Zeitschrift: Bulletin de l'Association suisse des électriciens
Herausgeber: Association suisse des électriciens
Band: 43 (1952)
Heft: 15

Artikel: Die Schnellhöhe von Freileitungsseilen nach Abfallen von Zusatzlasten
Autor: Lips, K.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-1057885

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 10.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

43e année N° 15 Samedi, le 26 juillet 1952

BULLETIN

DE L'ASSOCIATION SUISSE DES ELECTRICIENS

Die Schnellhöhe von Freileitungsseilen nach Abfallen von Zusatzlasten

Von *K. Lips*, Zürich

621.315.1.056.3

Es werden Seilschwingungen behandelt, die nach dem Abfallen von Schneelasten auftreten. Die Schwingungsamplitude wird sowohl für beidseitig abgespannte Seile wie auch für Seile, die an Tragketten hängen, ermittelt. Die Berechnungsresultate werden mit Versuchsergebnissen verglichen.

L'auteur étudie les oscillations des câbles des lignes aériennes provoquées par la chute de charges de neige (coups de fouet). L'amplitude maximale de ces oscillations est calculée pour câbles amarrés comme aussi pour câbles fixés avec chaînes de suspension. Les valeurs calculées sont comparées avec des résultats d'essais.

1. Elastische Energie und Arbeit der Schwerkraft

Freileitungsseile sind bekanntlich im Winter der Bildung von Schnee- und Eiswalzen ausgesetzt. Der Einfluss dieser zusätzlichen Lasten auf die Seilform und die Seilzüge wurde bereits im Bulletin besprochen[1]). Als weitere Anwendung der dort entwickelten graphischen Darstellungen sollen nun die dynamischen Vorgänge untersucht werden, die beim plötzlichen Abfallen von Eiswalzen auftreten können. Ändert nämlich plötzlich das Laufmetergewicht eines gespannten Seiles, so wird dieses mit grosser Wucht zu der, dem neuen Belastungszustand entsprechenden Gleichgewichtslage zugeführt. Dabei wirkt der gespannte Leiter als eine kräftige Feder, die mit träger Masse behaftet ist und deshalb ein schwingungsfähiges Gebilde darstellt. Die Kenntnis der maximalen Schwingungsamplitude (Schnellhöhe) ist überall dort von Bedeutung, wo zwei oder mehr Leiter eines Leitungsstranges übereinander geführt werden (Tannenbaumanordnung); ihr Wert errechnet sich am einfachsten aus dem Energiesatz. Vor dem Abfallen der Zusatzlast ist nämlich im Seil elastische Energie aufgespeichert; in der höchsten Lage ist diese Energie ganz oder zum Teil in Energie der Lage übergegangen, die von der Schwerkraft herrührt. Dabei muss der Energieinhalt gesamthaft konstant bleiben: aus dieser Bedingung lässt sich die Schnellhöhe ermitteln. Im folgenden sollen zunächst geeignete Formeln für diese Energien abgeleitet werden.

In einem mit der Kraft K gespannten Längeelement dl eines Seiles mit dem Querschnitt q, dem Laufmetergewicht $g + z$ (Eigengewicht g, Zusatzlast z) und dem Elastizitätsmodul E ist die elastische Energie

$$dU = \frac{1}{2}\,\frac{K^2}{q\,E}\,dl$$

enthalten.

Nach den bekannten Gesetzen der Kettenlinie und mit den Bezeichnungen in Fig. 1 ist

$$K = H \cosh \frac{\xi\,(g+z)}{H} \quad \text{und} \quad dl = \cosh \frac{(g+z)\,\xi}{H}\,d\xi$$

so dass:

$$dU = \frac{H^3}{2\,(g+z)\,q\,E} \cosh^3 \frac{\xi\,(g+z)}{H} \cdot d\,\frac{\xi\,(g+z)}{H}$$

Die elastische Energie für das ganze Seil erhält man durch Integration:

$$U = \left[\frac{H^3}{2\,(g+z)\,q\,E}\left(\sinh \frac{\xi\,(g+z)}{H} + \frac{1}{3}\sinh^3 \frac{\xi\,(g+z)}{H}\right)\right]_{-a_0}^{a-a_0}$$

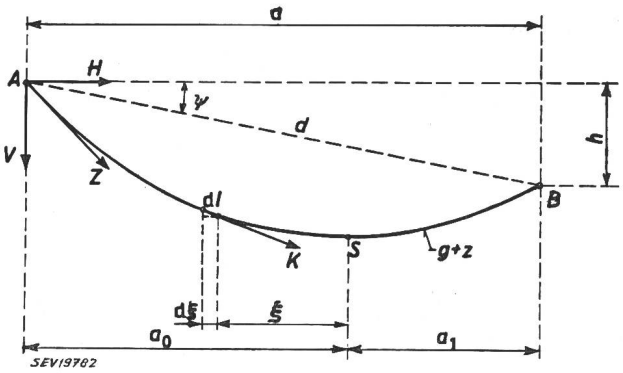

Fig. 1
Bezeichnungen zur Berechnung der elastischen Energie

Im allgemeinen ist

$$\frac{1}{3}\sinh^3 \frac{\xi\,(g+z)}{H} \approx 0$$

so dass man für U auch schreiben kann:

$$U \approx \frac{H^3}{2\,(g+z)\,q\,E}\left(\sinh \frac{(a-a_0)\,(g+z)}{H} + \sinh \frac{a\,(g+z)}{H}\right) = \frac{H^2}{2\,q\,E}\,l$$

