Zeitschrift: Bulletin de l'Association suisse des électriciens
Herausgeber: Association suisse des électriciens
Band: 43 (1952)
Heft: 21

Artikel: Impédances négatives stabilisées
Autor: Knechtli, Ronald
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-1057905

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 10.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Impédances négatives stabilisées

Par *Ronald Knechtli*, Lausanne

537.311.6

Cet article, après définition du concept d'impédance négative, (R, L, C, négatifs) expose les principales méthodes de réalisation de tels éléments. La possibilité de créer des impédances négatives stables se trouve en particulier décrite et discutée. Un examen des propriétés essentielles des impédances négatives obtenues par les moyens indiqués, ainsi qu'un aperçu de quelques applications possibles complètent cette étude.

Der Autor definiert den Begriff der «negativen Impedanz» (R, L, C negativ) und erläutert die wichtigsten Methoden zur Verwirklichung solcher Elemente. Besondere Berücksichtigung finden dabei die Möglichkeiten zur Erzeugung negativer stabiler Impedanzen. Die wesentlichen Eigenschaften der nach den angegebenen Methoden erhältlichen negativen Impedanzen werden untersucht. Ein Überblick über einige Anwendungsmöglichkeiten beschliesst die Arbeit.

I. Définitions et généralités

Nous définissons les résistances, capacités et inductivités négatives par les relations suivantes, semblables au signe près à celles valables pour des éléments positifs:

Résistance négative: $$R_n = \frac{du}{di} < 0 \qquad (1)$$

Capacité négative: $$C_n = \frac{i}{du/dt} < 0 \qquad (2)$$

Inductivité négative: $$L_n = \frac{u}{di/dt} < 0 \qquad (3)$$

Dans le cas de courants et tensions périodiques sinusoïdaux l'application de la notation complexe conduit à partir de (1), (2) et (3) aux *impédances négatives* suivantes:

Résistance négative: $$Z_n = R_n = -|R_n| \qquad (4)$$

Capacité négative: $$Z_n = \frac{1}{j\omega C_n} = +j\frac{1}{\omega|C_n|} \qquad (5)$$

Inductivité négative: $$Z_n = j\omega L_n = -j\omega|L_n| \qquad (6)$$

Par l'introduction de ces grandeurs nous disposons maintenant de 6 éléments fondamentaux au lieu de 3 puisque R, L et C peuvent être positifs et négatifs[1]).

II. Réalisation d'impédances négatives à l'aide de tubes-réactance

1. Principe. Equations fondamentales

Il existe divers circuits fondés sur le même principe, permettant la réalisation d'impédances négatives à l'aide d'un seul tube électronique. Nous bornerons notre analyse à un seul circuit, quitte à n'indiquer que les schémas et propriétés essentielles des autres variantes. Leur analyse détaillée, semblable à celle du cas que nous étudierons, ne nous apporterait en effet point d'éléments nouveaux intéressants.

Dans le schéma de fig. 1, que nous voulons examiner de plus près, nous avons supprimé les éléments relatifs aux courants continus (nous ferons en général tacitement ainsi dans la suite de cet article).

[1]) L'objet de cet article, qui résume les grandes lignes du travail de diplôme que l'auteur a présenté en décembre 1950 à l'Institut de la haute fréquence de l'Ecole Polytechnique Fédérale (Prof. Dr F. Tank), sera d'exposer l'essentiel des méthodes de réalisation de ces nouveaux éléments, d'étudier leurs propriétés fondamentales, et d'esquisser quelques-uns de leurs domaines d'application.

De plus nous désignerons les grandeurs complexes par des majuscules surlignées[2]), et les valeurs instantanées réelles par des minuscules.

A partir du schéma de fig. 1 nous obtenons, par les lois de Kirchhoff et les relations

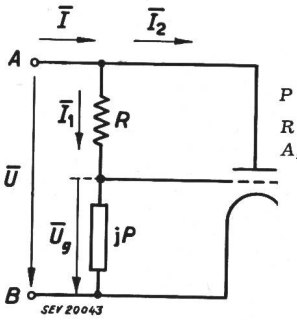

Fig. 1
Tube à réactance

P réactance positive $\left(\omega L \text{ ou } \frac{1}{\omega C}\right)$
R résistance ohmique
A, B bornes auxquelles apparaît l'impédance négative désirée $\bar{Z}_n$
(Explications supplémentaires cf. texte)

$\bar{I}_2 = S\,\bar{U}_g + \frac{\bar{U}}{R_i}$; $\mu = S\,R_i$ où μ, S, R_i = cœfficient d'amplification, pente et résistance intérieure du tube employé:

$$\frac{\bar{U}}{\bar{I}} = Z \equiv X + jY = \frac{R_i\,[R\,(R + R_i) + P^2\,(1 + \mu)]}{(R + R_i)^2 + P^2\,(1 + \mu)^2} + jP\frac{R_i^2\,(1 - S\,R)}{(R + R_i)^2 + P^2\,(1 + \mu)^2} \qquad (7)$$

L'équation (7), valable sans restrictions tant que le tube travaille linéairement, constitue la base de notre discussion.

Cas particulier: $$R_i \to \infty, \quad (P\,S)^2 \ll 1, \quad S\,R \gg 1 \qquad (8)$$

En remplaçant μ par $S\,R_i$, passant à la limite pour $R_i \to \infty$ et tenant compte des 2 autres hypothèses ci-dessus nous tombons sur ces relations-ci, de forme particulièrement simple:

$$Z = (R + P^2S) - jP \cdot S\,R \qquad (9)$$

En général, on vérifiera de plus que $R \gg P^2S$, ce qui donne finalement:

$$Z \approx R - j\,P \cdot S\,R \qquad (10)$$

[2]) Là où il n'y a point de risque de confusion on a toutefois omis de surligner les grandeurs complexes pour alléger l'écriture.

Nous voyons que, P étant une réactance normale Z aura *une composante réactive de signe opposé* à celui de P. En remplaçant P par ωL ou $-1/\omega C$ on obtient les valeurs des impédances négatives correspondantes.

2. *Limites et restrictions*

La condition $R_i \to \infty$, admise ci-dessus par soucis de simplicité, n'est pas nécessaire; et l'équation (7) considérée directement nous indiquera les conditions les plus générales liées à l'obtention d'une réactance négative entre A et B (fig. 1); à partir de (7), en effet:

$$Y = P \frac{R_i^2 (1 - S R)}{(R + R_i)^2 + P^2 (1 + \mu)^2} \qquad (11)$$

Puisque P est une réactance normale la condition pour que Y ait le signe opposé de P et représente une inductivité ou capacité négative indépendante de la fréquence sera:

$$\text{a)}\ S R > 1 \qquad (12a)$$

$$\text{b)}\ |P| < \frac{R + R_i}{1 + \mu} \qquad (12b)$$

$$\text{c.-à-d. } (R + R_i)^2 \gg P^2 (1 + \mu)^2$$

Dans ces conditions, en effet, ainsi qu'on le désire:

$$Y = - K P \text{ où } K = \text{constant}, > 0$$

La condition (12a) se remplit sans difficulté. La condition (12b) représente en revanche une *limite de fréquence* à laquelle il convient de prêter quelque attention car $P = P(f)$. Pour cela, il convient de distinguer entre inductivité et capacité négative.

Nous créons une *inductivité négative* si nous prenons pour P une inductance positive

$$P = \omega L$$

Dans ce cas l'équation (11) donne en considération de la condition (12) l'inductivité négative L_n

$$L_n = - L \mu \frac{R R_i}{(R + R_i)^2} \text{ pour } S R \gg 1 \qquad (13)$$

La condition (12b) indique la limite supérieure de fréquence f_{+1} correspondant à

$$P_0 = \frac{R + R_i}{1 + \mu}$$

$$f_{+1} = \frac{1}{2 \pi L} \cdot \frac{R + R_i}{\mu} \quad (\mu \gg 1) \qquad (14)$$

De (13) et (14) on tire encore la relation entre L_n et f_{+1}:

$$f_{+1} = \frac{1}{2 \pi |L_n|} \cdot \frac{R R_i}{R + R_i} \qquad (15)$$

La signification de f_{+1} appert dans la représentation graphique de (11) qui est donnée par la fig. 2.

On se convainc aisément que P_0 correspond à la limite adoptée précédemment avec

$$P_0 = \frac{R + R_i}{1 + \mu} \qquad (16)$$

Et l'on voit que la transformation de P en une réactance négative Y n'est linéaire que pour

$$|P| < |P_0| \qquad (17)$$

Pour $P = \omega L$, on aura donc bien ici la condition:

$$f < f_{+1} \qquad (18)$$

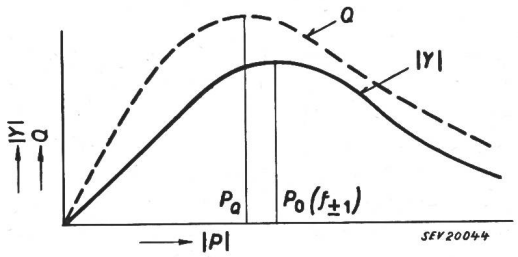

Fig. 2

Représentation graphique de la valeur absolue $|Y|$ de la réactance négative Y d'un tube-réactance, et de son coefficient de qualité Q en fonction de la valeur absolue $|P|$ de la réactance transformée P

Dans le cas d'une *capacité négative* nous aurons

$$P = - \frac{1}{\omega C}; \quad Y = + \frac{1}{\omega |C_n|};$$

le calcul de C_n et de la fréquence limite f_{-1} correspondant ici à P_0 se mène de façon analogue à ci-dessus, et nous avons alors la restriction:

$$f > f_{-1} \qquad (19)$$

Des applications numériques montrent cependant que les restrictions (18) et (19) ne sont en général guère gênantes.

