

**Zeitschrift:** Bulletin de l'Association suisse des électriciens  
**Herausgeber:** Association suisse des électriciens  
**Band:** 46 (1955)  
**Heft:** 2

**Artikel:** Essai d'un procédé pour caractériser la clientèle d'un réseau selon la variabilité de sa consommation : son application à l'établissement de prévisions sur la tenue de la fréquence  
**Autor:** Gaden, D.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-1058123>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 19.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# BULLETIN

DE L'ASSOCIATION SUISSE DES ELECTRICIENS

ORGANE COMMUN

DE L'ASSOCIATION SUISSE DES ELECTRICIENS (ASE) ET  
DE L'UNION DES CENTRALES SUISSES D'ELECTRICITE (UCS)

## Essai d'un procédé pour caractériser la clientèle d'un réseau selon la variabilité de sa consommation

Son application à l'établissement de prévisions sur la tenue de la fréquence

Par D. Gaden, Genève

621.311.153.2

*Donnant suite à une étude précédente [1] (voir Bibliographie à la fin), l'auteur en rappelle tout d'abord l'essentiel, puis l'applique à l'analyse d'un relevé wattmétrique de la charge consommée par le réseau de la Ville de Lausanne, relevé effectué par la Commission d'Etudes pour le Réglage des Grands Réseaux Electriques de l'ASE. Il montre comment le résultat d'une telle analyse, constituant en quelque sorte la fiche d'identité du comportement de la clientèle du réseau, peut être utilisé pour établir des prévisions au sujet de la tenue de la fréquence de sa tension, en d'autres termes de la précision du réglage de cette fréquence.*

*Im Anschluss an eine frühere Studie [1] (siehe Literaturverzeichnis am Schluss) erwähnt der Verfasser zuerst deren wesentliche Ergebnisse und wendet diese dann zur Analyse einer von einem Registrierwattmeter aufgezeichneten Aufnahme der vom Netz der Stadt Lausanne verbrauchten Energie an. Diese Registrierung war von der Studienkommission für die Regelung grosser Netzverbände des SEV durchgeführt worden. Der Verfasser zeigt, wie das Resultat einer solchen Analyse, welche das Verhalten der Netzkundschaft charakterisiert, verwendet werden kann, um einen Einblick in die Frequenzhaltung des Netzes, besser gesagt in die Regengenauigkeit der Frequenz, zu erhalten.*

### I. Introduction

La question qui fait l'objet de cet exposé revêt un intérêt tout à fait pratique, de nature à retenir l'attention des ingénieurs chargés de l'étude des problèmes que pose le réglage de la production des centrales alimentant un réseau de distribution d'énergie électrique.

Une partie de ce réglage s'effectue manuellement par la modification progressive des puissances que les groupes générateurs produisent, voire par la mise en marche ou l'arrêt de certains d'entre eux, selon un programme établi d'avance par les services d'un centre de répartition (dispatching), en fonction des heures de la journée, ceci d'après les prévisions plus ou moins serrées qu'il est possible de faire quant à la consommation de la clientèle du réseau. Une autre partie du réglage, la plus importante au point de vue de la tenue satisfaisante de la fréquence, est laissée aux soins des différents régulateurs des groupes générateurs, qui ont en outre pour mission d'en partager judicieusement la charge entre les diverses centrales du réseau. C'est cette seconde partie du réglage, de caractère *automatique*, qui doit subvenir aux écarts de consommation qui se révèlent par rapport aux prévisions ayant servi de base au programme du centre de répartition.

La bonne exécution de ce réglage automatique dépend d'une part des qualités des groupes réglants, y compris celles de leurs régulateurs, puis d'autre part de la variabilité de la consommation de la clientèle du réseau. En d'autres termes, deux sortes de caractéristiques interviennent dans le problème de ce réglage:

celles des groupes réglants et de leurs régulateurs, lesquelles comprennent principalement: l'inertie spécifique mécanique des masses tournantes, pour des groupes hydro-électriques: l'inertie spécifique hydraulique du système d'alimentation de la turbine, enfin la rapidité de réponse ou promptitude du réglage. Cette question sera reprise plus loin.

celles des besoins des consommateurs qui constituent la clientèle du réseau, besoins qui peuvent se distinguer par des fluctuations, en valeur relative, plus ou moins importantes et plus ou moins rapides.

Pour que ce réglage remplisse convenablement son rôle, il est nécessaire que ces deux sortes de caractéristiques soient bien adaptées les unes aux autres. Par exemple, si les besoins des consommateurs ne témoignent que de variations lentes et de faible amplitude (par rapport à la puissance des groupes réglants ou bande de réglage), ce qui doit être le cas de la clientèle d'un très grand réseau, il sera inutile de pousser la rapidité de réponse du réglage et de doter les masses tournantes des groupes réglants d'une inertie coûteuse; d'où la possibilité de certaines économies. Au contraire, si les variations de la charge consommée sont plus rapides et plus importantes, on sera amené à exiger un réglage prompt et à consentir aux dépenses qu'entraîne l'augmentation de l'inertie des masses tournantes des groupes générateurs.

De là l'idée de chercher à caractériser, en quelque sorte par deux fiches d'identité, d'un côté les possibilités du réglage automatique et de l'autre les besoins de la clientèle du réseau. En réalité, la seconde de ces fiches constitue la donnée essentielle du problème de réglage, tandis que la première définit le moyen à disposition pour le résoudre plus ou moins convenablement.

L'utilisation des deux fiches devrait permettre de prédéterminer la précision que l'on peut attendre du réglage, c'est-à-dire la tenue plus ou moins satisfaisante de la fréquence. Ainsi, les réponses pourraient être fournies aux questions suivantes d'intérêt tout à fait pratique:

Etant donné d'une part un réseau qui consomme une charge moyenne déterminée avec des variations d'une certaine importance et d'une certaine nature, puis d'autre part les groupes générateurs affectés au réglage du dit réseau, groupes dont les caractéristiques sont connues ainsi que celles de leurs régulateurs, quelles sont les prévisions que l'on peut faire quant à la tenue de la fréquence du dit réseau? Si ces prévisions ne sont pas satisfaisantes, qu'y a-t-il lieu de faire pour les améliorer? Dans quelle mesure faut-il alors:

- a) augmenter le nombre des groupes réglants, c'est-à-dire la puissance qu'ils totalisent,
- b) ou ce qui revient au même, augmenter la promptitude de leur réglage, si la stabilité de celui-ci demeure suffisante malgré l'impossibilité pratique d'accroître parallèlement l'inertie des masses tournantes,
- c) ou encore profiter de l'installation de groupes nouveaux pour augmenter favorablement cette inertie?

Si ces prévisions conduisent au contraire à une précision inutilement grande, quelles sont les facilités d'exploitation dont il est possible de s'accommoder ou les économies que l'on peut se permettre de réaliser à l'occasion de nouveaux équipements? Dans quelle mesure peut-on alors:

- a) diminuer le nombre de groupes réglants,
- b) ou ce qui revient au même, réduire la promptitude résultante du réglage de l'ensemble des groupes,

puis comme cette réduction renforce la stabilité de ce réglage, quels sont en conséquence les avantages dont on peut bénéficier lors de l'étude de nouvelles centrales:

- c) diminution de l'inertie des masses tournantes des groupes (économie sur le prix de ces groupes),
- d) augmentation de l'inertie hydraulique des systèmes d'alimentation de ces groupes: conduite forcée, bâches, aspirateurs (économie sur le prix de réalisation de ces systèmes)?

Les considérations qui viennent d'être rappelées sont évidemment applicables à un ensemble de groupes; les variations de la charge consommée doivent alors être rapportées à la puissance totale de ceux de ces groupes affectés au réglage et non à la valeur moyenne de la charge consommée. Toutefois, pour simplifier l'exposé de détail qui va suivre, on considérera le cas d'un groupe générateur unique supposé subvenir entièrement à l'alimentation du réseau; les variations de la charge consommée seront rapportées à la valeur moyenne de cette charge, elle-même égale à la puissance de régime du groupe. Aucune difficulté de principe ne peut venir s'opposer à la généralisation au cas de plusieurs groupes générateurs, dont certains seraient les groupes réglants du réseau, tandis que d'autres ne participeraient pas au réglage.

## II. Du comportement du réglage

Il faut tout d'abord bien définir de quel comportement du réglage il s'agit. Il n'est pas ici question de son comportement après une variation de la charge

ayant provoqué un écart de vitesse, la valeur de cette charge demeurant ensuite constante. Autrement dit, il ne s'agit pas du comportement lors du retour au régime, qui relève des considérations de stabilité.

Il s'agit du comportement du réglage sollicité par des variations continues de charge, du point de vue de la tenue de la vitesse qui constitue l'objet du réglage. Qu'il soit encore précisé à ce propos que dans la suite de cet exposé le terme «vitesse», celle de rotation des groupes, sera utilisé en lieu et place du terme «fréquence», celle de la tension alternative du réseau. Ces deux notions sont évidemment équivalentes; mais afin d'éviter tout malentendu, il est préférable de réserver le mot «fréquence» pour traiter des variations de la charge consommée qui se produisent à certaines fréquences.

Il sera en outre fait abstraction des perturbations importantes et brusques qui produisent de grands écarts de vitesse, mais qui ne sont que des exceptions dans le fonctionnement du réglage.

Il sera également fait abstraction, à l'autre extrême, de l'effet des variations de la charge consommée qui peuvent être importantes, mais qui résultent d'une lente évolution de cette charge. Les écarts de vitesse correspondant à ces variations ne proviennent que du statisme dont le régulateur (ou les régulateurs) peut être doté. D'ailleurs, le régulateur est souvent pourvu de dispositifs automatiques ou non, destinés à corriger les conséquences du statisme, s'il existe. C'est dire que l'effet en question est alors supprimé.