[1]) siehe *K. Lips:* Über ein graphisches Verfahren zur Berechnung von Freileitungen. Bull. SEV, Bd. 43 (1952), Nr. 14, S. 602...612.

und bei gleich hohen Aufhängepunkten, mit $l \approx a$ und $H \approx Z$

$$\boxed{U \approx \frac{Z^2 a}{2 q E}} \qquad (1)$$

Die Arbeit, die das Seil beim Hochschnellen gegen die Schwerkraft leistet, ist:

$$A = l g \, \Delta h_G$$

wobei l die Seillänge, g das Laufmetergewicht des *hochschnellenden* Seiles und Δh_G die vertikale Verschiebung des Schwerpunktes bedeuten.

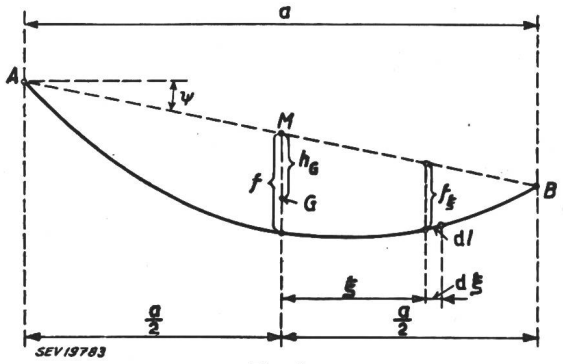

Fig. 2
Bezeichnungen zur Berechnung der Schwerpunktlage

Betrachten wir nun den Seilbogen $\widehat{AB}$ in Fig. 2. Der vertikale Abstand h_G seines Schwerpunktes G von der Feldsehnemitte M rechnet sich zu:

$$h_G = \frac{\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} f_\xi \, dl}{l_{AB}}$$

Es ist jedoch

$$f_\xi \approx f\left(1 - 4\frac{\xi^2}{a^2}\right) \quad \text{und} \quad dl \approx \frac{d\xi}{\cos\psi}$$

so, dass

$$\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} f_\xi \, dl = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} f\left(1 - \frac{4\xi^2}{a^2}\right)\frac{d\xi}{\cos\psi} = \frac{2}{3} f \frac{a}{\cos\psi}$$

Die vertikale Verschiebung des Schwerpunktes eines hochschnellenden Seiles ist demnach:

$$\Delta h_G \approx \frac{2}{3}\frac{a}{\cos\psi}\Delta f$$

und die, zwischen den Lagen 1 und 2 gewonnene Lageenergie ergibt sich dann zu:

$$\boxed{A = \frac{2}{3}\frac{a^2 g}{\cos\psi}(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

worin $\varphi_1 = f_1/a$ und $\varphi_2 = f_2/a$ die auf die Spannweite a bezogenen Durchhänge bezeichnen. Dieser Ausdruck gilt jedoch nur, solange das Seil die der Berechnung vorausgesetzte Form einer Kettenlinie (bzw. Parabel) beibehält.

2. Die Berechnung der Schnellhöhe eines beidseitig verankerten Seiles

Die im Abschnitt 1 abgeleiteten Formeln gestatten, die Schnellhöhe eines beidseitig verankerten Seiles zu berechnen. Die folgenden Betrachtungen beschränken sich einfachheitshalber auf Felder mit gleich hohen Aufhängepunkten. Die abgeleiteten Formeln lassen sich jedoch im wesentlichen auch auf geneigte Felder anwenden; der damit verbundene Fehler dürfte kaum ins Gewicht fallen, wenn man bedenkt, welche Unsicherheit über die anzunehmenden Berechnungsgrundlagen (Umfang und Verteilung der abfallenden Zusatzlasten) herrscht.

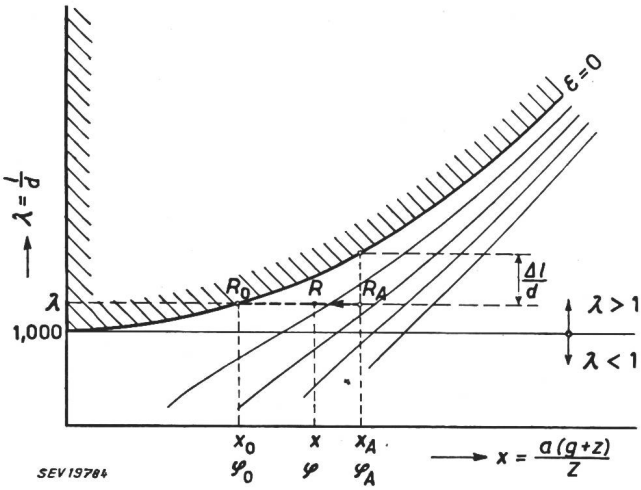

Fig. 3
Darstellung im Zustandsdiagramm von Seilschwingungen nach dem Abfallen der Zusatzlast
Im schraffierten Teil des Diagrammes verschwinden die Seilkräfte

Verfolgen wir die nach dem Abfallen der Zusatzlast eintretende Seilbewegung im Zustandsdiagramm[2]) (Fig. 3). Gleich wie die beim Ansetzen der

[2]) Zu einem beliebigen, zwischen zwei gleich hohen Punkten (Abstand a) gespanntes Seil, das bei einem Laufmetergewicht $g + z$ [kg/m] in den Aufhängepunkten den Leiterzug Z [kg] aufweist, lässt sich die *Feldkennzahl*

$$x = \frac{a(g+z)}{Z}$$

definieren. Es zeigt sich, dass diese Feldkennzahl nur Werte zwischen 0 und 1,325 annehmen kann.

