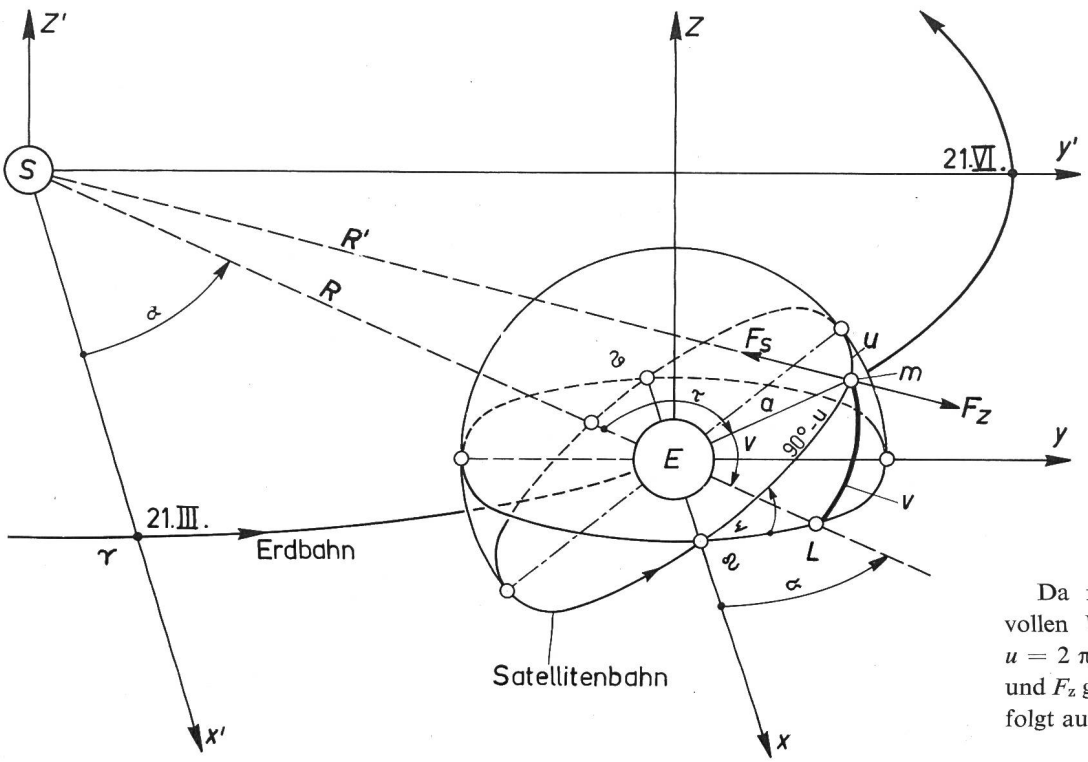


Fig. 6
Die Bahn der Erde und des Satelliten um die Sonne
F_S Gravitationskraft der Sonne; F_Z Zentrifugalkraft; ε Neigung der Äquatorebene gegen die Ekliptik; α Bahnwinkel des Erdumlaufs um die Sonne; u Stundenwinkel der Erdumdrehung; R_S Abstand der Erde—Sonne; R_S' Abstand Satellit—Sonne; a Abstand Satellit—Erde; τ Winkel zwischen den Ortsvektoren $\vec{R}_S$ und $\vec{a}$; v Hilfswinkel $v = 180^0 - \tau$; m Satellitenmasse; ☋ absteigender Knoten

Bahnebene, d. h. auf a, e und ω, dagegen ändert F_w die Neigung der Bahnebene i gegen die Äquatorebene bzw. gegen die Ekliptik.

Zur Berechnung der Neigungsänderung di ordnet man das System Erde–Satellit mit den rechtwinkligen Koordinaten x, y, z in das rechtwinklige Koordinatensystem x', y', z' der Sonne ein. Die x-y-Ebene bleibt in der Ebene $x'-y'$ der Ekliptik liegen. Die x-Achse bleibt beim Umlauf um die Sonne wegen der Stabilität der Erdachse stets parallel zur x'-Achse, welche in der Erdbahn den Frühlingspunkt ♈ (21. März) definiert. Für die Satellitenbahn ist die x-Achse zugleich die Knotenlinie mit dem aufsteigenden Knoten ☊ und dem absteigenden Knoten ☋, so dass die Knotenlänge $\Omega = 0$ ist. Der Winkel zwischen R_s' und R_s ist sehr klein (von der Grössenordnung Milliradianten), da $a/R_s \approx 0{,}3 \cdot 10^{-3}$ ist, aber der Unterschied zwischen R_s und R_s' geht massgebend in die Grösse der Störkraft F_w ein.

