

Zeitschrift: Bulletin de l'Association suisse des électriciens
Herausgeber: Association suisse des électriciens
Band: 48 (1957)
Heft: 14

Artikel: Influence de la rigidité des conducteurs câblés sur la flèche et la résistance mécanique de lignes aériennes
Autor: Kohler, K.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-1058685>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 15.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

BULLETIN

DE L'ASSOCIATION SUISSE DES ELECTRICIENS

ORGANE COMMUN

DE L'ASSOCIATION SUISSE DES ELECTRICIENS (ASE) ET
DE L'UNION DES CENTRALES SUISSES D'ELECTRICITE (UCS)

Influence de la rigidité des conducteurs câblés sur la flèche et la résistance mécanique de lignes aériennes

Par K. Kohler, Carlsruhe

671.315.1.056.1

L'auteur part de la supposition que la figure d'équilibre de conducteurs câblés rigides correspond d'une façon suffisamment rapprochée à celle de conducteurs câblés absolument souples. En comparant les énergies ou travaux qui participent à la déformation d'un conducteur câblé, lors du passage d'un état à un autre, il est possible de déterminer la différence des flèches et, par conséquent, d'obtenir des indications sur la rigidité des conducteurs.

Die Arbeit geht von der Annahme aus, dass die Gleichgewichtslinie biegungssteifer Leiter in ausreichender Näherung derjenigen vollschmiegamer Seile entspricht. Durch Vergleich der beteiligten Energien bzw. Formänderungsarbeiten eines Seiles beim gedachten Übergang von dem einen in den andern Zustand gelingt die Bestimmung des Durchhangunterschieds und damit die Erfassung der Biegesteifigkeit.

Les conducteurs câblés que l'on utilise d'ordinaire pour les lignes aériennes s'écartent des hypothèses mécaniques pour lesquelles la chaînette caractérise l'état d'équilibre, non seulement du fait de leur comportement élastique, mais aussi de celui de la rigidité toujours présente. Nous avons déjà démontré que l'effet de l'élasticité des conducteurs câblés dans la construction des lignes aériennes est négligeable [1]¹⁾.

On conçoit aisément que la rigidité peut être déterminée à l'aide de l'équation différentielle de la ligne élastique, appliquée à la statique des poutres. M. Tolle [2] a résolu élégamment ce problème pour des barres rigides de section uniforme soumises à un effort longitudinal, en développant l'équation de la ligne élastique et en indiquant les tensions aux appuis et au point le plus bas. Cette solution ne convient toutefois pas entièrement dans le cas de lignes aériennes, car la chaînette dérivée de la statique des câbles, et qui peut servir de comparaison, est basée sur des conditions précises à la tangente, tandis que l'équation différentielle de la ligne élastique l'est uniquement sur le second quotient différentiel de la courbe du câble, en négligeant l'influence du premier quotient différentiel qui intervient dans la dimension exacte de la courbure. Il n'est donc pas exclu que cette différence des hypothèses à la base de ces deux solutions donne lieu à une divergence plus grande que celle qui résulte uniquement de l'influence de la rigidité des conducteurs câblés qu'il s'agit d'étudier.

Si l'on part, pour procéder à la vérification, de l'état d'équilibre du conducteur câblé rigide, le problème présente une indétermination qui ne peut pratiquement pas être éliminée. Il est nécessaire de connaître une position quelconque du conducteur câblé, pour laquelle il n'existe plus aucune tension de flexion dans quelque partie que ce soit. Théori-

quement, on pourrait en tenir compte pour une fonction de lieu; celle-ci demeure toutefois indéterminée et diffère d'un cas à l'autre. A cette incertitude, il faut donc nécessairement substituer une hypothèse; la plus simple consiste à admettre que le conducteur câblé reposant sur le sol en droite ligne est exempt de tension. Les solutions qui peuvent ainsi être obtenues permettent alors des comparaisons avec des hypothèses différentes. De même, on peut admettre pour plus de simplicité que les brins ou couches dans la section du conducteur câblé sont indécalables en raison de leur frottement. Dans le

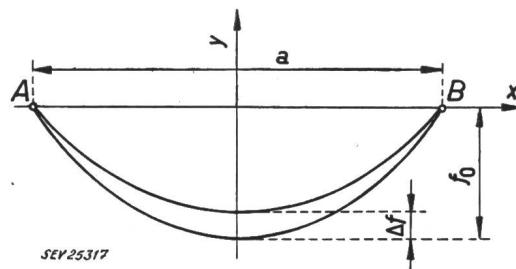


Fig. 1

Disposition de la courbe du conducteur câblé dans le système de coordonnées
AB = a Portée horizontale; f_0 Flèche initiale; Δf Modification de la flèche

cas des conducteurs câblés, l'effort de flexion est insignifiant aux points d'attache, car ceux-ci s'éliminent d'eux-mêmes par des déformations plastiques non dangereuses ou peuvent être éliminés.