Jedem Wert von x entspricht ein bestimmtes Verhältnis c zwischen Horizontalkomponente H und maximalem Leiterzug Z:

$$c = \frac{H}{Z}$$

Ebenfalls sind jedem Wert x folgende Verhältniszahlen eindeutig zugeordnet:

der relative Durchhang $\quad \varphi = \frac{f}{a} \approx \frac{x}{8c}$

die relative Bogenlänge $\quad \lambda = \frac{l}{a} \approx 1 + \frac{x^2}{24c^2}$

die relative elastische Dehnung $\quad \frac{\Delta l}{a} \approx \frac{a(g+z)}{qE} \cdot \frac{c}{x}$

Das «Zustandsdiagramm» ist die kurvenmässige Darstellung des Verhältnisses $\lambda_0 = \frac{l_0}{a}$, wo l_0 die Länge des *vollkommen entspannten Seiles* bedeutet

$$\lambda_0 = \frac{l}{a} - \frac{\Delta l}{a} \approx 1 + \frac{x^2}{24c^2} - \frac{a(g+z)}{qE} \cdot \frac{c}{x}$$

λ_0 wird in Funktion der Abszisse x und für verschiedene Werte der «Belastungszahl»

$$\varepsilon = \frac{a(g+z)}{qE}$$

aufgetragen.

Ändert die Seilform infolge einer Änderung des Laufmetergewichtes, so erscheint dies im Zustandsdiagramm als horizontale Verschiebung des durch die Zahlen x und ε darin definierten Punktes R. (Näheres hierüber siehe Bull. SEV, Bd. 43 (1952, Nr. 14, S. 602...612).

Zusatzlast auftretenden langsamen Formänderungen, so äussert sich darin auch die Seilschwingung als eine horizontale Verschiebung des Punktes R_A, der dem Ausgangszustand entspricht. Jedem Punkt R links von R_A entspricht, unterhalb der Grenzlinie $\varepsilon = 0$, eine bestimmte, durch den ihm zugeordneten relativen Durchhang φ charakterisierte Lage des hochschnellenden Seiles. Jedem Punkt R entspricht ebenfalls ein bestimmter Leiterzug Z, der sich aus den zu R gehörenden Werten ε und x ergibt:

$$Z \approx \frac{\Delta l}{a} q E = \frac{\varepsilon}{x} q E$$

Der Punkt R_0 auf der Linie $\varepsilon = 0$ charakterisiert die Lage, wo im Seil der Leiterzug verschwindet. Die Gleichungen (1) und (2) dürfen aber voraussetzungsgemäss nur angewendet werden, solange das Seil gespannt ist, solange also der der Höchstlage entsprechende Punkt R unterhalb der Linie $\varepsilon = 0$ liegt.

Wenn $\lambda < 1$, wobei λ die Ordinate von R_A bedeutet, ist diese Bedingung offensichtlich immer erfüllt, denn in diesem Falle vermag sich das hochschnellende Seil nie vollkommen zu entspannen. Ist hingegen $\lambda > 1$, dann trifft jene Bedingung auch zu, wenn die elastische Energie des Seiles entweder nicht genügt, um das Seil bis zu der R_0 entsprechenden Lage zu werfen, oder dann, wenn das hochschnellende Seil über die Feldsehne hinaus schwingt und sich nach oben wieder zu strecken vermag, d. h. wenn entweder

$$\frac{3}{4} \frac{Z_A^2}{a\, g\, q E} < \varphi_A - \varphi_0$$

oder

$$\frac{3}{4} \frac{Z_A^2}{a\, g\, q E} > \varphi_A + \varphi_0$$

Unter diesen Voraussetzungen führt der an Hand der Gl. (1) und (2) auf das beidseitig abgespannte Seil angewendete Energiesatz zur Beziehung

$$\frac{a}{2\, q E} (Z_A^2 - Z^2) = \frac{2}{3} g\, a^2 (\varphi_A - \varphi)$$

wo φ und Z den relativen Durchhang und den Leiterzug in der höchsten Lage bedeuten.

Weil

$$\frac{\Delta l}{a} \approx \frac{Z_A - Z}{q E} \approx \frac{x_A^2}{24\, c_A^2} - \frac{x^2}{24\, c^2} \approx \frac{8}{3} (\varphi_A^2 - \varphi^2)$$

erhält man nach einigen Umformungen folgende Bestimmungsgleichung für die auf die Spannweite a bezogene Schnellhöhe $\Delta\varphi = \Delta f / a$:

$$\boxed{\Delta\varphi^3 - \frac{x_A}{2} \Delta\varphi^2 + \frac{3}{4} \left(\frac{Z_A}{q E} + \frac{x_A^2}{12} \right) \Delta\varphi - \frac{3}{16} \frac{a\, z}{q E} = 0}$$

Index A weist, wie gesagt, auf den vor dem Abfallen der Zusatzlast vorhandenen Ausgangszustand hin.

