Zeitschrift: Bulletin de l'Association suisse des électriciens
Herausgeber: Association suisse des électriciens
Band: 43 (1952)
Heft: 17

Artikel: Anwendung statistischer Methoden in der Elektrotechnik
Autor: Linder, Arthur
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-1057888

43e année N° 17 Samedi, le 23 août 1952

BULLETIN

DE L'ASSOCIATION SUISSE DES ELECTRICIENS

Anwendung statistischer Methoden in der Elektrotechnik

Vortrag, gehalten an der Jahresversammlung des SEV und VSE vom 14. Juni 1952 in Fribourg,
von *Arthur Linder*, Genf

519.24:621.3

Nach einigen grundsätzlichen Bemerkungen und historischen Hinweisen wird gezeigt, welche Bedeutung den statistischen Methoden für die Elektrotechnik zukommt. Als Beispiele werden behandelt: die Wirkungsweise eines Abnahmeplanes, die Berechnung der Belastungsschwankungen zentraler Verteilanlagen, die Beurteilung kleiner Messreihen, Abhängigkeit der Überschlagshäufigkeit von der Spannung, Prüfen von Radio-Störspannungsgrenzen, Tarifstudien.

Après un aperçu des principes et de l'évolution des méthodes de la statistique, l'auteur montre l'importance de celles-ci pour l'électrotechnique. A titre d'exemples, il traite ensuite des sujets suivants: Fonctionnement d'un plan pour des essais de réception, calcul des variations de la charge d'installations centrales de distribution, appréciation des résultats de petites séries de mesures, fréquence des contournements en fonction de la tension, examen des limites de la tension radioperturbatrice, études tarifaires.

1. Einleitung

Im Verlaufe der letzten Jahrzehnte hat sich die Bedeutung des Wortes Statistik gewandelt. Während man früher, wenigstens im deutschen Sprachgebiet, unter Statistik Zusammenstellungen über Ereignisse in der Bevölkerung — Geburten, Todesfälle usw. — oder über Preise und dergleichen mehr verstand, benützt man heute das Wort Statistik ganz allgemein, wenn man die Ergebnisse von Beobachtungen oder von Versuchen zusammenstellt und kritisch beurteilt. Für uns ist demnach Statistik im wesentlichen angewandte Mathematik; sie hat zur Grundlage die Wahrscheinlichkeitsrechnung, unterscheidet sich aber von der reinen Wahrscheinlichkeitstheorie dadurch, dass man es in der Statistik immer mit Beobachtungs- oder Versuchsergebnissen zu tun hat. Die Wahrscheinlichkeitsrechnung dagegen ist ein Teil der reinen Mathematik. Der Zweck des Vortrages besteht darin, an Hand einiger Beispiele zu zeigen, welche Bedeutung die neueren statistischen Methoden in der Elektrotechnik haben können. Sie werden schon seit einiger Zeit in der Industrie und in der Materialprüfanstalt des SEV angewendet. Schon wegen der Kürze der Zeit werde ich mich auf die Anwendungen beschränken und nur ganz ausnahmsweise mathematische Formeln angeben; wer sich näher mit dem Gegenstand befassen möchte, findet einige Hinweise im Literaturverzeichnis.

Die Geburtsstätte der modernen mathematischen Statistik ist England. Dort sind um die Jahrhundertwende entscheidende Fortschritte erzielt worden, die ihren Ausgangspunkt in den Forschungen von *Karl Pearson* hatten, der, angeregt durch *Galton*, die Mathematik auf biologische Probleme anzuwenden versuchte, und damit der Begründer der sog. Biometrie wurde. Einen entscheidenden Fortschritt erzielte einer seiner Schüler, *W. S. Gosset*, der unter dem Pseudonym *Student* seine Arbeiten veröffentlichte, in denen er vor allem zeigte, wie man Beobachtungsserien von sehr kleinem Umfang beurteilen kann. Die volle Tragweite der Auffassung von *Student* erkannte *R. A. Fisher* (jetzt Sir Ronald Fisher) [9] [1]), der zuerst als Mathematiker an einer landwirtschaftlichen Versuchsanstalt tätig war, und z. Z. als Professor für Genetik in Cambridge wirkt.

Die industriellen Anwendungsmöglichkeiten der modernen Methoden wurden insbesondere von *Shewhart* [29], *Fry, Molina, Dodge* und *Romig,* die sämtliche in den Bell Laboratories tätig waren, voll erkannt. Die ersten Anwendungen in der Technik erfolgten somit im Gebiete der Elektrotechnik.

Die modernen statistischen Methoden haben ein sehr weites Anwendungsfeld, werden sie doch heute z. B. in der Biologie, in der Medizin, in der Landwirtschaft, im Forstwesen, in den Wirtschaftswissenschaften angewandt, kurz, überall wo es sich darum handelt, Beobachtungen und Versuche auszuwerten.

2. Die Abnahmeprüfung

Als erstes Beispiel einer Anwendung statistischer Methoden sei folgende Frage untersucht:

54 Spulen eines Generators sollen auf ihren Isolationswiderstand geprüft werden. Da die Prüfung zur Zerstörung des Prüflings führt, können nicht sämtliche Spulen geprüft werden; man muss sich mit einer Stichprobe begnügen. Das Los von 54 Spulen wird also angenommen oder zurückgewiesen auf Grund einer Stichprobe. Es frägt sich nun, welche Risiken Verkäufer und Käufer bei diesem Vorgehen eingehen. Um dies beurteilen zu können, muss man zunächst die Prüfvorschrift eindeutig und klar festlegen. Selbstverständlich betrachten wir hier lediglich die statistische Seite der ganzen Angelegenheit; es ist klar, dass sich dazu auch technische und kaufmännische Fragen stellen, die hier nicht berücksichtigt werden sollen.

Nehmen wir an, die Prüfvorschrift oder der Abnahmeplan sei wie folgt festgelegt:

[1]) siehe Literatur am Schluss des Aufsatzes.

