

Zeitschrift: Bulletin de l'Association suisse des électriciens
Herausgeber: Association suisse des électriciens
Band: 43 (1952)
Heft: 14

Artikel: Über ein graphisches Verfahren zur Berechnung von Freileitungsseilen
Autor: Lips, K.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-1057884>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 14.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Über ein graphisches Verfahren zur Berechnung von Freileitungsseilen

Von K. Lips, Zürich

518.4:621.315.1.056

Der Verfasser schildert ein einfaches, auf Diagrammen beruhendes Verfahren, um Durchhänge und Leiterzüge von beliebigen Freileitungsseilen rasch und genau durchzurechnen. Es wird ferner gezeigt, wie die entwickelten Diagramme auch im Falle von ungleichmässig verteilter Zusatzlast verwendet werden können.

L'auteur décrit une méthode simple pour déterminer rapidement, à l'aide de diagrammes, les flèches exactes des câbles des lignes aériennes ainsi que les forces qu'ils exercent sur les pylônes. La méthode est ensuite appliquée à un câble avec surcharge non uniformément distribuée.

1. Ermittlung von Durchhang und Zugkräften

Das Seilliniendiagramm

Ein an zwei festen Punkten hängender, vollkommen biegsamer Draht hat, wenn er sich selber überlassen ist, das Bestreben, jene Form anzunehmen, die einem Minimum der potentiellen Energie der Lage entspricht. Die Variationsrechnung (d. i. jener Teil der Mathematik, der solche Minimumprobleme behandelt) leitet hieraus ab, dass die vom ruhenden

Daraus leitet man die Grösse der Vertikalkomponente V_P des in P wirkenden Leiterzuges ab:

$$V_P = (g + z) l = H \sinh \frac{g + z}{H} \xi_P \quad (2)$$

Die Horizontalkomponente H ist auf dem ganzen Verlauf der Kurve konstant, da auf das Seil lediglich die vertikale Schwerkraft wirkt. Der Gesamtseilzug Z_P in P ist deshalb:

$$Z_P = \sqrt{H^2 + V_P^2} = H \cosh \frac{g + z}{H} \xi_P = (g + z) \eta_P \quad (3)$$

Der Seilzug wächst also direkt proportional mit der Ordinate η ; er ist am geringsten im Scheitelpunkt S , wogegen der obere Aufhängepunkt A am stärksten beansprucht ist.

Nun eignet sich aber Gl. (1) nicht zur praktischen Berechnung von Seilen, denn daraus können weder für den Durchhang noch für die Behandlung von Zustandsänderungen genügend einfache Formeln abgeleitet werden. Deshalb greift man in der Regel zur Reihenentwicklung von Gl. (1) und ersetzt die Kettenlinie durch eine Parabel. Bei den im Freileitungsbau üblichen Verhältnissen ist dies wohl fast immer zulässig; der dabei begangene Fehler ist kaum nennenswert. Trotz dieser Vereinfachung bleibt die Berechnung zeitraubend und unübersichtlich; bei sehr grossen Spannweiten kann zudem die wirkliche Seilform (d. h. die Kettenlinie), von der sie ersetzenden Parabel wesentlich abweichen, so dass manchmal doch die genauere Berechnung nach Gl. (1) durchgeführt werden sollte. Im folgenden wird nun gezeigt, wie diese Berechnungen durch Verwendung geeigneter Diagramme weitgehend vereinfacht werden können, ohne an Genauigkeit einzubüssen; im Gegenteil behalten die Diagramme, weil sie auf die Gleichung der Kettenlinie aufgebaut sind, überall ihre strenge Gültigkeit, selbst bei extrem grossen Spannweiten.

Das grundlegende Hilfsmittel des zu erläuternden Verfahrens ist ein Diagramm, das die Gesamtheit der Kettenlinien darstellt, die ein in einem festen Punkt O mit bestimmtem Leiterzug Z abgespanntes Seil annehmen kann. Fig. 2 zeigt, wie man sich das Entstehen dieser Linienschar ideell vorstellen kann. Das in O abgespannte Seil ist am anderen Aufhängepunkt über eine reibungslos drehende, horizontal verschiebbare Rolle geführt. Jedem Abstand a zwischen Rolle und der festen Verankerung O entspricht eine bestimmte Kettenlinie, die mit den übrigen die ξ -Achse gemeinsam hat. Je grösser der Abstand a ist, um so grösser ist der Seildurchhang und um so kleiner wird der horizontale Leiterzug H . Die Vertikalkomponente in den Aufhängepunkten nimmt hingegen, entsprechend der wachsenden Seillänge, zu.

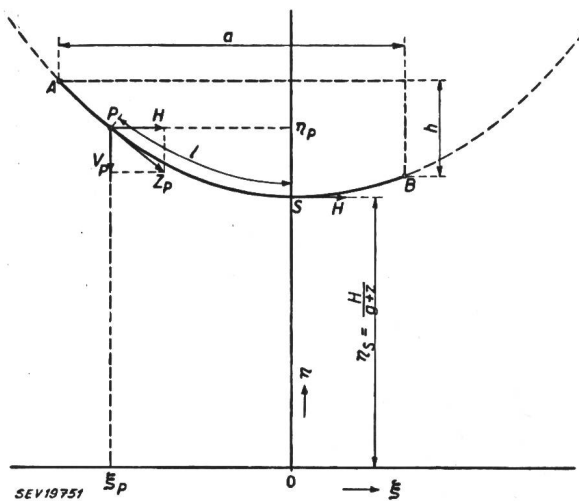


Fig. 1

Koordinatensystem zur Gleichung der Kettenlinie
Die η -Achse ist die Symmetrieachse der Seilkurve;
die ξ -Achse liegt im Abstand $ys = \frac{H}{g+z}$ vom Scheitelpunkt S

Drahte beschriebene Kurve eine sogenannte «Kettenlinie» sein muss, d. h. eine Linie, deren Gleichung in dem in Fig. 1 eingezeichneten Koordinatensystem lautet:

$$\eta = \frac{H}{g + z} \cosh \xi \frac{g + z}{H} \quad (1)$$

Hierin bedeuten:

- g [kg/m] das Seilgewicht pro Längeneinheit;
- z [kg/m] die allfällige gleichmässig verteilte Zusatzlast (Eiswalzen);
- H [kg] der horizontale Seilzug im Scheitelpunkt.

Zum gleichen Resultat gelangt man selbstverständlich auch, wenn man die Gleichgewichtsbedingung eines Seilelementes dl analytisch ausdrückt und die erhaltene Differentialgleichung löst.

Ausgehend von Gl. (1) ermittelt sich die Länge l eines im Scheitelpunkt beginnenden, beliebigen Seilbogens \widehat{SP} (Fig. 1), zu:

$$l = \int_0^{\xi_P} dl = \int_0^{\xi_P} \sqrt{1 + \left(\frac{d\eta}{d\xi}\right)^2} d\xi = \frac{H}{g + z} \sinh \frac{g + z}{H} \xi_P$$

Alle durch Ändern von Laufmetergewicht und maximalem Seilzug erhältlichen Kurvenscharen sind einander geometrisch ähnlich, d. h. aus einer bestimmten Kurvenschar ergeben sich alle anderen durch blosses Ändern des Maßstabes. Alle mögli-

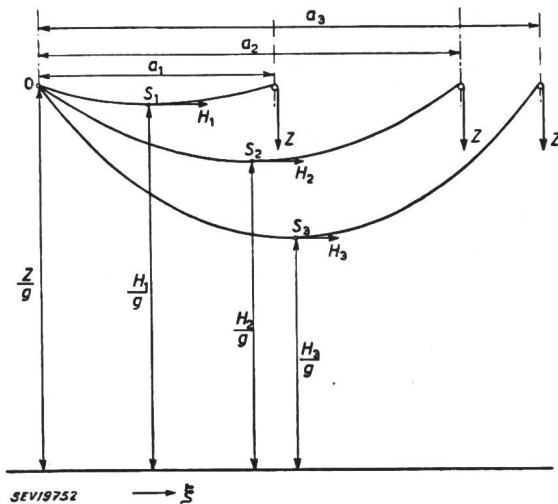


Fig. 2

Mit gleichem maximalem Leiterzug Z und über verschiedene Horizontalspannweiten gespanntes Seil
Allen Linien ist die ξ -Achse gemeinsam

chen Seilkurvenscharen lassen sich somit durch eine einzige darstellen. Hierzu wird vorteilhaft jene in Fig. 3 abgebildete gewählt. Sie ist dadurch charakterisiert, dass dem Punkt O , von dem alle Kettenlinien ausstrahlen, die Koordinaten 0 und 1 zugeordnet sind. In dieser Kurvenschar kann man grundsätzlich jedes, zwischen zwei beliebigen Punkten abgespannte Seil darstellen. Wird nämlich (nach