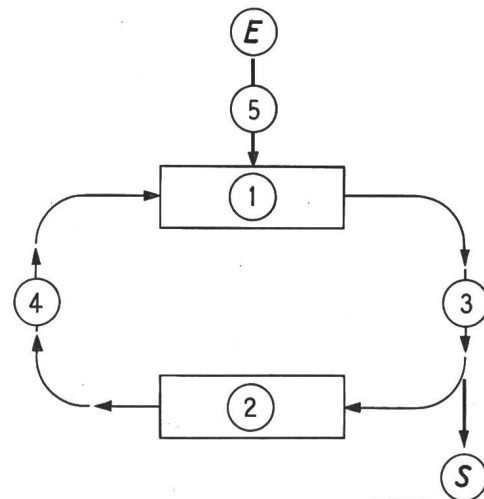


Fig. 1

Diagramme blocs

- 1 Groupe à régler, y compris le système hydraulique alimentant sa turbine et le réseau sur lequel son alternateur débite
- 2 Régulateur automatique de vitesse
- 3 Grandeur réglée: Vitesse
- 4 Grandeur de réglage: Ouverture du vannage
- 5 Grandeur perturbatrice: Charge consommée par la clientèle du réseau
- E Entrée, pour l'étude de la précision du réglage
- S Sortie, pour l'étude de la précision du réglage

En résumé, il s'agit du comportement du réglage concernant sa précision dans le domaine des petits écarts correspondant à la dentelle de la consommation. Ces conditions sont bien celles du fonctionnement courant du réglage, dans la quasi totalité du temps de son service.

Le circuit de réglage qui est composé du régulateur au complet et du groupe à régler, y compris le système hydraulique qui alimente sa turbine et le réseau sur lequel son alternateur débite, est donc considéré en boucle fermée selon le diagramme blocs de la fig. 1. La charge consommée variable est prise comme grandeur d'entrée et la grandeur réglée, la vitesse, comme grandeur de sortie. C'est le rapport de ces deux grandeurs ou plutôt celui de leurs écarts respectifs  $\Delta p_r$  et  $\Delta \omega$  (en valeurs relatives) qui va permettre de définir le comportement du réglage.

**1. Comportement en régime sinusoïdal**

Il vient tout de suite à l'esprit que l'écart de vitesse  $\Delta \omega$ , provoqué par une variation de charge  $\Delta p_r$ , dépend essentiellement de l'allure de cette variation. En d'autres termes, un comportement du réglage n'a de sens que pour une certaine loi de la variation de charge.

Une précédente étude [1]<sup>1)</sup> a conduit à la proposition inspirée d'une technique familière aux électriciens de courants faibles, de choisir pour cette loi la forme d'une sinusoïde. Le circuit de réglage constituant dans le domaine des petits écarts un système linéaire, l'écart de vitesse suit également, une fois le régime permanent établi, une loi sinusoïdale. Pour une fréquence déterminée de ce régime harmonique, les deux sinusoïdes se distinguent :

- par un certain déphasage,
- par un rapport constant de leurs amplitudes (en valeurs relatives).

Laissant de côté la considération du déphasage, seule sera retenue celle du rapport des amplitudes  $\frac{\Delta \omega}{\Delta p_r}$  comme caractéristique du comportement du réglage à la dite fréquence.

Le calcul montre ce que le bon sens permet aisément de deviner par avance, à savoir :

que pour les hautes fréquences, en général celles supérieures à 0,3...0,4 Hz selon les données moyennes de la pratique, le rapport en question tombe à de très faibles valeurs de l'ordre du dixième.

Ceci s'explique par le fait que pour des sollicitations aussi rapides, le jeu de l'inertie des masses tournantes absorbe les variations de charge, sans donner lieu à des écarts de vitesse sensibles,

que pour les basses fréquences, en général celles inférieures à 0,02...0,01 Hz selon les mêmes données, la valeur du rapport en question est de nouveau très réduite, encore de l'ordre du dixième.

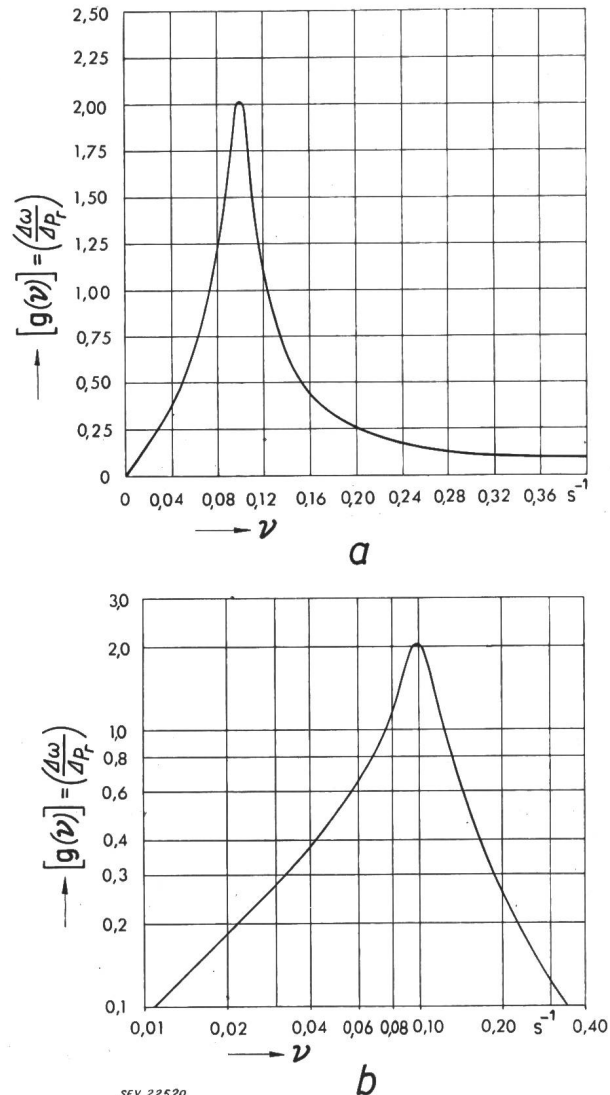
C'est ici le jeu même du réglage, facilité par la lenteur des variations de charge qui empêche celles-ci de se traduire en des écarts de vitesse importants,

qu'entre deux, généralement pour une fréquence voisine de 0,1 Hz, le rapport des amplitudes passe par un maximum très marqué dont la valeur peut atteindre environ vingt fois celles précédemment articulées.

Les chiffres mentionnés ci-dessus ne l'ont été qu'à titre indicatif et pour bien faire comprendre que si dans un diagramme dont les abscisses sont cotées en fréquences  $\nu$  du régime sinusoïdal, on porte en ordonnées les valeurs du rapport des amplitudes, on obtient la courbe figurative de la fonction :

$$g(\nu) = \left| \frac{\Delta \omega}{\Delta p_r} \right| \quad (1)$$

qui témoigne d'un maximum très prononcé, à droite et à gauche duquel les branches de la courbe descendent rapidement pour tomber à zéro. Ce caractère ressort clairement des diagrammes de la fig. 2 dont les courbes correspondent aux données de l'exemple qui sera traité plus loin sous 3°); le diagramme de la fig. 2a comporte des échelles de coordonnées linéaires et celui de la fig. 2b des échelles logarithmiques.



**Fig. 2**  
**Rapport  $g(\nu) = \left| \frac{\Delta \omega}{\Delta p_r} \right|$**   
 des amplitudes de l'écart de vitesse et de l'écart de charge, en régime sinusoïdal permanent, en fonction de la fréquence de ce régime  
 (Ecart en valeurs relatives %)

C'est cette courbe  $g(\nu)$  qui, selon la proposition de la précédente étude [1] rappelée plus haut, constitue la fiche d'identité des possibilités du réglage; elle définit son comportement en régime harmonique sinusoïdal. Sa forme pointue montre que le circuit de réglage fonctionne d'une façon assez sélective comme un filtre à bande passante. Cette forme laisse prévoir que dans la dentelle des varia-

<sup>1)</sup> voir la Bibliographie à la fin.

tions de la charge consommée, seules seront à considérer, parce que donnant lieu à des écarts de vitesse sensibles, les variations dont les fréquences sont comprises dans cette bande passante, à l'exclusion des autres de fréquence plus élevée ou plus basse.

## 2. Grandeurs caractéristiques exerçant une influence sur le comportement du réglage

Pour être complet, les principales grandeurs en question, déjà citées plus haut au chap. I, seront maintenant brièvement rappelées:

### a) Inertie spécifique mécanique des masses tournantes

Elle est caractérisée par un temps  $T$ ; pour un régime déterminé, c'est le temps qu'il faut pour amener les masses tournantes de la vitesse nulle à la vitesse de consigne, sous l'effet du couple correspondant à la puissance de régime et à la vitesse de consigne:

$$T = \frac{PD^2 \cdot n^2}{0,27 N} 10^{-6} \quad \text{s} \quad (2)$$

$$\begin{array}{l} PD^2 \text{ en kgm} \\ n \quad \text{en t./min} \\ N \quad \text{en ch} \end{array}$$

S'il existe, parmi les appareils d'utilisation du réseau, des moteurs dotés d'un certain  $PD^2$ , celui-ci ramené à la vitesse du groupe, doit évidemment être ajouté au  $PD^2$  du groupe.

### b) Inertie spécifique hydraulique du système d'alimentation

Elle est caractérisée par un temps  $\Theta$ ; pour un régime déterminé, c'est le temps qu'il faut pour amener les masses d'eau contenues dans le système d'alimentation de la turbine, de la vitesse nulle à la vitesse d'écoulement de régime, sous l'effet de la différence de pression correspondant à la chute de régime:

$$\Theta = \frac{\Sigma L v}{gH} \quad \text{s} \quad (3)$$

$$\begin{array}{l} L \text{ longueur en m} \\ v \text{ vitesse en m/s} \\ g \quad \text{en m/s}^2 \\ H \text{ chute en m} \end{array}$$

### c) Promptitude du réglage

Elle est caractérisée par un temps  $\tau'$ ; pour un régime déterminé, c'est le temps qu'il faut pour modifier la puissance du groupe de  $\varepsilon$  % de sa valeur de régime, lorsque son réglage est sollicité par un écart de vitesse de  $\varepsilon$  %, abstraction faite de toute autre influence sur le réglage.