Prüfvorschrift oder Abnahmeplan A

2 Spulen prüfen

2 gut: ANNAHME | 1 gut: ↓ | 0 gut: RÜCKWEISUNG

2 weitere Spulen prüfen

2 gut: ANNAHME | $\underbrace{\text{1 gut: 0 gut:}}_{\text{RÜCKWEISUNG}}$

Um die Wirkungsweise dieses Abnahmeplanes überblicken zu können, gehen wir aus von allen möglichen Fällen, die sich bei der Prüfung eines Loses ergeben können. Wir berechnen nach den einfachen Regeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung die Wahrscheinlichkeit P, dass ein Los von 54 Spulen angenommen wird, wenn unter den 54 Spulen d defekte vorhanden sind. Die Wahrscheinlichkeit P lässt sich nach folgender Formel berechnen:

$$P = \frac{\binom{54-d}{2}\binom{d}{0}}{\binom{54}{2}} + \frac{\binom{54-d}{1}\binom{d}{1}}{\binom{54}{2}} \cdot \frac{\binom{53-d}{2}\binom{d-1}{0}}{\binom{52}{2}}$$

Trägt man die Wahrscheinlichkeit P als Ordinate und die Zahl der defekten Stücke im Los als Abszisse auf, so erhält man die sog. «operating characteristic» des Abnahmeplanes (Fig. 1).

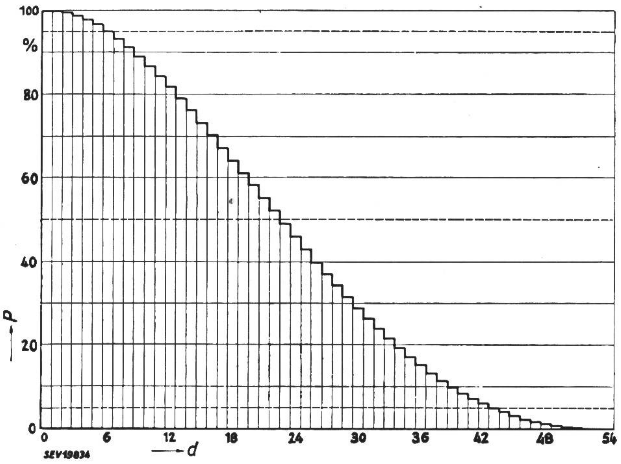

Fig. 1
Wahrscheinlichkeit der Annahme eines Loses unter Abnahmeplan *A*
P Wahrscheinlichkeit der Annahme eines Loses; d defekte Spulen im Los

Fig. 1 zeigt unter anderem, dass ein Los mit 6 defekten Spulen in 5 % aller Fälle zurückgewiesen wird. Anderseits wird ein Los mit 43 defekten Spulen noch in 5 % aller Fälle angenommen werden. Der Abnahmeplan ist somit mit verhältnismässig grossen Risiken behaftet, und zwar sowohl für den Käufer wie für den Verkäufer. Man kann sich fragen, wie ein Plan sich auswirken würde, bei dem man nicht nur 4, sondern z. B. 10 Spulen prüfen würde. Die entsprechende Prüfvorschrift wäre etwa die folgende:

Prüfvorschrift oder Abnahmeplan B

5 Spulen prüfen

5 gut: ANNAHME | 4 gut: ↓ | 3, 2, 1 oder 0 gut: RÜCKWEISUNG

5 weitere Spulen prüfen

5 oder 4 gut: ANNAHME | 3, 2, 1 oder 0 gut: RÜCKWEISUNG

Aus Fig. 2 ist ersichtlich, dass bei dieser zweiten Prüfvorschrift, mit im ganzen 10 Prüflingen, die Risiken für Käufer und Verkäufer zwar kleiner werden, aber vielleicht doch nicht so klein, wie man dies ohne genaue Kenntnis der Annahmewahrscheinlichkeiten voraussetzen dürfte. Aufgabe des Technikers ist es, in Zusammenarbeit mit dem Statistiker den besten, wirtschaftlich tragbaren Abnahmeplan zu ermitteln.

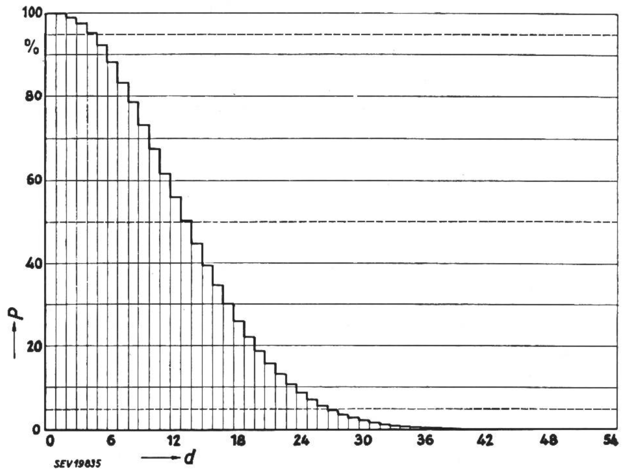

Fig. 2
Wahrscheinlichkeit der Annahme eines Loses unter Abnahmeplan *B*
Bezeichnungen siehe Fig. 1

Eine wichtige Bemerkung sei hier angeschlossen. Bei der Bestimmung der Annahmewahrscheinlichkeit P wird vorausgesetzt, dass jede der 54 Spulen des Loses die gleiche Wahrscheinlichkeit besitzt, in die Stichprobe einbezogen zu werden. In der Praxis muss dieser Voraussetzung entsprechend gehandelt werden, da sonst die mathematisch berechneten Wahrscheinlichkeiten keine Gültigkeit beanspruchen dürfen. Es genügt nicht, zu fordern, dass die Auswahl der Prüflinge «beliebig» erfolgen solle, denn *beliebig* bedeutet, dass die Auswahl dem Ermessen des Prüfenden anheimgestellt ist. Wenn der Verkäufer Anhaltspunkte dafür hat, dass gewisse seiner Spulen besser sind als die andern, und wenn er diese in der Reihe der Spulen an die vorderste Stelle bringt, und wenn weiter der Käufer bei seiner beliebigen Auswahl einfach nur die 4 ersten Spulen prüft, so werden diese Prüflinge in keiner Weise den Wahrscheinlichkeiten entsprechen, die oben berechnet wurden. Die streng «zufällige» Auswahl der Prüflinge müsste etwa wie folgt vor sich gehen:

Die 54 Spulen werden von 1...54 numeriert. Sodann schreibt man auf 54 Karten die Nummern

1...54 auf. Hierauf mischt man diese Karten gründlich und erhält damit eine zufällige Reihenfolge der Nummern 1...54. Indem man die ersten in dieser zufälligen Reihenfolge auswählt, hat man eine zufällige Auswahl der entsprechenden Prüflinge erreicht. Statt dieses Vorganges wählt man heute Prüflinge aus einem Los mit Hilfe von Tafeln zufällig angeordneter Zahlen, die eigens zu diesem Zwecke hergestellt wurden [11]. Wenn man sich stets an diese zufällige Auswahl hält, entsprechen die tatsächlichen Risiken eines Abnahmeplanes den theoretisch berechneten.

In den letzten Jahren sind zahlreiche theoretische und praktische Untersuchungen über Abnahmepläne durchgeführt worden. Hier sei nur ein wichtiges Ergebnis dieser Untersuchungen vorgeführt, und zwar auf Grund der Fig. 3, die dem Werk von *Grant* [13] entnommen wurde.

Aus der Fig. 3 ersieht man, dass es unzweckmässig ist, in einer Abnahmevorschrift einfach festzulegen, dass der Umfang der Stichprobe 10 % der

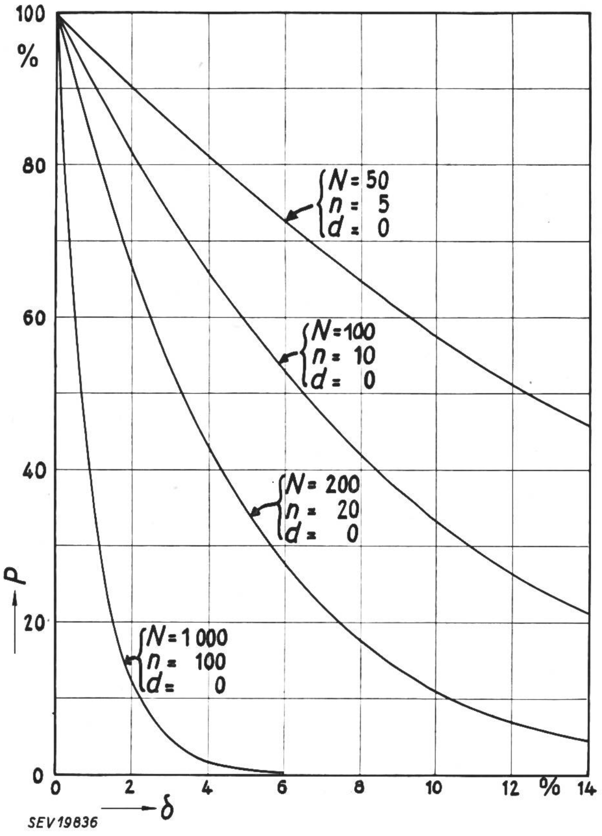

Fig. 3
Wahrscheinlichkeit der Annahme eines Loses bei verschiedenen Abnahmeplänen
N Anzahl der Stücke im Los; *n* Anzahl der Stücke in der Stichprobe; *d* Anzahl der in der Stichprobe zugelassenen defekten Stücke; *δ* Prozentsatz defekter Stücke im Los
Weitere Bezeichnungen siehe Fig. 1

Zahl der Stücke des Loses enthalten soll. Wie Fig. 3 zeigt, sinkt die *Wahrscheinlichkeit* der Annahme stark, wenn die Zahl der Stücke im Los und die Zahl der Stücke in der Stichprobe erhöht werden, trotzdem ihr Verhältnis immer 10 % ist. Es entscheidet also über die Wahrscheinlichkeit der Annahme in erster Linie der Umfang der Stichprobe, d. h. die absolute Zahl der Prüflinge.

Wer sich für Abnahmepläne im allgemeinen interessiert, sei nachdrücklich auf die aus der Praxis herausgewachsenen Arbeiten von *H. C. Hamaker* [14] hingewiesen.

3. Belastungsschwankungen zentraler Verteilanlagen

Auf Grund von Methoden, die grundsätzlich gleicher Art sind, wie die im vorigen Abschnitt erwähnten, hat Prof. *Kummer* [20, 21] in mehreren Arbeiten gezeigt, wie sich die Belastungsschwankungen zentraler Verteilanlagen berechnen lassen. Dieselben Methoden können angewandt werden, um die Bemessung von Anschlüssen auszurechnen, wie aus den Arbeiten von *Schellenberg* [28] und *Henzi* [15] hervorgeht. Ein einfaches Beispiel möge zeigen, welche Fragen damit in der Praxis beantwortet werden können [25].

An ein Netz seien 80 Kirchenheizungen von je 47 kW mittlerer Leistung angeschlossen. Dabei ist die Bedingung gestellt, dass an Werktagen nur $^1/_3$ der Nennleistung jeder Heizung eingeschaltet werden darf. Welches ist der Beitrag der Kirchenheizungen zur Spitzenbelastung zwischen 7.00 und 8.30 Uhr, wenn bekannt ist, dass während 126 Werktagen zur gleichen Zeit 57 Einschaltungen vorgenommen wurden?