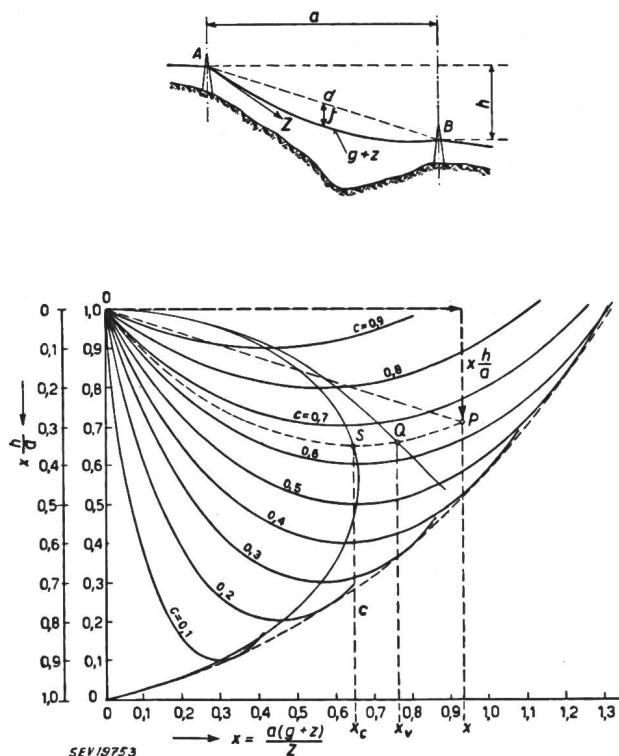


Fig. 3

Darstellung der Kettenlinienschar nach Fig. 2
mit dimensionslosen Koordinaten

Fig. 3) dem oberen Aufhängepunkt A einer Spannweite den Ausgangspunkt O der Kurvenschar zugeordnet, dann bestimmen die (von O aus gezählten) Koordinaten

$$x = \frac{a(g+z)}{Z}$$

$$y = x \frac{h}{a}$$

die Abbildung P des unteren Seilaufhängepunktes B ; die durch P geführte Kettenlinie ist eine maßstäbliche Darstellung des zwischen A und B verlegten Seiles. Die reine (dimensionslose) Zahl x wird im folgenden häufig auftreten; sie soll als *Feldkennzahl* bezeichnet werden.

Jede einzelne Kettenlinie vom Diagramm in Fig. 3 ist durch deren Parameter c , der die Ordinate des jeweiligen Scheitelpunktes S bedeutet, eindeutig charakterisiert. c ist deshalb ein Mass für die Horizontalkomponente H des Seilzuges Z :

$$H = c Z$$

c kann alle Werte zwischen 0 und 1 annehmen.

Die Abszisse x_c des Scheitelpunktes S einer Kettenlinie mit dem Parameter c ergibt sich zu:

$$x_c = c \operatorname{arcosh} \frac{1}{c} \quad (4)$$

Alle Scheitelpunkte liegen auf einer, in Fig. 3 eingezeichneten Linie.

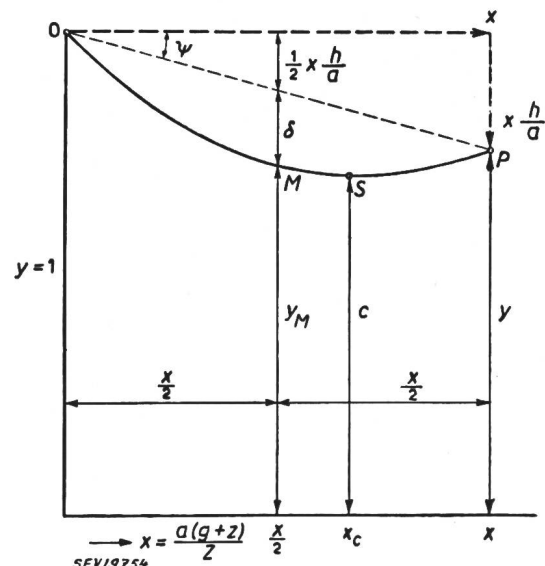


Fig. 4

Bedeutung der zur Berechnung des Durchhanges benützten Symbole

Wenn man an jeder Kettenlinie der Fig. 3 den Punkt Q bestimmt, dessen Abszisse x_v gleich der Bogenlänge vom Ursprung O bis zum Scheitelpunkt S ist, und die so erhaltenen Punkte mit einer Kurve verbindet, so kann aus dieser Kurve zu jedem Wert

von c der entsprechende Wert x_v abgelesen werden. x_v ist ein Mass für die Vertikalkomponente V im oberen Aufhängepunkt des betrachteten Seiles:

$$V = x_v Z$$

Definiert man schliesslich den Durchgang eines Seiles, wie üblich, als in Spannweite-Mitte gemessenen vertikalen Abstand zwischen dem Seil und die, die Aufhängepunkte verbindende Feldsehne (Fig. 4), so entspricht dem beliebigen Punkt P in Fig. 3 der Durchhang:

Bezeichnet φ den auf die horizontale Spannweite a eines Feldes bezogenen Durchhang f , so wird:

$$\varphi = \frac{f}{a} = \frac{\delta}{x} = y_M \frac{x}{8c^2} \left(1 + \frac{x^2}{6c^2} + \dots \right) \quad (5)$$

bzw. für Spannfelder mit gleich hohen Aufhängepunkten ($y_M = c$):

$$\varphi = \frac{x}{8c} \left(1 + \frac{x^2}{6c^2} + \dots \right) \quad (5a)$$

Jedem Punkt des Diagrammes in Fig. 3 ist ein Wert φ zugeordnet. Verbindet man die Punkte mit