Lorsqu'un conducteur câblé rigide élastique présente une flèche f_0 pour une portée a selon fig. 1, le problème est résolu si l'on peut indiquer la position d'un conducteur câblé voisin présentant une même répartition du poids, mais dépourvu de rigidité. Cette modification des positions peut également être déterminée en appliquant la loi de l'énergie de la mécanique. Si l'on considère le passage de

¹⁾ Voir la bibliographie à la fin de l'article.

l'une à l'autre position pour un seul et même conducteur câblé fixé en deux points extrêmes, uniquement par la suppression de la rigidité, aucun travail n'est fourni au système et aucun n'est soutiré de celui-ci, c'est-à-dire que la teneur en énergie ne peut pas se modifier durant ce processus ou que, en d'autres termes, la suppression de l'énergie de flexion doit correspondre à une augmentation d'énergie identique, due uniquement à la position et à la tension longitudinale. Pour les positions du conducteur câblé, on peut utiliser dans ce cas des paraboles du second degré, avec l'approximation usuelle, et les portées pour les longueurs du conducteur câblé; on peut tenir compte au moins itérativement des divergences insignifiantes qui pourraient se présenter.

En faisant usage de l'hypothèse de *Bernoulli* et de la relation exacte pour la courbure de la courbe [$1/\rho = y''/(1 + y'^2)^{3/2}$, ρ rayon de courbure] nous obtenons pour le moment de flexion efficace dans l'élément ds du conducteur câblé l'équation:

$$M = E J y''/(1 + y'^2)^{3/2}$$

(E module d'élasticité de la matière du conducteur câblé et J moment d'inertie de la section du conducteur).

Le travail infinitésimal de déformation lors de la flexion de cet élément, en partant de l'état linéaire, est toutefois $dE_b = M^2 ds/2 E J$; l'énergie de flexion accumulée dans le conducteur câblé rigide est alors:

$$E_b = \frac{1}{2 E J} \int_{(a)} M^2 ds = \frac{1}{2} E J \int_{(a)} \frac{y''^2}{(1 + y'^2)^3} ds = \frac{1}{2} E J \int_{(a)} \frac{y''^2}{(1 + y'^2)^{5/2}} dx \quad (1)$$

L'équation de la parabole initiale est:

$$y = f_0 [x^2 - (a/2)^2]/(a/2)^2 \text{ avec } y'' = 2 [f_0/(a/2)^2].$$

Avec une approximation qu'il est facile d'estimer et est admissible, le dénominateur de l'intégrale de l'équation (1) peut être remplacé par 1 et l'on obtient:

$$E_b = 2 E J \left[\left(\frac{f_0}{a/2} \right)^2 \right]^2 \int_{(a)} dx = 2 E J a \left[\left(\frac{f_0}{a/2} \right)^2 \right]^2 \quad (2)$$

Avec le poids par unité de longueur g ou le poids $G = ga$ de l'ensemble du conducteur câblé, l'augmentation de l'énergie de position est:

$$\Delta E_p = -\frac{2}{3} g a \Delta f \quad (3)$$

car on peut admettre que le centre de gravité d'un arc aplati de parabole selon fig. 2 se trouve à une distance $2 f/3$ sur l'axe de symétrie, en dessous de la corde AB ²⁾.

Admettons que l'augmentation de la tension longitudinale au point le plus bas, pour le passage supposé du conducteur câblé rigide au conducteur

²⁾ Cette relation est approximative; elle résulte de la mise en équation usuelle des centres de gravité de lignes, en posant l'élément d'arc $\sqrt{1 + y'^2} dx = (1 + y'^2/2) dx$.

câblé parfaitement élastique, soit $\Delta\sigma$ et que la tension totale avant et après la déformation soit σ_0 et $\sigma = (\sigma_0 + \Delta\sigma)$, respectivement. Selon la relation bien connue pour la flèche de la parabole d'un conducteur câblé, on a alors:

$$\sigma = (\sigma_0 + \Delta\sigma) = \frac{a^2 \gamma}{8f} = \frac{a^2 \gamma}{8f_0 (1 + \Delta f/f_0)} \approx \frac{a^2 \gamma}{8f_0} \left(1 - \frac{\Delta f}{f_0} \right) \quad (4)$$