3. *Coefficient de qualité Q*

De même que pour les capacités et inductivités positives, nous définissons Q par:

$$Q = |Y| / X \text{ si } Z = X + jY$$

représente une impédance négative. Cette définition n'a de sens que si $X \geqq 0$; si $X < 0$, Z désamortit le circuit dans lequel elle est comprise, et peut même amener l'auto-excitation.

Dans le circuit étudié présentement (cf. fig. 1) l'équation (7) donne pour $\mu \gg 1$:

$$Q = \frac{\mu P R}{R (R + R_i) + \mu P^2} \qquad (20)$$

Cette fonction, représentée en fig. 2 a un maximum pour $P = P_Q$, avec $P_Q = [R (R + R_i)/\mu]^{1/2}$. Pour obtenir une idée de l'ordre de grandeur de Q nous considérons le cas particulièrement favorable pour Q, où $R \gg R_i$. Il résulte alors de (20):

$$\lim_{R \to \infty} Q_{max} = \frac{\sqrt{\mu}}{2} \text{ pour } P = P_Q \approx \frac{R}{\sqrt{\mu}} \qquad (21)$$

Admettons, pour une penthode, par exemple $\mu = 2500$; cela conduit à:

$$Q \approx 25$$

Cet ordre de grandeur s'avérera souvent trop petit, ce qui constitue l'un des défauts majeurs de cette méthode de réalisation d'impédances négatives et nous amènera à rechercher des procédés peut-être moins simples mais meilleurs.

4. *Stabilité*

Nous appelons stabilité d'une impédance la constance de sa valeur. (A ne pas confondre avec sa tendance plus ou moins grande à l'auto-excitation, que nous ne caractériserons pas par le concept de «stabilité» mais par celui de «tendance à l'auto-excitation». Remarquons en passant que, dans le circuit de fig. 1, cette tendance n'existera en général pas.)

Nous obtenons la stabilité d'inductivités négatives dans le cas du circuit de fig. 1 à partir de (13), par différentiation de L_n par rapport à μ et R_i. Pour les capacités négatives le calcul s'effectue de manière semblable, et le résultat est:

$$\frac{\partial L_n}{L_n} = \frac{-\partial C_n}{C_n} \approx \frac{\partial \mu}{\mu} \tag{22}$$

Ce résultat, optimum, s'obtient pour $R = R_i$, car l'expression complète est:

$$\partial L_n / L_n = -\partial C_n / C_n = \partial \mu / \mu + \frac{R - R_i}{R + R_i} \cdot \frac{\partial R_i}{R_i}$$

Par un choix correct du tube et de son point de travail on obtiendra donc une stabilité relative (c.-à-d. limitée à une période assez courte pour négliger le vieillissement du tube et n'avoir pas à le changer) satisfaisante; on trouve en effet des penthodes pour lesquelles dans certains domaines, μ ne dépend que peu des tensions appliquées. La stabilité absolue (c.-à-d. considérée sur une période indéterminée) reste cependant aléatoire, car elle dépend du vieillissement du tube et de son interchangeabilité. Cette restriction à la stabilité constitue le second désavantage majeur des impédances négatives produites à l'aide d'un tube-réactance.

5. *Variantes au circuit de fig. 1*

Une première variante consiste à interchanger R et jP; l'impédance négative résultante présente des caractères analogues à ceux du circuit de fig. 1.

D'autres variantes sont représentées par les circuits de fig. 3 et 4.

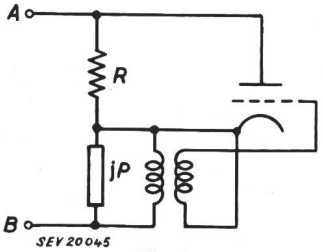

Fig. 3
Tube à réactance

P réactance positive $\left(\omega L \text{ ou } \frac{1}{\omega C}\right)$
R résistance ohmique
A, B bornes auxquelles apparaît l'impédance négative désirée $\overline{Z}_n$
(Explications supplémentaires cf. texte)

Elles se caractérisent par la disparition des restrictions imposées aux fréquences d'utilisation de l'impédance résultante. Comme cet avantage ne s'acquiert cependant qu'au prix d'un transformateur changeur de phase (déphase de 180°) ce circuit ne présentera guère d'intérêt général.

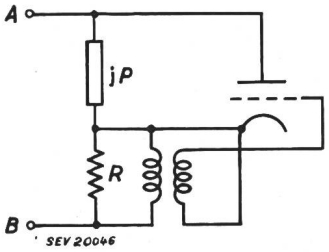

Fig. 4
Tube à réactance
Mêmes notations que pour fig. 3

Mentionnons enfin la possibilité d'améliorer le Q par une réaction supplémentaire normale. Cette amélioration ne pourra cependant s'étendre qu'à une bande de fréquences limitée et amènera de plus une tendance à l'auto-excitation; ce pourquoi nous ne nous attarderons pas non plus à cette variante.

III. Réalisation d'impédances négatives à partir de résistances négatives

Nous n'indiquons cette méthode qu'à titre de curiosité; sa valeur dépend en effet essentiellement des résistances négatives disponibles, ce pourquoi nous renonçons à une discussion générale.

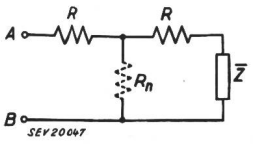

Fig. 5
Transformation d'une impédance $\overline{Z}$ en une impédance négative $\overline{Z}_n$ par une résistance négative R_n
$\overline{Z}_n$ apparaît entre les bornes A et B

L'équation fondamentale (23) s'obtient directement à partir du schéma de fig. 5:

$$\overline{Z}_n = \frac{R^2 + 2\,R\,R_n + \overline{Z}\,(R + R_n)}{R + R_n + \overline{Z}} \tag{23}$$

Posons $R_n = -R$; dans ce cas, cette équation se réduit à

$$\underline{\overline{Z}_n = -\frac{R^2}{\overline{Z}}} \tag{23a}$$

Pour ce cas particulier on obtient:

$Z = j\omega L$: $\quad Z_n = \dfrac{1}{j\omega C_n}$

$C_n = -\dfrac{L}{R^2}$ Capacité négative

$Z = \dfrac{1}{j\omega C}$: $\quad Z_n = j\omega L_n$

$L_n = -R^2 C$ Inductivité négative

L'étude de la stabilité et des phénomènes transitoires dans le cas de ce circuit ne présente pas de difficulté; le résultat est naturellement essentiellement fonction de R_n.

IV. Réalisation d'impédances négatives stabilisées

1. Principe

L'idée fondamentale réside dans l'utilisation d'un couplage par réaction dans un amplificateur supposé d'abord idéal, pour obtenir l'impédance négative désirée. Par amplificateur idéal nous entendons un amplificateur d'amplification constante, indépendante de la fréquence, et sans déphasage. L'extension au cas d'un amplificateur réel posera les problèmes de la stabilité, de la tendance à l'auto-excitation, des limites de fréquence et des limites de charge des impédances négatives ainsi obtenues; nous reviendrons sur ces problèmes après le présent exposé de principe.

L'idée esquissée ci-dessus trouve sa réalisation dans 2 types d'impédances négatives, que nous désignerons par les noms d'*impédance négative-série* et d'*impédance négative-parallèle*. Cette terminologie se justifiera dans la suite.

a) Impédances négatives-parallèle

Soit $\overline{A}$ le coefficient d'amplification de tension de l'amplificateur représenté en fig. 6 et $\overline{Z}_a$ l'impédance de sortie, c.-à-d. l'impédance mesurée aux bornes de sortie C et D en l'absence de signal $\overline{U}$ pour $\overline{Z}_2 \rightarrow \infty$ (l'impédance d'entrée en l'absence de $\overline{Z}_2$ est supposée infinie).