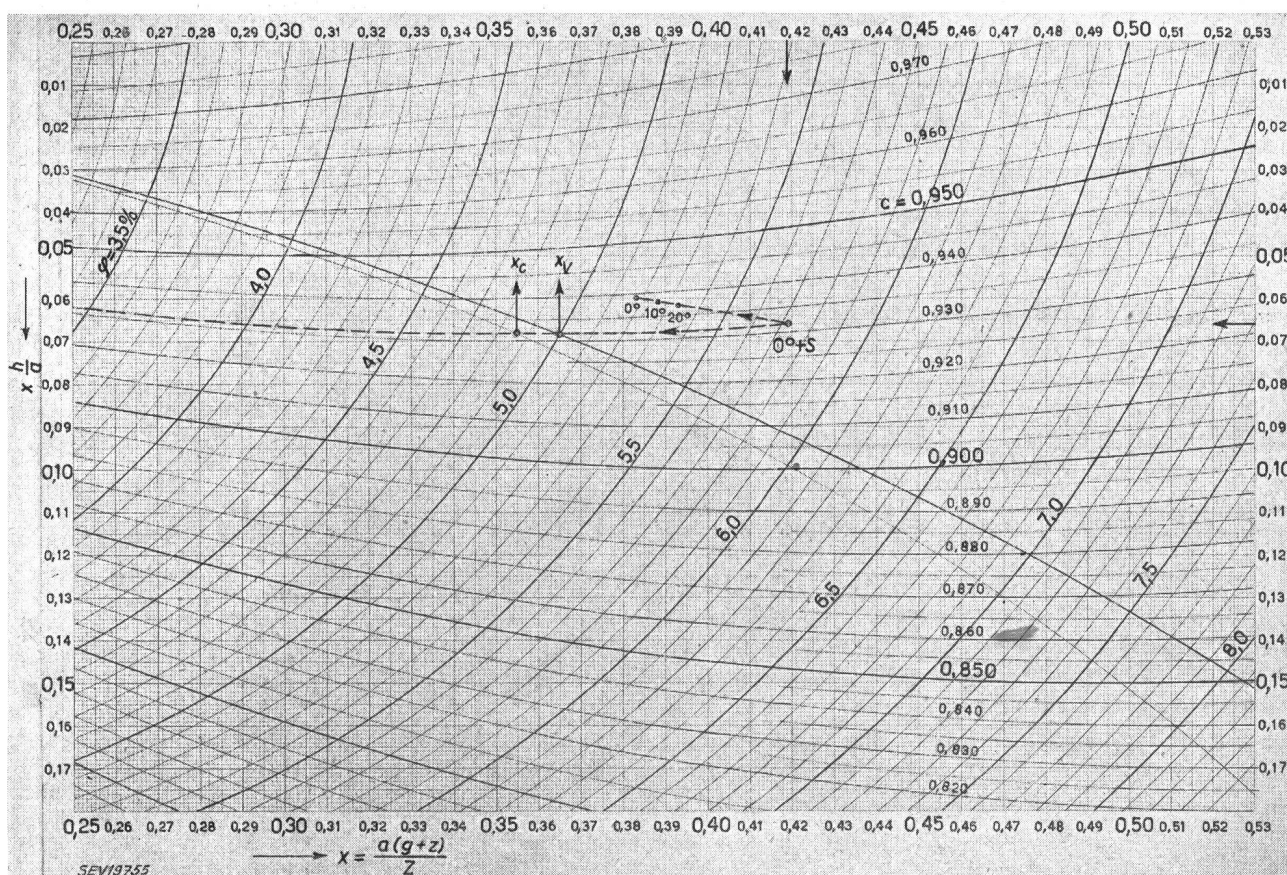


Fig. 5
Ausschnitt aus dem Seilliniendiagramm

$$\delta = 1 - y_M - \frac{1}{2} (1 - y)$$

Mit

$$y = c \cosh \frac{x - x_c}{c}$$

$$y_M = c \cosh \frac{x - 2x_c}{2c}$$

$$c \cosh \frac{x_c}{c} = 1$$

wird nach kurzer Umformung:

$$\delta = \frac{1}{2} y_M \left(\cosh \frac{x}{2c} - 1 \right) = y_M \frac{x^2}{8c^2} \left(1 + \frac{x^2}{6c^2} + \dots \right)$$

gleichem Wert φ zu Kurven, dann lässt sich der Durchhang f eines beliebig geneigten Spannfeldes (Horizontalabstand der Aufhängepunkte = a) einfach ermitteln:

$$f = \varphi a$$

wobei φ einfach abgelesen werden kann.

Fig. 5 zeigt einen Ausschnitt in grösserem Massstab der Kurvenschar in Fig. 3; darin sind auch die erwähnten Kurven gleichen relativen Durchhanges φ eingezeichnet. Das so vervollständigte Kurvenblatt soll im folgenden als *Seilliniendiagramm* bezeichnet werden. Wie das Zahlenbeispiel zeigen wird, gestattet es zunächst einmal, den Durchhang und die Leiterzüge eines beliebigen Spannfeldes durch blosses Ablesen zu ermitteln. Ergänzt

durch ein besonderes, noch zu erläuterndes «Zustandsdiagramm» wird es zudem gestatten, beliebige Zustandsänderungen mit einem Minimum an Arbeitsaufwand durchzurechnen.

Beispiel

Ein beidseitig abgespanntes 95-mm²-Cu-Seil soll über 350 m horizontaler Spannweite und 55 m Höhendifferenz so verlegt werden, dass die maximale Leiterbeanspruchung (d. h. die Beanspruchung im oberen Aufhängepunkt und bei 2 kg/m Zusatzlast) 25 kg/mm² beträgt. Für diesen Zustand sind Durchhang und Leiterzüge zu bestimmen.

Mit den Bezeichnungen in Fig. 3 seien:

Mit diesen Zahlen ergeben sich:

1. der Horizontalzug H :

$$H = c Z = 0,932 \cdot 2375 = 2215 \text{ kg}$$

2. die vertikale Seilzugkomponente (Seilgewicht) im oberen Aufhängepunkt:

$$V_{ob.} = x_v Z = 0,364 \cdot 2375 = 865 \text{ kg}$$

3. das Seilgewicht im unteren Aufhängepunkt:

$$V_{unt.} \approx (x - x_c) Z = 0,065 \cdot 2375 = 155 \text{ kg}$$

4. der Durchhang f :

$$f = \varphi a = \frac{5,71 \cdot 350}{100} = 20,00 \text{ m}$$

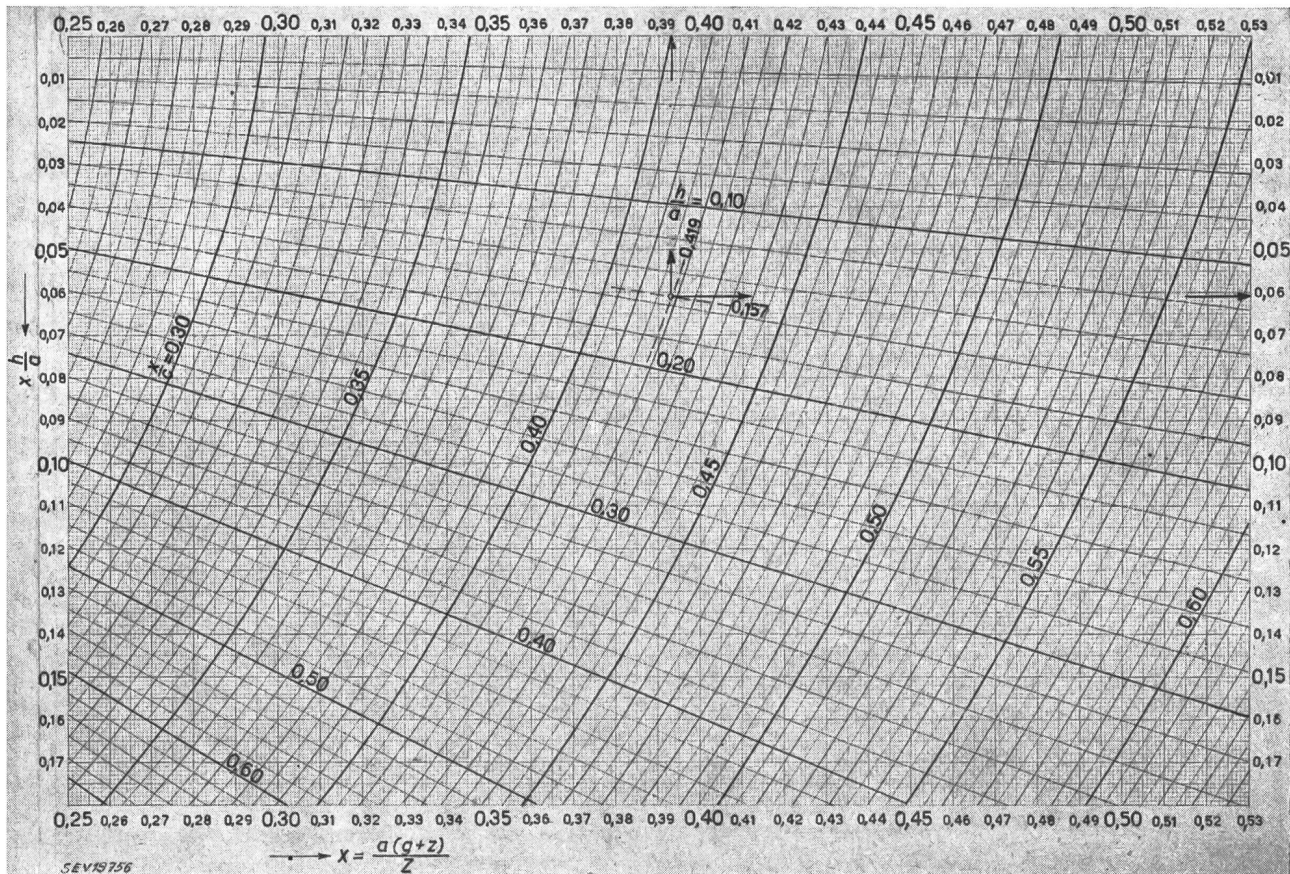


Fig. 6

Ausschnitt aus dem Horizontalzugdiagramm

$$\begin{aligned} a &= 350 \text{ m} & h &= 55 \text{ m} \\ g &= 0,845 \text{ kg/m} & z &= 2 \text{ kg/m} \\ q &= 0,95 \text{ cm}^2 & \sigma_{max} &= 2500 \text{ kg/cm}^2 \\ Z &= q \sigma_{max} = 2375 \text{ kg} \end{aligned}$$