Pour des raisons de stabilité du réglage, ces trois temps caractéristiques doivent satisfaire à la relation:

$$\sqrt{\tau' T} \geq \frac{\Theta}{S} \quad (4)$$

où  $S$  est un coefficient dont la valeur dépend principalement:

de la pente de la courbe couple moteur-vitesse, grandeur caractéristique de la turbine dont la valeur est en moyenne égale à  $-1$ ,

de la pente de la courbe de rendement de la turbine, en fonction de sa puissance,

de la mise au point du régulateur pour laquelle il existe naturellement des conditions optima<sup>3)</sup>,

de la valeur de la caractéristique  $\rho$  d'Allievi de la conduite forcée, du moins lorsque la chute est relativement élevée,

de la pente de la courbe couple résistant-vitesse, grandeur caractéristique de la clientèle du réseau dont la valeur est

<sup>2)</sup> Dans un régulateur tachymétrique à asservissement temporaire ce temps est approximativement égal au produit  $\delta \cdot m$  du statisme momentané par le temps de relaxation du dash-pot.

<sup>3)</sup> Valeur optimum du dosage accélérométrique d'un régulateur accéléro-tachymétrique ou du temps de relaxation du dash-pot de l'asservissement temporaire d'un régulateur tachymétrique.

voisine de  $-1$  pour une charge purement ohmique et un réglage à tension constante s'effectuant pratiquement sans retard,

du degré d'amortissement des oscillations de réglage, lors du retour au régime, grandeur caractéristique de la stabilité du réglage.

Quoi qu'il en soit et toutes choses étant par ailleurs égales, il ressort de la relation (4) que c'est la moyenne géométrique  $\sqrt{\tau' T}$  des deux temps caractéristiques  $\tau'$  et  $T$  qui intervient dans la condition de stabilité. Au contraire, du point de vue du comportement du réglage, au sens exposé dans le paragraphe 1 du présent chapitre, le calcul montre<sup>4)</sup> que le rapport  $g(\nu)$  des amplitudes des écarts  $\Delta\omega$  de vitesse et  $\Delta p_r$  de charge, est proportionnel à la

racine  $\sqrt{\frac{\tau'}{T}}$  du rapport des deux temps caractéristiques précités. Ce résultat reste d'ailleurs valable pour toute autre forme de la loi de variation de charge que la forme sinusoïdale, pourvu que l'on ne dépasse pas les limites du domaine des petits écarts.

En résumé, il est possible en ce qui concerne la stabilité du réglage, de diminuer l'inertie mécanique, par exemple de réduire de moitié la valeur du temps  $T$  (économie de  $PD^2$ ) à condition de diminuer d'autant la promptitude, par exemple en doublant la valeur du temps  $\tau'$ . La contre-partie réside dans le fait que la précision du réglage devient alors moins bonne, deux fois moins dans le cas de la proportion de modification qui vient d'être citée à titre d'exemple. Cette conclusion générale à la quelle conduisent des considérations théoriques, pouvait encore ici être prévue d'avance en faisant seulement appel au bon sens. Elle est qualitativement connue de tous les metteurs au point de régulateurs.

Pour avancer dans l'étude de ces questions, il sera dorénavant admis que la pente de la courbe couple moteur-vitesse (en valeurs relatives) de la turbine est égale à la valeur moyenne  $-1$ . Dès lors quelle que soit la pente de la courbe couple résistant-vitesse, grandeur caractéristique de la clientèle du réseau, les écarts de charge  $\Delta p_r$  seront ceux mesurés par un wattmètre à l'entrée dans le réseau, indépendamment des écarts de vitesse qui les accompagnent<sup>5)</sup>.

## 3. Exemple de comportement du réglage

Les données<sup>6)</sup> de cette exemple sont de l'ordre de celles que l'on rencontre dans la pratique; en voici les valeurs:

|                                 |                  |
|---------------------------------|------------------|
| Inertie spécifique mécanique:   | $T = 6$ s        |
| Inertie spécifique hydraulique: | $\Theta = 1,3$ s |
| Promptitude du réglage:         | $\tau' = 1,45$ s |

Décroissement logarithmique des oscillations de réglage lors du retour au régime (stabilité):  $\delta_* = 0,90$

Rapport de deux amplitudes consécutives de même signe des oscillations précitées:  $e^{-\delta_*} = 0,40$

Pente de la courbe de rendement de la turbine, en fonction de sa puissance: Nulle

Valeur du coefficient de la condition de stabilité:  $S = 0,44$

Les résultats du calcul<sup>7)</sup> du rapport  $g(\nu)$  des amplitudes des écarts  $\Delta\omega$  de vitesse et  $\Delta p_r$  de charge en régime harmonique sinusoïdal, sont illustrés par

<sup>4)</sup> Voir [1], chap. V.

<sup>5)</sup> Voir [1], chap. II, définition de l'écart  $\Delta p_r$ .

<sup>6)</sup> Ce sont celles de l'exemple du chap. VIII de [1].

<sup>7)</sup> Voir [1], chap. IV, 2°.

les courbes des fig. 2a et b. Elles témoignent d'une faible valeur de l'ordre de 0,1 du rapport en question :

en deça de la fréquence basse  $\nu = 0,01$  Hz  
 au-delà de la fréquence haute  $\nu = 0,30$  Hz

puis d'un maximum prononcé atteignant approximativement la valeur 2, pour une fréquence voisine de  $\nu = 0,10$  Hz.

Ces résultats de calcul pourraient être obtenus par voie expérimentale :

soit par une méthode de sollicitations sinusoïdales, analogue à celle employée en Suède par MM. E. Brodersen, S. E. Hedström, B. Löf, K. Alström et A. Garde [2],

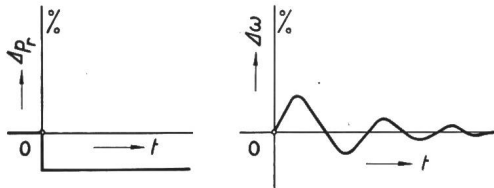


Fig. 3  
 Variation brusque  $\Delta p_r$  de charge  
 Réponse indicielle de l'écart  $\Delta \omega$  de vitesse

soit en effectuant sur le réseau des variations brusques de charge et en opérant la transformation des courbes de réponse indicielle ainsi enregistrées (relevé de la courbe de vitesse, voir fig. 3) en courbe de réponse harmonique ou courbe de comportement  $g(\nu)$  [3].

### III. Du comportement de la clientèle

La variation  $\Delta p_r$  de la charge consommée par la clientèle d'un réseau est une fonction du temps à laquelle il n'est évidemment pas possible de donner une forme analytique. Tout au plus pourrait-on, en considérant la courbe de cette variation sur une durée limitée, décomposer, au moyen d'une série de Fourier, la fonction à laquelle elle correspond, en plusieurs fonctions sinusoïdales : une fonction de fréquence fondamentale et ses divers harmoniques. On obtiendrait ainsi le spectre de raies — c'est-à-dire un spectre *discontinu* — de la fonction  $\Delta p_r = f(t)^8$ . On pourrait ensuite appliquer à chacune de ces fonctions sinusoïdales la fiche de comportement du réglage définie au chap. II précédent, en faisant précisément appel à des variations sinusoïdales de charge, et chercher la variation  $\Delta \omega$  de vitesse correspondante.

Mieux vaut cependant considérer la fonction  $\Delta p_r = f(t)$  à la façon probabiliste, c'est-à-dire comme une fonction aléatoire du temps dont les variations sont la conséquence de concours de circonstances relevant du hasard ; il en est d'ailleurs bien ainsi dans la réalité. Ceci ne veut pas dire qu'étant donné le caractère aléatoire de la fonction, toute prévision au sujet de son comportement est impossible ; bien au contraire, on peut fort bien établir de telles prévisions, grâce à un autre caractère de la dite fonction : sa stationnarité.

Il est ici nécessaire de se reporter aux ouvrages spéciaux<sup>9)</sup>, traitant de la théorie des fonctions aléatoires, déjà cités et utilisés dans la précédente étude [1] à laquelle il a été fait plus haut allusion.

<sup>8)</sup> Cette idée sera reprise, au chap. V (Troisième méthode), en y adjoignant certaines modalités de mise en œuvre.

<sup>9)</sup> Voir [1], Bibliographie.

Seuls quelques points essentiels des résultats de cette théorie seront laconiquement rappelés ci-dessous, pour introduire son application au cas de l'examen d'une courbe de consommation de la clientèle d'un réseau. C'est en effet cette application pratique qui fait tout spécialement l'objet du présent mémoire.

#### 1. Fonction d'autocorrélation de la fonction aléatoire $\Delta p_r(t)$ des variations de charge

Il y a lieu tout d'abord de préciser que la fonction sera considérée à partir de son ordonnée moyenne ou moyenne temporelle, autrement dit en plaçant l'axe des abscisses, celui des temps, à un niveau tel que :

$$\overline{\Delta p_r(t)} = \lim_{T_s \rightarrow \infty} \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} \Delta p_r(t) dt = 0 \quad (5)$$

On définit alors la fonction d'autocorrélation  $r(\tau)$  de la fonction aléatoire  $\Delta p_r(t)$  par la relation :

$$r_p(\tau) = \overline{\Delta p_r(t) \Delta p_r(t-\tau)} = \lim_{T_s \rightarrow \infty} \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} \Delta p_r(t) \Delta p_r(t-\tau) dt \quad (6)$$

C'est la moyenne du produit des deux valeurs de la fonction au temps  $t$  et au temps  $t-\tau$ , moyenne prise sur un intervalle de temps  $T_s$ , assez long, théoriquement en faisant tendre cet intervalle vers l'infini.