Es ist nämlich (Dreieck S–E–m in Fig. 6):

$$(R_s')^2 = R_s^2 + a^2 - 2\,a\,R_s \cdot \cos\tau$$

Da $a^2/R_s^2 \ll 1$ ist, wird mit sehr guter Annäherung:

$$R_S' \approx R_S\left(1 - \frac{a}{R_S}\cos\tau\right)$$

$$\left(\frac{1}{R_S'}\right)^2 \approx \frac{1}{R_S^2}\left(1 + 2\frac{a}{R_S}\cos\tau\right)$$

Nun ist $\cos\tau = \cos(180^0 - v) = -\cos v$ und aus dem sphärischen Dreieck ☊ – L – m folgt:

$$\cos v = \cos\alpha \sin u + \sin\alpha \cos u \cos\varepsilon$$

Somit ist

$$F_S = \frac{\mu_S\, m}{R_S^2}\left(1 - 2\frac{a}{R_S}\cos v\right) \qquad (17)$$

$$F_Z = \omega_S^2\, m\, R_S\left(1 - \frac{a}{R_S}\cos v\right) \qquad (18)$$

Da nun für einen einzigen vollen Umlauf von $u = 0$ bis $u = 2\,\pi$ die Mittelwerte von F_s und F_z gleich gross sein müssen, folgt aus

$$\overline{F}_S = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} F_S\,\mathrm{d}u = \frac{\mu_S\, m}{R_S^2}$$

$$\overline{F}_Z = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} F_Z\,\mathrm{d}u = \omega_S^2\, m\, R_S$$

dass

$$\omega_S^2\, m\, R_S = \frac{\mu_S\, m}{R_S^2}$$

ist. Dann wird die für die weiteren Rechnungen wichtige resultierende momentane Störkraft $F = F_z - F_s$:

$$F = 3\,\frac{\mu\, m\, a}{R_S^3}\cos v$$

Es ist nun die w-Komponente von F zu bilden. Da man wegen des sehr kleinen Winkels zwischen R_s' und R_s annehmen darf, dass F' in einer Ebene parallel zur Ekliptik liegt, wird dann:

$$F_w' = F \sin\varepsilon \cos\alpha$$

$$F_w = \frac{3\,\mu_S\, m\, a}{R_S^3}\sin\varepsilon \cos\alpha \cos v \qquad (19)$$

Es bereitet nun keinerlei Schwierigkeiten mehr, die Änderung der Bahnneigung durch die Störkraft $F_w = m\,W$ zu berechnen. In [4] wurde gezeigt, dass:

$$\frac{\mathrm{d}\,i}{\mathrm{d}\,t} = \frac{a\cos u}{\sqrt{\mu_E\, a}}\,W \qquad (20)$$

ist. Führt man mit Hilfe des Flächensatzes [2] noch ein

$$\mathrm{d}\,t = \frac{a^2}{\sqrt{\mu_E\, a}}\,\mathrm{d}\,u$$

und integriert von $u = 0$ bis $u = 2\,\pi$, so erhält man:

$$\delta\, i = \frac{3\,\pi}{2}\cdot\frac{\mu_S\, a^3}{\mu_E\, R_S^3}\sin 2\,\varepsilon \cdot \sin^2\alpha \quad \text{rad} \qquad (21)$$

Da der Mittelwert von $\sin^2 \alpha$ für einen ganzen Umlauf um die Sonne, d. h. von $\alpha = 0$ bis $\alpha = 2\pi$, nicht verschwindet, tritt neben periodischen Störungen auf. Es wird also:

$$\left(\frac{\delta i}{\delta t}\right)_{\text{med}} = \frac{1}{T_E} \cdot \frac{3\pi}{4} \cdot \frac{\mu_S a^3}{\mu_E R_S^3} \sin 2\varepsilon \quad \text{rad/s} \tag{22}$$

wobei T_E die Umlaufzeit um die Erde bedeutet. — Führt man nun noch die Umlaufzeit um die Sonne, T_S, mit Hilfe von Gl. (3) ein, so erhält man:

$$\left(\frac{\delta i}{\delta t}\right)_{\text{med}} = \frac{3\pi}{4} \cdot \frac{T_E}{T_S^2} \sin 2\varepsilon \quad \text{rad/s} \tag{23}$$

und

$$\left(\frac{\delta i}{\text{Jahr}}\right)_{\text{med}} = \frac{3\pi}{4} \cdot \frac{T_E}{T_S} \sin 2\varepsilon \quad \text{rad/Jahr}$$

Für einen Synchronsatelliten mit $T_S = 365 \cdot T_E$ und $\varepsilon = 23{,}45^0$ ergibt das:

$$\delta i_{\text{med}} = 4{,}72 \quad \text{mrad/Jahr} = 0{,}27^0 \ / \ \text{Jahr}$$

Mit dieser Änderung δi der Bahnneigung ist eine Drehung $\delta\Omega$ der Knotenlinie (Präzession) verbunden. Diese ist [4]:

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{a \cos u}{\sqrt{\mu_E a}} \cdot \frac{W}{\sin \varepsilon} = \frac{1}{\sin \varepsilon} \cdot \frac{di}{dt} \tag{24}$$

Wendet man Gl. (24) auf die Mondbahn an mit $\varepsilon_M = 23{,}45 + 5{,}15 = 28{,}6^0$, so ergibt sich ein Jahresmittel von $18{,}3^0$ gegenüber dem tatsächlichen Wert von $19{,}3^0$ Jahr. Die durchgeführte Näherungsrechnung nach der Störungsmethode gibt also genügend genaue Resultate.