Es sollen zunächst die dimensionslosen Feldkennzahlen x , bzw. $x \frac{h}{a}$ bestimmt werden:

$$x = \frac{a(g+z)}{Z} = \frac{350 \cdot 2,845}{2375} = 0,419$$

$$x \frac{h}{a} = 0,419 \frac{55}{350} = 0,066$$

Durch Interpolation im Seilliniendiagramm ergibt sich sofort:

$$c = 0,932 \text{ und } \varphi = 5,71\%$$

Entsprechend $c = 0,932$ findet man auf der S-Linie

$$x_c = 0,354$$

und auf der V-Linie

$$x_v = 0,364$$

Der Seilzug im unteren Aufhängepunkt ergibt sich aus Gl. (3) zu:

$$Z_{unt.} = Z - h(g+z) = 2375 - 156 = 2224 \text{ kg}$$

Diese Anwendung des Seilliniendiagrammes setzt voraus, dass der Seilzug im oberen Aufhängepunkt bekannt ist. Hauptsächlich bei Freileitungen mit Tragketten legt man jedoch dem Einregulieren der Seile einen bestimmten Horizontalzug H zugrunde. Aus horizontalem Seilzug, Spannweite und Laufmetergewicht liesse sich nun wohl die Feldkennzahl x durch Versuche ermitteln, indem man auf jener Geraden, die der Neigung $\tan \psi = h/a$ entspricht, schrittweise den Punkt suchen würde, für den

$$\frac{x}{c} = \frac{a(g+z)}{H}$$

Dieses zeitraubende Vorgehen lässt sich jedoch vermeiden, indem man aus dem Seilliniendiagramm ein zweites Kurvenblatt ableitet, worin mit gleichen Koordinaten wie im Seilliniendiagramm, die Linien $x/c = \text{konst.}$ und die Neigungsgeraden in angemessener Abstufung eingezeichnet sind (Fig. 6). Dieses Diagramm soll als *Horizontalzugdiagramm* bezeichnet werden.

Angenommen, dass im vorstehenden Beispiel die horizontale Seilspannung (d. h. die Seilbeanspruchung im Scheitelpunkt der Kettenlinie) $\sigma_S = 25 \text{ kg/mm}^2$ beträgt, so wird:

$$H = q \sigma_S = 95 \cdot 25 = 2375 \text{ kg}$$

$$\tan \psi = \frac{h}{a} = \frac{55}{350} = 0,157$$

$$\frac{x}{c} = \frac{a(g+z)}{H} = \frac{350 \cdot 2,845}{2375} = 0,419$$

Mit diesen Zahlen ergibt sich aus Fig. 6:

$$x = 0,393$$

und dementsprechend: $x \frac{h}{a} = 0,061$

Mit diesen Werten ergeben sich aus dem Seilliniendiagramm:

$$c = 0,938; \quad x_c = 0,339; \quad x_v = 0,348; \quad \varphi = 5,325\%$$

Es ist somit für den gewählten Horizontalzug:

1. der Seilzug Z im oberen Aufhängepunkt:

$$Z = \frac{350 \cdot 2,845}{0,393} = 2530 \text{ kg}$$

entsprechend einer maximalen Seilbeanspruchung von $26,6 \text{ kg/mm}^2$;

2. das Seilgewicht im oberen Aufhängepunkt:

$$V_{ob.} = 0,348 \cdot 2530 = 880 \text{ kg}$$

3. der Durchhang:

$$f = \frac{5,325 \cdot 350}{100} = 18,65 \text{ m}$$

2. Die Umrechnung von Durchhang und Zugkräften eines beidseitig verankerten Seiles bei geänderten Belastungszuständen

Das Zustandsdiagramm

Wie verhält sich nun ein beidseitig verankertes Seil, wenn sein Laufmetergewicht g infolge Schneelast auf $g+z$ ansteigt? Hierfür überlege man folgendes: Zwischen dem Seilzug Z und dessen Vertikalkomponente V besteht nach Fig. 7 die Beziehung

$$V = Z \sin \delta$$

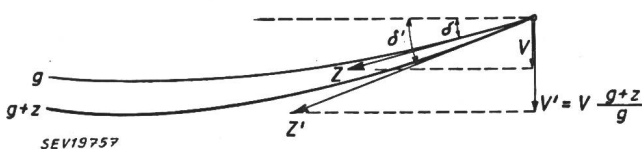


Fig. 7

Abhängigkeit des Leiterzuges von der Neigung des Seiles im Aufhängepunkt

Bei gleich hohen Aufhängepunkten und unbelastetem Seil wird daraus, wenn l die Seillänge bedeutet:

$$Z = \frac{lg}{2 \sin \delta} \approx \frac{lg}{2\delta} \quad (6)$$

Wäre das Seil vollkommen undeformbar, so würden beim Ansetzen der Zusatzlast die Seilform und somit

auch der Winkel δ unverändert bleiben. Die Kräfte im Seil müssten deshalb, wie aus Gl. (6) hervorgeht, auf das $\frac{g+z}{g}$ fache ansteigen. Berücksichtigt man

indessen, dass das Seil in Wirklichkeit elastisch ist, sich bei steigendem Seilzug ausdehnt und stärker durchhängt, wobei δ zunimmt, so erkennt man, dass der sich bei Zusatzlast einstellende erhöhte Seilzug den Wert $Z \frac{g+z}{g}$ nie erreichen kann. Die Kraft:

$$Z_{bel.} = Z \frac{g+z}{g}$$

ist also eine obere Grenze für den Seilzug der sich bei Zusatzlast überhaupt einzustellen vermag. Dieser Grenzwert wird um so besser angenähert, je grösser der Elastizitätsmodul E und der relative Durchhang $\varphi = f/a$ sind.

Es sei nun ein beliebiges Spannungsfeld angenommen, dessen unbelastetes Seil im Seilliniendiagramm durch den Seillinienvogel \widehat{OP} abgebildet ist. Wird das Seil mit Schnee belastet, so hängt es, wie gesagt, stärker durch. Dem neuen Belastungszustand muss also im Seilliniendiagramm ein neuer Linienbogen $\widehat{OP'}$ entsprechen, dessen Endpunkt P' infolge der unveränderten Neigung ψ der Feldsehne notwendigerweise auf dem Strahl durch O und P liegt (Fig. 8).

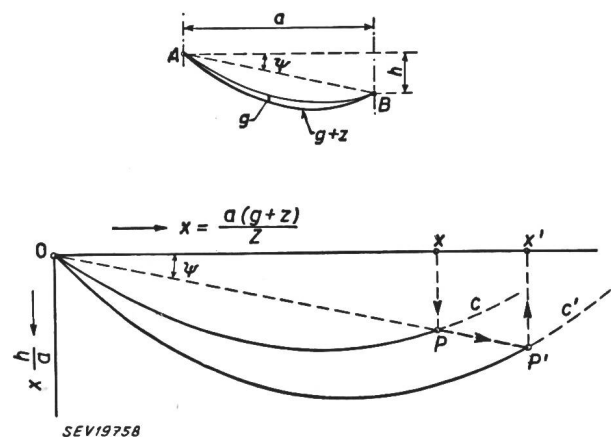


Fig. 8

Auswirkung von Zustandsänderungen im Seilliniendiagramm
P Abbildung eines Spannungsfeldes bei unbelastetem Seil
P' Abbildung des gleichen Seiles mit gleichmässig verteilter Zusatzlast

Die Lage P' auf dem Strahl OP hängt von der zusätzlichen Dehnung ab, die das Seil im belasteten Zustand erfährt. Bezeichnen l bzw. l' die Seillängen ohne bzw. mit Zusatzlast und Δl bzw. $\Delta l'$ die entsprechenden absoluten (d. h. auf die Länge l_0 des vollkommen entspannt gedachten Seiles bezogenen) elastischen Seildehnungen, so ist

$$l' - \Delta l' = l - \Delta l = l_0$$

oder wenn man alle Längen auf die Feldsehne d bezieht:

$$\frac{l'}{d} - \frac{l}{d} = \frac{\Delta l'}{d} - \frac{\Delta l}{d} \quad (7)$$

Weil man hier lediglich mit Längenverhältnissen zu tun hat, gilt diese Beziehung in gleicher Weise sowohl für das Seil selber als auch für seine Nachbildung im Seilliniendiagramm; sie bestimmt also eindeutig die Lage von P' . Um Gl. (7) auszuwerten, sind jedoch zunächst für die relative Seillänge $\lambda = l/d$ und für die relative elastische Dehnung $\Delta l/d$ geeignete, auf die Koordinaten des Seilliniendiagrammes bezogene Ausdrücke zu gewinnen.

