

**Zeitschrift:** Bulletin de l'Association suisse des électriciens  
**Herausgeber:** Association suisse des électriciens  
**Band:** 50 (1959)  
**Heft:** 21

**Artikel:** Die Möglichkeit zur Erhöhung der statischen Stabilitätsgrenze bei Synchronmaschinen  
**Autor:** Canay, M.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-1057825>

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 06.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Die zweite Lösung, unabhängig von  $Q_2$ , entspricht keiner physikalischen Realität. Der gefundene Ausdruck für die Neigung der Funktion im Mittelpunkt wurde bei der Konstruktion der Kurven im Beispiel der Fig. 11 verwendet.

### 5.5 Grenzbedingung für Sprungfreiheit

Wenn der Ausdruck in der rechten Klammer der Gl. (32a) verschwindet, wechselt der Winkel  $\varphi$  sein Vorzeichen. Aus Fig. 11 ersieht man, dass für  $\varphi > 0$  Frequenzsprünge stattfinden, für  $\varphi < 0$  hingegen nicht mehr. Die Grenze für Sprungfreiheit liegt somit bei  $\operatorname{tg} \varphi = 0$ , und:

$$Q_2^2 \leq \frac{1 - k^2}{k^2}; \quad k^2 \leq \frac{1}{1 + Q_2^2} \quad (33)$$

Die Funktion  $Q_2 = f(k)$ , entsprechend der erfüllten Grenzbedingung, wurde in Fig. 12 aufgetragen.

### 6. Zusammenfassung

Es wurden die Admittanzausdrücke für zwei gekoppelte Schwingkreise aufgestellt. Daraus wurde der Verlauf der Schwingfrequenz eines Oszillators bestimmt, der auf diese Kreise arbeitet. Das aktive Oszillatoremement wurde einem festen, rein reellen negativen Widerstand gleichgesetzt. Der Kreis-

verstimmung, der Kopplung und den Verlusten wurde keine Einschränkung auferlegt. Einzig bei der prinzipiellen Besprechung der Zieherscheinungen beschränkte man sich auf kleine Kreisverluste.

Es wurde zunächst der minimale Frequenzsprung in Funktion der Kopplung bestimmt, sowie ein Kriterium für Ziehfreiheit; damit konnte die Grösse des Frequenzsprunges in Abhängigkeit vom Ausmass des Ziehens ermittelt werden. Die allgemeine Beziehung für die Schwingfrequenz in Funktion der relativen Kreisverstimmung, mit Kreisgüte und Kopplung als Parameter, wurde aufgestellt. Eine Diskussion der Eigenheiten dieser Funktion führte zu einer Grenzbedingung für Frequenzsprungfreiheit.

### Literatur

- [1] Feldtkeller, R.: Einführung in die Vierpoltheorie der elektrischen Nachrichtentechnik. 6. Aufl. Stuttgart: Hirzel 1953.
- [2] Barkhausen, H.: Lehrbuch der Elektronenröhren und ihrer technischen Anwendungen. 3. Bd.: Rückkopplung, 5. Aufl. Zürich: Hirzel 1950.
- [3] Pol, B. van der: On Oscillation Hysteresis in a Triode Generator with Two Degrees of Freedom. Philos. Mag. 6. Serie, Bd. 43(1922), Nr. 256, S. 700...719.
- [4] Käch, A.: Zur Frage der Frequenzstabilität selbsterregter Sender mit langen Antennenzuleitungen. AEÜ Bd. 8(1954), Nr. 11, S. 491...498; Nr. 12, S. 553...561.
- [5] Rouche, N.: Etude du régime de synchronisation de deux oscillateurs couplés. Bull. sci. AIM Bd. 69(1956), Nr. 1, S. 3...83.

### Adresse des Autors:

W. S. Ehrenberg, Dipl.-Ing. ETH, Zentralstrasse 52, Wettingen (AG).

## Die Möglichkeit zur Erhöhung der statischen Stabilitätsgrenze bei Synchronmaschinen

Von M. Canay, Bazenheid

621.313.32 : 621.016.35

In dieser Arbeit werden die theoretischen Möglichkeiten zur Erhöhung der statischen Stabilitätsgrenze gesucht. Mit Hilfe der hier angegebenen mathematischen Beziehungen kann die Steilheit der Charakteristik des Winkelreglers bei der Erzeugung der mit dem Lastwinkel proportionalen Erregung vorausberechnet werden.