Pour que cette fonction du décalage de temps  $\tau$  existe, il faut que sa valeur ne dépende que de celle de ce décalage et soit indépendante de l'origine prise pour la mesure du temps  $t$ . On dit alors que la fonction aléatoire est stationnaire d'ordre deux.

Il est important de remarquer que l'ordonnée à l'origine  $\tau = 0$  de la fonction d'autocorrélation n'est autre que le carré moyen des écarts  $[\overline{\Delta p_r(t)}]^2$  (ou dispersion), dont la racine est l'écart quadratique moyen (ou déviation type).

Considérée par valeurs croissantes du décalage de temps  $\tau$ , la courbe figurative de la fonction d'autocorrélation  $r_p(\tau)$  a une allure générale plongeante, bien qu'elle puisse présenter des bosses et des creux, et si la fonction aléatoire  $\Delta p_r(t)$  à laquelle elle correspond ne contient aucune périodicité cachée,  $r_p(\tau)$  tend vers zéro quand  $\tau$  augmente indéfiniment. Il n'y a en effet aucune corrélation entre deux valeurs prises par la fonction aléatoire à des instants trop éloignés l'un de l'autre. Plus la fonction d'autocorrélation converge rapidement vers zéro, plus la « mémoire statistique » de la fonction aléatoire est petite et réciproquement.

#### 2. Spectre de la fonction aléatoire $\Delta p_r(t)$ des variations de charge

La notion du carré moyen des écarts et de l'écart quadratique moyen est déjà bien introduite dans l'esprit des praticiens, mais elle ne suffit pas. On conçoit aisément en effet que ce carré moyen ne sera pas le même selon qu'il sera calculé, en considérant une durée d'observation courte ou longue : une dizaine de minutes, quelques heures, une journée. Il y a donc lieu d'introduire une distinction entre

les variations lentes et rapides, en d'autres termes entre les fréquences  $\nu$  basses ou élevées avec lesquelles les variations peuvent se produire et de fixer la répartition du carré moyen  $[\Delta p_r(t)]^2$  des écarts dans la gamme de ces fréquences. C'est à cette fin que la fonction d'autocorrélation sera utilisée.

Bien entendu, puisque la fonction aléatoire n'est pas du tout périodique, il ne saurait être question de trouver, pour une fréquence  $\nu$  des variations, une composante *finie* du carré moyen des écarts. Il ne

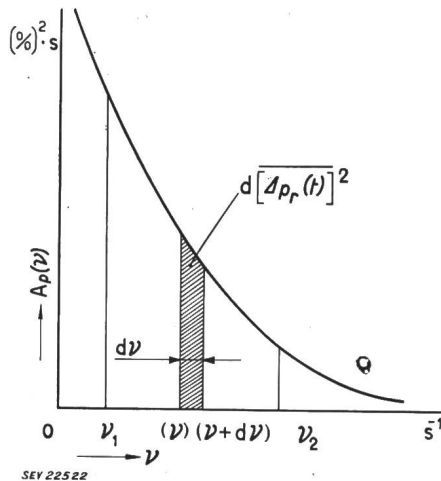


Fig. 4  
Spectre  $A_p(\nu)$  de la fonction aléatoire  $\Delta p_r(t)$  des variations de charge

peut s'agir que d'une composante *infinitement petite*, correspondant à la bande de fréquence également infinitésimale:  $\nu, \nu + d\nu$ . Cette nouvelle notion est illustrée par la fig. 4 comportant:

- en abscisse: la fréquence en Hz, c'est-à-dire en  $s^{-1}$ ;
- en ordonnée: la densité spectrale du carré moyen des écarts  $\Delta p_r$ , densité  $A_p(\nu)$  exprimée en  $(\%)^2 \cdot s^{10}$ .

La composante élémentaire du carré moyen des écarts, composante attachée à la bande de fréquence considérée, est représentée par la surface élémentaire limitée par l'axe des fréquences, les deux verticales aux abscisses  $\nu$  et  $\nu + d\nu$ , puis la courbe  $A_p(\nu)$  figurative de la densité énergétique spectrale des variations de charge  $\Delta p_r(t)$ . On dit que la courbe  $A_p(\nu)$  ou la fonction qu'elle représente est le spectre de la fonction aléatoire en question, à savoir le spectre des variations de charge  $\Delta p_r$ . Il ne s'agit plus d'un spectre de raies discontinu, mais d'un spectre *continu*, s'étendant à un nombre infini de composantes, chacune infinitésimale.

Le carré moyen des écarts est évidemment donné par l'intégrale du spectre  $A_p(\nu)$ , de la fréquence nulle à la fréquence infinie:

$$[\overline{\Delta p_r(t)}]^2 = \int_0^{\infty} A_p(\nu) d\nu \quad (7)$$

Le carré moyen partiel correspondant au domaine des fréquences comprises entre les limites  $\nu_1$  et  $\nu_2$  (voir fig. 4) est donnée par l'intégrale déterminée:

<sup>10)</sup> L'écart  $\Delta p_r$  est en effet mesuré en valeur relative, c'est-à-dire en %.

$$[\overline{\Delta p_r(t)}]^2 \Big|_{\nu_1}^{\nu_2} = \int_{\nu_1}^{\nu_2} A_p(\nu) d\nu \quad (8)$$

On voit donc comment ce spectre  $A_p(\nu)$  définit, dans le sens entrevu au début du présent paragraphe, la répartition du carré moyen des écarts de charge, dans la gamme des fréquences. C'est ce spectre  $A_p(\nu)$  qui, toujours selon la proposition de la précédente étude [1], rappelée plus haut, constitue la fiche d'identité de la clientèle du réseau, ceci naturellement pour tel moment de la journée. L'allure des variations de la consommation peut en effet être différente suivant les heures du jour ou de la nuit et il en est d'ailleurs de même du carré moyen des écarts.

Ce spectre  $A_p(\nu)$  peut être limité au domaine des fréquences correspondant à la bande passante du filtre que constitue le réglage, ceci selon l'exposé développé à la fin du paragraphe 1 du chap. II et pour les raisons qui y sont mentionnées. La question sera encore reprise plus loin.

On démontre que le spectre s'obtient par la transformée de Fourier (intégrale de Fourier) de la fonction d'autocorrélation.

$$A_p(\nu) = 4 \int_0^{\infty} r_p(\tau) \cos 2\pi \nu \tau d\tau \quad (9)$$

C'est parce que la fonction d'autocorrélation  $r_p(\tau)$  est une fonction paire <sup>11)</sup> que la transformée de Fourier peut être mise sous la forme de l'expression (9).

On démontre également que plus la fonction d'autocorrélation  $r_p(\tau)$  converge rapidement vers zéro, c'est-à-dire plus la « mémoire statistique » de la fonction aléatoire  $\Delta p_r(t)$  est petite, plus son spectre  $A_p(\nu)$  est étendu en fréquence et réciproquement.

#### IV. De la précision du réglage

Il s'agit maintenant d'utiliser les deux fiches d'identité dont la proposition d'emploi vient d'être rappelée:

- celle  $g(\nu)$  du comportement du réglage;
- celle  $A_p(\nu)$  du comportement de la clientèle

pour procéder à l'établissement de prévisions relatives à la tenue de la vitesse, c'est-à-dire à la précision du réglage. Il suffit pour cela de passer par le spectre  $A_\omega(\nu)$  de la fonction aléatoire  $\Delta\omega(t)$  correspondant aux variations de vitesse.

On démontre, ce que le bon sens permet d'ailleurs de saisir, que chacune des ordonnées du spectre  $A_\omega(\nu)$ , c'est-à-dire la densité énergétique spectrale des variations  $\Delta\omega(t)$  de vitesse s'obtient, pour chacune des fréquences  $\nu$ , par le produit des ordonnées des courbes  $[g(\nu)]^2$  et  $A_p(\nu)$ .

$$A_\omega(\nu) = [g(\nu)]^2 \cdot A_p(\nu) \quad (10)$$

On obtient ensuite le carré moyen des écarts de vitesse par l'intégrale:

<sup>11)</sup> En effet, du fait du caractère de stationnarité de la fonction aléatoire, on peut remplacer  $t$  par  $t + \tau$ ; en conséquence:

$$r_p(\tau) = \overline{\Delta p_r(t) \Delta p_r(t-\tau)} = \overline{\Delta p_r(t-\tau) \Delta p_r(t)} = \overline{\Delta p_r(t) \Delta p_r(t+\tau)} = r_p(-\tau)$$

$$\overline{[\Delta\omega(t)]^2} = \int_0^{\infty} A_{\omega}(\nu) d\nu \quad (11)$$

laquelle peut être limitée aux fréquences limites  $\nu_1$ ,  $\nu_2$  de la bande passante du filtre que constitue le réglage (voir chap. II):

$$\overline{[\Delta\omega(t)]^2} = \int_{\nu_1}^{\nu_2} A_{\omega}(\nu) d\nu \quad (12)$$

En effet, en-deça de la fréquence  $\nu_1$  (de l'ordre de 0,01 Hz) et au-delà de la fréquence  $\nu_2$  (de l'ordre de 0,3 Hz), les ordonnées de la courbe  $g(\nu)$  caractérisant les possibilités du réglage, deviennent très faibles et celles de la courbe  $[g(\nu)]^2$  négligeables par rapport aux ordonnées comprises à l'intérieur de la bande de fréquence  $\nu_1$ ,  $\nu_2$ . Il en est donc évidemment de même pour les ordonnées du spectre  $A_{\omega}(\nu)$ .

L'écart quadratique moyen des variations de vitesse  $\Delta\omega(t)$  est la racine carrée du carré moyen  $[\Delta\omega(t)]^2$  des écarts.