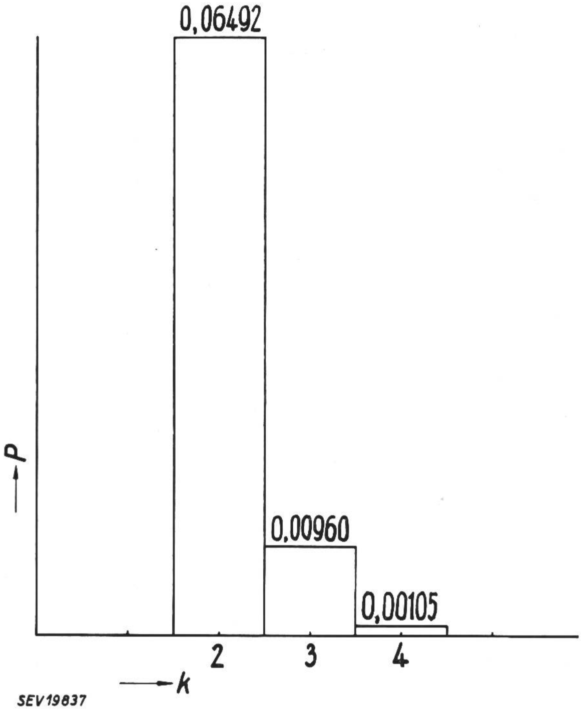

Fig. 4
Wahrscheinlichkeit *P*, dass von 80 Kirchenheizungen deren *k* werktags zwischen 7.00 und 8.30 Uhr gleichzeitig eingeschaltet werden

Da an den 126 Tagen $126 \times 80 = 10\,080$ Einschaltungen möglich gewesen wären und nur deren 57 tatsächlich erfolgten, beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass eine bestimmte Heizung an einem Tag zu der angegebenen Zeit eingeschaltet wird, 57:10 080. Man kann nun die Wahrscheinlichkeit dafür ausrechnen, dass an einem Tage 2, 3, 4 usw. Heizungen gleichzeitig eingeschaltet werden. Aus der Fig. 4

geht hervor, dass die Wahrscheinlichkeit von 4 gleichzeitigen Einschaltungen mit rund $^1/_{1000}$ schon sehr gering ist. Somit darf man annehmen, dass 3 gleichzeitig eingeschaltete Heizungen dem Beitrag an die Leistungsspitze entsprechen, der im Grenzfall normalerweise noch zu erwarten ist. Da die Nennleistung jeder dieser Heizungen gemäss den Betriebsbedingungen auf 47/3 kW begrenzt werden muss, wäre also der gesamte Beitrag der drei Heizungen an die Leistungsspitze $(47/3) \times 3 = 47$ kW.

4. Beurteilung kleiner Messreihen

Dass die statistischen Methoden nicht nur angewendet werden können, wenn zahlreiche Messwerte vorliegen, sondern auch bei sehr kleinen Stichproben, soll das folgende Beispiel beweisen:

Die Messung des Lichtstromes von 5 Fluoreszenzlampen zu 40 W nach 100 Brennstunden ergab die folgenden Werte (in Lumen):

2290; 2290; 2278; 2283; 2268.

Man kann sich fragen, welches der Zentralwert und die Streuung für diese Messreihe seien. Wie so oft, weist auch hier eine genaue Fragestellung den Weg zur richtigen Antwort.

Man muss sich darüber klar sein, dass die 5 Lampen nicht für sich allein betrachtet werden dürfen, sondern dass sie Schlüsse gestatten sollen, entweder

a) auf die Gesamtheit der Lampen eines *Loses,* die miteinander hergestellt wurden, oder

b) auf die theoretische Gesamtheit aller Lampen, die unter den gleichen Bedingungen hergestellt werden könnten, wie die gemessenen 5 Lampen. Diese theoretische Gesamtheit, die notwendigerweise unendlich viele Elemente umfasst, nennt man die *Grundgesamtheit.*

Die 5 Lampen sind also eine *Stichprobe,* entweder aus einem Los, oder aus der Grundgesamtheit; sie geben Anhaltspunkte über die Eigenschaften des Loses oder der Grundgesamtheit.

Was kann aus einer kleinen Stichprobe auf eine Grundgesamtheit geschlossen werden? Im allgemeinen sehr wenig, wenn dagegen die Grundgesamtheit «normal» ist, d. h. wenn sie dem Gauss-Laplaceschen Verteilungsgesetz folgt, kann die Stichprobe gute Anhaltspunkte über die Grundgesamtheit geben.

Was wissen wir aber über die Grundgesamtheit in unserm Beispiel? In der Fabrikation von Fluoreszenzlampen trachtet man danach, alle Eigenschaften der Lampen nach Möglichkeit konstant zu halten, soweit sich dies wirtschaftlich erreichen lässt. Das bedeutet, dass in der Praxis kleine Abweichungen in Kauf genommen werden, z. B. Abweichungen in

a) der Länge der Lampen,
b) dem Durchmesser der Lampen,
c) der Form der Lampen,
d) der Form der Elektrode,
e) dem Material der Elektrode,
f) dem Gasgemisch,
g) der angelegten Spannung bei der Prüfung usw.

Es lässt sich nicht verhindern, dass diese und weitere kleine Abweichungen von der Norm eintreten. Diese kleinen Abweichungen sind nicht vorausberechenbar, sie werden die Lichtstrommenge bald in der einen, bald in der andern Richtung beeinflussen. Wie schon *Gauss* gezeigt hat, entsteht in einem solchen Falle, wenn die Wirkungen der einzelnen Abweichungen sich summieren, eine normale (Gauss-Laplacesche) Häufigkeitsverteilung der Lichtstrommenge, wie sie Fig. 5 darstellt.