Recherche des possibilités théoriques d'élever la limite de stabilité statique. A l'aide des relations mathématiques indiquées, on peut calculer d'avance la raideur de la caractéristique du régulateur d'angle, lors de la production de l'excitation proportionnelle à l'angle de charge.

die normale Leistung des Phasenschiebers, sieht man ein, dass man wegen dieser Beschränkung gezwungen ist, den Phasenschieber grösser zu bauen als notwendig.

Der Winkelregler, der diese Schwierigkeiten beseitigt und einen noch sichereren Betrieb gewährleistet, hat in der letzten Zeit grosse Bedeutung bekommen.

Die theoretischen Unterlagen zur Möglichkeit der Erhöhung der Stabilitätsgrenze sollen hier zunächst mathematisch und dann graphisch behandelt und damit ein Verfahren angegeben werden, um die erforderliche Eigenschaft, nämlich die Steilheit der Charakteristik des Winkelreglers für einen beliebigen Betriebspunkt des Generators oder Phasenschiebers zu bestimmen. Mit einem solchen zusätzlichen Regler kann es gelingen, die statische Stabilitätsgrenze der Synchronmaschine theoretisch bis zur dynamischen Stabilitätsgrenze auszudehnen.

### Stabilitätsbedingung einer Synchronmaschine

Die Stabilitätsbedingung einer Synchronmaschine kann wie folgt ausgedrückt werden:

$$\frac{dP}{d\delta} \geq 0 \quad (1)$$

wo  $P$  die Wirkleistung der Maschine und  $\delta$  den Polradwinkel (Lastwinkel) darstellen. Unter Voraussetzung, dass der Ohmsche Widerstand der Maschine auf die Wirkleistung keinen Einfluss hat ( $R = 0,003 \dots 0,005$  pu), wird die mathematische Beziehung zwischen dem Lastwinkel und der Wirkleistung  $P$ :

$$P = \frac{E U}{X_d} \sin \delta + \frac{U^2}{2} \left( \frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin 2\delta \quad (2)$$

wo  $E$  die EMK,  $U$  die Klemmenspannung,  $X_d$  und  $X_q$  die Längs- und Querreaktanzen der Synchronmaschine bedeuten.

Nach diesem Ausdruck ist die Wirkleistung der Synchronmaschine im allgemeinen Fall nur von der EMK  $E$  und vom Lastwinkel  $\delta$  abhängig, da die Klemmenspannung  $U$  und die charakteristischen Daten der Maschine  $X_d$  und  $X_q$  konstant sind. Bei der statischen Stabilität ist die Bewegung des Polrades so langsam, dass diese keine zusätzliche EMK im Feldkreis verursacht und deshalb ist  $E$  ohne Einfluss von aussen bei den betreffenden Problemen auch konstant anzusehen. Mit der Anwendung der Bedingung (1) auf Gl. (2) erhält man:

$$\begin{aligned} \delta \leqq \delta_{max} \text{ wobei } -\frac{E U}{X_d} \cos \delta_{max} &= \\ &= U^2 \left( \frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \cos 2\delta_{max} \end{aligned} \quad (3)$$

Dies ist die Gleichung der bekannten Stabilitätsgrenze; sie ist im Stromdiagramm der Synchronmaschine (Fig. 4) mit  $Z$  bezeichnet.

Die einzige mathematische Möglichkeit, die statische Stabilitätsgrenze zu erhöhen, besteht darin, die EMK  $E$  als eine Funktion des Lastwinkels zu betrachten und demzufolge die Stabilitätsbedingung in Gl. (1) unter betreffender Annahme nochmals auf die Gl. (2) anzuwenden. Wenn man das macht, erhält man:

$$\begin{aligned} \frac{dP}{d\delta} &= \frac{E U}{X_d} \cos \delta + U^2 \left( \frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \cos 2\delta + \\ &\quad + \frac{U}{X_d} \sin \delta \frac{dE}{d\delta} \geq 0 \end{aligned} \quad (4)$$

oder im Grenzfall,

$$\begin{aligned} \frac{E U}{X_d} \cos \delta + U^2 \left( \frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \cos 2\delta + \\ + \frac{U}{X_d} \sin \delta \frac{dE}{d\delta} &= 0 \end{aligned} \quad (4a)$$