Für die relative Seillänge λ ergibt sich:

$$\lambda = \frac{l}{d} = \frac{c \sinh \frac{x_c}{c} + c \sinh \frac{x - x_c}{c}}{x \cos \psi} = \frac{2c}{x} \sinh \frac{x}{2c} \cosh \frac{2x_c - x}{2c} \cos \psi \quad (8)$$

Durch Umformen und Reihenentwicklung lässt sich Gl. (8) auf folgende Form bringen¹⁾:

$$\lambda = \frac{l}{d} = \sqrt{1 + \left(\frac{x^2}{12c^2} + \frac{x^4}{360c^4} + \dots \right) \cos^2 \psi}$$

Durch Reihenentwicklung der Wurzel wird schliesslich

$$\lambda = 1 + \frac{x^2}{24c^2} \cos^2 \psi + \frac{x^4}{1920c^4} \left(1 + \frac{8}{3} \operatorname{tg}^2 \psi \right) \cos^2 \psi + \dots \quad (9a)$$

und, bei horizontalen Feldern, da $\psi = 0$

$$\lambda = 1 + \frac{x^2}{24c^2} + \frac{x^4}{1920c^4} + \dots \quad (9b)$$

Die elastische Dehnung Δl errechnet sich hingegen als Summe der Teildehnungen Δdl der einzelnen Seilelemente dl zu:

$$\Delta l = \int \Delta dl = \int \frac{\sigma}{E} dl$$

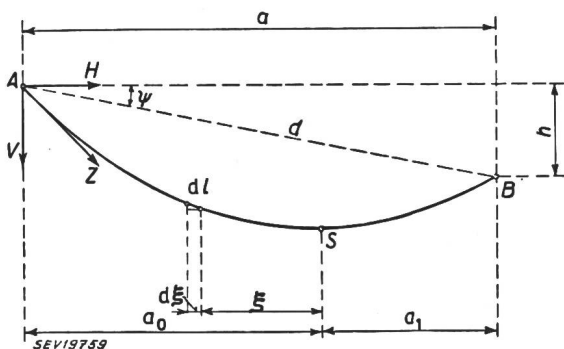


Fig. 9

Bedeutung der zur Ermittlung der elastischen Seildehnung verwendeten Zeichen

σ [kg/cm²] bedeutet darin die Zugbeanspruchung des betrachteten Seilelementes und

E [kg/cm²] den Elastizitätsmodul des betreffenden Seilwerkstoffes.

¹⁾ s. Hunziker, G.: Theorie gespannter Seile, Schnellhöhe und Modellmechanik. Zürich, Leemann 1942; S. 35...36.

Mit den Bezeichnungen von Fig. 9, und wenn q [cm²] den Seilquerschnitt bedeutet, ist nun:

$$\sigma = \frac{H}{q} \cosh \frac{(g+z)\xi}{H}$$

$$dl = \cosh \frac{(g+z)\xi}{H} d\xi$$

und somit

$$\Delta l = \int_{-a_0}^{a_1} \frac{H}{qE} \cosh^2 \frac{(g+z)\xi}{H} d\xi$$

Wertet man dieses Integral nach den bekannten Regeln aus, so ergibt sich:

$$\Delta l = \frac{H a}{2 q E} \left(1 + \frac{H}{a(g+z)} \sinh \frac{a(g+z)}{H} \cdot \cosh \frac{(2a_0 - a)(g+z)}{H} \right)$$

Führt man auch hier die Koordinaten des Seilliniendiagrammes ein und setzt:

$$\frac{a(g+z)}{H} = \frac{x}{c}; \quad \frac{2a_0 - a}{H} (g+z) = \frac{2x_c - x}{c};$$

$$d = \frac{a}{\cos \psi}$$

so erhält man für die relative Seildehnung $\Delta l/d$ den Ausdruck:

$$\frac{\Delta l}{d} = \frac{a(g+z)}{qE} \cdot \frac{c}{2x} \left(1 + \frac{c}{x} \sinh \frac{x}{c} \cdot \cosh \frac{2x_c - x}{c} \right) \cos \psi \quad (10)$$

Die Zahl

$$\varepsilon = \frac{a(g+z)}{qE}$$

drückt die Abhängigkeit der elastischen Seildehnung von den Werkstoffeigenschaften, von den Seilabmessungen sowie vom Belastungszustand aus: sie wird im folgenden als *Belastungszahl* bezeichnet. Der übrige Teil des Ausdruckes für $\Delta l/d$ zeigt dessen Abhängigkeit von der Neigung der Feldsehne und vom Seilzug. Der Faktor

$$1 + \frac{c}{x} \sinh \frac{x}{c} \cosh \frac{2x_c - x}{c}$$

beeinflusst den ohnehin kleinen Wert $\Delta l/d$ nur wenig. Ohne empfindliche Fehler zu begehen, darf man setzen:

$$1 + \frac{c}{x} \sinh \frac{x}{c} \cosh \frac{2x_c - x}{c} \approx \frac{2}{\cos^2 \psi}$$

so dass man für die relative elastische Dehnung den angenäherten Ausdruck erhält:

$$\frac{\Delta l}{d} \approx \frac{a(g+z)}{qE} \cdot \frac{c}{x} \cdot \frac{1}{\cos \psi} \quad (11a)$$

oder, bei gleich hohen Aufhängepunkten, mit $c \approx 1$ und $\cos \psi = 1$:

$$\frac{\Delta l}{d} \approx \frac{a (g + z)}{q E} \cdot \frac{1}{x} \quad (11b)$$

Durch Einsetzen von Gl. (9) und Gl. (11) in Gl. (7) ergibt sich eine recht verwickelte Gleichung für die gesuchte Feldkennzahl x . Diese Gleichung lässt sich aber in einfacher Weise an Hand eines Diagrammes lösen, in welchem allgemein, für verschiedene Belastungszahlen ε und für die betreffende Neigung ψ der Feldsehne, der Wert

$$\lambda_0 = 1 + \frac{x^2}{24 c^2} \cos^2 \psi - \varepsilon \frac{c}{x} \cdot \frac{1}{\cos \psi}$$

in Abhängigkeit von der Feldkennzahl x aufgetragen ist. Jedem Wert von ε entspricht eine bestimmte Kurve. Fig. 10 zeigt dieses Diagramm und die Art und Weise, wie es in Verbindung mit dem Seilliniendiagramm zu verwenden ist.

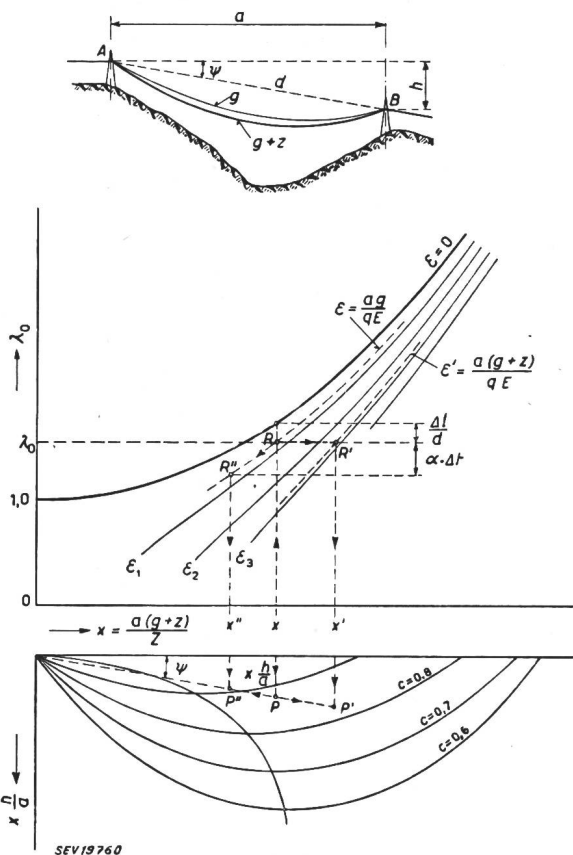


Fig. 10

Prinzip der Lösung der Zustandsgleichung mit Hilfe eines Zustandsdiagrammes

Die horizontale Verschiebung RR' entspricht einer Zunahme der Zusatzlast, RR'' einer Änderung der Seiltemperatur P, P', P'' sind die Nachbildungen des Seiles im Seilliniendiagramm bei den verschiedenen Zuständen

Einem beidseitig verankerten, keine Zusatzlast tragenden Seil, das im oberen Aufhängepunkt den Leiterzug Z aufweist, entspreche im λ_0 -Diagramm der durch Feldkennzahl $x = a g / Z$ und Belastungszahl $\varepsilon = a g / q E$ bestimmte Punkt R . Setzt sich nun dem Seil eine gleichmässig verteilte Zusatzlast von $z \text{ kg/m}$ an, so muss dem belasteten Seil ein neuer Punkt R' , auf der Kurve

$$\varepsilon' = \frac{a (g + z)}{q E}$$

entsprechen. R und R' müssen dabei die gleiche Ordinate λ_0 aufweisen, denn diese entspricht der unveränderlichen Länge l_0 des vollständig entspannten Seiles. Dadurch ist aber die Lage von R' , d. h. die Feldkennzahl x' des belasteten Seiles, eindeutig bestimmt. Der gesuchte Seilzug Z' ist dann

$$Z' = \frac{a (g + z)}{x'}$$

Die Feldkennzahl x' bestimmt gleichzeitig auch die Lage der Abbildung P' des belasteten Seiles im Seilliniendiagramm; daraus lassen sich noch der geänderte Durchhang sowie die Komponenten des Leiterzuges Z' ohne weiteres ermitteln.