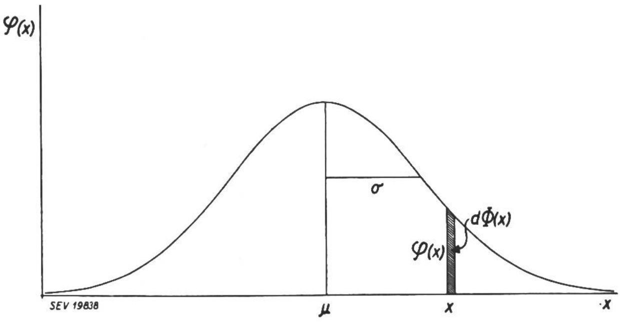

Fig. 5
Normale (Gauss-Laplacesche) Grundgesamtheit

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{(x-\mu)}{2\sigma^2}}, \qquad d\,\Phi(x) = \varphi(x)\,dx$$

Erklärungen siehe im Text

Eine normale Verteilung ist bestimmt, wenn wir ihre Parameter: den Durchschnitt μ und die Standardabweichung σ, kennen. Es handelt sich nun darum, aus den 5 oben angegebenen Lichtstrommengen einen oder beide Parameter der normalen Verteilung zu *schätzen.* Dabei kann man auf verschiedene Arten vorgehen. Als Schätzung des Durchschnitts μ kann man z. B. den *Zentralwert* benützen, das ist in unserer Zahlenreihe der Wert 2283, unterhalb dessen und oberhalb dessen je 2 Werte liegen. Anderseits können wir den Wert μ auch schätzen, indem wir den *Durchschnitt* der 5 Werte berechnen, der sich auf 2281,8 beläuft. Auch der Parameter σ kann auf verschiedene Arten geschätzt werden, einmal indem man die *Variationsbreite* $R = 2290 - 2268 = 22$ benützt, oder indem man die *Standardabweichung*

$$s = \sqrt{\frac{\Sigma\,(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = 9{,}2 \text{ }^{2})$$

benützt. Man nennt $s^2 = 85{,}7$ auch die *Streuung.*

Wie *R. A. Fisher* [9] gezeigt hat, sind der Durchschnitt und die Standardabweichung in gewissem Sinne die besten Schätzungen der Parameter μ und σ der normalen Verteilung. Wir werden uns daher im folgenden nur dieser Masszahlen bedienen.

Für unser Beispiel ist wohl die wichtigste Fragestellung, innerhalb welcher Grenzen der Wert μ der Grundgesamtheit liegt. Dies kann entschieden werden, indem man die sog. *F*-Verteilung benützt. Entnimmt man nämlich einer normalen Grundgesamtheit *n* Werte zufällig, so lässt sich berechnen, mit welcher Wahrscheinlichkeit der Wert

$$F = \frac{n\,(\bar{x} - \mu)^2}{s^2}$$

[2]) x_i = Einzelwerte; $\bar{x}$ = Durchschnitt; n = Zahl der Einzelwerte.

überschritten wird. Entscheidend ist nun, dass diese Wahrscheinlichkeit in keiner Weise von der Standardabweichung σ der Grundgesamtheit abhängt. Die Verteilung von F hängt lediglich vom Umfang n der Stichprobe ab. Aus den eigens berechneten Tabellen, die allen modernen statistischen Lehrbüchern beigefügt sind [1, 9, 12, 22], findet man für unser Beispiel mit $n = 5$ einen Wert $F_{0,05} = 7,71$, was bedeutet, dass in 5 % aller Stichproben, die zufällig einer Grundgesamtheit entnommen werden, der Wert F grösser ist als 7,71. 95 % der Stichproben geben kleinere Werte von F als 7,71. Man kann die Formel für F nach μ auflösen und erhält

$$\mu = \bar{x} \pm \sqrt{\frac{F \cdot s^2}{n}}$$

Setzt man darin den Durchschnitt $\bar{x} = 2281,8$, die Streuung $s^2 = 85,2$, den Umfang der Stichprobe $n = 5$ und $F_{0,05} = 7,71$, so erhält man $\mu = 2281,8 \pm 11,5$. Man findet damit die sog. *Vertrauensgrenzen;* sie betragen 2270,3 und 2293,3. Der Durchschnitt μ der Grundgesamtheit ist mit 95 % Wahrscheinlichkeit zwischen den Grenzen 2270,3 und 2293,3 zu erwarten. Aus der Formel für μ ist zu ersehen, dass diese Grenzen um so enger werden, je grösser der Umfang n der Stichprobe ist.

Die hier skizzierte Methode findet eine wichtige Anwendung bei der Überwachung der Qualität im Laufe einer Fabrikation. Ich verweise dafür auf die im Literaturverzeichnis angegebenen Arbeiten [3, 4, 12, 26, 29].

5. Abhängigkeit der Überschlagshäufigkeit von der Spannung

Aus der Schulphysik sind uns die *funktionalen* Beziehungen, die wir bei elementaren physikalischen Gesetzen finden, vertraut. Man darf indessen nicht übersehen, dass viele Erscheinungen nicht diesem einfachen Schema entsprechen, sondern dass

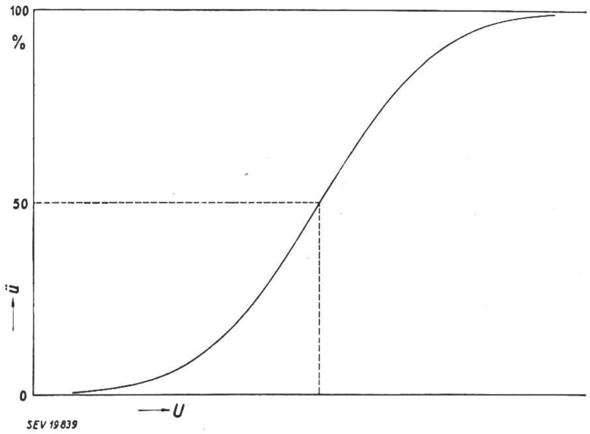

Fig. 6
Schematischer Verlauf der Überschlagshäufigkeit eines Isolators in Funktion der Spannung
ü Überschläge; *U* Spannung

Abhängigkeitsverhältnisse vorliegen, die, wie man auch sagt, *stochastisch* und nicht funktional sind. Ein Beispiel dafür ist die Häufigkeit der Überschläge bei einem 50-kV-Stützisolator in Abhängigkeit von der Stoßspannung. Schematisch dargestellt hat man eine Beziehung zwischen Überschlagshäufigkeit und Spannung, wie sie in Fig. 6 dargestellt ist. Es scheint demnach einfach, die Haltespannung als den 0-%-Wert zu definieren und zu bestimmen, ebenso einen 50-%- und einen 100-%-Wert. Aber in Wirklichkeit liegen die Verhältnisse anders, wie aus Fig. 7 hervorgeht, in der die Ergebnisse von Versuchen dargestellt sind. Obschon diese Versuche zweifellos unter sorgfältig genormten Bedingungen durchgeführt wurden, liegen die Punkte keineswegs auf einer schönen Kurve. Aus den Versuchsergebnissen geht hervor, dass beim Wiederholen des Versuches mit *gleicher* Spannung eine gewisse Variabilität besteht, indem die Häufigkeiten in einem bestimmten Bereich variieren. Könnte man die Zahl der Versuche erhöhen, so erhielte man einen Punkteschwarm, der innerhalb eines gewissen Bandes liegen würde. Es ist nun die Aufgabe der mathematischen Statistik, aus den beobachteten Punkten die mittlere Kurve zu errechnen, und gleichzeitig die Unsicherheit anzugeben, mit der man zu rechnen hat.