Diese Gleichung liefert die die neue statische Stabilitätsgrenze darstellende Funktion  $E(\delta)$ . Diese ist aber nicht zu lösen. Es sei angenommen, dass die Maschine mit  $E$  erregt momentan um den Lastwinkel  $\delta_0$  läuft, welcher normalerweise einem instabilen Betrieb entspricht. Um eine angenäherte Lösung zur Differentialgleichung (4a) zu finden, die sich für diesen Zweck genügend eignet, sei vorausgesetzt, dass sich die Bewegungen in der Nähe

von  $\delta_0$  halten, oder besser gesagt die Abweichungen  $\Delta\delta_0$  in der Nähe von  $\delta_0$  so klein bleiben, dass man bei diesen Bewegungen  $\cos \delta$ ,  $\sin \delta$  und  $\cos 2\delta$  in Werten von  $\cos \delta_0$ ,  $\sin \delta_0$  und  $\cos 2\delta_0$  konstant betrachten darf. Mit dieser Vereinfachung schreibt man die Differentialgleichung zur neuen statischen Stabilitätsgrenze aus der Gl. (4a) in der Form der linearen Differentialgleichung der ersten Ordnung wie folgt:

$$\frac{dE}{d\delta} + \operatorname{ctg} \delta_0 \cdot E + U \left( \frac{X_d}{X_q} - 1 \right) \frac{\cos 2\delta_0}{\sin \delta_0} = 0 \quad (5)$$

Nun lautet die Lösung dieser Gleichung,

$$E = A + B e^{-\delta \cdot \operatorname{ctg} \delta_0} \quad (6)$$

wobei  $A$  und  $B$  Konstante sind:

$$A = - \left( \frac{X_d}{X_q} - 1 \right) U \frac{\cos 2\delta_0}{\sin \delta_0} \quad (6a)$$

$$B = (E_0 - A) e^{\delta_0 \cdot \operatorname{ctg} \delta_0}$$

Diese Lösung ist ziemlich grob angenähert und nur in der Nähe des Winkels  $\delta_0$  mit sehr kleinen Abweichungen richtig. Es soll aber im folgenden nicht der Verlauf der Funktion  $E(\delta)$  nach Gl. (6) für einen beliebigen Winkel  $\delta$  verwendet, sondern nur die Schräglität der Funktion an dem Winkel  $\delta_0$  in Betracht gezogen werden, die der Wahrheit eher entspricht. Somit wird der grobe Fehler bei der Voraussetzung zur Lösung von Gl. (4a) unterdrückt, die nur um einen besseren Überblick zur notwendigen Änderung der Erregung zu gewinnen, angenähert gelöst wurde. Also stellt die Schräglität der Funktion  $E(\delta)$  bei dem Winkel  $\delta_0$  den Grenzwert dar, welche die Grösse  $dP/d\delta$  gleich null macht. Die ist:

$$\left( \frac{dE}{d\delta} \right)_{krit.} = -[E_0 - A] \operatorname{ctg} \delta_0 \quad (7)$$

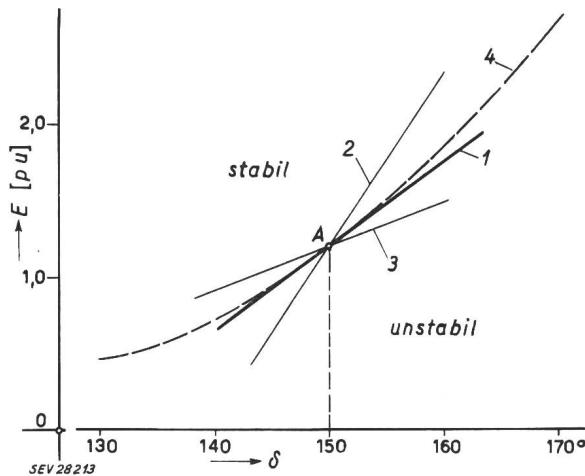


Fig. 1  
Die notwendige Schräglität der Funktion  $E(\delta)$  um den Betrieb beim  $\delta_0 = 150^\circ$  zu stabilisieren  
[ $X_d = 1,6$ ;  $X_q = 0,98$ ;  $U = 1$ ;  $E = 1,2$  (pu)]  
Der Punkt A entspricht dem Punkt C in Fig. 4  
1  $dP/d\delta = 0$ ; 2  $dP/d\delta > 0$ ; 3  $dP/d\delta < 0$ ; 4  $E = f(\delta)$   
(angenäherte Lösung)

Falls man die Schräglität bei der Änderung von  $E$  noch grösser als die oben angegebene kritische Steilheit machen könnte, würde es zu

$$\frac{dP}{d\delta} > 0$$

werden und damit der Betrieb um den Lastwinkel  $\delta_0$  statisch stabil werden, wie man sich dies wünschte. Fig. 1 gibt einen Überblick über den Verlauf der Funktion  $E(\delta)$  und ihre Schräglheit in der Nähe des Betriebspunkts  $\delta_0$ .