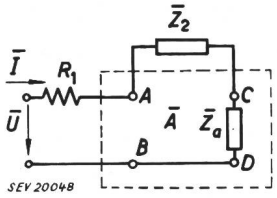

Fig. 6
Impédance négative-parallèle

$\overline{A}$ coefficient d'amplification
R_1 résistance compensatrice de $\overline{Z}_a$
$\overline{Z}_a$ impédance de sortie de l'amplificateur
$\overline{Z}_2$ impédance positive
A, B bornes d'entrée de l'amplificateur
C, D bornes de sortie de l'amplificateur

Dans ces conditions, et par application du théorème de Thevenin, le montage de fig. 6 admet le schéma de fig. 7 comme schéma équivalent; de fig. 7 on obtient les équations suivantes

$$\overline{U} = \overline{I}\,(R_1 + \overline{Z}_2 + \overline{Z}_a) + \overline{A}\,(\overline{U} - R_1\overline{I})$$

$$\frac{\overline{U}}{\overline{I}} = \overline{Z}_n = \left(R_1 - \frac{\overline{Z}_a}{\overline{A} - 1}\right) - \frac{\overline{Z}_2}{\overline{A} - 1} \qquad (24)$$

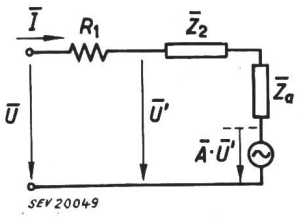

Fig. 7
Schéma équivalent d'une impédance négative-parallèle
Mêmes notations que pour fig. 6
$\overline{U}'$ tension entre les bornes A et B de fig. 6

Dans le cas d'un amplificateur idéal, $\overline{A} = A$, et $\overline{Z}_a = Z_a$, constants et réels. Pour $A > 1$ et un choix de R_1 tel que

$$R_1 - \frac{Z_a}{A - 1} = 0$$

on obtient une impédance négative:

$$\overline{Z}_n = -\frac{\overline{Z}_2}{A - 1} \qquad (25)$$

Cela suppose aussi, naturellement, que Z_a soit réel (amplificateur idéal). Dans ce cas, $\overline{Z}_n$ est entièrement déterminé par $\overline{Z}_2$, le coefficient de transformation $-1/(A-1)$ étant constant et réel.

Remarquons maintenant que, si Z_2 comporte une composante active R_2:

$$Z_2 = R_2 + jX_2$$

Z_n aura une composante active négative $R_n = -R_2/(A-1)$; cela pourra provoquer l'auto-excitation du circuit dans lequel Z_n est inclus. Nous voyons de plus que la résistance négative R_n est contrôlée par la tension. Nous entendons par là que la tension $\overline{U}$ appliquée aux bornes de Z_n commande le courant $\overline{I}$, dans ce sens qu'une variation de $\overline{U}$ n'entraîne par suite du temps de réaction fini de l'amplificateur une variation correspondante de $\overline{I}$ qu'après un délai généralement très court mais non nul.

Or les résistances négatives contrôlées par la tension à leurs bornes possèdent la propriété générale de ne pouvoir exciter qu'un circuit oscillant parallèle[3]; et les oscillations ne prennent ainsi naissance que si $|R_n| \leqq R$,

En d'autres termes, c'est la résultante R_p de la mise en parallèle de R et de R_n qui détermine l'auto-excitation de la façon suivante:

$$R_p > 0\,,\ |R_n| > R\ :\ \text{point d'oscillation}$$

$$R_p \leqq 0\,,\ |R_n| \leqq R\ :\ \text{auto-excitation}$$

Ce comportement de R_n justifie l'appellation d'«impédance négative-parallèle» pour Z_n dans ce cas.

b) Impédances négatives-série

L'impédance négative $\overline{Z}_n$, dans le circuit de fig. 8, s'obtient entre les bornes A et C.

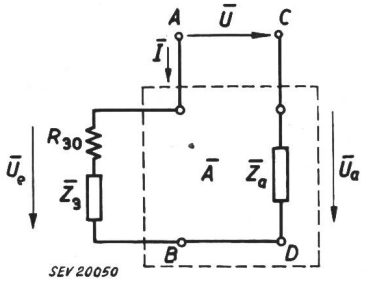

Fig. 8
Impédance négative-série

R_{30} résistance compensatrice de $\overline{Z}_a$
$\overline{Z}_a$ impédance de sortie de l'amplificateur
$\overline{A}$ coefficient d'amplification
$\overline{Z}_3$ impédance positive
A, C bornes auxquelles apparaît l'impédance négative désirée $\overline{Z}_n$
A, B bornes d'entrée de l'amplificateur
C, D bornes de sortie de l'amplificateur

[3]) voir la bibliographie à la fin du travail: [4], 2e édition, p. 3...4, 5...10, 33...37.

Les équations fondamentales sont:

$$\overline{U} = \overline{U}_e - \overline{U}_a$$
$$\overline{U}_e = \overline{I}\,(R_{30} + \overline{Z}_3)$$
$$\overline{U}_a = \overline{A}\,\overline{U}_e - \overline{I}\,\overline{Z}_a$$

D'où

$$\frac{\overline{U}}{\overline{I}} = \overline{Z}_n = -\,\overline{Z}_3(\overline{A}-1) + [-\,R_{30}(\overline{A}-1) + \overline{Z}_a] \quad (26)$$

Dans le cas d'un amplificateur idéal et par un choix de R_{30} tels que $-\,R_{30}\,(A-1) + Z_a = 0$ il reste:

$$\overline{Z}_n = -\,\overline{Z}_3\,(A-1) \quad (27)$$

Remarquons en passant, par comparaison de (27) et de (25), que les impédances négatives-série et négatives-parallèle sont duales, dans le cas idéal. De plus, les impédances négatives-série sont, ainsi que fig. 8 permet de le voir, contrôlées par l'intensité $\overline{I}$ du courant qui les traverse. Par des considérations analogues à celles développées pour les impédances négatives-parallèle on voit que la connection d'une résistance négative-série avec une résistance positive donnera un système stable tant que $|R_n| < R$; c.-à-d. que le signe R_s de la combinaison en série de R et R_n déterminera l'auto-excitation:

$R_s > 0$; $|R_n| < R$: point d'oscillation

$R_s \leqq 0$; $|R_n| \geqq R$: auto-excitation

Ce comportement également est dual de celui des impédances négatives-parallèle, est justifie le nom d'impédances négatives-série.

2. *Tendance à l'auto-excitation*

Nous avons déjà mis en évidence cette tendance dans le chapitre 1. Pour une analyse exacte des conditions d'auto-excitation, nous considérons le montage dans son ensemble (y compris l'impédance du système auquel est connecté $\overline{Z}_n$) comme un amplificateur à réaction. Les conditions de stabilité sont alors celles de Nyquist; et le diagramme de Nyquist donnera une image exacte des conditions d'oscillation du système.

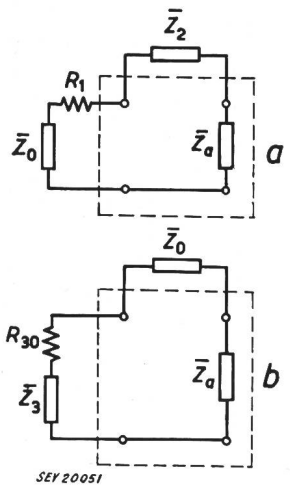

Fig. 9
Impédances négatives connectées à un circuit d'impédance $\overline{Z}_0$
a Impédance négative-parallèle
b Impédance négative-série
Mêmes notations que dans fig. 6 à 8

Soit donc $\overline{A}'$ l'amplification résultante de l'amplificateur, avec la réaction productrice de l'impédance négative. Soit $\overline{\alpha}$ le coefficient de réaction ($\overline{\alpha}$ = fraction de la tension de sortie réappliquée à l'entrée); d'un calcul connu il résulte alors

$$\overline{A}' = \frac{\overline{A}}{1 - \overline{\alpha}\,\overline{A}}$$

Et la condition de non-oscillation du système est que la courbe lieu de $\overline{\alpha}\overline{A}$ dans le plan complexe n'entoure pas le point $(+\,1;\ 0\,j)$ (Condition de Nyquist).

Soit $\overline{Z}_0$ l'impédance de fermeture de $\overline{Z}_n$; les figures 9 *a* et *b* donnent alors:

Type parallèle: $$\overline{\alpha}_p = \frac{R_1 + \overline{Z}_0}{R_1 + \overline{Z}_0 + \overline{Z}_2}$$

Type série: $$\overline{\alpha}_s = \frac{R_{30} + \overline{Z}_3}{R_{30} + \overline{Z}_3 + \overline{Z}_0}$$

Ces considérations valent dans le cas d'un amplificateur réel aussi bien que dans le cas idéal.