In [5] ist der Einfluss der Sonne auf die Satellitenbahnebene nach kreiseltheoretischen Gesichtspunkten berechnet worden. Das Ergebnis stimmt mit Gl. (23) völlig überein.

4.4.2 Störungen durch den Mond

Für die Berechnung der Störungen durch den Mond lässt sich im Prinzip das Verfahren der Störungsrechnung genau so anwenden, wie es für die Sonne durchgeführt wurde. Es ist jedoch zu beachten, dass das Verhältnis $a/R_m \approx 0{,}11$ ist, und dass damit die Vereinfachungen, welche zu den Gl. (17) und (18) führten, schon merkbare Fehler verursachen. Auch die Annahme, dass R_m' und R_m für die Berechnung von F_w in Gl. (19) als Parallelen angesehen werden können, ist nur noch mit Vorsicht zu gebrauchen. Man kommt damit zu komplizierteren Rechnungen, welche den Rahmen dieser Arbeit übersteigen. Es sei daher im folgenden nur eine Abschätzung der grössten und eventuell auch der kleinsten zu erwartenden Störungen der Bahnebene angegeben.

Die Ebene der Mondbahn ist gegen die Ekliptik um $5{,}15^0$ geneigt. Wegen der Präzession der Knotenlinie, welche, wie bereits angegeben, jährlich $19{,}3^0$ beträgt, gibt es zwei Extremfälle für den Winkel $\varepsilon = \varepsilon_M + \varepsilon_E$ zwischen Mondbahn- und Äquatorebene bzw. Satellitenbahnebene, nämlich:

$$\varepsilon_{max} = \varepsilon_E + \varepsilon_M = 28{,}6^0$$
$$\varepsilon_{min} = \varepsilon_E - \varepsilon_M = 18{,}3^0$$

ε_{max} wird z. B. am 19. März 1969 erreicht, ε_{min} am 20. Juni 1978.

Wendet man die Rechnung in 4.4.1 auf die Mondbahn an, so erhält man zunächst:

$$(\delta i)_{\text{med}} = \frac{3\pi}{4} \cdot \frac{\mu_M}{R_M^3} \cdot \frac{a^3}{\mu_E} \sin 2\varepsilon \quad \text{rad/Umlauf}$$

Sodann ergibt sich bei Beachtung, dass die Erdmasse 81,3mal grösser als die Mondmasse ist [7]:

$$\left(\frac{\delta i}{\delta t}\right)_{\text{med}} = \frac{3\pi}{4} \cdot \frac{\mu_E}{R_M^3} \cdot \frac{T_E}{4\pi^2} \cdot \frac{\sin 2\varepsilon}{81{,}3} = \frac{3\pi}{4} \cdot \frac{T_E}{T_M^2} \cdot \frac{\sin 2\varepsilon}{81{,}3} \quad \text{rad/s}$$

wobei T_M die Zeit eines Mondumlaufs ist, also $T_M = 27{,}32\ T_E$. Damit wird

$$\left(\frac{\delta i}{\delta t}\right)_{\text{med}} = \frac{3\pi}{4} \cdot \frac{\sin 2\varepsilon \cdot 10^{-4}}{81{,}3 \cdot 27{,}32^2 \cdot 8{,}64} \text{ rad/s}$$

oder

$$\left(\frac{\delta i}{\text{Jahr}}\right)_{\text{med}} 1{,}415 \cdot 10^{-2} \cdot \sin 2\varepsilon \quad \text{rad/Jahr}$$

Für $\varepsilon = \varepsilon_{max}$ wird dann:

$$(\delta i)_{\text{med}} = 1{,}18 \cdot 10^{-2} \quad \text{rad/Jahr} = 0{,}677 \ ^0\text{/Jahr}$$

und für $\varepsilon = \varepsilon_{min}$ ist:

$$(\delta i)_{\text{med}} = 0{,}479 \ ^0\text{/Jahr.}$$

Sonne und Mond zusammen ergeben also eine mittlere jährliche Bahnneigungsänderung, welche zwischen

$$(\delta i)_{\text{med}} = 0{,}947 \ ^0\text{/Jahr und}$$
$$(\delta i)_{\text{med}} = 0{,}749 \ ^0\text{/Jahr liegt.}$$

Wenn der Satellit ausserhalb der Äquatorebene umläuft, so beschreibt er eine achtförmige Bahn wie es Fig. 7 und 8 zeigen. Kommt dazu noch eine azimutale Drift gemäss Fig. 9, so ergibt sich für die ersten drei Tage nach der definitiven Plazierung eine Bewegung nach Fig. 10, falls keinerlei Bahnkorrekturen vorgenommen werden.