Ist nun dagegen $\lambda > 1$ und gleichzeitig:

$$\varphi_A - \varphi_0 < \frac{3}{4} \frac{Z_A^2}{a g\, q E} < \varphi_A + \varphi_0$$

dann entspannt sich der Leiter vollkommen, ohne sich nach oben wieder auszustrecken. Das völlig entspannte Seil bewegt sich lediglich unter dem Einfluss der Schwerkraft sowie der losen Bindungskräfte, die die einzelnen Seilelemente zusammenhalten. Die Form der Kettenlinie verschwindet (Fig. 4),

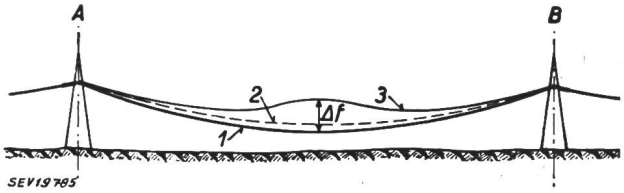

Fig. 4
Verformung des hochschnellenden Seiles im spannungsfreien Gebiet

1 Ruhelage des belasteten Seiles (Durchhang f_A)
2 untere Grenze des spannungsfreien Gebietes (das Seil hat sich vollkommen entspannt; Durchhang f_0)
3 das vollkommen entspannte Seil erreicht in Mitte Spannweite die maximale Schwingungsamplitude, Δf ist definitionsgemäss die Schnellhöhe

und die Gl. (2) für die Lage des Schwerpunktes ist nicht mehr gültig. Um die Schnellhöhe trotzdem ermitteln zu können, soll angenommen werden, dass im Augenblick, als der hochschnellende Leiter die Grenze des spannungsfreien Gebietes (also die Seillage mit dem Durchhang $f_0 = a\, \varphi_0$) durchläuft, die Geschwindigkeit der einzelnen Seilelemente einem parabolischen Verteilungsgesetz gehorcht (Fig. 5). Diese Annahme macht es möglich, die kinetische Energie des gesamten Seiles in jenem Zeitpunkt in Abhängigkeit der maximalen Geschwindigkeit v_{max} in der Mitte der Spannweite auszudrücken.

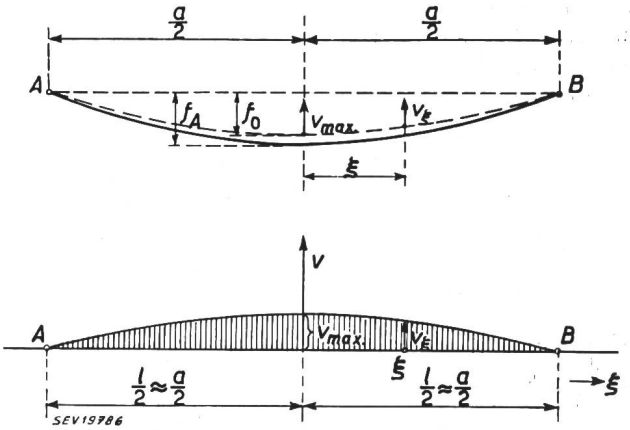

Fig. 5
Angenommene Verteilung der vertikalen Seilgeschwindigkeit im Augenblick da das Seil die Schwelle des spannungsfreien Gebietes durchläuft

Mathematisch ist die angenommene Geschwindigkeitsverteilung durch die Beziehung:

$$v_\xi = v_{max} \left(1 - 4 \frac{\xi^2}{a^2} \right)$$

dargestellt; dementsprechend berechnet sich die kinetische Energie $W_{kin.}$ des gesamten Seiles zu:

$$W_{kin.} = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \frac{g}{g^*} \frac{v_\xi^2}{2} \, dl = \frac{1}{2} \frac{g}{g^*} v^2_{max} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \left(1 - \frac{4\xi^2}{a^2} \right)^2 dl$$

und mit $dl \approx d\xi$:

$$W_{kin.} = \frac{1}{2}\frac{g}{g^*} v^0{}_{max} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \left(1 - \frac{4\xi^2}{a^2}\right)^2 d\xi = \frac{8}{15}\frac{v^2{}_{max}}{2g^*} ag \qquad (3)$$

(Fallbeschleunigung $g^* = 9{,}81$ m/s²)

Die gleiche kinetische Energie muss sich aber auch aus dem ursprünglichen Energieeinhalt $U = \frac{1}{2}\frac{Z_A{}^2 a}{qE}$, vermindert um die gegen die Schwerkraft geleistete Arbeit $A = \frac{2}{3} a^2 g (\varphi_A - \varphi_0)$, ergeben:

$$W_{kin.} = \frac{Z_A{}^2 a}{2qE} - \frac{2}{3} a^2 g (\varphi_A - \varphi_0) \qquad (4)$$