3. *Cas d'un amplificateur réel. Stabilité. Auto-excitation*

L'un des caractères qui distinguent l'amplificateur réel de l'amplificateur idéal est l'instabilité de son coefficient d'amplification $\overline{A}$. $\overline{A}$ dépend en effet des tensions d'alimentations, des tubes employés (vieillissement, échange des tubes) et de la charge. Par différentiation de (25) et (27) par rapport à $\overline{A}$ et $\overline{Z}_2$ ou $\overline{Z}_3$ respectivement, on obtient la variation de $\overline{Z}_n$:

Type parallèle: $$\frac{\partial \overline{Z}_n}{\overline{Z}_n} = \frac{\partial \overline{Z}_2}{\overline{Z}_2} - \frac{\partial \overline{A}}{\overline{A}-1}$$

Type série: $$\frac{\partial \overline{Z}_n}{\overline{Z}_n} = \frac{\partial \overline{Z}_3}{\overline{Z}_3} + \frac{\partial \overline{A}}{\overline{A}-1}$$

Dans les 2 cas, nous avons donc à peu près proportionalité entre $\partial\overline{Z}_n / \overline{Z}_n$ et $\partial\overline{A}/\overline{A}$. Or comme dans un amplificateur normal $\partial\overline{A}/\overline{A}$ n'est nullement négligeable et peut monter jusqu'à 10 %, il importe de trouver un moyen de stabiliser les impédances négatives produites par cette méthode. Un de ces moyens, et le plus efficace, consiste à *stabiliser l'amplificateur employé, à l'aide d'une contre-réaction.*

a) Stabilisation d'impédances négatives-parallèle

Soit $\overline{G}$ le gain résultant de l'amplificateur stabilisé par contre-réaction, β le coefficient de contre-réaction ($\beta < 0$ dans la bande de fréquence utile); on obtient alors:

$$\overline{G} = \frac{\overline{A}}{1 - \beta\,\overline{A}} \quad (28)$$

$\overline{Z}_n$ s'exprimera encore à l'aide de (24), si l'on remplace dans cette équation $\overline{A}$ par $\overline{G}$:

$$\overline{Z}_n = R_1 - \frac{\overline{Z}_2 + \overline{Z}_a}{\overline{G} - 1} \quad (29)$$

Introduisons (28) dans (29):

$$\overline{Z}_n = R_1 - \frac{1 - \beta \overline{A}}{\overline{A}(1+\beta) - 1} \cdot (\overline{Z}_2 + \overline{Z}_a)$$

Supposons encore (ainsi qu'il en sera pratiquement toujours):

$$R_1 \ll \left| (\overline{Z}_2 + \overline{Z}_a) \frac{1 - \overline{A}\beta}{\overline{A} + \overline{A}\beta - 1} \right|$$

La différentiation logarithmique par rapport à A et $\overline{Z}_a$ donne alors:

$$\frac{\partial \overline{Z}_n}{\overline{Z}_n} = \overline{K}_1 \frac{\partial \overline{A}}{\overline{A}} + \overline{K}_2 \frac{\partial \overline{Z}_a}{\overline{Z}_a} \tag{30}$$

avec:

$$\overline{K}_1 = \frac{\overline{A}}{(\overline{A}\beta - 1)(\overline{A} + \overline{A}\beta - 1)}$$

$$\overline{K}_2 = \frac{\overline{Z}_a}{\overline{Z}_2 + \overline{Z}_a} \tag{30a}$$

Il est aisé de voir en faisant $\partial \overline{K}_1 / \partial \beta = 0$, que pour $|\overline{A}|$ grand, $\overline{K}_1$ devient minimum pour:

$$\beta = -0{,}5$$

avec

$$|\overline{K}_{1min}| = \frac{-4}{|\overline{A}|} \tag{31}$$

Comme la variation de $\overline{K}_1$ en fonction de β n'est pas critique, pour $\overline{A} \gg 1$, on choisira en général $\beta = -(0{,}1 \ldots 0{,}2)$, ce qui présente moins de difficultés de réalisation que $\beta = -0{,}5$.

Nous voyons dans (31) que, par le moyen d'une amplification assez élevée, on pourra réduire dans une proportion quasi illimitée l'influence de $\partial \overline{A}/\overline{A}$; le calcul de $\overline{Z}_a$ nous montrera que la contre-réaction fait tendre $\overline{Z}_a$ vers 0 pour $\overline{A} \to \infty$, cependant que

$$\partial \overline{Z}_a / \overline{Z}_a \approx - \partial \overline{A} / \overline{A}$$

ainsi le facteur $\overline{K}_2$ devient:

$$\lim \overline{K}_2 \approx \frac{\overline{Z}_a}{\overline{Z}_2} \text{ avec } \overline{Z}_a \to 0$$

et l'on peut également réduire $\overline{Z}_a$ resp. $\overline{K}_2$ à des valeurs aussi faibles que l'on veut, par l'emploi d'une amplification assez élevée.

b) Stabilisation d'impédances négatives-série

A partir de (26) et par des calculs analogues à ceux qui précèdent on obtient dans le cas d'impédances négatives-série:

$$\frac{\partial \overline{Z}_n}{\overline{Z}_n} = \overline{K}_3 \frac{\partial \overline{A}}{\overline{A}} + \overline{K}_4 \frac{\partial \overline{Z}_a}{\overline{Z}_a}$$

$$\overline{K}_3 = \frac{-\overline{A}}{(1 - \overline{A}\beta)\left[(1 - \overline{A}\beta)\left(1 + \frac{\overline{Z}_a}{\overline{Z}_3'}\right) - \overline{A}\right]}$$

$$\overline{K}_4 = \frac{1}{1 + \frac{\overline{Z}_3'}{\overline{Z}_a}(1 - \overline{G})} \tag{32}$$

où $\overline{Z}_3' = \overline{Z}_3 + R_{30}$

Pour $|\beta \overline{A}| \gg 1$:

$$\overline{K}_3 = -\frac{1}{\overline{A}\beta} \cdot \frac{1}{1 + \beta\left(1 + \frac{\overline{Z}_a}{\overline{Z}_3'}\right)}$$

$$\overline{K}_4 = \frac{\overline{Z}_a}{\overline{Z}_3'} \cdot \frac{1}{(1 - \overline{G}) + \left(\frac{\overline{Z}_a}{\overline{Z}_3'}\right)} \tag{32a}$$

où $\overline{Z}_3' = \overline{Z}_3 + R_{30}$

On voit aussi ici l'avantage de choisir $|\overline{A}|$ auss grand que possible; en effet, $\overline{K}_3 \sim 1/\overline{A}\beta$; et $\overline{K}_4 \sim \overline{Z}_a \sim 1/\overline{A}$ comme nous l'établirons.

c) Tendance à l'auto-excitation

Nous pouvons appliquer dans le cas présent d'un amplificateur stabilisé par contre-réaction exactement le raisonnement du chapitre 2: il suffira d'y remplacer $\overline{A}$ par $\overline{G}$; le problème de l'auto-excitation du système dans lequel s'insert $\overline{Z}_n$ est ainsi clairement séparé du problème de l'auto-excitation possible par suite de la contre-réaction stabilisatrice. En d'autres termes, pour une étude complète des conditions d'auto-excitation on considère d'abord d'après les méthodes classiques l'amplificateur à contre-réaction indépendamment de la réaction supplémentaire nécessitée pour l'obtention de $\overline{Z}_n$; puis on tiendra compte de cette dernière réaction par la méthode décrite au chapitre 2. On voit donc qu'on applique ainsi au même amplificateur 2 circuits réactifs: une réaction négative et stabilisatrice, l'autre positive et nécessaire pour obtenir $\overline{Z}_n$. Dans ce qui suit nous considérerons l'amplificateur stabilisé comme un tout caractérisé par son amplification en général complexe $\overline{G}$:

$$\overline{G} = G_0 \, e^{j\gamma} \tag{33}$$

Les grandeurs G_0 et γ sont déterminées par l'amplification $\overline{A}$ sans contre-réaction et le coefficient de contre-réaction β, par la relation (28). Ainsi, connaissant G_0 et γ et étant assurés que la contre-réaction seule n'excite pas l'amplificateur, nous n'aurons par la suite plus à nous soucier de l'influence de β sur les conditions d'auto-excitation de $\overline{Z}_n$.

4. *Influence du déphasage γ et de l'amplification G_0 sur $\overline{Z}_n$*[4])

a) Impédances négatives-parallèle

Considérons (29) et définissons:

$$\overline{Z}_n' = \overline{Z}_n - R_1 \text{ et } \overline{Z}_2' = \overline{Z}_2 + \overline{Z}_a \qquad (34)$$

La notation correspond à la fig. 6.
(29) devient alors:

$$\overline{Z}_n' = \frac{-\overline{Z}_2'}{\overline{G} - 1} \text{ avec } \overline{G} = G_0\, e^{j\gamma} \qquad (35)$$

Pour $\gamma = 0$ et $G_0 =$ constant, nous retrouvons le cas idéal; pour mieux analyser le cas général posons:

$$\begin{aligned} \overline{G} &= G_0\, e^{j\gamma} = G_r + jG_i \\ G_r &= G_0 \cos\gamma \;;\; G_i = G_0 \sin\gamma \end{aligned} \qquad (36)$$

De là:

$$\overline{Z}_n' = \frac{\overline{Z}_2'}{1 - G_r - jG_i}$$

$$\frac{1}{\overline{Z}_n'} = \frac{1}{\overline{Z}_2'/(1-G_r)} + \frac{1}{j\overline{Z}_2'/G_i}$$

Définissons encore des fonctions F_1 et F_2 telles que:

$$\frac{1}{\overline{Z}_n'} = \frac{1}{F_1\,\overline{Z}_2'} + \frac{1}{jF_2\,\overline{Z}_2'} \qquad (37)$$