5. Bahnkorrekturen

5.1 Korrektur der Azimutaldrift

Die Azimutaldrift $\Delta\lambda$ des Satelliten kann je nach dem Ort entweder positiv oder negativ sein, d. h. sie kann östlich oder westlich gerichtet sein. Ist sie östlich gerichtet, so läuft der Satellit schneller als die Erde, sein Bahnradius a scheint also zu klein zu sein, bei westlich gerichteter Drift scheint er zu gross zu sein. Man könnte also im Grunde genommen die azimutale Drift durch eine kleine Änderung des Bahnradius a korrigieren. Nachgerechnet findet man, dass für den «Early Bird» (bei fünfjähriger Betriebszeit) der Bahnradius einmal nur etwa 50 km geändert werden müsste, falls die Drift nur dem elliptischen Äquator zuzuschreiben ist. Da dieser aber bestimmt nicht die alleinige Ursache ist, ist diese Kompensationsart recht zweifelhaft.

Es ist wesentlich besser, den Satelliten von seinem Sollwert λ_0 um einen festgelegten Betrag $\pm \Delta\lambda$ abdriften zu lassen und ihm nur bei Erreichen einer Grenzlage $\lambda_0 + \Delta\lambda$ durch eine Düse eine Korrekturgeschwindigkeit zu erteilen, welche ihn bis in die Position $\lambda_0 - \Delta\lambda$ bringt. Dort ist die Drift dann gerade Null geworden, sie kehrt das Vorzeichen um und der Satellit erreicht dann langsam wieder die Position $\lambda_0 + \Delta\lambda$, wo er wieder einen Korrekturimpuls erhält (Fig. 11).

Die Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Korrekturimpulsen liegt dann in der Grössenordnung von 30 bis 60 Tagen wie nachfolgende Rechnung zeigt. Nach Gl. (13) und (14) ist die Störkraft pro kg Satellitenmasse, also die Störbeschleunigung B_λ:

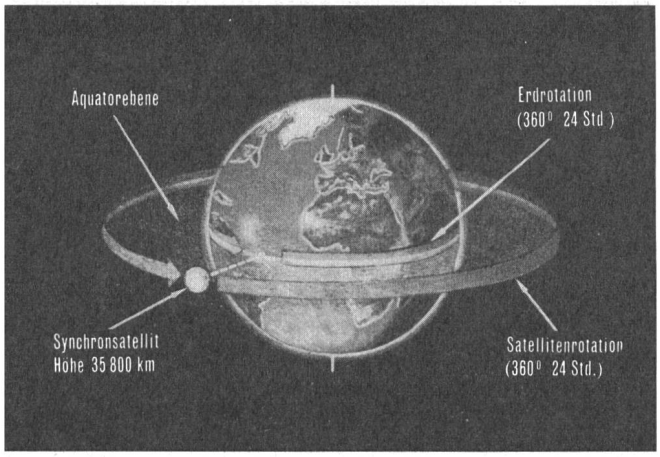


Fig. 7
Umlauf des Satelliten in der Äquatorebene ohne Bahnstörung

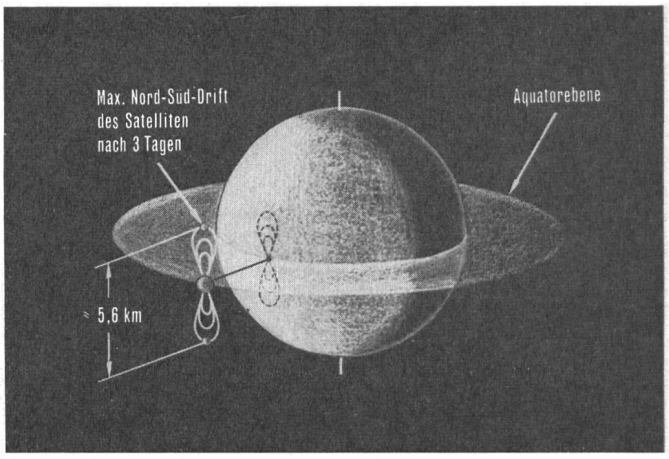


Fig. 8
Nord-Süddrift des Satelliten durch Änderung der Bahnneigung gegen die Äquatorebene (ohne Azimutaldrift)