Sieht man von den geringen Bindungskräften zwischen den einzelnen Seilelementen ab und nimmt an, dass bei völlig entspanntem Seil jedes Seilelement für sich allein den Gesetzen des freien Falles folgt, so schwingt das Seil in Mitte Spannweite um

$$\Delta f' = \frac{v^2{}_{max}}{2g^*}$$

über die Grenze des spannungsfreien Gebietes hinaus. Aus Gl. (3) und (4) wird aber

$$\frac{v^2{}_{max}}{2g^*} = \frac{15}{16} a \left[\frac{Z_A{}^2}{agqE} - \frac{4}{3}(\varphi_A - \varphi_0)\right]$$

woraus man für die Gesamtschnellhöhe — d. h. für die vom Seil in der Mitte der Spannweite zurückgelegte vertikale Wegstrecke — folgenden Ausdruck erhält:

$$\Delta f = f_A - f_0 + \Delta f'$$

$$\boxed{\Delta f = \frac{5}{4} a \left(\frac{3}{4}\frac{Z_A{}^2}{agqE} - \frac{\varphi_A - \varphi_0}{5}\right)} \qquad (5)$$

An Hand von Schwingungsversuchen der Bernischen Kraftwerke A.-G.[3]) soll nun geprüft werden, inwieweit die abgeleitete Formel zu richtigen Ergebnissen führt. Jene Versuche wurden im Jahre 1930 auf der 150-kV-Leitung Bickigen—Innertkirchen vorgenommen. Das an den Enden vorerst abgespannte, dann halbabgespannte und schliesslich an Tragketten befestigte Seil wurde mit Gewichten belastet, die man plötzlich entfernte; dabei wurden die Seilschwingungen registriert. Die Versuchsdaten sind:

Spannweite:	$a = 342$ m
Seil:	210 mm² Stahl-Aluminium (170 mm² Al + 39,8 mm² St.)
Eigengewicht:	0,81 kg/m
Elastizitätsmodul:	$E = 0{,}755 \cdot 10^6$ kg/cm²

Beim Versuch mit abgespanntem Seil (Versuch A III) war die Zusatzlast $7 \cdot 150$ kg, entsprechend 3,08 kg/m; davon blieben nach dem Entlasten 0,12 kg/m am Seil haften.

Der Durchhang bei 3,08 kg/m Zusatzlast betrug 17,9 m. Damit wird:

$$\varphi_A = \frac{f_A}{a} = \frac{17{,}9}{342} = 5{,}23\ \%$$

[3]) siehe *H. Oerlli:* Schwingungen von Stromleiterseilen nach dem Abfallen von Zusatzlasten. Bull. SEV, Bd. 41(1950), Nr. 13, S. 501...511.

und dementsprechend

$$x_A = 0{,}408\ ; \qquad Z_A = \frac{342\,(3{,}08 + 0{,}81)}{0{,}408} = 3260 \text{ kg}\ ;$$

ferner ist noch

$$\varepsilon_A = \frac{342\,(3{,}08 + 0{,}81)}{2{,}10 \cdot 0{,}755 \cdot 10^6} = 840 \cdot 10^{-6}$$

$x_A = 0{,}408$ und $\varepsilon_A = 840 \cdot 10^{-6}$ entspricht nach dem Zustandsdiagramm $\lambda = 1{,}00515 > 1$; es besteht also ein spannungsfreies Gebiet, das nach unten durch die Seillinie mit dem relativen Durchhang $\varphi_0 = 4{,}41\%$ begrenzt ist.

Die Kennzahl

$$\frac{3}{4}\frac{Z_A{}^2}{agqE} = \frac{3}{4}\frac{3260^2}{342\,(0{,}81 + 0{,}12) \cdot 2{,}1 \cdot 0{,}755 \cdot 10^6} = 0{,}0158$$

liegt zwischen

$$\varphi_A - \varphi_0 = 0{,}0523 - 0{,}0441 = 0{,}0082$$

und

$$\varphi_A + \varphi_0 = 0{,}0523 + 0{,}0441 = 0{,}0964$$

Die Schnellhöhe Δf rechnet sich also aus Gl. (5), d. h. wiederum mit $g = 0{,}81 + 0{,}12 = 0{,}93$ kg/m, zu

$$\Delta f = 1{,}25 \cdot 342 \left(0{,}0158 - \frac{0{,}0082}{5}\right) = 6{,}07 \text{ m}$$

Gemessen wurden dagegen bei den Versuchen der BKW[4]) 6,60 m. Der Fehler von rund 8% ist angesichts der Unsicherheit, die meistens über Umfang und Verteilung der abfallenden Zusatzlast besteht, durchaus tragbar. Der Unterschied ist wahrscheinlich eine Folge des elastischen Nachgebens der Maste.

Würde man im übrigen von den besonders gearteten Seilverformungen im spannungsfreien Gebiet absehen und auch hier einfach die Gleichungen (3), bzw. (4) anwenden, so ergäbe sich — da im spannungsfreien Gebiet die elastische Energie verschwindet — die relative Schnellhöhe $\Delta\varphi$ einfach zu

$$\varphi_A - \varphi = \Delta\varphi = \frac{3}{4} \cdot \frac{Z_A{}^2}{agqE}$$

Im vorliegenden Beispiel würde dies also zu

$$\Delta f = a\,\Delta\varphi = 342 \cdot 0{,}0158 = 5{,}40 \text{ m}$$

führen.