La relation précédente amène alors:

$$\begin{aligned} F_1 &= \frac{1}{1 - G_r} = \frac{1}{1 - G_0 \cos\gamma} \\ F_2 &= \frac{1}{G_i} = \frac{1}{G_0 \sin\gamma} \end{aligned} \qquad (38)$$

L'équation (37) nous permet d'indiquer pour une impédance négative-parallèle, le schéma équivalent de fig. 10. Les éléments de ce schéma sont entièrement déterminés par (34) et (38) dès que l'on con-

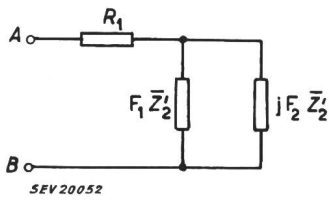

Fig. 10
Schéma équivalent d'une impédance négative-parallèle
R_1 résistance compensatrice de $\overline{Z}_a$ (cf. fig. 6 et 7)
F_1 et F_2 fonctions caractéristiques de l'amplificateur, définies par équation (38)
$\overline{Z}'_2 = \overline{Z}_2 + \overline{Z}_a$ (cf. fig. 6 et 7)

naît G_0 et γ; et cette représentation, valable rigoureusement, donnera une notion claire de l'influence de G_0 et surtout de γ sur $\overline{Z}_n$; nous analyserons encore plus en détail ces influences aux chapitres 4c et 5.

b) Impédances négatives-série

Prenons (26) où nous remplaçons $\overline{A}$ par $\overline{G}$ et définissons:

$$\begin{aligned} \overline{Z}_n' &= \overline{Z}_n - \overline{Z}_a \\ \overline{Z}_3' &= \overline{Z}_3 + R_{30} \end{aligned} \qquad (39)$$

Il reste alors:

$$\overline{Z}_n' = \overline{Z}'_3\,(1 - \overline{G})$$

Définissons F_3 et F_4 tels que:

$$\overline{Z}_n' = F_3\,\overline{Z}_3' + j\,F_4\,\overline{Z}_3' \qquad (40)$$

Il vient alors:

$$\begin{aligned} F_3 &= 1 - G_r = 1 - G_0 \cos\gamma \\ F_4 &= -G_i = -G_0 \sin\gamma \end{aligned} \qquad (41)$$

De là le schéma équivalent de fig. 11:

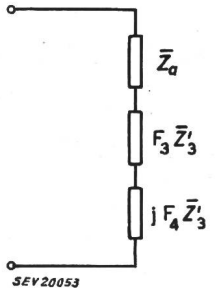

Fig. 11
Schéma équivalent d'une impédance négative-série
$\overline{Z}_a$ impédance de sortie de l'amplificateur
F_3 et F_4 fonctions caractéristiques de l'amplificateur, définies par équation (41)
$\overline{Z}'_3 = \overline{Z}_3 + R_{30}$ (cf. fig. 8)

c) Comportement des fonctions F_1 à F_4 avec un amplificateur normal

De façon générale (à l'exception d'un amplificateur à couplage direct), G_0 et γ auront l'allure de fig. 12; tenant compte de (38) et (41) nous trouvons alors:

$$|\gamma| < 90° : F_1 \text{ et } F_3 < 0$$

Domaine des fréquences inférieur:

$$\gamma > 0 \;;\; F_2 > 0 \;;\; F_4 < 0$$

Domaine des fréquences supérieur:

$$\gamma < 0 \;;\; F_2 < 0 \;;\; F_4 > 0$$

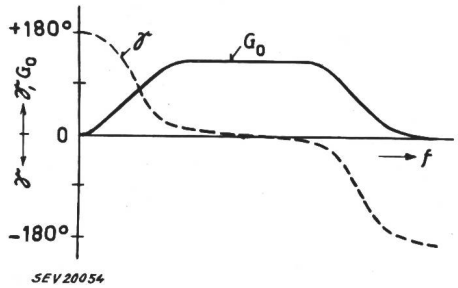

Fig. 12
Gain $\overline{G} = G_0\, e^{j\gamma}$ d'un amplificateur à deux étages
G_0 valeur absolue du gain
γ déphasage de la tension de sortie par rapport à la tension d'entrée

D'après les schémas équivalents, les *fréquences critiques* se situeront dans la région où F_2 devient minimum, resp. F_4 maximum; les équations (38) et (41) montrent que cela se produira dans le domaine où $|\gamma| \approx 90°$. Remarquons encore que pour $|\gamma| = 90°$, $F_1 = F_3 = +1$; F_1 et F_3 ne deviennent < 0 que pour $|\gamma| < 90°$.

Ces remarques et le tableau des signes de F_1 à F_4 en fonction de la fréquence s'avéreront utiles dans la discussion générale des caractères de $\overline{Z}_n$, au chapitre 5.

[4]) Nous adoptons dans ce chapitre la présentation donnée par E. L. Ginzton [1].

5. *Discussion du comportement de $\bar{Z}_n$ en fonction de la fréquence*

a) Résistances négatives

A partir de (38) et (41) et des schémas équivalents de fig. 10 et 11, il appert que lorsque $\gamma \neq 0$, les résistances négatives ne seront pas purement réelles mais comporteront une composante réactive (c.-à-d. imaginaire). Le caractère de celle-ci se déduit du chapitre 4c et se résume par le tableau I.

Caractère de la composante réactive en fonction du type de résistance négative et de la fréquence

Tableau I

Type de résistance négative	Caractère[1]) de la composante réactive	
	Fréquences inférieures	Fréquences supérieures
Parallèle	inductif	capacitif
Série	capacitif	inductif

[1]) Par caractère inductif nous entendons ici une composante imaginaire > 0; par caractère capacitif, < 0.

b) Impédances négatives (Capacités et inductivités)

Ici $\gamma \neq 0$ occasionne une composante active X_n dont nous indiquons le signe dans le tableau II; la notation correspond aux fig. 6 et 8 et à la relation $Z_n = X_n + j\,Y_n$.

Signe de la composante active X_n

Tableau II

Z_2	Z_3	Type de l'impédance négative	Domaine de fréquence	Signe de X_n
$j\omega L_2$	—	Inductivité-parallèle	inférieur	< 0
			supérieur	> 0
—	$j\omega L_3$	Inductivité-série	inférieur	> 0
			supérieur	< 0
$1/j\omega C_2$	—	Capacité-parallèle	inférieur	> 0
			supérieur	< 0
—	$1/j\omega C_3$	Capacité-série	inférieur	< 0
			supérieur	> 0

c) Tendance à l'auto-excitation

Une analyse rigoureuse des conditions d'auto-excitation d'une impédance négative connectée à d'autres éléments nécessite l'application des méthodes décrites aux chapitres 3c et 2; compte tenu cependant du mode d'excitation de $\bar{Z}_n$ (excitation du type «série» ou du type «parallèle», dans le sens des chapitres 1a et 1b) et du signe de X_n indiqué dans le tableau II, on établira les *règles empiriques* suivantes:

Il est avantageux de connecter:

1. Une inductivité négative-parallèle à une impédance (positive) de valeur faible aux fréquences inférieures.
2. Une inductivité négative-série, à une impédance de valeur élevée aux fréquences supérieures.
3. Une capacité négative-parallèle à une impédance de valeur faible aux fréquences supérieures.
4. Une capacité négative-série, à une impédance de valeur élevée aux fréquences inférieures.

Ces règles, nous le répétons, ne sont pas absolues et ne dispensent pas de l'établissement du diagramme de Nyquist. Elles donnent cependant une vue générale utile des possibilités de connexion d'impédances négatives et peuvent orienter le choix du type approprié à tel ou tel cas.

d) Avantage d'un amplificateur à couplage direct

Un tel amplificateur (amplificateur de tensions continues) se caractérise, s'il est bien conçu, par le fait que $\gamma \approx 0$ et G_0 = constant jusqu'à $f = 0$. Il s'en suit que dans ce cas $F_2 = F_4 = 0$ aux fréquences inférieures jusqu'à $f = 0$. Il résulte alors du tableau II, que les capacités négatives-série et les inductivités-parallèle produites à l'aide d'un tel amplificateur ne présenteront de composante active $X_n < 0$ à aucune fréquence. Elles ne pourront donc pas occasionner d'auto-excitation, et se laisseront ainsi connecter à n'importe quel autre élément; par ce procédé nous voilà donc à même de résoudre en principe tous les problèmes relatifs à des circuits comportant des impédances négatives. Dans la mesure du possible, on tendra cependant à parvenir au but à l'aide d'un amplificateur normal, par égard à la complication inhérente à tout amplificateur stable à couplage direct.

6. *Calcul et propriétés de l'impédance de sortie $\bar{Z}_a$*

L'importance de l'impédance de sortie $\bar{Z}_a$ apparaît dans (34), (35) et (39); nous avons également vu l'influence de $\bar{Z}_a$ sur la stabilité de $\bar{Z}_n$ dans (30) et (32). C'est pourquoi il importe de calculer $\bar{Z}_a$.

Pour cela, prenons le cas (le plus fréquent) d'un amplificateur de 2 étages, à contre-réaction sur les 2 étages. Distinguons par les indices 1 et 2 les grandeurs relatives au 1er et au 2e étage respectivement.