(γ poids rapporté du conducteur câblé)

L'approximation appliquée presuppose que $|\Delta f/f_0| \ll 1$ et $|\Delta f| \ll f_0$, ce qui est amplement le cas, comme cela sera démontré dans un instant. Par suite de la très faible modification de la flèche Δf à

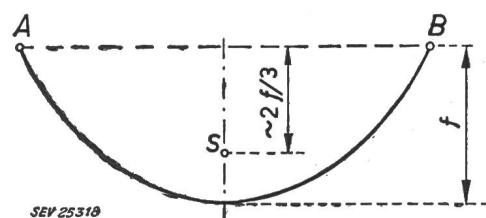


Fig. 2
Position du centre de gravité de la parabole du conducteur câblé
AB = a Portée horizontale; S Centre de gravité; f Flèche

laquelle il y a lieu de s'attendre, on peut en outre admettre que la répartition de la tension longitudinale dans le conducteur câblé rigide peut être déterminée comme pour le conducteur élastique, en partant des inclinaisons des tangentes, et qu'entre la flèche et la tension il existe dans les deux cas une relation analogue. On a alors:

$$\sigma_0 = \frac{a^2 \gamma}{8f_0} \quad (5)$$

et, avec l'équation (4),

$$\Delta\sigma = -\sigma_0 \frac{\Delta f}{f_0} = -\frac{a^2 \gamma}{8f_0^2} \Delta f \quad (6)$$

Un conducteur câblé, de section A , tendu au point le plus bas avec σ présente dans l'élément ds la tension

$$\sigma_x = \sigma \sqrt{1 + y'^2}$$

et le travail de déformation accumulé

$$dE_s = \sigma_x^2 A ds/2E = \sigma^2 (1 + y'^2)^{3/2} A dx/2E$$

de sorte que l'énergie de tension longitudinale dans toute la portée devient:

$$E_s = \frac{\sigma^2 A}{2E} \int_{(a)} (1 + y'^2)^{3/2} dx \quad (7)$$

Si nous admettons que l'intégrateur est égal à 1, comme nous l'avons motivé précédemment, l'énergie de tension dans la portée devient $E_s = \sigma^2 A a/2E$, et la différence entre les énergies des deux positions du conducteur câblé, à comparer entre elles, est

$$\Delta E_s = a A [(\sigma_0 + \Delta\sigma)^2 - \sigma_0^2]/2E$$

Du fait que $\Delta\sigma \ll 2\sigma_0$, et de la possibilité de négliger par conséquent le terme $\Delta\sigma^2$, on a finalement:

$$\begin{aligned}\Delta E_s &= \frac{a A \sigma_0}{E} \Delta\sigma = -\frac{A}{E} \cdot \frac{a}{f_0} \left(\frac{a^2 \gamma}{8 f_0} \right)^2 \Delta f = \\ &= \frac{1}{4} g a \frac{\gamma}{E f_0} \left[\frac{\left(\frac{a}{2} \right)^2}{f_0} \right]^2 \Delta f \quad (8) \\ \text{car } A\gamma &= g\end{aligned}$$

Selon la loi de l'énergie, il faut que

$$E_b = \Delta E_p + \Delta E_s \quad (9)$$

ou

$$\begin{aligned}2 E J a \left[\frac{f_0}{\left(\frac{a}{2} \right)^2} \right]^2 &= -\frac{2}{3} g a \cdot \\ &\cdot \left\{ 1 + \frac{3}{8} \cdot \frac{\gamma}{E f_0} \left[\frac{\left(\frac{a}{2} \right)^2}{f_0} \right]^2 \right\} \Delta f\end{aligned}$$

On obtient de la sorte, pour la différence cherchée entre les flèches

$$\begin{aligned}\Delta f &= -\frac{3 \frac{E J}{g} \left[\frac{f_0}{\left(\frac{a}{2} \right)^2} \right]^2}{1 + \frac{3}{8} \frac{\gamma}{E f_0} \left[\frac{\left(\frac{a}{2} \right)^2}{f_0} \right]^2} \quad (10)\end{aligned}$$

La seconde expression au dénominateur de l'équation (10) est généralement si petite, que l'on peut la négliger par rapport à 1; mais, même sans cela, on a certainement

$$|\Delta f| < 3 \frac{E J}{g} \left[\frac{f_0}{\left(\frac{a}{2} \right)^2} \right]^2 \quad (10a)$$

La différence des flèches est donc inversement proportionnelle à environ la quatrième puissance de la portée (ordre de grandeur 10^{-2}), de sorte qu'elle n'est surtout notable que pour les petites portées.