3. Die Schnellhöhe bei Freileitungen mit Hängeketten

Hängeketten lassen kleine Verschiebungen der Aufhängepunkte in Leitungsrichtung zu; dadurch wird die Schnellhöhe in erheblichem Masse beeinflusst. Zur Berechnung der Schwingungsamplitude werden wir von der allgemeinen Annahme ausgehen, dass vor dem Abfallen der Zusatzlast der Seilzug Z_A im betrachteten Feld vom Seilzug Z in den benachbarten Spannweiten verschieden sei; wir nehmen also an, dass das Seil im betrachteten Feld eine andere Zusatzlast trägt als in den benachbarten Spannweiten.

Dagegen beschränken sich die folgenden Betrachtungen von vornherein auf Seile, deren Seilbogenlänge l voraussetzungsgemäss die Feldspannweite a höchstens um etwa die Länge l_k einer Tragkette übersteigen soll:

$$l < a + l_k$$

Durch diese Voraussetzung vereinfacht sich das Problem wesentlich: Das Seil kann sich nämlich nicht vollständig entspannen (hierfür müsste aus naheliegenden Gründen $l > a + 2\,l_k$ sein), so dass

[4]) siehe Fig. 14 auf S. 506 der in Fussnote 3 erwähnten Arbeit.

sich Gl. (2) für die Arbeit der Schwerkraft ohne weiteres anwenden lässt. Ferner können sich, nach dem Abwerfen der Zusatzlast, die Aufhängepunkte des Seiles höchstens um etwa die halbe Länge einer Tragkette über die vertikalen Tragketten entsprechende Ruhelage hinaus bewegen. Demnach werden die Tragketten bei erreichter Schnellhöhe nicht allzusehr aus der vertikalen Lage heraus gezogen und wirken auf dem Seil lediglich mit einer geringen, vernachlässigbaren horizontalen Kraft ein. Man darf also annehmen, *dass der Leiterzug im hochgeschnellten Seil den gleichen Wert Z hat wie in den benachbarten Spannweiten* (Fig. 6).

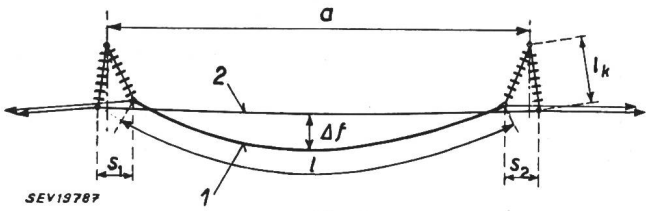

Fig. 6
Seilschwingungen in Freileitungen mit Tragketten
1 Mit Zusatzlast belastetes Feld (Leiterzug Z_A); die übrigen Spannweiten weisen den Leiterzug Z auf
2 Hochschnellendes Seil in der Höchstlage. Der Leiterzug hat sich auf den Wert Z ausgeglichen

Auch bei beweglichen Aufhängepunkten lässt sich die Schnellhöhe an Hand des Energiesatzes ermitteln. Dabei muss aber auch jener Arbeitsanteil W mitberücksichtigt werden, der vom Zug der benachbarten Spannfelder geleistet wird. Das Gesetz der Erhaltung der Energie lautet hier:

$$\Delta U + W = A \tag{6}$$

In den benachbarten Spannweiten bleibt während der Seilbewegung der Seilzug im wesentlichen konstant, so, dass

$$W \approx H\,(s_1 + s_2) = H\,s$$

Die Strecke $s = s_1 + s_2$, um die sich der Abstand der Aufhängepunkte während der Bewegung vergrössert, soll nun in Funktion des der höchsten Seillage entsprechenden prozentualen Durchhanges φ ausgedrückt werden. Ausgehend von der, die Konstanz der Länge des vollständig entspannten Seiles ausdrückenden Beziehung

$$l_A - \Delta l_A = l - \Delta l \quad ^{5)}$$

und mit

$$l_A \approx \left(1 + \frac{x_A^2}{24\,c_A^2}\right) a\,; \qquad \Delta l_A \approx \frac{Z_A}{qE}\,a$$

$$l \approx \left(1 + \frac{x^2}{24\,c^2}\right)(a + s) = \left(1 + \frac{x^2}{24\,c^2}\right)\left(1 + \frac{s}{a}\right) a$$

wird

$$1 + \frac{x_A^2}{24\,c_A^2} - \frac{Z_A}{qE} = \left(1 + \frac{x^2}{24\,c^2}\right)\left(1 + \frac{s}{a}\right) - \frac{Z}{qE}\left(1 + \frac{s}{a}\right)$$

oder, nach kurzer Zwischenrechnung, unter Weglassung belangloser Glieder auch:

$$\frac{s}{a} \approx \frac{x_A^2}{24\,c_A^2} - \frac{x^2}{24\,c^2} - \frac{Z_A - Z}{qE} = \frac{8}{3}\varphi_A^2 - \frac{8}{3}\varphi^2 - \frac{Z_A - Z}{qE}$$

Die verschiedenen Energiebeträge sind also

$$W = H\,a\,\frac{s}{a} = H\,a\left(\frac{8}{3}\varphi_A^2 - \frac{8}{3}\varphi^2 - \frac{Z_A - Z}{qE}\right)$$

$$\Delta U = \frac{Z_A^2 - Z^2}{2\,qE}\,a\,, \qquad A = \frac{2}{3}\,a^2 g\,(\varphi_A - \varphi)$$