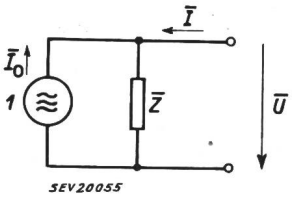

Fig. 13
Impédance de sortie d'un amplificateur à deux étages

$\bar{Z} = \dfrac{\bar{Z}_c\, R_{i2}}{\bar{Z}_c + R_{i2}}$

$\bar{Z}_c$ impédance de charge (anodique) de l'étage final
R_{i2} résistance intérieure du tube du 2e étage
1 générateur de *courant* haute fréquence

Nous établissons alors, en représentant le 2e étage par le schéma équivalent de fig. 13:

$$\bar{Z}_a = \frac{\bar{U}}{\bar{I}}\,;\quad \bar{I} = \frac{\bar{U}}{\bar{Z}} - \bar{I}_0\,;\quad \bar{I}_0 = -\,S_2\bar{U}_{g2}$$

$$\bar{U}_{g2} = \bar{A}_1\,\beta\,\bar{U}$$

où S_2 pente du 2e tube
$\bar{U}_{g2}$ tension d'attaque du 2e tube
$\bar{A}_1$ amplification du 1er étage
$\beta\,\bar{U}$ fraction de $\bar{U}$ retransmise de la sortie à l'entrée par la contre-réaction.

De ces relations résulte:

$$\bar{Z}_a = \frac{\bar{Z}}{1 + \bar{Z}\,\beta\,\bar{A}_1 S_2} \tag{42}$$

Dans le cas fréquent où $|\bar{Z}\,S_2\beta\,\bar{A}_1| \gg 1$:

$$\bar{Z}_a \approx \frac{1}{\beta\,\bar{A}_1 S_2} \tag{42a}$$

Cette dernière relation établit les propriétés fondamentales de Z_a:

$$\text{a)}\ \overline{Z}_a \sim \frac{1}{\beta \overline{A}}$$
$$\text{b)}\ \partial \overline{Z}_a / \overline{Z}_a \approx - \partial \overline{A} / \overline{A} \qquad (43)$$

Ces 2 propriétés déjà indiquées aux chapitres 3a et 3b, proviennent de ce que l'amplification totale A est proportionnelle au produit $A_1 S_2$.

Remarquons en particulier que dans le domaine d'utilisation, $\overline{A}$ = constante, réel; cela permet la compensation de Z_a par R_1 ou R_{30} respectivement, ainsi que nous l'avons admis dans l'établissement des formules simplifiées (25) et (27).

Notons enfin que

$$\overline{G} = \frac{\overline{A}}{1 - \beta \overline{A}} \quad \text{tandis que}$$

$$\overline{Z}_a \sim \frac{1}{\overline{A}}$$

Comme les valeurs $\overline{Z}_n' = \overline{Z}_n - \overline{Z}_a$ ou $\overline{Z}_2' = \overline{Z}_2 + \overline{Z}_a$ [formules (34) et (39)] dépendent de $\overline{G}$, et que $\overline{G}$ d'après les équations ci-dessus, dépend beaucoup plus faiblement de $\overline{A}$ que $\overline{Z}_a$, il s'en suit que la variation de $\overline{Z}_a$ pourra influencer $\overline{Z}_n$ beaucoup plus vite que celle de $\overline{G}$. Les facteurs $\overline{K}_2$ et $\overline{K}_4$ (chapitre 3) tiennent compte de ce fait dans l'étude de la stabilité de $\overline{Z}_n$.

7. *Limites de charge des impédances négatives*

La limite de charge d'une impédance négative est déterminée par la limite U_0 de la tension d'attaque de l'amplificateur (U_0 = tension d'attaque au-dessus de laquelle les distorsions non-linéaires deviennent importantes.) En effet, pour $U > U_0$, $\overline{G}$ devient plus petit et fonction de U; en conséquence, d'après (35) et (39), $\overline{Z}_n$ ne représente plus un élement linéaire pour $U > U_0$. Notons enfin que $\overline{Z}_a$, qui est $\sim 1/\overline{A}$, sera encore beaucoup plus sensible que $\overline{G}$ à une surcharge et influencera de son côté également $\overline{Z}_n$.

Soit U_{g1} la tension d'attaque maximale tolérable à la grille du 1er tube, on a alors:

$$U_0 = U_{g1} - \beta\, U = U_{g1}\,(1 - \beta\, \overline{A}) \qquad (44)$$

si U représente la tension de sortie de l'amplificateur.

Il importe naturellement aussi de veiller à ce que le 2e étage ne soit pas surchargé pour $U_e \leqq U_0$, où U_e représente la tension d'entrée de l'amplificateur.

8. *Impédances négatives et phénomènes non-stationnaires* [5])

L'application de la transformation de Laplace permet une étude aisée des phénomènes transitoires relatifs à des impédances négatives réalisées par le procédé décrit dans la section IV. Si nous désignons par $Z_n(p)$ l'impédance négative considérée nous aurons:

$$U\,(p) = Z_n\,(p) \cdot I\,(p)$$

$$I\,(p) = \frac{1}{Z_n\,(p)} \cdot U\,(p)$$

où U représente la tension aux bornes de Z_n pour un courant d'intensité I.

Les valeurs instantanées $u(t) = \mathrm{L}^{-1} U(p)$ et $i(t) = \mathrm{L}^{-1} I(p)$ seront alors liées par les équations:

$$u(t) = \{\mathrm{L}^{-1}\,[Z_n(p)]\} * i(t)$$
$$\text{ou:} \quad i(t) = \{\mathrm{L}^{-1}\,[1/Z_n(p)]\} * u(t) \qquad (45)$$

Les valeurs de $Z_n(p)$ étant connues à partir de (35) ou de (39), on pourra en principe effectuer l'opération L^{-1} (inverse de la transformation de Laplace) et trouver la relation entre $u(t)$ et $i(t)$ d'après (45). Il importe évidemment encore pour cela de connaître la forme analytique de $G(p)$, gain de l'amplificateur.

Etudions les phénomènes transitoires d'une impédance négative-série réalisée à l'aide d'un amplificateur à réponse optimum. Dans ce cas, $G(p)$ aura la forme[6]):

$$G(p) = \mathrm{G}_0 \frac{\alpha^2}{(p + \alpha)^2} \qquad (46)$$

A partir de (39):

$$Z_n(p) = [Z_3(p) + R_{30}] \cdot [1 - \mathrm{G}(p)] + Z_a(p)$$

Simplifions les données par l'hypothèse généralement légitime:

$$|R_{30}\,(1 - G) + Z_a(p)\,| \ll |Z_3\,(1 - G)|$$

Cette hypothèse ne sera cependant pas justifiée si Z_a varie d'une valeur importante déjà pour $\omega \leqq \alpha$.

Il reste alors:

$$Z_n(p) = Z_3(p) \left(1 - G_0 \frac{\alpha^2}{(p + \alpha)^2}\right) \qquad (47)$$

Il apparaît déjà ici que les phénomènes transitoires tendront à présenter un caractère idéal (dans le sens des définitions (1) à (3)] lorsque

$$\alpha \to \infty, \text{ ou}$$

pratiquement: $|\alpha| > |p|$

Nous aurons donc un comportement idéal au point de vue des phénomènes transitoires pour:

$$\omega = 2\,\pi f \ll \alpha$$

Définissons $f_{+1} = \alpha / 2\,\pi = 1/T_{+1}$, où f_{+1} caractérise aussi la limite supérieure des fréquences amplifiées, en vertu de (46); la condition ci-dessus s'énonce alors:

$$f \ll f_{+1}$$
$$t \gg T_{+1} \qquad (48)$$

si f représente la fréquence de la tension appliquée ou du courant imposé à l'impédance négative considérée, ou t la durée du phénomène transitoire considéré ($T_{+1} = 1/f_{+1}$).

Comme exemple considérons la réponse de Z_n, type série, à une impulsion de courant unité; soit donc:

$$i\,(t) = 1(t)\ ;\ I\,(p) = \frac{1}{p};$$

[5]) Les fonctions de p considérées ici sont toutes complexes; aussi, on omettra dans ce chapitre de surligner, afin d'alléger l'écriture.

[6]) voir la bibliographie [5] à la fin du travail.

(45) devient alors:

$$u(t) = L^{-1}\frac{Z_n(p)}{p} = L^{-1}\frac{1-G(p)}{p}Z_3(p)$$

Soit:

$$z_3(t) = L^{-1}Z(p)$$

Alors:

$$u(t) = z_3(t) * \left[1 - G_0 L^{-1}\left\{\frac{\alpha^2}{p(p+\alpha)^2}\right\}\right]$$

$$u(t) = z_3(t)(1-G_0) + [G_0 z_3(t)] * [e^{-\alpha t}(1+\alpha t)] \quad (49)$$

Le cas idéal correspond à:

$$u(t) = z_3(t)(1-G_0)$$

Nous voyons que (49), c.-à-d. le cas réel, tend vers le cas idéal si le 2e terme du second membre est négligeable; et la condition, pour cela, apparaît de nouveau sous la forme:

$$\alpha t \gg 1$$

$$t \gg \frac{1}{\alpha} \equiv \frac{1}{2\pi f_{+1}} \equiv T_1$$

ce qui est identique à (48).