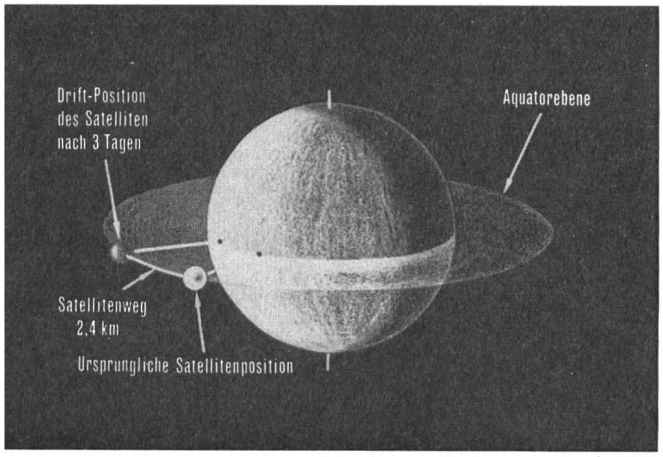


Fig. 9
Azimutaldrift des Satelliten in der Äquatorebene

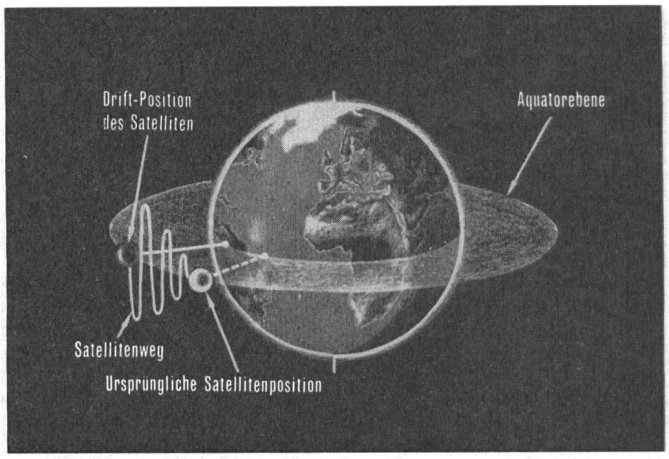


Fig. 10
Die tatsächliche Satellitenbahn innerhalb von drei Tagen unter dem Einfluss der Störkräfte des elliptischen Äquators und von Sonne und Mond

$$B_\lambda = 6\,J_{22}\left(\frac{R}{a}\right)^2 \frac{\mu}{a^2} \sin 2\,(\lambda_0 - \lambda_{22})$$

und die Abdrift:

$$\Delta\,\lambda = \lambda - \lambda_0 = -\frac{36}{4}\,\mu\,J_{22}\left(\frac{R}{a}\right)^2 \frac{t^2}{a^3} \cdot \sin 2\,(\lambda_0 - \lambda_{22}) =$$

$$= -\frac{\kappa^2}{4}\,t^2 \sin 2\,(\Lambda_0)$$

Nach der Zeit t_1 hat dann der Satellit die Grenzlage erreicht:

$$\Lambda_0 + \Delta\lambda = \lambda_0 - \lambda_{22} + \Delta\lambda$$

Es ist also:

$$t_1 = \frac{2}{\kappa}\sqrt{\frac{\Delta\,\lambda}{\sin 2\,\Lambda_0}} \qquad (25)$$

Nun wird eine Korrektur $d\Lambda_1/dt$ gegeben derart, dass für die Zeit $t > t_1$ für die Satellitenposition $\Lambda(t)$ gilt:

$$\Lambda\,(t) = -\frac{\kappa^2}{4}\,(t - t_1)^2 \sin 2\,\Lambda_0 + \frac{d\,\Lambda_1}{d\,t}\,(t - t_1) + \Lambda_0 + \Delta\,\lambda$$

Dann ist:

$$\frac{d\,\Lambda}{d\,t} = -\frac{\kappa^2}{2}\,(t - t_1) \sin 2\,\Lambda_0 + \frac{d\,\Lambda_1}{d\,t}$$

Im Zeitpunkt t_2 ist dann die Position des Satelliten:

$$\Lambda\,(t_2) = \Lambda_0 - \Delta\lambda$$

und seine Drift ist gerade Null geworden, also:

$$\left.\frac{d\,\Lambda}{d\,t}\right|_{t_2} = -\frac{\kappa^2}{2}\,(t_2 - t_1) \sin 2\,\Lambda_0 + \frac{d\,\Lambda_1}{d\,t} = 0 \qquad (26)$$

Daraus ergibt sich die Korrekturdrift zu:

$$\frac{d\,\Lambda_1}{d\,t} = \frac{\kappa^2}{2}\,(t_2 - t_1) \sin 2\,\Lambda_0 \qquad (27)$$

Anderseits ist im Zeitpunkt t_2 die Satellitenposition gegeben durch:

$$\Lambda\,(t_2) = \Lambda_0 - \Delta\,\lambda = -\frac{\kappa^2}{4}\,(t_2 - t_1)^2 \sin (2\,\Lambda_0) +$$

$$+ \frac{d\,\Lambda_1}{d\,t}\,(t_2 - t_1) + \Lambda_0 + \Delta\,\lambda \qquad (28)$$

so dass man nun aus Gl. (28) und (27) findet:

$$(t_2 - t_1)^2 = \frac{8 \cdot \Delta\,\lambda}{\kappa^2 \sin 2\,\Lambda_0}$$

$$t_2 - t_1 = \frac{2}{\kappa}\sqrt{\frac{2 \cdot \Delta\,\lambda}{\sin 2\,\Lambda_0}} = t_1\sqrt{2} \qquad (29)$$

In der Zeitspanne von t_2 bis t_3 läuft der Satellit wieder in Richtung der Anfangsdrift bis zur Position $\Lambda_0 + \Delta\lambda$ zurück, und es ist

$$t_3 - t_2 = t_2 - t_1$$

also

$$t_3 - t_1 = 2\,(t_2 - t_1)$$

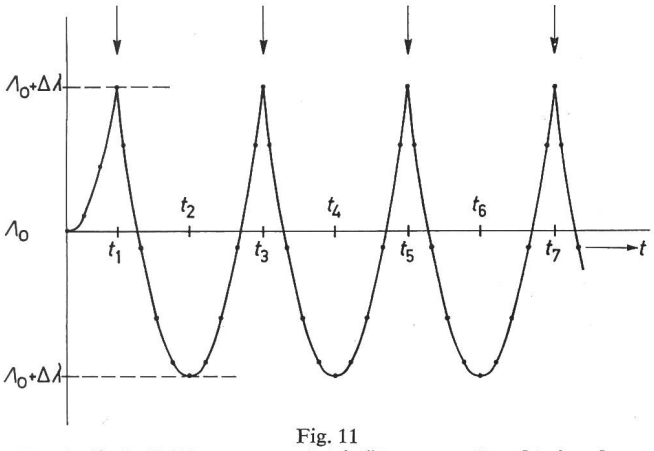


Fig. 11
Longitudinale Driftbewegung nach Einführung von Korrekturimpulsen zu den Zeiten t_1 t_3, t_5, ... in Abhängigkeit von der Zeit t