Ändert hingegen die Leitertemperatur von $t_0^\circ \text{C}$ auf $t^\circ \text{C}$, so dehnt sich dabei das Seil um

$$\Delta l = \alpha (t - t_0) l$$

aus, wobei α [1/Grad] den linearen Längenausdehnungskoeffizienten des Seilwerkstoffes bezeichnet. Um diesen Betrag Δl ändert auch die ursprüngliche Seillänge. Dem entsprechend, muss sich also in Fig. 10 die Ordinate von R um

$$\Delta \lambda = \alpha (t - t_0) \frac{l}{d} \approx \alpha (t - t_0)$$

ändern. R verschiebt sich dabei bei konstanter Belastungszahl, also auf einer Linie $\varepsilon = \text{konstant}$.

Im folgenden wird immer nur das für Felder mit gleich hohen Aufhängepunkten ($\psi = 0$) aufgestellte λ_0 -Diagramm benutzt, das Zustandsdiagramm genannt werden soll. Einen Ausschnitt in grösserem Maßstab zeigt Fig. 11.

Streng genommen dürfte dieses Diagramm lediglich zur Durchrechnung horizontaler Spannweiten dienen. Man kann es aber auch für beliebig geneigte

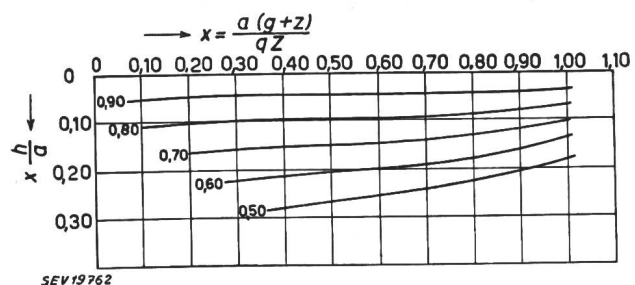


Fig. 12

Korrekturfaktor k für die Belastungszahlen ε von Feldern mit ungleich hohen Aufhängepunkten

Felder anwenden, wenn die Belastungszahlen mit einem Korrekturfaktor k behaftet werden. Der Wert dieses, naturgemäss von x und h/a abhängigen, Faktors ist aus Fig. 12 zu entnehmen²⁾.

Beispiel

Für das im 1. Abschnitt durchgerechnete Seil sollen der Montagezug und die Montagedurchhänge bei verschiedenen Temperaturen ermittelt werden.

²⁾ Über die Berechnung dieser Kurven gibt der Autor Interessenten gerne Auskunft.

Mit den gleichen Zahlenangaben wie im ersten Beispiel des Abschnittes 1 und mit

$$E = 1,1 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2 \text{ und } \alpha = 17 \cdot 10^{-6}/\text{Grad}$$

ergibt sich

$$x_0^\circ S = 0,419 \quad \left(x \frac{h}{a}\right)_{0^\circ S} = 0,066$$

Diesen Werten entspricht nach Fig. 12: $k = 0,86$. Die Belastungszahlen sind also

$$\varepsilon_0^\circ S = \frac{a(g+z)}{qE} k = \frac{350 \cdot 2,845}{0,95 \cdot 1,1 \cdot 10^6} 0,86 = 820 \cdot 10^{-6}$$

$$\text{bzw. } \varepsilon_0^\circ = 820 \frac{0,845}{2,845} = 243 \cdot 10^{-6} \text{ }^3)$$

$$\text{bei } 0^\circ \text{C } Z = \frac{350 \cdot 0,845}{0,383} = 772 \text{ kg; } H = 772 \cdot 0,939 = 725 \text{ kg}$$

$$\begin{array}{lll} 10^\circ \text{C} & 762 \text{ kg} & 715 \text{ kg} \\ 20^\circ \text{C} & 752 \text{ kg} & 704 \text{ kg} \end{array}$$

und die Durchhänge werden schliesslich:

$$\begin{array}{lll} \text{bei } 0^\circ \text{C} & f = 350 \cdot 0,0518 = 18,15 \text{ m} \\ 10^\circ \text{C} & 18,40 \text{ m} \\ 20^\circ \text{C} & 18,70 \text{ m} \end{array}$$

3. Die Seilkurve bei ungleichmässig verteilter Zusatzlast

Die Annahme gleichmässig belasteter Felder ist wohl zur Beurteilung der Leiterbeanspruchung

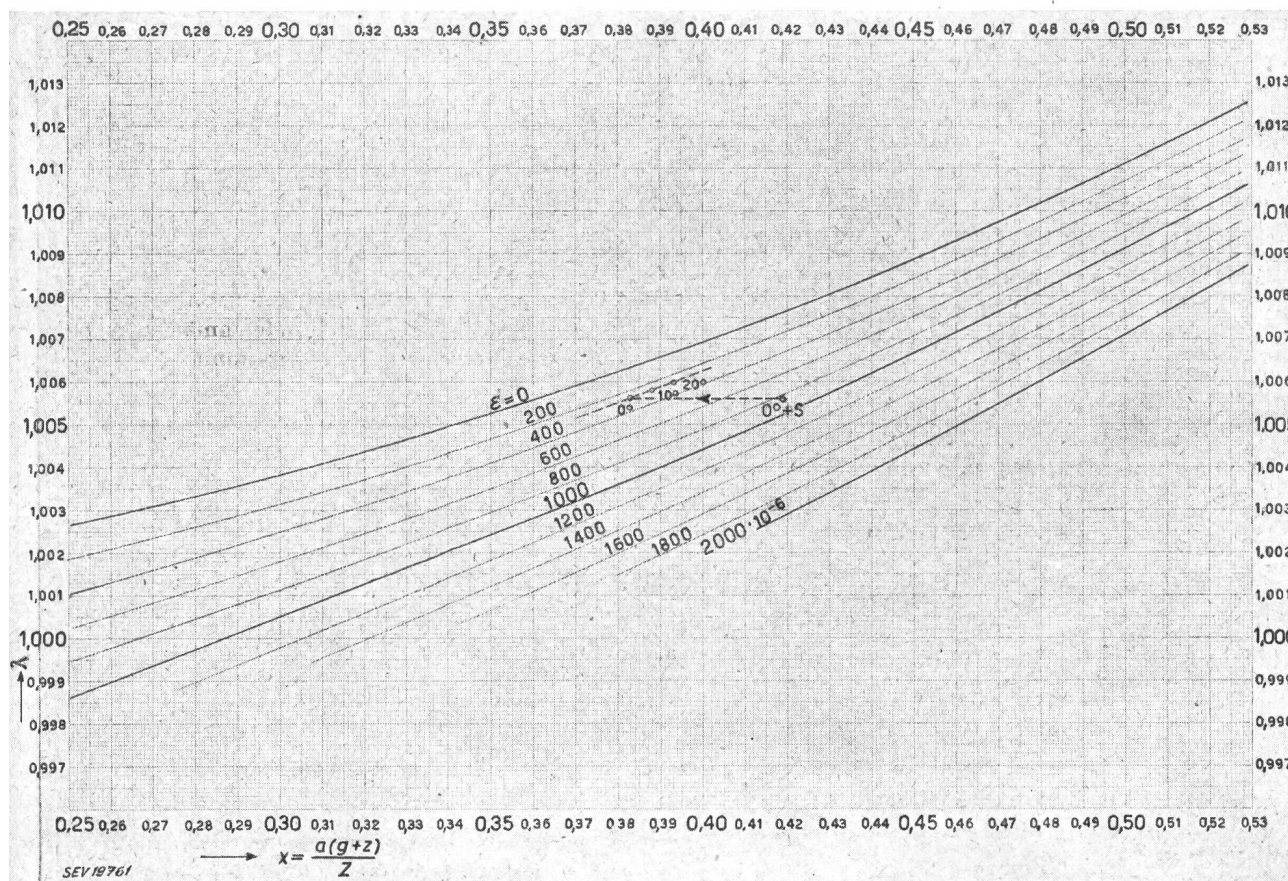


Fig. 11
Ausschnitt aus dem Zustandsdiagramm

und die «thermischen Dehnungszahlen»:

$$\begin{array}{ll} \alpha(t - t_0) = 0,17 \cdot 10^{-3} & \text{für } t = 10^\circ \text{C} \\ = 0,34 \cdot 10^{-3} & \text{für } t = 20^\circ \text{C} \end{array}$$