Den Regler, welcher eine mit dem Lastwinkel  $\delta$  proportionale Erregung gibt und deren Steilheit  $dE/d\delta$  verstellbar ist, nennt man Winkelregler. Der Spannungsregler in Fig. 2 liefert nur den Erregerstrom  $i_u$ , welcher den Hauptanteil des Erregungsstromes verursacht, und damit entsteht diejenige EMK  $E_0$  in der Maschine, die dem Arbeitspunkt mit dem Lastwinkel  $\delta_0$  entspricht. Dagegen macht der Winkelregler den Betrieb um den Lastwinkel  $\delta_0$  nur

werden kann, wird sie über den Verlauf der Gantzen keinen beachtenswerten Einfluss haben. Dieser Einfluss kann durch die Vergrößerung der Schräglheit  $dE/d\delta$  unterdrückt werden. Die Wirkung der Zeitkonstanten macht sich nur bemerkbar, wenn die relative Bewegung des Polrades zu schnell ist. Zur physikalischen Erklärung der statischen Stabilität in der Nähe des Lastwinkels  $\delta_0$  ( $\delta_0 > \delta_{max}$ ) ist die Fig. 3 geeignet. Die normale Funktion  $P = f(\delta)$  um den Winkel  $\delta_0$  ist nicht stabil, da  $dP/d\delta < 0$  ist. Stelle man sich vor, dass die EMK  $E$  bei der Änderung des Lastwinkels  $\delta$  zwischen  $\delta_0 - \Delta\delta$  und  $\delta_0 + \Delta\delta$  nicht konstant bleibt, sondern sich der Reihe nach von  $E_1$  bis  $E_2$  ändert (Fig. 3). Also liegt der Arbeitspunkt bei dieser Bewegung um  $\delta_0$  mit  $E_1$  auf  $B$  und mit  $E_2$  auf  $C$ , wo die neue Funktion  $P = f(\delta)$  eine ansteigende Schräglheit aufweist.

### Das synchronisierende Drehmoment

Unter der Voraussetzung, dass sich die elektromotorische Kraft  $E$  unverzögert mit dem Lastwinkel  $\delta$  ändert, schreibt man das synchronisierende Drehmoment durch Differentiation der Gl. (2) nach Gl. (1) wie folgt:

$$\frac{dP}{d\delta} = \frac{EU}{X_d} \cos \delta + U^2 \left( \frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \cos 2\delta + \frac{U}{X_d} \sin \delta \frac{dE}{d\delta}$$

Die ersten und zweiten Glieder auf der rechten Seite der Gleichung bilden das normale synchronisierende Drehmoment ohne Winkelregler. Dagegen stammt das dritte Glied aus dem Winkelregler und macht die Arbeit der Maschine um den Lastwinkel  $\delta_0$  statisch stabil, wo sie normalerweise auf nur zwei Gliedern ruhend unstabil ist. Von hier aus kann man die Steilheit bei der Änderung der Erregung nach  $\delta$  noch einmal bestimmen.

$$\frac{dE}{d\delta} \geq \frac{M_s(\delta_0)}{\frac{U}{X_d} \sin \delta_0} \quad (8)$$

$$M_s(\delta_0) = -\frac{EU}{X_d} \cos \delta_0 - U^2 \left( \frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \cos 2\delta_0 \quad (8a)$$

wobei  $M_s(\delta_0)$  das normale synchronisierende Drehmoment um den Winkel  $\delta_0$  ohne Winkelregler darstellt. Dieser Ausdruck ist nicht anders als bei der Gl. (7). Dies aber gibt die Möglichkeit, die kritische Steilheit der Charakteristik des Winkelreglers  $(dE/d\delta)_{krit.}$  für einen beliebigen Betriebspunkt aus dem Diagramm der Synchronmaschine graphisch zu bestimmen.