Im Zeitpunkt t_3 wird nun wieder ein Korrekturimpuls gegeben. Die Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Impulsen ist dann:

$$\Delta t_{\text{imp.}} = 2\,(t_2 - t_1) = \frac{4}{\kappa}\sqrt{\frac{2\cdot\Delta\lambda}{\sin 2\,\Lambda_0}} \qquad (30)$$

Mit dem Wert von $(t_2 - t_1)$ aus Gl. (29) ergibt sich die notwendige Korrektur nach Gl. (27) zu:

$$\frac{\mathrm{d}\,\Lambda}{\mathrm{d}\,t} = 2\,\kappa\sqrt{2\cdot\Delta\lambda\sin 2\,\Lambda_0} \qquad (31)$$

für die Zeitpunkte t_3, t_5, t_7... und mit Gl. (25) für den Zeitpunkt t_1:

$$\frac{\mathrm{d}\,\Lambda}{\mathrm{d}\,t} = \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)\kappa\sqrt{2\cdot\Delta\lambda\sin 2\,\Lambda_0} \qquad (32)$$

Die für jeden Einzelimpuls notwendige Geschwindigkeitsänderung ΔV_i ist mit Gl. (13):

$$\Delta V_i = \int_{t_i}^{t_{i+2}} B_\lambda\cdot\mathrm{d}\,t = \frac{a}{3}\cdot\frac{\mathrm{d}\,\Lambda}{\mathrm{d}\,t} = \frac{2}{3}\,\kappa\,a\sqrt{2\cdot\Delta\lambda\sin 2\,\Lambda_0} \qquad (33)$$

Ist T_{tot} die gesamte Betriebszeit des Satelliten, so ist der Gesamtimpuls (pro kg Masse):

$$V_{\text{tot}} = \Delta V_i\,\frac{T_{\text{tot}}}{\Delta t_{\text{imp.}}} = \frac{a\,\kappa^2}{6}\,T\sin 2\,\Lambda_0 \qquad (34)$$

Für den «Early Bird» erhält man dann folgende Werte:

κ = $8{,}75\cdot 10^{-8}\ \mathrm{s}^{-1}$
$2\cdot\Delta\lambda$ = $0{,}12^0$ (Annahme)
Λ_0 = $-30 + 15{,}4 = -14{,}6^0$
$t_{\text{Imp.}}$ = $3\cdot 10^6$ s = 35 Tage
T = 5 Jahre = 1825 Tage
n_{tot} = 52 Impulse
ΔV_i = $7{,}9\cdot 10^{-2}$ m/s
V_{tot} = 4,1 m/s

Um diesen totalen Impuls pro kg Masse zu erzeugen, ist bei Kaltgasdüsen und einem spezifischen Impuls von $I_{\text{sp}} = 60$ s ca. 9,2 g Treibstoffmasse pro Impuls, also insgesamt ein Treibstoffvorrat von 480 g für 5 Jahre nötig, wenn man eine Satellitenmasse von 70 kg annimmt.

5.2 Korrektur der Bahnneigung

Die gleiche Technik, wie bereits für die Korrektur der Azimutaldrift erläutert wurde, kann auch für die Korrektur der Bahnneigung in Anwendung kommen. Es muss also eine der Beschleunigung $W_{\text{tot}} = W_S + W_M$ entgegengesetzte Beschleunigung $W_{\text{Korr.}} = -W_{\text{tot}}$ angebracht werden. Da aber W_S und W_M starken Änderungen während eines Umlaufs um die Sonne unterliegen, ist eine so einfache Berechnung der Zeitabstände Δt zwischen den Einzelimpulsen und deren Grösse nicht möglich. Es ist hierfür ein Programm aufzustellen, welches Abschussdatum und Ephemeriden von Sonne und Mond berücksichtigt.

Man erhält aber leicht einen guten Wert für den notwendigen Treibstoffbedarf, wenn man den Mittelwert von W durch Integration über einen Umlauf bildet.