Geht man nun mit $x_0^\circ S = 0,419$, $\varepsilon_0^\circ S = 820 \cdot 10^{-6}$ und $\varepsilon_0^\circ = 243 \cdot 10^{-6}$ in das Zustandsdiagramm (Fig. 11), so erhält man für den Montagezustand

$$\begin{array}{lll} \text{bei } 0^\circ \text{C} & x = 0,383 & \text{und } x h/a = 0,060 \\ 10^\circ \text{C} & 0,388 & 0,061 \\ 20^\circ \text{C} & 0,393 & 0,062 \end{array}$$

Zu diesen Werten entnimmt man aus dem Seilliniendiagramm (Fig. 5)

$$\begin{array}{lll} \text{bei } 0^\circ \text{C} & c = 0,939 & \varphi = 5,18\% \\ 10^\circ \text{C} & 0,938 & 5,26\% \\ 20^\circ \text{C} & 0,937 & 5,33\% \end{array}$$

Die Leiterzüge bei den verschiedenen Temperaturen sind:

³⁾ Für die verschiedenen Temperatur- und Belastungszustände darf ohne fühlbaren Fehler der gleiche Wert von k eingesetzt werden.

massgebend; die Betriebssicherheit einer Freileitung hängt jedoch in hohem Masse auch vom Abstand der Leiter vom Boden, bzw. von allfällig kreuzenden Leitungen ab. Diese Abstände werden in der Regel ebenfalls für den Zustand mit gleichmässig verteilter Zusatzlast überprüft. Nun kann aber ein nur teilweise mit Schneewalzen belastetes Seil stellenweise erheblich tiefer durchhängen, als wenn die gleiche Zusatzlast auf die ganze Spannweite gleichmässig verteilt wäre. Es mag deshalb — insbesondere bei grossen Spannweiten — von Interesse sein, auch bei ungleichmässiger Belastung die Seilform (und damit die Bodenabstände) vorausberechnen zu können. Da diese Berechnungen ohnehin mühsam sind, stützen wir uns im folgenden auf Vereinfachungen, die z. T. weitergehen als im vorhergehenden Abschnitt. Zudem behandeln wir lediglich Felder mit

gleich hohen Aufhängepunkten; die abgeleiteten Formeln dürfen jedoch ohne wesentliche Fehler auch auf mässig geneigte Felder Anwendung finden.

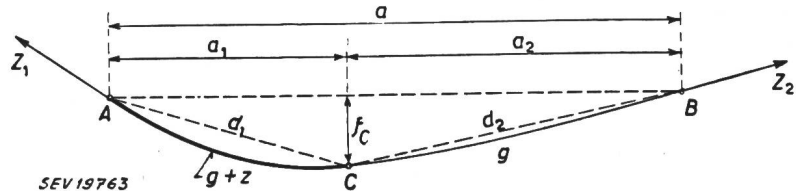
Um die Seilform in einem nach Fig. 13 belasteten Felde zu errechnen, ist zunächst die der ungleichmässig verteilten Zusatzlast entsprechende Belastungszahl $\varepsilon_{bel.}$ zu bestimmen. Beide Teilfelder, AC und BC , müssen in C den gleichen Leiterzug Z_C aufweisen; mit

$$x_1 + x_2 = \frac{a_1(g+z)}{Z_1} + \frac{a_2 g}{Z_2} = \frac{a_1(g+z)}{Z_1} + \frac{a_2 g}{Z_1(1-v)}$$

und, da $v \ll 1$ und $\frac{1}{1-v} \approx 1+v$ ist, wird

$$x_1 + x_2 \approx \frac{a_1(g+z) + a_2 g(1+v)}{Z_1} \quad (13)$$

Fig. 13
Ungleichmässig mit Zusatzlast behaftetes Seil



$$Z_1 = Z_C + f_C(g+z) \text{ und } Z_2 = Z_C + f_C g$$

$$\text{ist: } Z_2 = Z_1 - f_C z = Z_1 \left(1 - \frac{f_C z}{Z_1}\right) = Z_1(1-v)$$

wenn man zur Vereinfachung

$$\frac{f_C z}{Z_1} = v$$

setzt.

Die elastische Dehnung bei Zusatzlast Δl drückt sich als Summe der Dehnungen Δl_1 und Δl_2 der Teilstrecken AC und CB aus.

Aus

$$\Delta l_1 \approx \frac{Z_1}{qE} d_1 \approx \frac{Z_1}{qE} \left(1 + \frac{f_C^2}{2a_1^2}\right) a_1$$

und

$$\Delta l_2 \approx \frac{Z_2}{qE} d_2 \approx \frac{Z_1}{qE} (1-v) \left(1 + \frac{f_C^2}{2a_2^2}\right) a_2$$

wird

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 \approx \frac{Z_1}{qE} \left(a_1 + a_2 + a_1 \frac{f_C^2}{2a_1^2} + a_2 \frac{f_C^2}{2a_2^2} - a_2 v - a_2 v \frac{f_C^2}{2a_2^2} \right)$$

Sieht man von den kleinen, sich gegenseitig aufhebenden Gliedern in der Klammer ab, so vereinfacht sich dieser Ausdruck zu

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 \approx \frac{Z_1}{qE} (a_1 + a_2)$$

bzw.

$$\frac{\Delta l}{a} \approx \frac{Z_1}{qE} \quad (12)$$

Andererseits sind aber bei Belastung die auf A bzw. B bezogenen Feldkennzahlen x_1 und x_2 der Teilfelder AC und BC

$$x_1 = \frac{a_1(g+z)}{Z_1} \text{ und } x_2 = \frac{a_2 g}{Z_2}$$

Deshalb ist auch

Aus Gl. (12) und Gl. (13) ergibt sich für die relative Seildehnung $\Delta l/a$:

$$\frac{\Delta l}{a} = \frac{a_1(g+z) + a_2 g(1+v)}{qE} \cdot \frac{1}{x_1 + x_2}$$

Der Vergleich mit Gl. (11b) zeigt, dass die gesuchte Belastungszahl $\varepsilon_{bel.}$ bei ungleichmässig verteilter Zusatzlast folgenden Wert annimmt:

$$\varepsilon_{bel.} = \frac{a_1(g+z) + a_2 g(1+v)}{qE} \quad (14)$$

Damit lässt sich an Hand des Zustandsdiagrammes und ausgehend vom unbelasteten Zustand die Feldkennzahl $x_{bel.}$ für das ungleichmässig belastete Seil ermitteln. Um aber die Seilform zu bestimmen, sind noch die beiden sich zu $x_{bel.}$ ergänzenden Teilfeldkennzahlen x_1 und x_2 der beiden Zweige zu errechnen sowie der Durchhang f_C in C .