L'utilisation des fiches d'identité dont l'emploi a été proposé est donc des plus simples. Elle permet, sans calculs compliqués, de procéder à la détermination de l'écart quadratique moyen des variations de vitesse (c'est-à-dire des variations de fréquence de la tension alternative du réseau), quand on connaît:

1. le comportement du réglage en régime harmonique sinusoïdal et l'on a indiqué comment il était possible de l'établir (chap. II, 3),

2. le comportement de la clientèle caractérisé par le carré moyen des écarts de la charge qu'elle consomme, carré moyen limité aux variations dont les fréquences sont comprises à l'intérieur de la bande passante  $\nu_1$ ,  $\nu_2$ , puis la répartition de ce carré moyen dans la dite bande passante, c'est-à-dire son spectre.

Il reste à montrer comment un tel spectre peut être établi à partir d'un relevé de la charge consommée par la clientèle, relevé effectué à l'aide d'un wattmètre enregistreur ad hoc.

## V. De l'établissement du spectre des variations de la charge consommée par une clientèle

Ce spectre caractérise donc le comportement d'une clientèle, c'est-à-dire la variabilité de ses besoins, à tel moment de la journée et il y aurait évidemment lieu de se rendre compte comment il se modifie selon les heures du jour et de la nuit, puis selon l'importance et la nature de la dite clientèle.

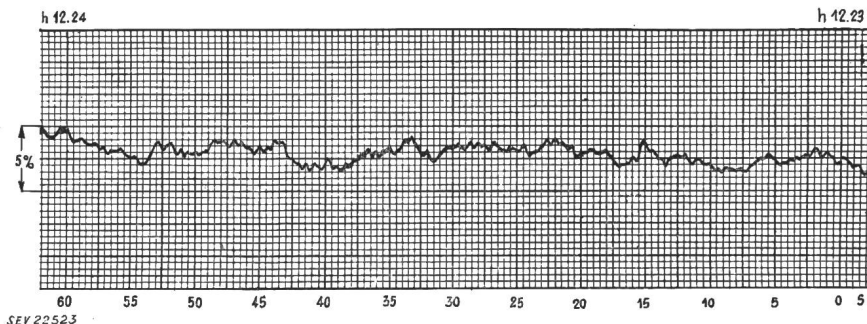


Fig. 5

Reproduction réduite de l'échantillon 12 h 23 à 12 h 24 du relevé de la charge consommée par la Ville de Lausanne le 18 décembre 1952 entre 12 h 20 et 12 h 27

Echelle des abscisses 1 s = 2 divisions (sur l'original 4 mm)

Echelle des ordonnées 1 % = 2 divisions (sur l'original 4 mm)

Le relevé wattmétrique qui a été pris pour base du calcul est celui de la charge consommée par la Ville de Lausanne le jeudi 18 décembre 1952 autour de midi, relevé effectué par les soins de la Commis-

sion d'Etude pour le Réglage des Grands Réseaux de l'Association Suisse des Electriciens. Le wattmètre enregistreur utilisé, de fréquence propre élevée, a été construit par M. le Professeur Juillard, Président de la Commission précitée [4]; il a été monté et manipulé par le personnel de son Laboratoire.

L'échelle des abscisses du relevé est de 4 mm par seconde et celle des ordonnées de 4 mm par pour cent de la charge moyenne consommée, en l'occurrence de l'ordre de 25 MW. La fig. 5 est une reproduction réduite de l'échantillon du relevé correspondant à l'intervalle de temps 12 h 23...12 h 24. La Ville de Lausanne était alors alimentée par le réseau de l'Energie de l'Ouest-Suisse (EOS), lui-même raccordé à l'ensemble du réseau suisse. C'est dire que la tenue de la tension et celle de la fréquence (vitesse) étaient particulièrement satisfaisantes, ce que des relevés tensométrique et fréquentométrique effectués en même temps que le relevé wattmétrique ont permis de contrôler.

Avant de commencer l'exposé résumé des opérations qui ont permis d'aboutir aux résultats consignés dans ce chapitre, qu'il soit très spécialement rendu hommage à tous ceux qui y ont contribué: tout d'abord la Commission d'Etude pour le Réglage des Grands Réseaux, plus particulièrement son Président, M. le Professeur E. Juillard, le Service de l'électricité de la Ville de Lausanne, plus particulièrement son Ingénieur en Chef, M. P. Meystre, l'Energie de l'Ouest-Suisse, plus particulièrement son Ingénieur en Chef, M. P. Dumur, puis la Société d'Electronique et d'Automatisme à Courbevoie, plus particulièrement son Directeur, M. F. H. Raymond, l'Institut de Mathématiques Appliquées de l'Ecole Polytechnique de l'Université de Lausanne, plus particulièrement son Chef, M. le Professeur Ch. Blanc, enfin Monsieur G. Lehmann, Professeur à l'Ecole Supérieure d'Electricité de Paris et M. le Professeur R. Fortet de la Sorbonne, qui ont apporté un support théorique [5 et 6] aux résultats expérimentaux qui constituent le principal objet du présent mémoire.

Il ne saurait être question de traiter ici de tout le détail des calculs, puis de présenter la critique ou la justification des divers modes opératoires employés. Ce sujet, dont l'intérêt mériterait qu'il fasse à lui seul l'objet d'un mémoire spécial, sortirait du cadre

de cette étude. L'exposé qui suit sera limité aux lignes essentielles des méthodes utilisées, à l'indication de leurs résultats et à quelques commentaires généraux.



### 1. Première méthode

Cette méthode a consisté à établir la fonction d'autocorrélation puis, par des transformées de Fourier, le spectre, ceci à l'aide d'une machine électronique de la Société d'Electronique et d'Automatisme.

Les valeurs de la fonction d'autocorrélation ont été calculées:

a) pour deux échantillons d'une minute de 12 h 23 à 12 h 24 et de 12 h 24 à 12 h 25, les décalages de temps  $\tau$  variant soit d'une en une, soit de deux en deux secondes entre zéro et 10 secondes. La dérive générale du relevé a été supprimée, en faisant par là abstraction des variations de basse fréquence. C'est dire que les valeurs des ordonnées du spectre qui en ont été déduites, ne sont valables que pour des fréquences relativement hautes.

b) pour un échantillon de sept minutes de 12 h 20 à 12 h 27, soit sur 420 secondes, le décalage du temps  $\tau$  variant de 10 en 10 secondes entre zéro et 100 secondes. C'est dire que les valeurs des ordonnées du spectre qui en ont été déduites ne sont valables que pour les fréquences relativement basses.

Les valeurs des ordonnées du spectre ont été calculées pour des fréquences comprises environ entre 0,015 et 0,2 Hz. Les résultats obtenus sont représentés par les points marqués d'un rond noir sur le diagramme de la fig. 6, diagramme qui porte en abscisses les fréquences en Hertz et en ordonnées les valeurs de la densité énergétique spectrale  $A_p(\nu)$  en  $(\%)^2 \cdot s$ , c'est-à-dire en  $10^{-4} s$ .

### 2. Deuxième méthode

Cette méthode a consisté à prendre les valeurs de la fonction d'autocorrélation telles qu'elles avaient été établies par la première méthode sur les trois échantillons précités, puis en vue de la détermination des ordonnées du spectre, à employer la transformée de Fourier en remplaçant l'intégrale par une somme de termes discrets. Les résultats des calculs sont représentés par des points marqués d'un rond blanc sur le diagramme de la fig. 6.

La dispersion assez importante des résultats des deux premières méthodes, telle qu'elle ressort des points du diagramme de la fig. 6, pouvait paraître devoir être attribuée à un espacement trop grand des valeurs du décalage de temps  $\tau$  considérées pour le calcul de la fonction d'autocorrélation. Celle-ci n'étant pas déterminée avec assez de précision, elle pourrait ne pas offrir une base suffisamment sûre pour le calcul ultérieur des ordonnées du spectre.

En réalité, cette explication n'est pas l'essentielle, ce que la troisième méthode dont l'exposé suivra, va permettre de mieux toucher du doigt. La profonde différence entre la théorie et son application provient du fait que l'on considère des échantillons de durée limitée. Certes on ne peut pas prétendre en pratique opérer sur un relevé de durée infinie, comme le voudrait la théorie. Il serait même contre-indiqué d'y tendre, car en exagérant la longueur du relevé, on risquerait de voir son caractère se modifier au cours du temps. Il ne faut en effet pas oublier que ce caractère que l'on cherche à fixer est celui d'un moment déterminé d'un certain jour.

Force est donc, faute de pouvoir embrasser directement l'ensemble du phénomène, de se contenter d'un échantillonnage, c'est-à-dire d'expériences partielles en nombre limité, et l'on est par là ramené à un problème de statistique. Il n'y a évidemment pas

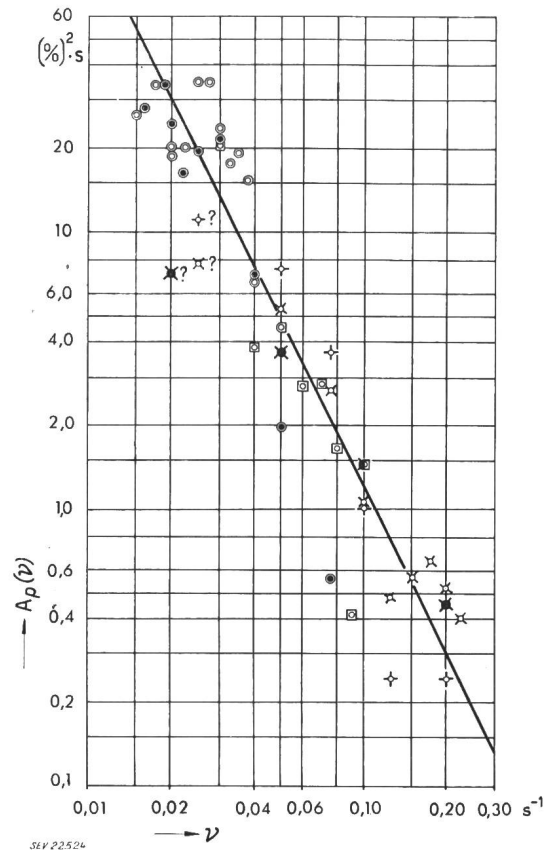


Fig. 6  
Spectre des variations de charge

d'après le relevé wattmétrique de la consommation de la Ville de Lausanne le 18. XII. 52 de 12 h 20 à 12 h 27.