Admettons, par exemple, que $a = 50 \text{ m} = 5000 \text{ cm}$, $f_0 = 100 \text{ cm}$, $E = 1,3 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$, $g = 0,03 \text{ kg/cm}$ et $J \approx 1 \text{ cm}^4$ (cuivre d'environ 300 mm^2 de section). Nous aurons ainsi $\Delta f = 3 \times 1,3 \times 10^6 \times 1 \times (100/2500^2)^2/0,03 = 0,034 \text{ cm} = 0,34 \text{ mm}$.

Ainsi donc, l'influence de la rigidité du conducteur câblé sur la forme de la courbe du conducteur est si faible qu'elle ne peut pas du tout être mesurée dans le cas des lignes aériennes. Rien ne s'oppose toutefois, à ce point de vue, à l'utilisation illimitée de la chaînette de conducteurs absolument souples.

Il reste encore à déterminer la tension de flexion supplémentaire et sa valeur maximum au point le plus bas de la parabole. Avec une précision suffisante, on a dans ce cas, en tenant compte de l'équation (5) et en utilisant le paramètre p de la courbe du conducteur câblé

$$p = \frac{\sigma_0}{\gamma} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\left(\frac{a}{2} \right)^2}{f_0} \quad (11)$$

le moment de flexion

$$M = E J y''(0) = \frac{E J}{p} \quad (12)$$

et la tension de flexion

$$\sigma_b = \frac{M}{w_b} = \frac{M}{J} = \frac{r E}{p} \quad (13)$$

(w_b moment s'opposant à la flexion, r rayon de la section).

Dans l'exemple traité ci-dessus, on obtient avec $r = 1 \text{ cm}$ et $p = 3,125 \times 10^4 \text{ cm}$, un σ_b de $1 \times 1,3 \times 10^6 / 3,125 \times 10^4 = 41,6 \text{ kg/cm}^2 = 0,416 \text{ kg/mm}^2$ et ainsi un résultat qui est moins négligeable que l'influence sur la forme de la courbe du conducteur câblé.

Bibliographie

[1] Kohler, K.: Die Gleichgewichtslinie des elastischen vollschmiegenden Seils. Stahlbau t. 26 (1957), n° 3, p. 89.

[2] Tolle, M.: Die steife Kettenlinie. Z. VDL t. 41 (1897), p. 855.

Adresse de l'auteur:

K. Kohler, Dr., privat-docent, 8, Putlitzstrasse, Carlsruhe (Baden) (Allemagne).

Einsattelung der Drehmomentkurve von Synchronmotoren beim asynchronen Anlauf

Von K. P. Kovács und S. Rácz, Budapest

621.313.323

Die als Asynchronmotor angelassenen Synchronmotoren weisen in der Umgebung der halben Synchrondrehzahl infolge der Asymmetrie des Läufers Unregelmäßigkeiten im Verlauf des Drehmomentes auf, die darin bestehen, dass im asynchronen Beschleunigungsmoment etwas unter der halben Drehzahl ein plötzlicher Drehmomentanstieg, über der halben Drehzahl aber ein Drehmomentabfall auftritt. Das im Aufsatz beschriebene einfache graphische Verfahren ermöglicht die Bestimmung des beim Anlassen in der Umgebung der halben Drehzahl zu erwartenden kleinsten Drehmomentwertes.

Les moteurs synchrones démarrés en asynchrones présentent des irrégularités de couple pendant la marche, aux environs de la moitié de la vitesse de rotation synchrone, par suite de l'asymétrie du rotor. Ces irrégularités sont constituées, pendant l'accélération du couple asynchrone et pour une vitesse de rotation légèrement inférieure à la moitié de la vitesse synchrone, par un brusque accroissement du couple; pour une vitesse légèrement supérieure, par un décroissement du couple. Le simple procédé graphique décrit dans cet article permet de déterminer la plus petite valeur du couple à prévoir lors du démarrage aux environs de la moitié de la vitesse de rotation synchrone.

Benützte Buchstabensymbole

a, b, c Bezeichnung der Phasen Frequenz

f_N Netzfrequenz

I, i Statorstrom; I_1 bzw. I_2 Mit- bzw. Gegenkomponente; I_d bzw. I_q (i_d bzw. i_q) Längs-