Da

$$x_1 = \frac{a_1(g+z)}{Z_1} \text{ und } x_2 = \frac{a_2 g}{Z_1} (1+v)$$

so gelingt die Bestimmung dieser Werte durch Aufteilen von $x_{bel.}$ in zwei, sich wie $a_1(g+z)$ und $a_2 g(1+v)$ verhaltenden Komponenten; man erhält

$$x_1 = \frac{x_{bel.}}{1 + \frac{a_2}{a_1} \cdot \frac{g}{g+z} (1+v)} \quad (15)$$

und

$$x_2 = x_{bel.} - x_1 \quad (16)$$

Der noch unbekannte Durchhang f_C ergibt sich schliesslich aus der Forderung, dass die effektive Gesamtlänge $l_{bel.}$ beider Teilstrecken AC und CB aus

$$l_{bel.} = a \lambda_{bel.}$$

hervorgeht, wobei sich $\lambda_{bel.}$ aus dem Zustandsdiagramm entsprechend $x_{bel.}$ und $\varepsilon = 0$ ablesen lässt. Bezeichnen λ_1 und λ_2 die relativen Seillängen beider Zweige AC und BC , so ist:

Damit ergibt sich aus Gl. (18) der gesuchte Durchhang f_C zu:

$$f_C = \sqrt{2 \cdot 250 \cdot 330 \cdot 0,0138 \left(1 - \frac{0,00930 \cdot 250 + 0,00036 \cdot 330}{0,0138 \cdot 80 \cdot 580} \right)} = 39,8 \text{ m}$$

Der belastete Seilabschnitt ist also im Seilliniendiagramm durch die Koordinaten

$$x_1 = 0,459 \text{ und } x_1 \frac{f_C}{a_1} = 0,459 \frac{39,8}{250} = 0,073$$

festgelegt und der eisfreie Abschnitt durch

$$x_2 = 0,093 \text{ und } x_2 \frac{f_C}{a_2} = 0,093 \frac{39,8}{330} = 0,011$$

Das belastete Seil kann nunmehr aufgezeichnet werden (Fig. 14). Der tiefste Seilpunkt liegt im belasteten Zweig in einem Horizontalabstand von 204 m vom linken Aufhängepunkt A. Dasselbst beträgt der Durchhang 41,9 m; wäre die gleiche Zusatzlast auf dem ganzen Seil gleichmässig verteilt, dann würde an dieser Stelle der Durchhang etwas geringer sein, nämlich 39,3 m.

In 110 m Horizontalabstand von A weicht die Seilkurve im untersuchten Belastungszustand am stärksten von der bei gleichmässig verteilter Belastung angenommenen Gestalt ab; die Abweichung beträgt 5,9 m.

4. Schlussbemerkungen

Das erläuterte allgemeine Verfahren zur Durchrechnung von Freileitungsseilen ist unbeschränkt gültig. Das Seillinien- und das Zustandsdiagramm

sind für beliebige Felder, beliebiges Seilmaterial, beliebige Zusatzlasten anwendbar. Die Methode eignet sich deshalb sehr gut für den praktischen Gebrauch; dies um so mehr, als im Seillinienendiagramm das zu berechnende Seil durchwegs wirklichkeitsgetreu abgebildet ist, wodurch Fehlerquellen weitgehendst ausgeschaltet werden. Ein weiterer Vorteil liegt darin, dass das Seillinienendiagramm auf die Kettenliniengleichung aufgebaut ist; die ermittelten Durchhänge und Seilzüge sind deshalb auch bei den grössten Spannweiten genau, selbst dort also, wo den gewöhnlichen, für Parabelform abgeleiteten Zahlenwerten empfindliche Fehler anhaften.

Für die Anwendung des Verfahrens ist es allerdings unerlässlich, die Diagramme in genügend grossem Maßstabe aufzuzeichnen, um die verschiedenen Zahlen mit ausreichender Genauigkeit interpolieren zu können. So benützte z. B. der Verfasser für die Durchrechnung der in dieser Arbeit enthaltenen Beispiele Kurvenblätter im Format von $1260 \times 297 \text{ mm}^4$, in denen einer Millimeterteilung die Zahl von 0,001 entspricht.

Adresse des Autors:

K. Lips, dipl. El.-Ing. ETH, Starkstrominspektor, Obstgartenstr. 29, Zürich 6.

⁴⁾ Kurvenblätter können vom Verfasser bezogen werden.

Technische Mitteilungen — Communications de nature technique

Ein umstrittenes amerikanisches Kraftwerkprojekt

[Nach: Hells Canyon — One High Dam or Five Low Dams? Electr. Wld. Bd. 137 (1952), Nr. 14, S. 94..95.]

Vor einem Unterausschuss des USA-Kongresses fanden kürzlich Verhandlungen statt über die Ausnützung der Wasserkräfte des Snake River im Westen des Staates Idaho. Es lagen zwei stark umstrittene Projekte vor. Während das Bureau of Reclamation, d. h. die Regierung der USA den Kongress um Bewilligung zur Erstellung einer rd. 180 m hohen Talsperre mit einem Kraftwerk im Hells Canyon ersucht, verlangt die Idaho Power Co. — ein Privatunternehmen — die Konzession zum Bau von 5 kleineren Staumauern mit 5 Kraftwerken am Flusslauf.

Von den Befürwortern des Regierungsprojektes, welches einen Gesamtkostenaufwand von 356 Millionen Dollar vorsieht, werden folgende Argumente hervorgehoben:

Die Ein-Damm-Anlage kann für eine Leistung von 1124 MW gebaut werden. Davon entfallen durchschnittlich 688 MW auf den Energieinhalt des im Hells Canyon entstehenden Stausees und 436 MW auf die im Unterlauf des Snake River bereits bestehenden oder zu erstellenden Regierungskraftwerke. Mit der hohen Sperre würde ein rd. 150 km langer See mit einem Stauinhalt von $5430 \cdot 10^6 \text{ m}^3$ geschaffen, der für die Abflussregulierung, für die Schifffahrt und für den Tourismus mannigfache Vorteile bieten könnte. Die zu erwartenden Betriebsüberschüsse könnten die finanziellen Mittel zur Schaffung von Bewässerungsanlagen in den östlichen Teilen Oregons und in Süd Idaho liefern. Durch Beschaffung billiger Energie würden Handel und Verkehr, Landwirtschaft sowie die metallurgische und chemische Industrie der fraglichen Gebiete gefördert. (Verarbeitung der gewaltigen Phosphatlagerstätten in Idaho zu dringend benötigten Düngemitteln.) Das Regierungsprojekt bilde zudem ein Hauptglied des vom Department of Interior und dem Department of the Army ausgearbeiteten, weitgesteckten Programms für die Ausnützung der Bodenschätze und Wasserkräfte des Columbia Flussbeckens.

In Gegenargumenten der Idaho Power Co wird darauf hingewiesen, dass die 5 Flusskraftwerke ständig 530 MW liefern können und dass mit Einbezug dieser Kraftwerke in das bestehende Versorgungssystem der Idaho Power Co mehr

Energie als mit dem Ein-Damm-Projekt, — welches die Regierung auch zur Abflussregulierung benützen würde — zur Verfügung gestellt werden können.

Sollte die nationale Verteidigung es erfordern, könnten die 5 kleineren Staumauern und Kraftwerke in 2 bis 3 Jahren erstellt werden, wogegen das Regierungsprojekt eine

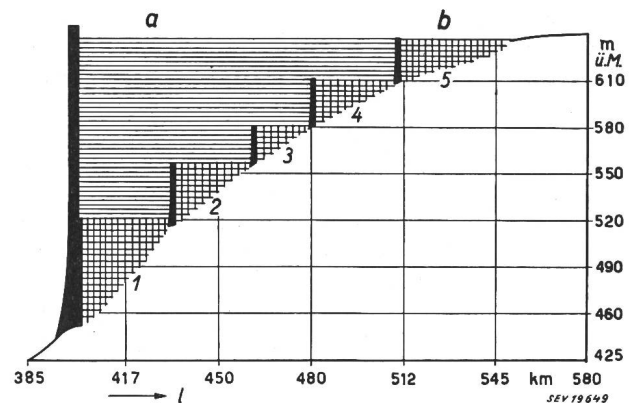


Fig. 1

Projektierte Kraftwerke am Oberlauf des Snake River
Gegenüberstellung der in den vorgeschlagenen Kraftwerken installierten Leistungen

- a Ein-Damm-Projekt, 800 000 kW;
- b Fünf-Damm-Projekt, 695 000 kW;

1 Kraftwerk Hells Canyon (niedrige Staumauer), 243 000 kW;
2 Kraftwerk Oxbow, 140 000 kW; 3 Kraftwerk Brownlee, 87 000 kW;
4 Kraftwerk Sturgill, 110 000 kW; 5 Kraftwerk Bayhorse Rapids, 115 000 kW; l Flusslänge bis zur Einmündung in den Columbia Fluss

Bauzeit von 6 bis 10 Jahren erfordere. Die Kosten der 5 Flusskraftwerke würden nur 176 Millionen Dollar betragen und könnten vom Privatkapital gedeckt werden. Die Staaten Oregon und Idaho würden jährlich an Grundeigentumssteuern ungefähr 3 Millionen Dollar erhalten. Die erzeugte Energie würde nicht nach den Küstengebieten geleitet werden, sondern würde zur Deckung des Energiebedarfs im Tal des Snake River verwendet. Der Bau des grossen Dammes würde der Idaho Power Co verunmöglichen 5 Gewässerstrecken, die