Setzt man diese Formeln in Gl. (6) ein und ersetzt darin die Variable φ durch die gesuchte Schnellhöhe $\Delta f = a\,(\varphi_A - \varphi)$, so ergibt sich nach einigen Umformungen für Δf die Gleichung:

$$-\frac{8}{3}\,\frac{H}{a\,g}\,\Delta f^2 + \frac{16}{3}\,\frac{H}{a\,g}\,f_A\,\Delta f - \frac{2}{3}\,a\,\Delta f = \frac{2\,H\,(Z_A - Z) - (Z_A^2 - Z^2)}{2\,a\,g\,qE}\,a^2$$

Bedenkt man weiter, dass

$$\varphi_A \approx \frac{a\,(g + z)}{8\,H_A}\,, \qquad H \approx Z\,, \qquad \frac{H_A}{H} \approx \frac{Z_A}{Z}$$

so gelangt man nach einfachen Umformungen zu folgender Bestimmungsgleichung für Δf:

$$\Delta f^2 - 2 f_A\left(1 - \frac{g}{g + z}\,\frac{Z_A}{Z}\right)\Delta f - \frac{3}{16}\,\frac{Z}{qE}\,a^2\left(1 - \frac{Z}{Z_A}\right)^2 = 0 \tag{7}$$

Besondere Beachtung verdient noch der Fall, wo sich die auf einer Freileitungsstrecke gleichmässig verteilte Zusatzlast in einem einzigen Feld löst. Diese Annahme dürfte den auf Freileitungen tatsächlich vorkommenden Verhältnissen wohl am ehesten entsprechen; überdies führt sie zu einem bemerkenswert einfachen Ergebnis. Berücksichtigt man nämlich, dass, sofern die allgemein gestellte Bedingung $l < a + l_k$ eingehalten ist, der Leiterzug Z_A während der Bewegung konstant bleibt (denn voraussetzungsgemäss $Z = Z_A$), so ergibt sich aus Gl. (7) für die Schnellhöhe Δf der einfache Ausdruck:

$$\boxed{\Delta f = 2\,f_A\,\frac{z}{g + z}} \tag{8}$$

Beispiel

Die Brauchbarkeit von Gl. (7) kann an Hand der Ergebnisse der bereits erwähnten Versuche[3]) ebenfalls nachgewiesen werden (Versuch A I, Seil an Tragketten aufgehängt). Spannweite und Seildaten bleiben gleich wie im vorhergehenden Beispiel. Die Belastung beträgt 7 · 116 kg, entsprechend einer gleichmässig verteilten Zusatzlast von 2,38 kg/m. Da ein einziges Feld belastet ist und daher die Tragketten einschwenken, ist der Anfangsdurchhang f_A wesentlich grösser als bei Abspannung und beträgt

$$f_A = 20{,}7 \text{ m}$$

dementsprechend ist $Z_A = 2330$ kg.

[5]) Auch hier weist der Index «*A*» auf den *Ausgangszustand* hin.

Der Leiterzug Z in den benachbarten Feldern, der gleich dem Leiterzug im unbelasteten Zustand angenommen werden darf, ergibt sich aus dem für jenen Zustand mit 11,3 m angegebenen Durchhang zu $Z = 1060$ kg. Auch hier bleibt am hochschnellenden Seil eine restliche Zusatzlast von 0,12 kg/m haften, so, dass

$$g = 0{,}81 + 0{,}12 = 0{,}93 \text{ kg/m}$$

Gl. (7) wird also:

$$\Delta f^2 - 2 \cdot 20{,}7 \left(1 - \frac{0{,}93}{3{,}19} \cdot \frac{2320}{1060}\right) \Delta f - \frac{3}{16} \cdot \frac{1060 \cdot 342^2}{2{,}10 \cdot 0{,}755 \cdot 10^6} \left(1 - \frac{1060}{2320}\right)^2 = 0$$

$$\Delta f = 7{,}45 \pm \sqrt{7{,}45^2 + 4{,}30}$$

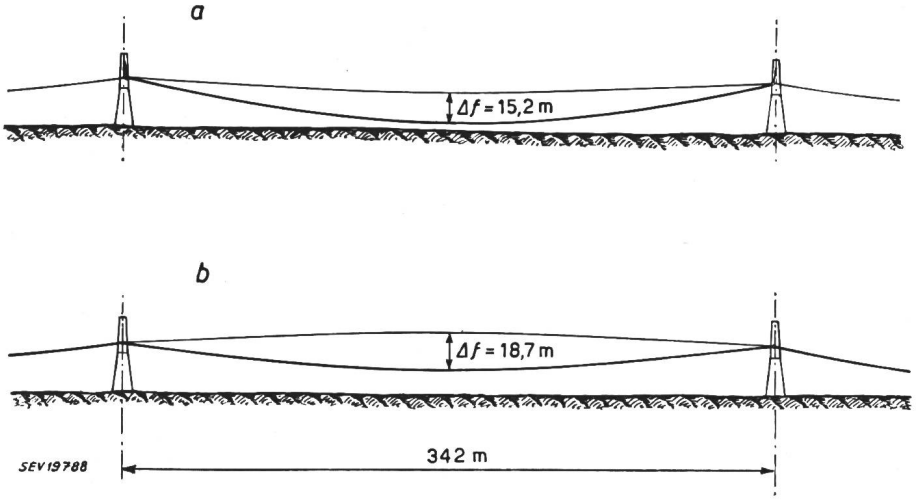

Fig. 7
Schnellhöhe im Beispiel der Schnellhöheberechnung auf Freileitungen mit Tragketten
a allein das betrachtete Feld ist mit Zusatzlast (2,38 kg/m) belastet
b die Zusatzlast (2,38 kg/m) ist auf der ganzen Freileitung gleichmässig verteilt, fällt aber im betrachteten Feld plötzlich ab