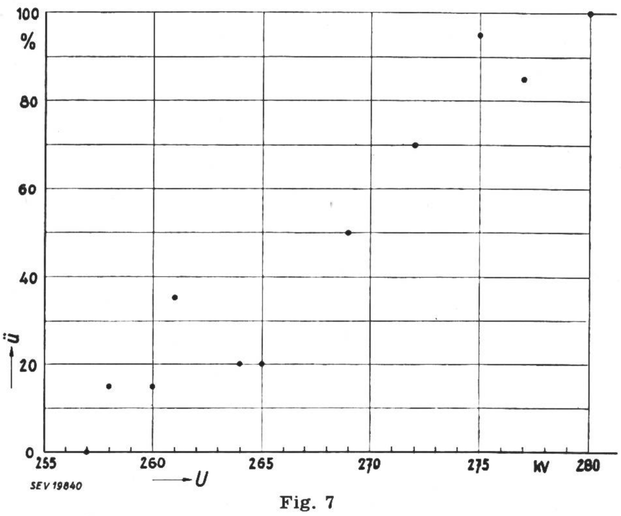

Fig. 7
Beobachtete Überschlagshäufigkeit in Abhängigkeit von der Spannung
ü Überschläge (je 20 Stösse); *U* Spannung

Um dies tun zu können, muss man eine bestimmte Voraussetzung treffen über das dem Geschehen zu Grunde liegende theoretische Modell. Wir werden annehmen, dass die in Fig. 6 schematisch dargestellte Kurve als Summenkurve einer normalen Verteilung aufgefasst werden kann. Unter dieser Voraussetzung lässt sich diese Kurve durch eine Darstellung im Wahrscheinlichkeitsnetz oder, was dasselbe ist, durch die Verwendung der sog. «Probits» [8, 11] in eine Gerade transformieren. Dies ist in Fig. 8 durchgeführt.

Das Verfahren besteht darin, die beobachteten Punkte in Beziehung zu setzen mit einer standardisierten normalen Verteilung, deren Durchschnitt $\mu = 5$ und deren Standardabweichung $\sigma = 1$ ist. Der Durchschnitt wird gleich 5 gewählt, um negative Werte zu vermeiden.

Es handelt sich nun darum, an die Punkte im Wahrscheinlichkeitsnetz eine Gerade anzupassen; dies kann entweder nach dem Augenmass oder nach statistischen Grundsätzen geschehen. In gewissen Fällen genügt eine Anpassung nach dem Augenmass vollkommen. Man muss sich indessen bewusst sein, dass dieses Verfahren nicht objektiv ist, indem verschiedene Personen verschiedene Geraden einzeichnen werden. Auch besteht die Gefahr, bei Vergleichen z. B. zweier Isolatoren kleine zufällige Unterschiede fälschlicherweise als wesentlich anzusehen. Bei Anpassung der Geraden nach statistischen Verfahren erhält man dagegen stets dasselbe Ergebnis,

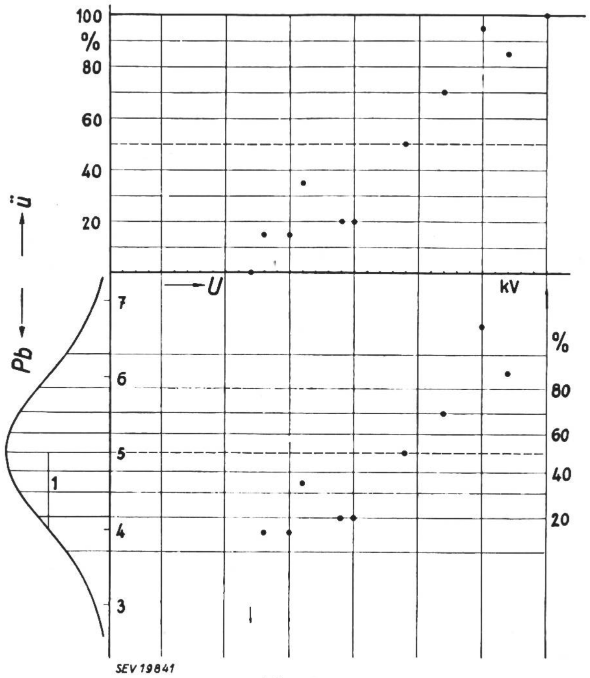

Fig. 8
Darstellung beobachteter Häufigkeiten im Wahrscheinlichkeitsnetz mit Angabe der «Probit»-Werte
Pb Probits; *ü* Überschläge; *U* Spannung