Le calcul de cet exemple a la valeur d'une démonstration générale que la condition (48) est suffisante pour que la réponse aux phénomènes transitoires soit idéale; on s'en convainc dans le cas d'une fonction $i(t)$ quelconque par les relations connues suivantes:

soit $$\bar{A}(t) = L^{-1}\frac{Z_n(p)}{p}$$

on a alors:

$$u(t) = \bar{A}(t=0)\, i(t) + \frac{d\bar{A}}{dt} * i(t)$$

Et $\bar{A}(t)$ est précisément donné par (49).

L'étude des phénomènes transitoires d'impédances négatives-parallèle se mène de façon analogue, ce pourquoi nous renonçons à la reproduire.

La conséquence essentielle de l'étude de ce chapitre est que: *dans son domaine d'utilisation, une impédance negative réalisée d'après les méthodes décrites dans cette section se comporte de façon quasi idéale non seulement dans le cas de phénomènes périodiques mais aussi pour des phénomènes transitoires*, supposé que l'amplificateur ait la réponse optimum de (46).

Cela résulte de ce que la condition de comportement idéal pour des phénomènes périodiques (G = réel, constant) et pour des phénomènes transitoires est la même et s'exprime par (48).

9. *Résultats expérimentaux*

Nous avons vérifié expérimentalement, par la réalisation de diverses impédances négatives à l'aide d'un amplificateur à contre-réaction ($\beta = -0{,}1$) la théorie exposée dans les chapitres précédants; les résultats s'avérèrent satisfaisants et nous en reproduisons quelques uns à titre documentaire; nous avons effectué les mesures reproduites à l'aide de la méthode de résonance (connexion de l'impédance inconnue en série avec un circuit oscillant-étalon).

a) Linéarité

A l'aide de résistances négatives du type-série nous avons vérifié la linéarité de la fonction Z_n donnée par (26); la mesure fut effectuée avec un gain et une fréquence constante (f = 50 kHz, et $R_{30} = 0$, $Z_a = R_a = 50\ \Omega$ (notation d'après fig. 8). La fig. 14 en montre les résultats.

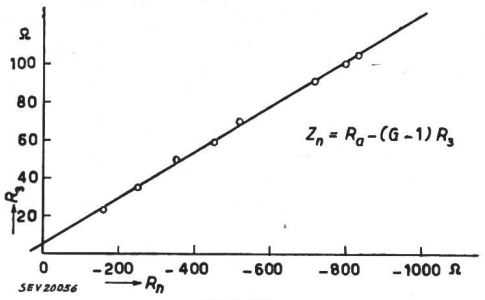

Fig. 14
Vérification de la linéarité de la transformation de la résistance positive R_3 en une résistance négative $\bar{Z}_n$

b) Influence de la fréquence et du déphasage

Une capacité négative du type série fut calculée (partie réelle et imaginaire), en connaissance de G_0 et γ, à partir des relations (39) à (41), puis réalisée et mesurée. Les mesures s'effectuèrent également pour $R_{30} = 0$ et sont reproduites en fig. 15; la valeur élevée de R_n provient de ce que γ n'était pas exactement nul; il fut cependant possible de compenser R_n sur tout le domaine des fréquences considérées, et même d'obtenir $R_n < 0$, de manière à désamortir le circuit oscillant de mesure!

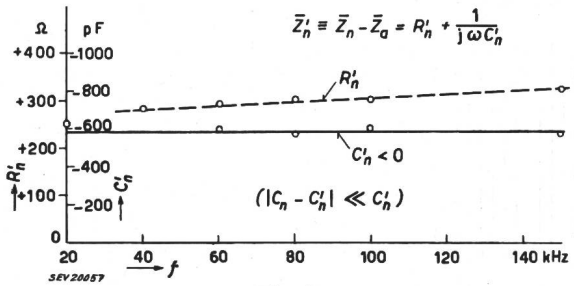

Fig. 15
Dépendance de la fréquence d'une capacité négative-série C'_n et de sa résistance de perte R'_n

$\bar{Z}_n$ et $\bar{Z}_d$: même signification que sur fig. 8

$$\mathrm{Im}(\bar{Z}_n) = -\frac{1}{\omega C_n}\ ; \quad \mathrm{Im}(\bar{Z}'_n) = -\frac{1}{\omega C'_n}$$

c) Stabilité

La stabilité d'une résistance négative, calculée d'après (32), fut mesurée et donna les résultats de

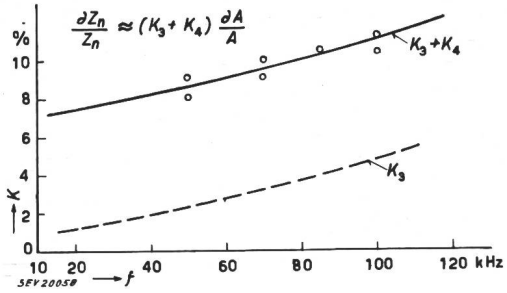

Fig. 16
Stabilité d'une résistance négative $\bar{Z}_n$

——— valeurs théoriques
○ valeurs mesurées

fig. 16. Cette mesure met en particulier l'importance de Z_a en évidence (comparer valeurs théoriques de K_3 et de $K_3 + K_4$).

d) Limites de charge

La limite de charge d'une résistance négative-série, définie pour $\partial Z_n/Z_n = 5\,\%$, fut calculée d'après (44).

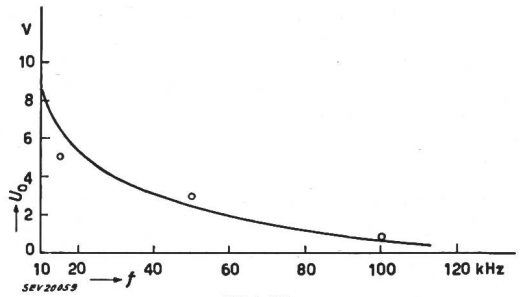

Fig. 17
Limite de charge d'une résistance négative $\overline{Z}_n$
——— valeurs théoriques
○ valeurs mesurées
U_0 tension à l'entrée de l'amplificateur pour $|\partial\overline{Z}_n/\overline{Z}_n| = 5\,\%$

Les valeurs théoriques et expérimentales sont reproduites en fig. 17.

V. Applications d'impédances négatives

Les possibilités d'application d'impédances négatives sont aussi nombreuses que diverses. De façon générale, nous distinguerons 2 groupes d'applications:

a) Compensation d'impédances positives gênantes: par ex. compensation d'une capacité indésirable par une capacité négative correspondante.

b) Solution de problèmes de haute fréquence (év. aussi de basse fréquence) par des procédés nouveaux, grâce aux caractères particuliers des réactances ou des quadrupôles réalisables à l'aide d'impédances négatives. Exemple: déphasage constant sur une large bande de fréquences.

Faute de place, nous ne nous étendrons pas longtemps sur telle ou telle application; nous voulons cependant en citer quelques-unes pour illustrer l'intérêt de la technique des impédances négatives.

1. Combinaisons de réactances; déphasages indépendants de la fréquence

Par la combinaison d'impédances, positives et négatives on obtient une série de réactances nouvelles dont celles données par les fig. 18 à 20 offrent, entre autres, un intérêt certain.

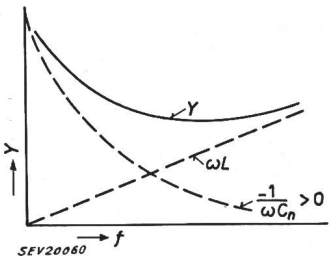

Fig. 18
Positance-série
Connection-série d'une inductivité positive L et d'une capacité négative C_n

$$Y = \omega L - \frac{1}{\omega C_n}$$
$$= \omega L + \frac{1}{\omega\,|C_n|}$$

Nous appelons *positance* une réactance toujours positive et présentant un maximum ou un minimum; la positance-série résulte de la connexion en série d'une inductivité positive et d'une capacité négative, la positance-parallèle, de la mise en parallèle de ces 2 éléments.

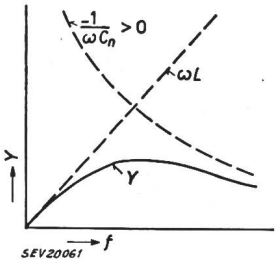

Fig. 19
Positance-parallèle
Connection-parallèle d'une inductivité positive L et d'une capacité négative C_n

$$Y = \frac{-L/C_n}{\omega L - 1/\omega Cn}$$
$$= \frac{|L/C_n|}{\omega L + |1/\omega C_n|}$$

Par l'emploi d'une inductivité négative et d'une capacité positive nous obtiendrons des *négatances*, réactances toujours négatives et possédant un extremum. Leur allure est semblable, au signe près, à celle des positances.

Par des combinaisons de positances ou négatances on conçoit la possibilité d'obtenir des réactances de la forme reproduite en fig. 20.