Es sei die vom Winkelregler erzielte Funktion  $E = f(\delta)$  die folgende:

$$E = k(\delta - \delta_0) E_0 + E_0 \quad (9)$$

Darin bedeuten  $E_0$  die notwendige EMK für den Betrieb ohne Winkelregler und  $k E_0$  die Steilheit der Charakteristik des Winkelreglers.

$$\frac{dE}{d\delta} = k E_0 \quad (9a)$$

Setzt man dies in Gl. (8) ein, so ergibt sich:

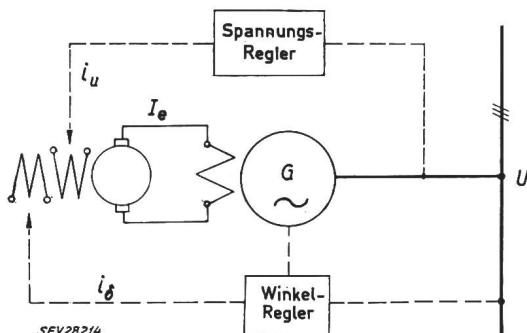


Fig. 2

Synchronmaschine  $G$  mit Winkelregler

$I_e$  Haupterregerstrom;  $i_u$  spannungsabhängiger Erregerstrom;  $U$  Klemmenspannung;  $i_d$  lastwinkelabhängiger Erregerstrom des Synchrongenerators

stabil. In Wirklichkeit erzeugt der Winkelregler aber einen Erregerstrom  $i_d$  proportional mit dem Lastwinkel  $\delta$  mit einer gewissen Zeitkonstante  $T_\delta$ . Ferner hat dieser Vorgang noch eine Zeitkonstante  $T_{d'}$  bei der Entstehung von  $E$ . Angenommen aber, dass die ganze Verzögerung  $T_\delta + T_{d'}$  klein gehalten

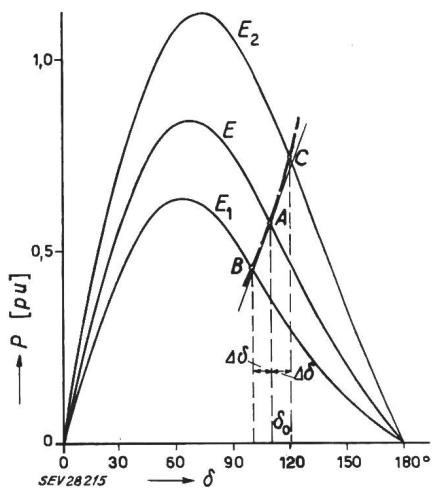


Fig. 3

Durch Regelung der Erregung erzielte Stabilität um den Winkel  $\delta_0 = 110^\circ$

$P$  Wirkleistung des Generators;  $\Delta\delta$  kleine Bewegungen des Polrades um den Lastwinkel  $\delta_0$ ;  $\delta$  Lastwinkel;  $E$  normale Erregung beim Winkel  $\delta_0$ ;  $E_1$  Erregung beim Winkel  $\delta_0 - \Delta\delta$ ;  $E_2$  Erregung beim Winkel  $\delta_0 + \Delta\delta$   
Weitere Erklärungen im Text

$$k \geq \frac{M_s(\delta_0)}{\frac{U E_0}{X_d} \sin \delta_0} = \operatorname{tg} \alpha \quad (10)$$

Die rechte Seite dieser Beziehung wurde hier als die Tangente eines gewissen Winkels  $\alpha$  ausgedrückt, denn dieser Winkel ist im Stromdiagramm der Synchronmaschine zu sehen.

Bei einem beliebigen Betrieb kann der Winkel  $\alpha$  und damit  $\operatorname{tg} \alpha$  aus dem Stromdiagramm der Synchronmaschine grafisch leicht bestimmt werden (Fig. 4). An einem Arbeitspunkt  $A$  (wie  $B$  und  $C$ ) gibt der Winkel  $\alpha$  die oben gerechnete kritische Steilheit der Charakteristik des Winkelreglers entsprechend der gesamten Zeitkonstante noch grösser wählen, als die oben erwähnte berechnete Steilheit.

Fig. 4  
Stromdiagramm der Synchronmaschine zur Bestimmung der kritischen Steilheit von Winkelregler

- $[X_d = 1,6; X_q = 0,98; U = 1] (\text{pu})$
- A normalerweise stabiler Arbeitspunkt
- B kritischer Arbeitspunkt
- $dE/dS = 0 = > E_0 \operatorname{tg} \alpha_A$
- C normalerweise instabiler Arbeitspunkt
- $Z dE/dS = 0 = E_0 \cdot \operatorname{tg} \alpha_C$
- $dE/dS = 0 < E_0 \cdot \operatorname{tg} \alpha_C$
- P Wirkleistung
- Q Blindleistung
- $I_e$  Erregungsstrom