Es wird dann allgemein:

$$W_{\text{med}} = \frac{3}{8}\cdot\frac{\mu_S\,a}{R_S^3}\sin 2\,\varepsilon$$

und speziell für Sonne und Mond zusammen im ungünstigsten Fall:

$$W_{\text{tot}} = \frac{3}{8}\left(\frac{\mu_S\,a}{R_S^3}\sin 2\,\varepsilon + \frac{\mu_M\,a}{R_M^3}\sin 2\,\varepsilon_{\max}\right)$$

Nimmt man diese Störbeschleunigung als konstant über die ganze Betriebszeit T an, so wird dann der notwendige Impuls pro kg Satellitenmasse ΔV:

$$\Delta V = \int_0^T W_{\text{tot}}\,\mathrm{d}\,t = \frac{3\,a}{8}\,T\left(\frac{\mu_S}{R_S^3}\sin 2\,\varepsilon + \frac{\mu_M}{R_M^3}\sin 2\,\varepsilon_{\max}\right)$$

Mit den schon genannten Werten für μ, R, ε und $\varepsilon_{\max}$ für Sonne und Mond erhält man dann für eine Betriebszeit von $T = 5$ Jahre:

$$V_{\text{tot}} \approx 250\ \mathrm{m/s}$$

Dieser Wert liegt wesentlich höher als die Geschwindigkeitsänderung für die Azimutaldriftkorrektur. Dementsprechend ist auch der sich daraus ergebende Treibstoffbedarf mit:

$$m_{\text{Tr}} \approx 0{,}52\,m_0$$

oder 36,5 kg für einen 70-kg-Satelliten enorm hoch, denn mehr als die Hälfte der Satellitenmasse dient nur zur Aufrechterhaltung der geostationären Bahn.

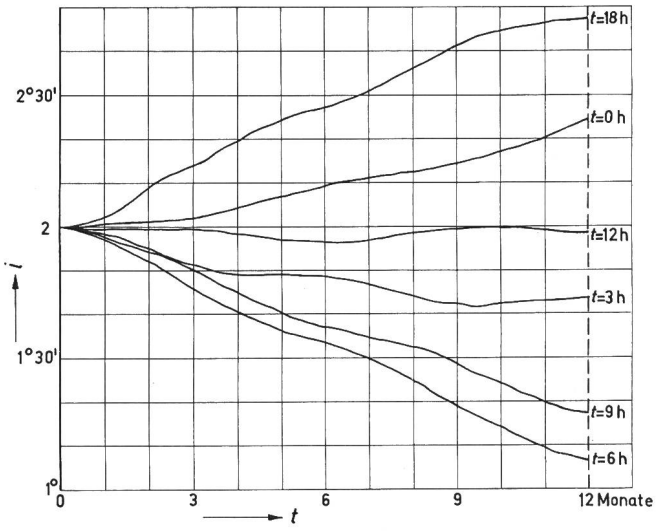


Fig. 12
Die Änderung der Bahnneigung i für verschiedene Abschußstunden t in Abhängigkeit von der Betriebszeit t
($\lambda_0 = -15^0$; $i_0 = 2^0$; Abschusstag: 21. 3. 1971)

In [5] ist nun ein sehr bemerkenswerter Vorschlag gemacht worden, um den Treibstoffaufwand für die Positionskorrektur ganz wesentlich herabzusetzen. Berechnet man nämlich für ein bestimmtes Datum und verschiedene Abschußstunden die Bahnneigung i unter Berücksichtigung möglichst aller Störkräfte — also nicht nur von Sonne und Mond sondern auch vom Strahlungsdruck der Infrarot- und Albedostrahlung der Erde und der Sonnenstrahlung —, wobei die Sollposition (λ_0 und i_0) des Satelliten vorgegeben ist, so erhält man für das erste Betriebsjahr ohne Korrekturen einen Verlauf von i, wie er in Fig. 12 gezeigt ist. Während bei einem Abschuss um 12 h die Bahnneigung fast konstant ($i = 2^0$) bleibt, nimmt bei einem Abschuss um 6 h die Bahnneigung i im Laufe eines Jahres stetig ab mit $\Delta i/\Delta t \approx 0{,}9\ ^0$/Jahr. Wenn man für die Empfangsantennen eine tägliche Nachführung von $\pm\ 2{,}5^0$ in der Elevation zulässt, so kommt man bei einer Anfangsposition von $i = +\ 2{,}25^0$ nach 2½ Jahren bis $i = 0^0$ und nach weiteren 2½ Jahren also am Ende der Betriebszeit wieder bis $i = -2{,}25^0$. Man hat damit den Aufwand für die Korrektur vom Satelliten weg zur Bodenstation hin verlegt, wo er aber bedeutend weniger ins Gewicht fällt.

Literatur

[1] *E. Schlögl:* Die himmelsmechanischen Grundlagen für Fernmelde-Satelliten. Fernmelde-Ing. 17(1963)11 und 12.

[2] *A. Bohrmann:* Bahnen künstlicher Satelliten. Mannheim, Bibliographisches Institut, 1963.

[3] *B. P. Blasingame:* Astronautics. New York a. o., McGraw-Hill, 1964.

[4] *H. Paul:* Bahnstörungen bei nichtstationären Nachrichten-Satelliten. Bull. SEV 57(1966)3, S. 101...109.

[5] *Organisation européenne de recherches spatiales:* Etude concernant un programme de developpement de satellites experimentaux de télécommunications. Delft-Noordwijk, ESRO, 1967.

[6] *S. Glasstone:* Sourcebook on the Space Sciences. Princeton a. o., Van Nostrand, 1965.