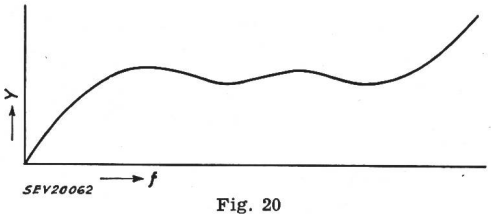

Fig. 20
Réactance constante
Y réactance
f fréquence

A l'aide de tels éléments on imaginera dès lors aisément des filtres d'amortissement constant et de déphasage constant également sur une bande de fréquence étendue.

2. Applications diverses

Une application immédiate de la haute stabilité réalisable sur des impédances négatives (dont les résistances négatives) sera l'emploi de résistances négatives stabilisées pour l'*amélioration du Q d'un circuit oscillant* ou plus généralement *d'une impédance positive*. Cela présentera entre autres un intérêt dans le cas de filtres. Dans ce sens, nous mentionnerons l'*amélioration de la sélectivité d'un amplificateur à haute fréquence* à l'aide d'une réaction stabilisée (c.-à-d. d'une résistance négative stabilisée.)

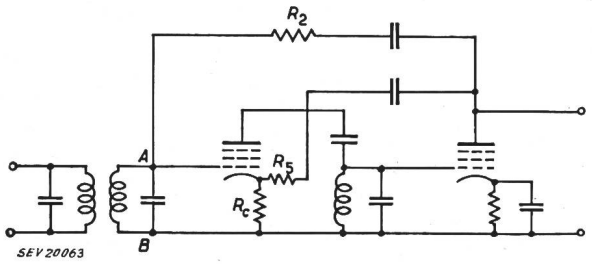

Fig. 21
Amplificateur à haute sélectivité
R_2 résistance transformée en résistance négative entre A et B (réaction positive)
R_c, R_5 diviseur de tension pour la contre-réaction stabilisatrice

Le schéma fig. 21 montre une réalisation où pour une complication minime, on obtient l'avantage cité. Il demeure clair cependant que, à stabilité totale égale, le gain résultant de l'amplificateur ne change pas: seule la sélectivité croît par suite du désamortissement du 1er circuit oscillant.

Les impédances négatives réalisées par cette méthode trouveront également une application intéressante dans la *modulation de fréquence:* les tubes-réactance normalement utilisés produisent en effet un Q très bas, tandis que les impédances négatives, contrôlables électriquement (puisque linéairement dépendantes du gain) auront un Q aussi élevé que l'on voudra, ou même un terme réel négatif.

Un *voltmètre à lampe*, verra sa capacité d'entrée réduite par l'emploi d'une capacité négative compensatrice.

VI. Conclusion

Par ces quelques exemples, nous n'avons de loin pas, nous le répétons, épuisé les possibilités d'application d'impédances négatives. Tel n'était pas non plus notre but car cela constituerait en soi déjà l'objet d'une étude étendue. Tout au plus espérons-nous avoir montré, par cet aperçu de la technique des impédances négatives, les principaux problèmes que pose leur réalisation, ainsi que la diversité des possibilités qu'elles ouvrent.

Nous voudrions enfin encore remercier Monsieur le Professeur Tank des conseils qu'il nous a donnés tout au cours du travail dont nous avons résumé ici les grandes lignes, ainsi que pour la bienveillance dont il n'a cessé de nous témoigner en ces circonstances.

Bibliographie

[1] *Ginzton, E. L.:* Stabilised Negative Impedances. Electronics t. 18(1945), n° 7, juillet, p. 140...150.

[2] *Vilbig, F.:* Blindwiderstände mit negativem induktivem oder kapazitivem Widerstandsverlauf. Hochfrequenztechn. u. Elektroakustik t. 55(1940), n° 4, avril, p. 120...132.

[3] *Van der Pol, Balth:* A New Transformation in Alternating Current Theory, with an Application to the Theory of Audition. Proc". Inst. Radio Engr". t. 18(1930), n° 2, février, p. 221...231.

[4] *Rothe, Horst* et *Werner Kleen:* Elektronenröhren als Schwingungserzeuger und Gleichrichter. 2e ed.; Leipzig: Portig & Geest 1948.

[5] *Flood, J. E.:* Negative-Feedback Amplifiers, Conditions for Critical Damping. Wirel. Engr. t. 27(1950), n° 322, juillet, p. 201...209.

Adresse de l'auteur:
R. Knechtli, ingénieur diplômé EPF, 51, avenue Ruchonnet, Lausanne.

Technische Mitteilungen — Communications de nature technique

Höchstspannungsisolatoren aus Porzellan mit halbleitender Glasur

621.315.62

[Nach *J. S. Forrest:* Isolateurs pour très haute-tension en porcelaine enduite de vernis semi-conducteur. Bull. Soc. belge Electr". Bd. 66(1950), Nr. 3, S. 129...138.]

Viele Probleme, die bei der Anwendung von Hochspannungsisolatoren auftauchen, sind auf die Störung der idealen Spannungsverteilung zurückzuführen. Eine gleichmässige Spannungsverteilung ergibt zudem die wirtschaftlichste Ausnützung des Isoliermaterials. In Gegenden mit Verschmutzungsgefahr kann bei hoher Luftfeuchtigkeit oder auch an der Meeresküste auf der Isolatoroberfläche eine leitende Schicht entstehen, welche Ursache von Störungen ist.

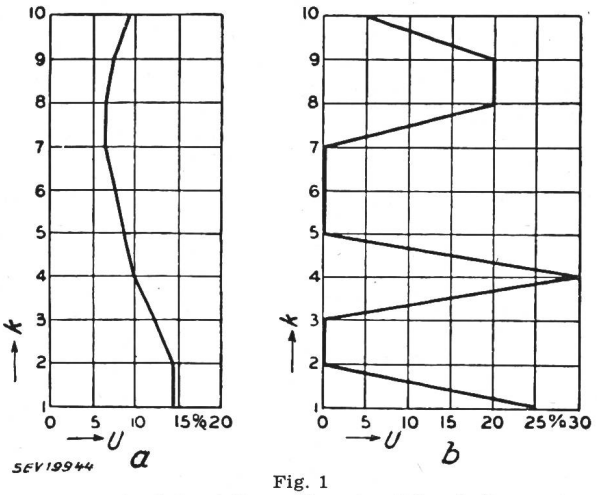

Fig. 1
Potentialverteilung über eine Hängekette
a bei schönem Wetter (relative Feuchtigkeit 42 %)
b bei feuchtem Wetter (relative Feuchtigkeit 95 %)
U Spannung; *k* Nummer der Isolator-Einheit

Im Freiluftlaboratorium der British Electricity Authority, das 1934 in einer stark mit Industriestaub befallenen Gegend errichtet wurde, konnten Messungen an Isolatoren im Betrieb vorgenommen werden. Der Ableitstrom, längs einer 132-kV-Isolatorenkette, stieg bei hoher Feuchtigkeit stark an und führte zeitweise zu kurzzeitigen Überschlägen (Wischern). Die Spannungsverteilung einer Kette (Fig. 1) war zeitweise sehr ungleichmässig. Die Spannungsverteilung wird in diesem Falle durch Ableitströme bestimmt und kann durch Steuerelektroden (Ringe) *nicht* beeinflusst werden. Versuche haben gezeigt, dass ein Steuerstrom von 1 mA über die 132-kV-Kette (76 W Verlust) die Spannungsverteilung genügend stabilisieren kann (Fig. 2). Diese Steuerung kann erreicht werden durch eine *halbleitende Glasur* (ca. 10 MΩ) auf den Isolatoren. Die hohe Isolation der Glasur (ca. 100 000 MΩ) kann auf die gewünschten Werte (10 MΩ)

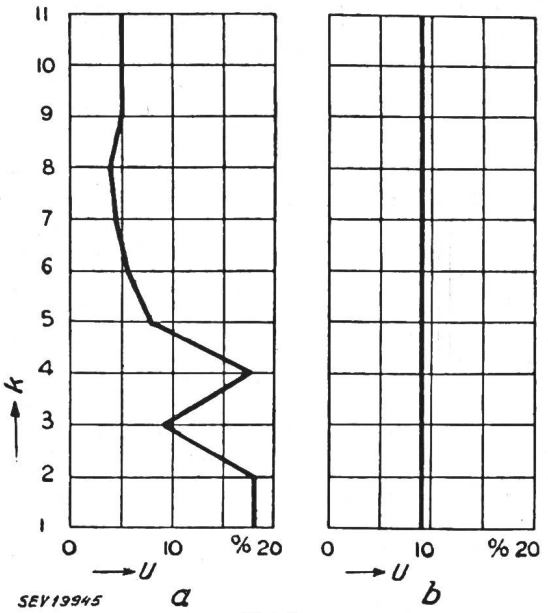

Fig. 2
Potentialverteilung über eine Hängekette
a mit normalen, *b* mit stabilisierten Isolatoren
Relative Feuchtigkeit 90 %; Temperatur 8 °C
Weitere Bezeichnungen siehe Fig. 1