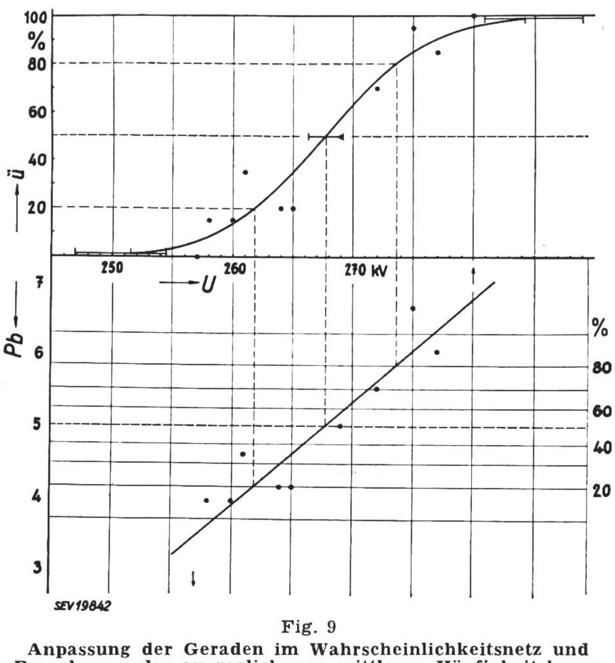

Fig. 9
Anpassung der Geraden im Wahrscheinlichkeitsnetz und Berechnung der ausgeglichenen mittleren Häufigkeitskurve
Für die den Häufigkeiten von 1, 50 und 99 % entsprechenden Spannungen sind die Vertrauensgrenzen, bei einer Wahrscheinlichkeit von 0,95 %, eingezeichnet
Pb Probits; *ü* Überschläge; *U* Spannung

d. h. das Verfahren ist objektiv und es hat weiter den Vorteil, zu zeigen, ob die Voraussetzung zutrifft, dass die Mittelkurve der Summenkurve der normalen Verteilung entspricht. Ausserdem gestattet die Auswertung nach den neueren statistischen Methoden Vertrauensgrenzen zu berechnen und den Unterschied von 2 Geraden kritisch zu prüfen. Fig. 9 zeigt das Ergebnis der Berechnung für unser Beispiel.

Definieren wir jene Spannung, die einer Überschlagshäufigkeit von 1 % entspricht, als *Haltespannung.* Sie beträgt 251,4 kV und hat Vertrauensgrenzen von 247,0 und 254,4 kV bei einer Wahrscheinlichkeit von 95 %. Es geht nicht an, die Haltespannung zu definieren als jene Spannung, die einer Überschlagshäufigkeit von 0 % entspricht, da dieser Wert theoretisch gesehen nicht im Endlichen liegt.

Diese Berechnungen erfolgen nach einer Methode, die zuerst in der Pharmakologie und Toxikologie entwickelt wurde [8]. Ihre Anwendung auf das hier besprochene Problem wurde in der Maschinenfabrik Oerlikon erprobt [18].

Für die ganze Frage der Koordination der Isolationen dürften die hier skizzierten Verfahren von grundlegender Bedeutung sein.

6. Prüfen von Radio-Störspannungsgrenzen

Für kleine Apparate wie Registrierkassen, Küchenmaschinen, Staubsauger und Nähmaschinen ist bekanntlich eine Störspannungsgrenze von 1 mV festgelegt worden. Diese Grenze ist so aufzufassen, dass man verlangt, es dürfe nur 1 Prozent der Werte der Grundgesamtheit die Störspannungsgrenze überschreiten. Wenn man nun einige Messwerte besitzt, und aus diesen entscheiden soll, ob 99 % der Werte der Grundgesamtheit unterhalb der Störspannungsgrenze liegen, so handelt es sich statistisch gesehen um ein Problem, das schon verschiedentlich theoretisch bearbeitet wurde, und dessen Lösung bekannt ist. Leider stehen aber für die praktische Anwendung des Prüfverfahrens keine geeigneten Tafeln zur Verfügung, obschon solche in vielen Fragen der industriellen Forschung und Praxis verwendet werden könnten [4].

Auf dieselbe Methode führt übrigens die Frage nach der Wasserführung von Gewässern, wie sie von *Eggenberger* [7] behandelt wurde.

7. Tarifstudien

Bei Tarifstudien spielen neben den technischen und kaufmännischen Überlegungen statistische Grundsätze eine nicht zu unterschätzende Rolle. Ein erster Schritt bei einer Tarifstudie besteht in der Regel in der Auswahl einer Stichprobe von Verbrauchern, um die Struktur des Energiekonsums genauer kennenzulernen, und um die Wirkung allfälliger Tarifänderungen beurteilen zu können.

Erster Grundsatz bei der Auswahl einer Stichprobe ist, die Verbraucher, die in die Untersuchung einbezogen werden sollen, *zufällig* auszuwählen. Auch hier ist es allein die zufällige Auswahl, die einseitige Fehler zu vermeiden erlaubt.

Bei gleichem Aufwand kann die Genauigkeit der Strukturuntersuchung beträchtlich erhöht werden, wenn man sog. *Schichten* bildet.

In einer Stadt kann es z. B. vorkommen, dass einzelne Stadtteile, etwa grössere Wohnkolonien, verhältnismässig gleichartige Verbrauchsgewohnheiten aufweisen, während andere Stadtteile mit stark gemischter Bevölkerung starke Unterschiede im Verbrauch zeigen. Es ist nun zweckmässig, in jenen Gebieten einen schwächeren Stichprobensatz zu wählen als in diesen. So lassen sich bei gleichem Aufwand oft sehr bedeutende Gewinne an Präzision erzielen.

Aber auch bei der Auswertung der Ergebnisse wird man statistische Methoden mit Nutzen beiziehen, so etwa, wenn man die Abhängigkeit des Verbrauchs von der Personenzahl oder der Zahl der Wohnräume, oder der Fläche der Wohnräume untersuchen will. Auch dies sind stochastische Abhängigkeiten und sie müssen mittels statistischer Methoden erfasst werden [24].

8. Weitere Anwendungen

Es konnte sich hier nur darum handeln, eine kleine Zahl von Anwendungen zu schildern; es gibt aber eine grosse Zahl weiterer Anwendungsmöglichkeiten, von denen ich nur noch zwei erwähnen möchte.

Die einen sind jene Anwendungen, die mit dem Problem der Wartezeiten bei Telephonanschlüssen zusammenhängen. Darüber besteht eine ganze Literatur, die in einer jüngsten Arbeit von *D. G. Kendall* [17] zusammengefasst wurde.

Ein zweites Beispiel, das ich erwähnen möchte, betrifft die sog. Streuungszerlegung, eine äusserst praktische Methode mit vielfältigen Anwendungsmöglichkeiten, die z. B. von *Herzog* und *Burton* [16] bei der Beurteilung von Zugversuchen mit vulkanisierten Weichkautschuken verwendet wurde.