Densité énergétique spectrale  $A_p(\nu)$  selon les résultats de la première (points noirs) et de la deuxième (points blancs) méthode

Les points encadrés d'un cercle correspondent aux résultats du calcul effectué sur l'échantillon de 12 h 20 à 12 h 27,  $\tau$  variant de 10 en 10 s entre zéro et 100 s

Les points encadrés d'un carré correspondent aux résultats du calcul effectué sur l'échantillon de 12 h 20 à 12 h 27,  $\tau$  variant de 5 en 5 s (valeurs interpolées) entre zéro et 100 s

Les points marqués d'une croix correspondent aux résultats du calcul effectué sur deux échantillons d'une minute:

12 h 23 à 12 h 24 (croix +),  $\tau$  variant d'une en une s entre zéro et 10 s

12 h 24 à 12 h 25 (croix ×),  $\tau$  variant d'une en une s (valeurs interpolées) entre zéro et 10 s

Les points marqués d'un point d'interrogation proviennent de résultats douteux parce que déduits d'échantillons courts (une minute) et correspondant à des fréquences trop basses

lieu de mettre pour cela en doute l'existence du caractère général et unique du phénomène, en d'autres termes son spectre exact. Toutefois, il faut comprendre que la considération d'un échantillon — et même de plusieurs échantillons — ne peut permettre de s'approcher de ce spectre exact qu'avec une certaine dispersion; ceci est dans la nature même des choses.

Quoi qu'il en soit, pour essayer de serrer la vérité d'une autre façon, une troisième méthode fut mise en œuvre sur la suggestion de M. le Professeur Ch. Blanc.

3. Troisième méthode

Cette méthode qui permet de se passer de la fonction d'autocorrélation, consiste à assimiler la fonction aléatoire  $\Delta p_r(t)$ , considérée sur un intervalle de temps de zéro à  $T_s$ , comme une fonction périodique de période  $T_s$  et à la décomposer en ses divers harmoniques, autrement dit à établir son spectre de raies. En outre, le calcul des coefficients de Fourier a été effectué en remplaçant les intégrales par des sommes de termes discrets.

Les valeurs  $|c_n|^2$  du carré des amplitudes des divers harmoniques étant ainsi obtenues, on passe à celles de la densité énergétique  $A_p(\nu)$  en divisant les premières par l'intervalle de fréquence choisi entre les harmoniques successifs. Si par exemple, cet intervalle est de  $(n/T_s)$  Hz:

$$A_p(\nu) = \frac{T_s}{n} \cdot |c_n|^2 \quad (13)$$

L'approximation ainsi atteinte ne suffit que dans une gamme limitée de fréquences, à laquelle il y a naturellement lieu de se cantonner.

Tout d'abord, il est évident que l'information fournie par un relevé de durée  $T_s$ , sur les fréquences de l'ordre de  $1/T_s$ , est très faible; aucun procédé ne peut y obvier. Ces fréquences basses doivent donc être laissées de côté et seules les fréquences supérieures à environ  $5/T_s$  à  $6/T_s$ , peuvent être prises en considération.

Par ailleurs, les conséquences du fait que, pour le calcul des coefficients de Fourier, les intégrales ont été remplacées par des sommes de termes discrets, se font sentir sur les harmoniques de rang élevé. L'approximation dépend du nombre  $N$  de termes utilisés. Ce nombre a été pris égal à 120:

aussi bien pour les trois échantillons de sept minutes: 11 h 53 à 12 h 00; 12 h 03 à 12 h 10; 12 h 20 à 12 h 27.  $T_s = 420$  s. Les valeurs de la fonction  $\Delta p_r(t)$  ont été dès lors lues toutes les 3,5 s.

que pour trois échantillons d'une minute: 12 h 22 à 12 h 23; 12 h 23 à 12 h 24; 12 h 24 à 12 h 25;  $T_s = 60$  s. Les valeurs de la fonction  $\Delta p_r(t)$  ont été dès lors lues toutes les 0,5 s.

Dans ces conditions, le spectre peut être poussé sans crainte d'erreurs trop grandes jusqu'aux fréquences de l'ordre de  $20/T_s$ .

C'est dire que sur la base des échantillons de sept minutes, les fréquences explorées avec sécurité s'étendent environ de 0,013 Hz à 0,05 Hz et sur la base des échantillons d'une minute, de 0,08 Hz à 0,3 Hz. Ce domaine couvre donc bien celui de la bande passante du filtre que constitue le réglage<sup>12)</sup>.

Le processus de cette troisième méthode, par lequel le spectre continu  $A_p(\nu)$  a été découpé en d'étroites bandes de fréquence:

de 0,0024 Hz dans le cas des échantillons de 420 s et

de 0,0166 Hz dans le cas des échantillons de 60 s, accentue encore le caractère aléatoire des valeurs obtenues pour les ordonnées de ce spectre, si chacune d'elles est considérée *isolément* pour chacune des trois expériences. On peut en effet penser que le passage par la fonction d'autocorrélation produisait

<sup>12)</sup> Bande des fréquences auxquelles il y a lieu de s'intéresser, voir chap. II, fin du paragraphe 1 et chap. IV, après équation (10).

une sorte d'égalisation des résultats qui n'existe plus ici. Brutalement exprimé, il faut dire que cette troisième méthode consiste à rechercher l'ordonnée du spectre correspondant à une certaine fréquence, comme on le ferait par des séries de coups de dé pour déterminer l'espérance mathématique d'une variable aléatoire<sup>13)</sup>. Il ne faut donc pas s'étonner que le gain de finesse (étroitesse des bandes de fréquence) qu'assure l'application de cette troisième méthode,

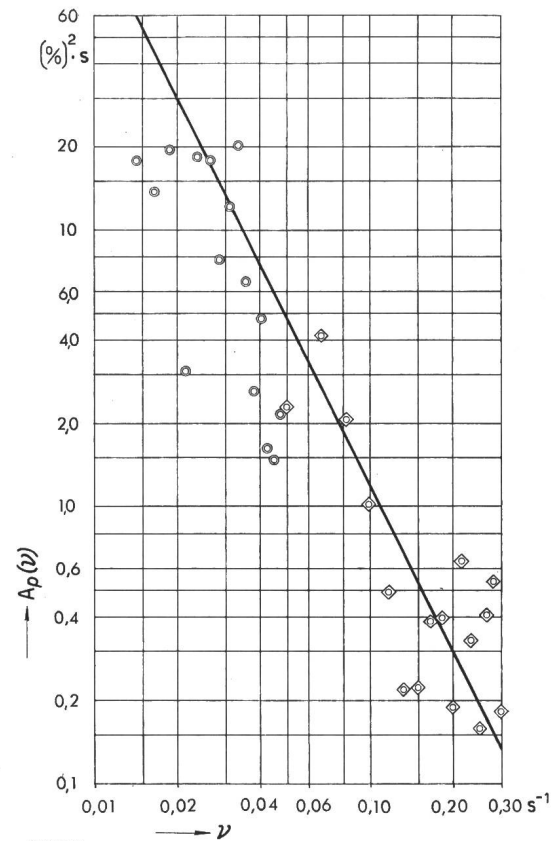


Fig. 7  
Spectre des variations de charge  
d'après le relevé wattmétrique de la consommation de la Ville de Lausanne le 18. XII. 52 autour de midi.  
Densité énergétique spectrale  $A_p(\nu)$  selon les résultats de la troisième méthode.

Les points encadrés d'un cercle correspondent à la moyenne des résultats des calculs effectués sur les trois échantillons de sept minutes: 11 h 53 à 12 h 00; 12 h 03 à 12 h 10; 12 h 20 à 12 h 27 en lisant les ordonnées toutes les 3,5 s sur 420 s

Les points encadrés d'un losange correspondent à la moyenne des résultats des calculs effectués sur les trois échantillons d'une minute: 12 h 22 à 12 h 23; 12 h 23 à 12 h 24; 12 h 24 à 12 h 25 en lisant les ordonnées toutes les 0,5 s sur 60 s

trouve sa contre-partie dans une augmentation de la dispersion des résultats *isolés*. Il est en outre parfaitement logique de ne pas considérer ces résultats isolés, mais leur moyenne arithmétique obtenue en considérant, pour chaque fréquence  $\nu$ , les trois expériences mises à la base du calcul.

C'est ainsi qu'ont été déterminées les ordonnées des points du diagramme de la fig. 7 dont les coordonnées sont les mêmes que celles du diagramme de la fig. 6.

<sup>13)</sup> Par exemple, sur un total limité de  $N$  coups de dé, le nombre  $n$  de ceux faisant sortir le chiffre 6. Il est évident qu'une série d'expériences, comportant chacune  $N$  coups de dé, ne permettra de s'approcher de la moyenne exacte  $n$  des valeurs de  $n$ , autrement dit de la probabilité  $n/N$  du tirage du chiffre 6, qu'avec une certaine dispersion.

L'avantage de cette troisième méthode est incontestablement de rendre plus apparente la relation existant entre la durée  $T_s$  de l'échantillon considéré, le nombre  $N$  d'ordonnées lues sur ce relevé<sup>14)</sup> et les limites du domaine de fréquences qu'il est ainsi possible d'explorer avec sécurité.