[7] *G. E. Müller* and *E. R. Spangler:* Communication Satellites. New York a. o., Wiley, 1964.

Adresse des Autors:

Dr. *H. Paul,* Wissenschaftlicher Mitarbeiter der AG Brown, Boveri & Cie., 5401 Baden.

Pulscodemodulierte Übertragungssysteme für Richtstrahl- und Kabelverbindungen

Vortrag, gehalten an der Diskussionsversammlung des SEV vom 20. September 1967 in Zürich,

von *Th. Stolz,* Bern

65.011.56:621.39:621.31

Vorerst werden das Prinzip der Pulscodemodulation (PCM) sowie der grundsätzliche Aufbau eines PCM-Systems gezeigt und anschliessend die übertragungstechnischen Vorteile der Pulscodemodulation gegenüber andern Modulationsverfahren hervorgehoben. Diese Vorteile der PCM-Systeme müssen mit einer relativ grossen Bandbreite erkauft werden. Für die Übertragung von PCM-Signalen werden daher vor allem Richtstrahl- und Kabelverbindungen eingesetzt. In der Folge wird die Konzeption eines digitalen Übertragungssystems dargelegt, das sowohl der Sprachübertragung, wie auch der Übermittlung von Daten und Telegraphiesignalen dient. Ein Kostenvergleich zwischen analogen und digitalen Systemen wird durchgeführt. Schliesslich werden Bilder von realisierten Ausrüstungen, nämlich eine PCM-Endausrüstung für 30 Kanäle, ein PCM-Repeaterpaar und eine Richtstrahlausrüstung für PCM-Signale gezeigt und kurz beschrieben.

L'exposé illustre d'abord le principe de la modulation par impulsions codées (PCM), ainsi que la structure de principe d'un système PCM, en exposant ensuite les avantages de la modulation par impulsions codées par rapport aux autres procédés de modulation au point de vue de la technique de transmission. Ces avantages des systèmes PCM exigent toutefois une grande largeur de bande. Pour la transmission de signaux PCM on utilise de ce fait essentiellement des faisceaux dirigés et des câbles. L'article relate ensuite la conception d'un système de transmission digitale, susceptible de servir aussi bien à la transmission de la parole qu'à la transmission de dates et de signaux télégraphiques. On établit une comparaison des frais entre le système analogique et digital. Pour terminer on présente et on commente rapidement des illustrations se rapportant à des équipements réalisés, soit un équipement terminal PCM à 30 canaux, un couple répétiteur PCM et une installation à faisceaux dirigés servant à la transmission des signaux PCM.

1. Einleitung

Die Pulscodemodulation (PCM) stellt heute ein kraftvolles Mittel der Übertragungstechnik dar und wird in den kommenden Jahren ohne Zweifel eine weite Verbreitung finden. Zwar wurde das PCM-Prinzip bereits vor 30 Jahren erfunden; das Fehlen geeigneter Schaltelemente behinderte jedoch während Jahrzehnten seine praktische Verwirklichung. Erst vor etwa 5 Jahren hatte die Schaltungstechnologie den erforderlichen Stand erreicht, um zuverlässige und wirtschaftliche PCM-Systeme für den zivilen Bedarf zu fertigen. Seit diesem Zeitpunkt wird die Pulscodemodulation in immer grösserem Umfange zur Schaffung zusätzlicher Sprechkanäle im Orts- und Nahverkehr angewandt. Der Einsatz von PCM-Systemen im Fernverkehr wird in den USA im Moment eingehend studiert und vorbereitet [1; 2][1]).

2. Das Prinzip der Pulscodemodulation

Die Pulscodemodulation verwandelt ein analoges Signal in digitale Form. Folgende Teiloperationen müssen dabei durchgeführt werden:

Abtastung
Quantisierung
Codierung

Unter Abtastung eines Signals versteht man die Entnahme der momentanen Amplitude in bestimmten regelmässigen Zeitabschnitten. Die Abtastfrequenz muss dabei mindestens doppelt so hoch sein wie die höchste Frequenzkomponente des Signals. Unter dieser Bedingung ist das Signal vollständig durch seine Abtastwerte dargestellt.

Für Sprachsignale hat sich eine Abtastfrequenz von 8 kHz durchgesetzt. Das bedeutet, dass 8000mal in der Sekunde die momentane Amplitude herausgegriffen wird.

In Fig. 1 sind die zur Pulscodemodulation gehörenden Teiloperationen dargestellt. Anschliessend an die Abtastung erfolgt die Quantisierung, d.h. jedem Abtastwert wird ein möglichst gleicher Wert aus einer endlichen Anzahl diskreter Amplituden zugeordnet. Die abgebildete Quantisierungsskala umfasst 8 verschiedene Amplitudenstufen, die durch binäre Zahlen bezeichnet sind. Die gestrichelten Linien bedeuten die normierten Werte der einzelnen Stufen.

Jedem Abtastwert wird somit ein sog. Codewort, das im gezeigten Beispiel aus 3 binären Elementen besteht, zugeordnet.

[1]) Siehe Literatur am Schluss des Aufsatzes.