Einen der wichtigsten Beiträge der neueren Statistik bildet das Planen und Auswerten von Versuchen; es würde den Rahmen dieser Arbeit überschreiten, auch hierauf einzutreten. Es besteht indessen kein Zweifel, dass dieses Gebiet gerade für die schweizerische Industrie von höchstem Wert sein muss.

9. Schlussbemerkungen

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass die neueren statistischen Methoden überall verwendet werden sollten, wo man die Ergebnisse von Beobachtungen und Versuchen kritisch verwerten will.

In diesem Sinne ist die mathematische Statistik, wie der Physiker *C. G. Darwin* [2] hervorhob, von zentraler Bedeutung. Sie lehrt uns, die Welt so zu sehen, wie sie wirklich ist. Die Ungenauigkeit, die scheinbar mit den statistischen Methoden verbunden ist, liegt nicht in der Methode, sondern sie liegt in den Dingen. Erst durch die Anwendung der mathematischen Statistik vermögen wir diese Ungenauigkeiten zu messen und richtig zu bewerten.

Literatur

[1] *Arley, N.* and *K. R. Buch:* Introduction to the theory of probability and statistics. New York: Wiley 1950.
[2] *Darwin, C. G.:* Logic and probability in physics. Nature, Lond. Bd. 142(1938), Nr. 3591, S. 381...384.
[3] *Davies, O. L.:* Statistical methods in research and production. 2nd ed. Edinburgh: Oliver and Boyd 1950.
[4] *Dudding, B. D.* and *W. J. Jennett:* Quality control charts. British Standard 600R: 1942.
[5] *Dufour, E.:* La revision des tarifs d'électricité des Services industriels de Genève. Bull. ASE Bd. 38(1947), Nr. 9, S. 243...254.
[6] *Dufour, E.:* Méthode graphique de contrôle de l'approvisionnement en énergie électrique d'une entreprise de production et de distribution. Bull. ASE Bd. 39(1948), Nr. 13, S. 427...430.
[7] *Eggenberger, F.:* Wahrscheinlichkeitstheoretische Analyse der Wasserführung einiger Flüsse der Schweiz. Diss. ETH. Zürich: Leemann 1950.
[8] *Finney, D. J.:* Probit Analysis. 2nd ed. Cambridge: University Press 1952.
[9] *Fisher, R. A.:* Statistical methods for research workers. 11th ed. Edinburgh: Oliver and Boyd 1950.
[10] *Fisher, R. A.:* The design of experiments. 5th ed. Edinburgh: Oliver and Boyd 1950.
[11] *Fisher, R. A.* and *F. Yates:* Statistical tables. 3rd ed. Edinburgh: Oliver and Boyd 1948.
[12] *Freeman, H. A.:* Industrial statistics. New York: Wiley 1942.
[13] *Grant, E.:* Statistical quality control. New York: McGraw-Hill 1946.
[14] *Hamaker, H. C.* in Philips Techn. Rev. Bd. —(1949), Dez., S. 176...182; —(1950), März, S. 260...270; Juni, S. 362...370.
[15] *Henzi, R.:* Berechnung des Belastungsausgleiches in Verteilanlagen. Schweiz. Bauztg. Bd. 68(1950), Nr. 13, S. 161...165.
[16] *Herzog, R.* und *R. H. Burton:* Einfluss des Prüfstabes auf die Resultate des Zugversuches von vulkanisierten Weichkautschuken. Schweiz. Arch. angew. Wiss. Techn. Bd. 18 (1952), Nr. 6, S. 177...189.
[17] *Kendall, D. G.:* Some problems in the theory of queus. J. R. Statist. Soc. Ser. B, Bd. 13(1951), S. 151...185.
[18] *Krondl, M.:* Auswertung von Messreihen der Überschlag-Stoßspannung von Funkenstrecken. Techn. Bericht. Zürich: Maschinenfabrik Oerlikon 1952.
[19] *Krondl, M.:* Die Auswertung kleiner Messreihen. Techn. Bericht. Zürich: Maschinenfabrik Oerlikon 1951.
[20] *Kummer, W.:* Die Effektschwankung im elektrischen Betriebe der Schweizerischen Bundesbahnen. Schweiz. Bauztg. Bd. 96(1930), Nr. 1, S. 1...4.
[21] *Kummer, W.:* Sur l'application du calcul des probabilités dans les projets de l'ingénieur. Bull. techn. Suisse rom. Bd. 59(1933), Nr. 11, S. 129...132; Nr. 12, S. 141...144.
[22] *Linder, A.:* Statistische Methoden für Naturwissenschafter, Mediziner und Ingenieure. 2. erw. Aufl. Basel: Birkhäuser 1951.
[23] *Meyer de Stadelhofen, Jean:* Sondages statistiques concernant l'auditoire radiophonique et sa consommation d'électricité. Bull. techn. TT Bd. 24(1946), Nr. 4, S. 163...170.
[24] *Morel, Ch.:* Mathematische Statistik und Tarifwesen. Bull. SEV Bd. 38(1947), Nr. 6, S. 141...149; Bd. 39(1948), Nr. 6, S. 161...174.
[25] *Morel, Ch.:* Adaption des méthodes statistiques modernes aux besoins des électriciens (Erscheint als Kongressbericht der «Union Internationale des Producteurs et Distributeurs d'Energie»).
[26] *Rissik, H.:* Quality control in production. London: Pitman 1947.
[27] *Rohrer, H.:* Dispersion des tensions d'amorçage au choc des parafoudres. Conf. int. Grands Rés. Electr., Paris, Session de 1952.
[28] *Schellenberg, H.:* Belastungsausgleich in Verteilanlagen. Schweiz. Bauztg. Bd. 65(1947), Nr. 36, S. 495...498.
[29] *Shewhart, W. A.:* Economic control of quality of manufactured product. New York: van Nostrand 1931.

Adresse des Autors:
Prof. Dr. *A. Linder*, 24, avenue de Champel, Genève.