### VI. De l'interprétation des résultats expérimentaux précédents

En vue de cette interprétation les supports théoriques établis par MM. les Professeurs G. Lehmann et R. Fortet [5 et 6] serviront d'appui. Ces auteurs ont considéré des modèles théoriques de la consommation d'une clientèle dont l'évolution au cours du temps est naturellement envisagée comme celle d'une fonction aléatoire. Cette fonction aléatoire a été admise par eux du type de celles dites « dérivées d'un processus de Poisson » et ceci avec de bonnes raisons de penser que cette hypothèse correspond bien à la réalité.

Ils ont montré que la densité spectrale  $A_p(\nu)$  était alors asymptotiquement de l'ordre de  $1/\nu^2$  lorsque la fréquence  $\nu$  tend vers l'infini, en d'autres termes que pour des valeurs assez grandes de la fréquence  $\nu$ , l'expression de la densité spectrale  $A_p(\nu)$  devient pratiquement de la forme:

$$A_p(\nu) = \frac{A_0}{\nu^2} \quad (15)$$

M. R. Fortet concluait qu'il conviendrait de procéder sur la base de résultats empiriques aux deux opérations suivantes:

a) vérifier la validité du modèle, ce qu'il faut interpréter comme un contrôle de la forme de l'expression analytique (15) de la densité spectrale  $A_p(\nu)$ , du moins dans le domaine de fréquences auquel il y a lieu de s'intéresser,

b) ajuster la valeur des paramètres [du paramètre  $A_0$  dans le cas de l'expression (15)] aux données de l'expérience.

En ce qui concerne la vérification a), on remarque que la loi formulée par l'expression (15) correspond dans les diagrammes à échelles bilogarithmiques des fig. 6 et 7 à une droite de pente  $-2$ . Une telle droite a été tracée dans ces deux diagrammes et l'on peut dire que ceci a été fait ni sans grande hésitation, ni sans tolérer une dispersion trop prononcée, eu égard aux considérations développées au chap. 5 au sujet des effets du hasard.

Il serait peut-être un peu osé de dire, d'après ce premier ensemble de résultats, que les modèles théoriques examinés par MM. G. Lehmann et R. Fortet répondent toujours à la réalité. En tout cas ce premier ensemble de résultats n'infirme en rien leurs propositions et, au contraire, il montre que, tout au moins pour la série d'expériences considérées et dans le domaine des fréquences auxquelles il y a lieu de s'intéresser, la loi formulée par l'expression (15) est convenablement respectée. Ceci constitue — il faut le souligner — une importante et très heureuse confirmation des pronostics de ces auteurs.

<sup>14)</sup> La notion du décalage de temps  $\tau$ , utilisé dans la fonction d'autocorrélation, s'apparente à celle du rapport  $T_s/N$ .

Quant à l'opération b), on constate que les trois méthodes aboutissent à une même implantation<sup>15)</sup> de la droite de pente  $-2$ , dans le diagramme de la fig. 6 pour les deux premières et dans celui de la fig. 7 pour la dernière. Cette coïncidence satisfaisante constitue également un résultat réjouissant; il permet de donner à l'expression (15) la forme numérique suivante:

$$A_p(\nu) = \frac{0,012 \cdot 10^{-4}}{\nu^2} \quad (15a)$$

la densité spectrale étant exprimée en  $(\%)^2$  par Hz ou en  $(\%)^2 \cdot s$  ou en  $10^{-4} s$ .

Ainsi le carré moyen des écarts limité à la bande de fréquences  $\nu_1 = 0,015 \text{ Hz} \dots \nu_2 = 0,20 \text{ Hz}$  s'élève à:

$$\begin{aligned} [\overline{\Delta p_r(t)}]_{\nu_1}^{\nu_2} &= \int_{\nu_1}^{\nu_2} A_p(\nu) d\nu = \\ &= 0,012 \cdot 10^{-4} \left( \frac{1}{\nu_1} - \frac{1}{\nu_2} \right) = 0,74 (\%)^2 \end{aligned}$$

et l'écart quadratique moyen à:

$$\sqrt{0,74} = 0,86 \%$$

Cet écart quadratique moyen est à comparer, du moins en ce qui concerne l'échantillon 12 h 20 à 12 h 27:

avec l'écart quadratique moyen du relevé entier du dit échantillon, donc sans tenir compte de limites de fréquence:  $\approx 1,45\%$

avec l'écart maximum constaté au cours du relevé entier:  $\approx \pm 4\%$

### VII. De l'utilisation des résultats expérimentaux précédents

Il s'agit de l'utilisation des résultats précédents concernant le spectre des variations de charge, en vue de l'établissement de prévisions sur la tenue de la fréquence. Ce n'est donc qu'une application numérique des calculs exposés au chap. IV au sujet de la précision du réglage.

Le spectre  $A_p(\nu)$  des variations de charge correspondant à l'expression (15a) sera pris comme fiche d'identité de la clientèle et la courbe  $g(\nu)$  des fig. 2a et b, obtenue à partir des données de l'exemple cité au paragraphe 3 du chap. II comme fiche d'identité du réglage. Ces données sont, il faut le répéter, de l'ordre de celles que l'on rencontre dans la pratique.

Le spectre des variations de vitesse, dont chaque ordonnée est calculée par le produit:

$$A_\omega(\nu) = [g(\nu)]^2 \cdot A_p(\nu) \quad (10)$$

est représenté par la courbe de fig. 8.

Cette courbe a été arrêtée aux abscisses extrêmes suivantes, qui correspondent aux limites de l'intégration à laquelle il sera ensuite procédé:

<sup>15)</sup> Tout au plus pourrait-on objecter que, sur la fig. 7, les points de basses fréquences, correspondant à la moyenne des résultats sur les trois échantillons de 420 s (points encadrés d'un cercle) paraissent être situés un peu bas par rapport à la droite de pente  $-2$ , telle qu'elle a été implantée. Ceci est probablement dû au fait que sur ces trois échantillons de 7 minutes: 11 h 53 à 12 h 00; 12 h 03 à 12 h 10; 12 h 20 à 12 h 27, celui de 12 h 03 à 12 h 10 (qui n'a pas été pris en considération pour l'application des deux premières méthodes; voir fig 6) témoigne d'écarts dans l'ensemble moins importants que les deux autres. En d'autres termes, son intervention fait baisser, d'une manière générale, les valeurs des densités énergétiques des variations de charge.

$\nu_2 = 0,20$  Hz; au delà de cette abscisse, la valeur de la densité énergétique spectrale  $A_\omega(\nu)$  des écarts de vitesse devient en effet pratiquement nulle,

$\nu_1 = 0,015$  Hz; en deça de cette abscisse, la valeur de la densité précitée deviendrait constante et égale à environ  $1,02 \cdot 10^{-4}$ , si la densité énergétique spectrale  $A_p(\nu)$  des écarts de charge augmentait indéfiniment, selon l'expression (15a), par valeurs décroissantes de leur fréquence  $\nu$ . Toutefois, ceci n'est certainement pas en pratique le cas et l'augmentation de la densité  $A_p(\nu)$  des écarts de charge doit être moins prononcée aux très basses fréquences. La courbe de la densité  $A_\omega(\nu)$  des écarts de vitesse doit donc s'infléchir vers le bas, comme amorcé en pointillé sur la fig. 8. Quoiqu'il en soit, en tenant compte du fait que l'allure de la courbe  $A_p(\nu)$  (fig. 6 et 7) n'est expérimentalement connue avec certitude que jusque vers  $\nu = 0,015$  Hz, puis que l'erreur qui peut être commise par le choix de cette limite est très faible, cette dernière a été admise à la valeur susmentionnée.

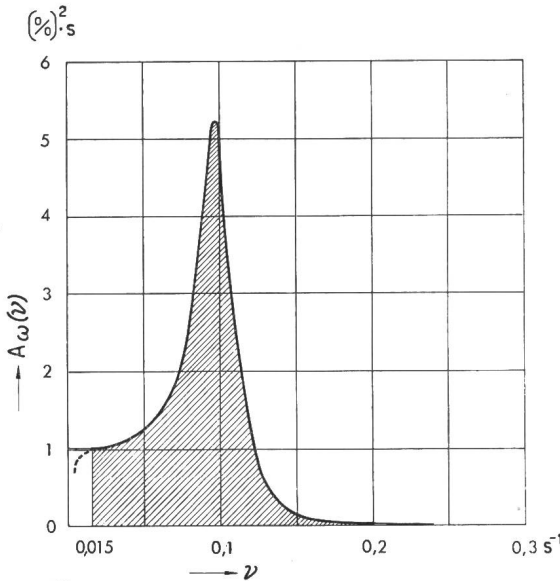


Fig. 8  
Spectre  $A_\omega(\nu)$  des variations de vitesse

L'intégration de la courbe de la fig. 8 permet de calculer le carré moyen des écarts de vitesse:

$$[\Delta\omega(t)]^2 = \int_{\nu_1}^{\nu_2} A_\omega(\nu) d\nu = 0,245 (\%)^2 \text{ }^{16)}$$

et leur écart quadratique moyen:

$$\sqrt{0,245} = 0,495 \%$$

dont la valeur est à comparer avec celle de l'écart quadratique moyen des variations de charge de 0,86 %.

Ainsi, les possibilités du réglage étant caractérisées par la courbe  $g(\nu)$  des fig. 2a et 2b, et la répartition, en fonction des fréquences, du carré moyen des écarts de charge étant supposée obéir à la loi (15) (densité inversement proportionnelle au carré de la fréquence  $\nu$ ):

1% d'écart quadratique moyen des variations de la charge consommée par la clientèle du réseau (entre  $\nu_1 = 0,015$  et  $\nu_2 = 0,20$  Hz)

entraîne environ:

0,57% d'écart quadratique moyen des variations de vitesse ou des variations de fréquence du réseau.

<sup>16)</sup> Si  $\nu_1$  avait été choisi égal à 0,01 Hz au lieu de 0,015 Hz cette valeur n'aurait été que faiblement modifiée à 0,250 %. Ceci vient à l'appui de l'exposé ci-dessus concernant le choix de la valeur de  $\nu_1$ .