Offensichtlich hat nur die dem positiven Vorzeichen entsprechende Lösung technisch einen Sinn (Fig. 7a), so dass

$$\Delta f = 15{,}2 \text{ m}$$

In den Versuchen wurde eine Schnellhöhe von 15,6 m gemessen[6]); die Übereinstimmung ist also sehr gut.

Wäre hingegen die ganze Leitung gleichmässig mit 2,38 kg/m Zusatzlast behaftet, so würde der Durchhang im betrachteten Feld 13,2 m betragen. Die beim Abfallen von 2,38 — 0,12 = 2,26 kg/m Zusatzlast zu erwartende Schnellhöhe wäre dann nach Gl. (30):

$$\Delta f = 2 \cdot 13{,}2 \cdot \frac{2{,}26}{3{,}19} = 18{,}7 \text{ m} \quad \text{(Fig. 7b)}$$

[6]) siehe Fig. 12 auf S. 506 der in Fussnote 3 erwähnten Arbeit.

Schlussbemerkung

Das plötzliche Abfallen von Schneewalzen löst Seilschwingungen aus, deren Amplitude an Hand der oben abgeleiteten Formeln ermittelt werden kann. Praktischen Wert haben dabei vor allem Gl. (5) für abgespannte Seile und Gl. (8) für Seile, die an Tragketten befestigt sind. Ausser von dem Gewicht der abfallenden Schneewalze, ist die Schnellhöhe auch von der Seilbeschaffenheit (Eigengewicht, Querschnitt, Elastizitätsmodul) sowie von der Feldspannweite und vom Leiterzug massgebend bedingt. Die Schwingungsamplitude kann, vor allem in Freileitungen mit Tragketten, sehr hohe Werte erreichen. Es dürfte wohl sehr schwierig sein, übereinander geführte Leiter so weit zu distanzieren, dass ein Zusammenschlagen mit Sicherheit vermieden wird: vor allem scheint dies ausgeschlossen, wenn man damit rechnen muss, dass die, nach Starkstromverordnung einzusetzende Schneelast von 2 kg/m tatsächlich auftreten und plötzlich abfallen kann.

Adresse des Autors:
K. Lips, dipl. Ing. ETH, Starkstrominspektor, Obstgartenstrasse 29, Zürich 6.

Der Übergang von der Funken- in die Lichtbogenentladung

Von *B. Gänger*, Wettingen

537.523.4

Der beim Durchschlag einer Isolierstrecke gezündete Funken mündet in die stabile Endform der Lichtbogenentladung, wenn die Ergiebigkeit des äusseren Kreises ausreicht, um die eingeleitete Entladung weiterzutreiben. Die Energieumsetzung in der Funkenbahn erhitzt das Gas und die Ansatzstellen auf den Elektroden, wodurch weitere Ladungsträger erzeugt werden. Hierbei bricht die Spannung an den Elektroden auf die sehr viel niedrigere Lichtbogenbrennspannung zusammen. Nach kurzem Hinweis auf die zum Zünden einer Gasentladung führenden Vorgänge werden die von Toepler angegebene Beziehung für den Funkenwiderstand und die daraus für induktionsfreie Kreise ableitbaren Gesetzmässigkeiten für die Umbildung der Funken- in die Lichtbogenbahn behandelt. Eine erst in neuerer Zeit angegebene, physikalisch besser fundierte Gesetzmässigkeit vermag den Übergang in die stationäre Entladungsform ebenfalls befriedigend zu beschreiben, so dass vorläufig von seiten des Experimentes keine Entscheidung zugunsten der einen oder anderen Beziehung getroffen werden kann.

L'étincelle amorcée par suite d'une perforation d'un espace isolant se transforme finalement en arc, lorsque l'énergie du circuit externe est suffisante pour entretenir la décharge. La transformation d'énergie qui se produit dans le trajet de l'étincelle provoque un échauffement du milieu gazeux et des points d'amorçage des électrodes, ce qui a pour effet de produire de nouveaux porteurs de charge. La tension aux électrodes diminue alors considérablement jusqu'à la valeur de la tension d'arc. Après un bref rappel des processus d'amorçage d'une décharge gazeuse, l'auteur examine la relation indiquée par Toepler pour la résistance d'étincelle et les lois qui en résultent pour la transformation d'une étincelle en colonne d'arc, dans le cas de circuits non inductifs. L'indication récente d'une loi physiquement mieux fondée donne également une explication satisfaisante du passage à la forme stationnaire d'une décharge gazeuse. Pour l'instant, les expérimentateurs ne peuvent pas encore décider si l'une ou l'autre des explications de ce phénomène est préférable.

Ein Lichtbogen kann durch Abreisszündung beim Abheben zweier Kontaktstücke im Augenblick der Verdampfung letzter metallisch leitender Brücken durch den weiterbestehenden Strom oder auch aus