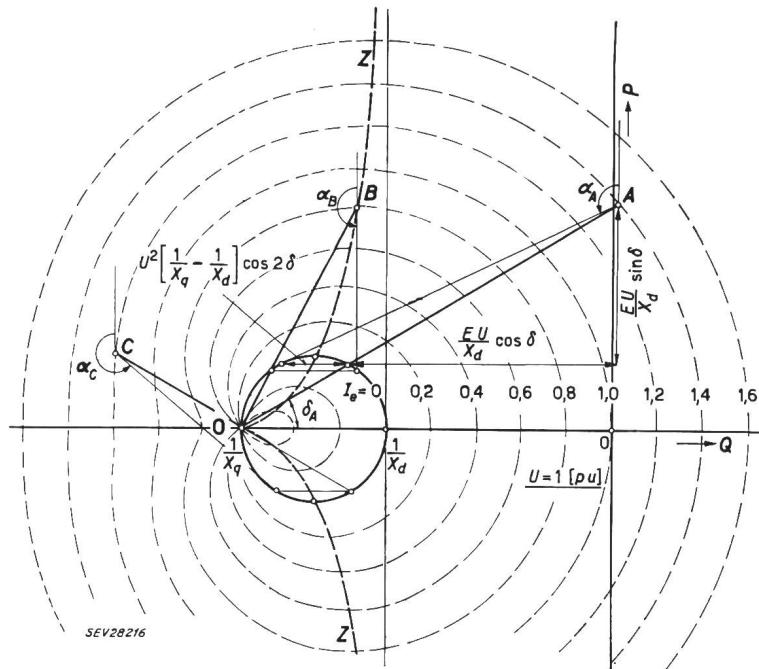
chronisierende Drehmoment von negativen Werten bis zu Null zu bringen zusätzlich notwendig ist. Auf die Konstruktion um den Winkel  $\alpha$  zu bestimmen, kann hier nicht eingegangen werden, denn sie ist aus dem Diagramm zu begreifen. Wie aus diesem ersichtlich ist, bleibt die Grösse  $k$  bei den auf der rechten Seite der statischen Stabilitätsgrenze  $O-Z$  liegenden Betriebspunkten immer negativ und bei den auf der linken Seite liegenden Betriebspunkten positiv. Das heisst, man braucht nur bei den auf der linken Seite liegenden Betriebspunkten eine zusätzliche Erregung nach Gl. (9), um den Betrieb stabil zu machen, was normalerweise zu erwarten ist. Bei einem beliebigen Betriebspunkt auf der linken Seite der Stabilitätsgrenze  $O-Z$  muss die Steilheit der Winkelreglercharakteristik

$$\frac{dE}{d\delta} > E_0 \operatorname{tg} \alpha$$

werden, damit dieser unstabile Betrieb stabil werden kann.

Bisher wurde immer vorausgesetzt, dass die Verzögerung bei der Entstehung von EMK  $E$  zu

klein ist und somit auf die statische Stabilität keine beachtenswerte Wirkung einübt. Zufolge der Abweichung von der Wirklichkeit durch diese Voraussetzung, muss man die Steilheit der Charakteristik des Winkelreglers entsprechend der gesamten Zeitkonstante noch grösser wählen, als die oben erwähnte berechnete Steilheit.



### Zusammenfassung

Es hat sich erwiesen, dass eine Synchronmaschine durch Hilfe eines sog. Winkelreglers auch über der statischen Stabilitätsgrenze statisch betrieben werden kann. Der Winkelregler, der in der Maschine eine Erregung proportional mit dem Lastwinkel  $\delta$  verursacht, muss aber einige Bedingungen erfüllen, um diesen Betrieb zu sichern. Dies sind erstens eine noch grössere Schräglage bei der Funktion der mit dem Lastwinkel  $\delta$  proportionalen Erregung, als

$$\frac{dE}{d\delta} > E_0 \operatorname{tg} \alpha = \left( \frac{dE}{d\delta} \right)_{\text{krit.}}$$

und zweitens eine ziemlich kleine Zeitkonstante bei der Entstehung von  $E$ . Zur ersten Bedingung wurde hier ein Verfahren angegeben, um die kritische Schräglage der Funktion  $E = f(\delta)$  für einen Betriebszustand zu bestimmen.

### Literatur

[1] Noser, R.: Erweiterung des Arbeitsgebietes von Synchronmaschinen durch künstliche Stabilisierung mittels spezieller Regelung der Erregung. VDE-Fachber. Bd. 18(1954), Teil III, S. III/12...III/16.

### Adresse des Autors:

M. Canay, Doz. Ing., Konsumstrasse, Bazenheid (SG).