Si la puissance nécessaire à l'alimentation du réseau était fournie, non pas par un unique groupe réglant ou ce qui revient au même par deux groupes réglants de mêmes caractéristiques, mais par deux groupes également de mêmes caractéristiques dont un ne participerait pas au réglage<sup>17)</sup>:

- la valeur des écarts relatifs  $\Delta p_r$  serait doublée
- la valeur du temps  $\tau'$  caractéristique de la promptitude demeurerait la même,
- la valeur du temps  $T$  caractéristique de l'inertie spécifique serait doublée.

En conséquence:

les ordonnées du spectre  $A_p(\nu)$  des variations de charge seraient quadruplées,

les ordonnées de la courbe  $g(\nu)$  seraient divisées par  $\sqrt{2}$  et celles de la courbe  $[g(\nu)]^2$  réduites de moitié

les ordonnées du spectre  $A_\omega(\nu)$  des variations de vitesse seraient doublées et il en serait de même du carré moyen des écarts de vitesse.

Finalement, l'écart quadratique moyen des variations de vitesse serait multiplié par  $\sqrt{2}$ :

$$0,57 \% \cdot \sqrt{2} = 0,81 \%$$

A l'intention de ceux des praticiens qui penseraient que la notion d'écart quadratique moyen présente des difficultés d'interprétation ou d'application — elle est pourtant la seule qui se prête véritablement au calcul — et qui préféreraient se reporter à celle de l'écart maximum, la possibilité de transition suivante sera rappelée. En admettant que la répartition des écarts obéisse à la loi de Gauss, ce qui doit bien être ici le cas, la probabilité de réalisation des écarts maximums est d'environ:

- 4,5 % pour un écart maximum dépassant deux fois l'écart quadratique moyen,
- 1,25% pour un écart maximum dépassant deux fois et demie l'écart quadratique moyen,
- 0,25% pour un écart maximum dépassant trois fois l'écart quadratique moyen.

En se référant à l'échantillon de 12 h 20 à 12 h 27, on remarque qu'en ce qui concerne les variations de charge l'écart maximum constaté de  $\pm 4$  % (voir chap. VI à la fin) s'élève à 2,75 fois l'écart quadratique moyen d'environ 1,45 %.

### VIII. Conclusions

Pour caractériser la variabilité des besoins de la consommation de la clientèle d'un réseau, la fiche d'identité qui paraît la plus parlante, la plus facile d'utilisation, la plus fructueuse en résultats et pour tout dire la plus exacte, est le spectre des variations de charge.

La présente étude a montré pourquoi ce spectre pouvait être limité au domaine des fréquences correspondant à la bande passante du filtre que constitue le réglage de vitesse, soit approximativement avec les données actuelles de la pratique, de  $\nu_1 = 0,015$  Hz à  $\nu_2 = 0,20$  Hz. A partir de ce spectre, il est possible d'établir des prévisions sur la tenue de la vitesse des groupes générateurs alimentant le réseau, en d'autres termes sur la tenue de la fréquence de sa tension alternative, si l'on connaît le compor-

<sup>17)</sup> Voir fin chap. I et chap. II sous 2.

tement du réglage en régime harmonique sinusoïdal (ou si l'on peut le déterminer à l'aide d'autres expériences).

Ce spectre peut être déduit de relevés wattmétriques, effectués en fonction du temps, à l'aide d'un wattmètre enregistreur conçu à cet effet, comme l'est celui de la Commission d'Etude pour le Réglage des Grands Réseaux Electriques de l'Association Suisse des Electriciens. Il se distingue essentiellement par une fréquence propre élevée (fidélité de l'enregistrement), une échelle des ordonnées suffisamment développée et une vitesse de déroulement assez grande.

L'interprétation des premières expériences effectuées avec cet appareil à Lausanne conduit, dans le domaine précité des fréquences des variations de charge, à une forme du spectre en  $1/\nu^2$ , ses ordonnées diminuant en proportion inverse du carré de la fréquence. Cette forme est précisément celle que laissait prévoir l'étude théorique de modèles dont le comportement aléatoire est régi par des fonctions dérivées d'un processus de Poisson.

Il faut espérer que la suite des essais de ce genre que la Commission d'Etude pour le Réglage des Grands Réseaux Electriques envisage d'effectuer sur différents réseaux, viendra enrichir

la documentation qu'il serait intéressant de posséder sur ce sujet encore peu exploré. En considérant la valeur trouvée pour l'écart quadratique moyen des variations de charge du réseau de Lausanne, le 18 décembre 1952 autour de midi, il ne faut pas oublier que sa clientèle est relativement peu industrielle et qu'il pourrait se révéler ailleurs des écarts quadratiques moyens plus élevés.

#### Bibliographie

- [1] Gaden, D.: Considérations sur la précision du réglage. Bull. Soc. franç. Electr. 7<sup>e</sup> série, t. 2 (1952), n° 16, avril, p. 181...197.
- [2] La régulation électro-hydraulique des turbines hydrauliques. Conférence Internationale des Grands Réseaux Electriques (CIGRE), Paris 1950, t. 2, rapp. 315, 39 p.
- [3] Cuénod, M., A. Jacques et R. Renchon: Contribution à l'étude de la tenue de la fréquence dans un complexe électrique. Bull. Soc. belge Electr. t. 69 (1953), n° 1, janvier/mars, p. 1...14.
- [4] Juillard, E.: Instrumentation; appareils spéciaux nécessités par les essais. Bull. ASE t. 43 (1952), n° 13, 28 juin, p. 571...574.
- [5] Lehmann, G.: Calcul du spectre des fluctuations du courant absorbé par un réseau de distribution électrique. Bull. Soc. franç. Electr. 7<sup>e</sup> série, t. 3 (1953), n° 34, octobre, p. 593...595.
- [6] Fortet, R.: Spectre des fluctuations du courant absorbé par un réseau de distribution électrique. Communication présentée à la Société française des Electriciens le 16 mars 1954.

#### Adresse de l'Auteur:

D. Gaden, Ingénieur, Professeur à l'Ecole Polytechnique de l'Université de Lausanne, Directeur aux Ateliers des Charmilles S. A., Genève.

## Der schweizerische Kernreaktor

Vortrag, gehalten an der Diskussionstagung des SEV vom 28. Oktober 1954 in Zürich,  
von W. Hüg, Baden

621.039.421(494)

*Das Programm der schweizerischen Arbeitsgemeinschaft für den Bau eines Kernreaktors unterscheidet sich in mancherlei Hinsicht von Reaktorbauprogramm angelsächsischer Länder. Angereicherter Brennstoff ist heute für einen Leistungsreaktor nicht in genügender Menge erhältlich, und die Verwendung von natürlichem Uran schränkt die Wahl der Konstruktionsmaterialien äusserst ein. Wegleitungen für die Herstellung von Einzelteilen wie z. B. der Brennstoffelemente sind der Schweiz unzugänglich, besonders wenn solche Elemente in Reaktoren mit erhöhter Temperatur verwendet werden müssen. Die Unterlagen, welche von Reaktoren mit kleinem Neutronenfluss erhältlich sind, ermöglichen es, solche Reaktoren zu kopieren, sind jedoch unzureichend für den Bau eines Leistungsreaktors. Die Arbeitsgemeinschaft hat daher ein Projekt ausgearbeitet, das die fehlenden Erkenntnisse zu gewinnen erlaubt, ohne dass allzugrosse Risiken konstruktiver Art eingegangen werden müssen. Das Projekt sieht einen Reaktor mit 10 000 kW Wärmeleistung vor. Als Brennstoff dient natürliches Uran und als Moderator schweres Wasser. Der Reaktor arbeitet bei relativ niedrigen Temperaturen, wobei die Möglichkeit besteht, Brennstoffelemente unter erhöhter Temperatur dem Neutronenfluss auszusetzen.*

*Le programme de travail pour la construction d'une pile à réaction nucléaire, établi par l'Association des Industries Suisses de Recherches Nucléaires, diffère en plusieurs points du programme adopté par les pays anglo-saxons. On n'a actuellement pas à disposition la quantité nécessaire d'uranium enrichi pour un réacteur nucléaire de puissance. Le choix des divers matériaux de construction se trouve être très restreint du fait de l'emploi d'uranium naturel. Etant secrètes, les directives pour la construction des différentes parties (comme par exemple celle des éléments de production d'énergie) nous font totalement défaut et ceci tout particulièrement pour les éléments de réacteurs à haute température. Nous pouvons copier dans leur construction les réacteurs travaillant avec une petite densité du flux des neutrons en nous basant sur des documents en notre possession, mais ces documents sont par trop incomplets pour nous permettre de construire une pile atomique de puissance. L'Association a élaboré un projet permettant de combler les lacunes et de parfaire les connaissances nécessaires à la construction d'un réacteur sans avoir à courir de trop gros risques. Le projet prévoit la construction d'une pile à réaction nucléaire d'une puissance thermique de 10 000 kW. On emploiera comme source d'énergie de l'uranium naturel et pour le modérateur de l'eau lourde. La pile travaillera à des températures relativement basses, ce qui n'exclut pas la possibilité de soumettre certains éléments de production d'énergie à de plus hautes températures dans le flux des neutrons.*

### A. Einleitung

Die Voraussetzungen, von denen Physiker und Konstrukteure beim Bau eines Kernreaktors in der Schweiz auszugehen haben, sind wesentlich verschieden von denjenigen in den Vereinigten Staaten von Amerika, Kanada und England. Demzufolge wird ein schweizerischer Reaktor eine Anzahl von Merkmalen aufweisen, welche gerade mit die-

ser veränderten Ausgangslage zusammenhängen. Im folgenden seien einige dieser Merkmale sowie deren Zusammenhänge mit anderen Reaktorkonstruktionsmöglichkeiten erläutert.

### B. Grösse des Reaktors

Eine der ersten Fragen, die sich unseren Reaktorkonstrukteuren stellt, ist diejenige nach der