Zeitschrift: Bulletin de l'Association suisse des électriciens
Herausgeber: Association suisse des électriciens
Band: 42 (1951)
Heft: 9

Artikel: Fehlerbegrenzung der Durchhangsberechnung von Freileitungen
Autor: Kohler, K.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-1056857

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 14.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Schlussbemerkungen

Die vorliegenden Ausführungen beschränken sich bewusst auf das Notwendigste. Der Hauptzweck wurde darin erblickt, beim Leser das Verständnis für die physikalischen Zusammenhänge zu wecken.

Das Gebiet der Schaltungen konnte nur gestreift werden; auf die wichtige Frage der Anpassung (z.B. durch Verwendung von Hochfrequenztransformatoren, Konzentratoren usw.) näher einzutreten, war nicht möglich. In diesem Zusammenhang soll noch auf das Verhältnis von Blind- und Wirkleistung hingewiesen werden, das hauptsächlich beim Röhrengenerator eine bedeutende Rolle spielt.

Die induktive Erwärmung einer Charge lässt sich auf den einfachen Fall eines Transformators zurückführen, dessen Sekundärseite aus einer einzigen kurzgeschlossenen Windung besteht. Werden hiefür die Transformatorgleichungen abgeleitet, so lassen sich daraus wichtige Schlüsse hinsichtlich der Kopplung zwischen Spule und Werkstück sowie des Wirkungsgrades der Induktorspule ziehen.

Verzichtet wurde ebenfalls auf die Herleitung von Formeln für die spezifische Leistung bei der induktiven Heizung sowie für die Kupferverluste der Induktoren, obwohl die letztern nicht selten beträchtlich ins Gewicht fallen.

Endlich sei noch auf die Stromverteilung hingewiesen, die das von einem einzelnen Leiter hervorgerufene unhomogene Feld in einem Metall entstehen lässt. Diese Verhältnisse, die unter anderem für die Ausbildung von Induktorspulen eine grosse Rolle spielen, wurden von *Brown* eingehend behandelt [11; 12]. Dies leitet jedoch bereits zu den praktischen Anwendungen der Hochfrequenzheizung, von denen in einer folgenden Arbeit berichtet werden soll, über.

Literatur

[1] *Steinmetz:* Transient electric phenomena and oscillations. New York. Mc. Graw-Hill 1920.

[2] *Storm, H. F.:* Surface heating by induction. Trans". Amer. Inst. Electr. Engr". Bd. 63(1944), Okt.

[3] *Gemant, A.:* Induction heating of hollow metallic cylinders. J.appl. Phys. Bd. 17(1946), März, S. 195.

[4] *Babat, G.* und *M. Losinsky:* Heat treatment of steel by high-frequency currents. J. Inst. Electr. Engr". Bd. 86(1940), S. 161.

[5] *Gast, Th.:* Einführung in die physikalischen Grundlagen der dielektrischen Messungen. Kunststoffe Bd. 39(1949), Nr. 4, S. 81...85.

[6] *Morgan, S. O.:* The dielectric properties of insulating materials. Bell Syst. tech. J. Bd. 16(1937), Okt.

[7] *Smyth, C. P.:* Dielectric relaxation in liquids and solids. Electr. Engng. Bd. 69(1950), Nr. 11, S. 975...980.

[8] *Gevers, M.* und *F. K. du Prè:* Eine bemerkenswerte Eigenschaft technischer, fester Dielektrika. Philips' techn. Rdsch. Bd. 9(1947), Nr. 3, S. 91...96.

[9] *Rambo, S. I.:* Automatic frequency control for r-f-heating. Electronics Bd. 19(1946), April, S. 120...122.

[10] *Nelson, R. B.:* A magnetron oscillator for dielectric heating. J. appl. Phys. Bd. 18(1947), Nr. 4.

[11] *Brown, G. H.:* Magnetic field equations for induction heating coils. Electronics Bd. 17(1944), Juni.

[12] *Brown, G. H.:* Design data for induction heating coils. Electronics Bd. 17(1944), Aug.

Adresse des Autors:
Guido Lang, Dipl. Ing., Hauptgasse 33, Olten (SO).

Fehlerbegrenzung der Durchhangsberechnung von Freileitungen

Von *K. Kohler,* Karlsruhe (Deutschland)

621.315.1.056.1

Die Abhängigkeit des Durchhangsunterschiedes zwischen Seilparabel und Kettenlinie von der Feldneigung wird unter allgemeinsten Voraussetzungen dargestellt. Für die Gleichungen werden Grenzwerte nachgewiesen, welche sich für eine praktisch wichtige Fehlerabschätzung verwenden lassen.

L'auteur s'occupe de la relation qui existe, dans les conditions les plus générales, entre l'écart des flèches de la parabole d'un conducteur câblé et de la chaînette, d'une part, et la pente d'une ligne aérienne, d'autre part. Il expose quelles sont les limites des valeurs des équations, ce qui est très utile pour estimer le degré d'erreur.

1. Einleitung

Für die Beschreibung der Lage und Festigkeit gespannter Freileitungsseile wird vorwiegend die Gleichung der Parabel verwendet. Bei grossen Spannweiten ist jedoch auch die Kettenlinie zu einer wesentlichen Bedeutung gelangt. Beide Verfahren werden nebeneinander benützt, ohne dass in der Literatur eine genau erkennbare Grenze für die nötige Bevorzugung der einen oder anderen Kurvenform zuverlässig begründet wird. Im allgemeinen beschränken sich die Angaben hierüber auf die Anführung einiger willkürlich gewählter Beispiele [1][1]) oder die Feststellung, dass in der Reihenentwicklung der Gleichung der Kettenlinie Glieder bestimmter höherer Ordnung vernachlässigbar seien, wobei aber eine Diskussion der Ansätze etwa im Hinblick auf die Konvergenz, bzw. die Grösse der Restglieder gewöhnlich unterbleibt.

[1]) siehe Literatur am Schluss.

Die anschliessende Untersuchung will daher für das Mass des Durchhanges eine als nötig erkannte Ergänzung geben.

2. Begriffe und Bezeichnungen

Legt man an die Seilkurve eines gegenüber der Waagrechten um den beliebigen Winkel β geneigten Feldes parallel zu der durch die beiden Aufhängepunkte gegebenen Sehne die Tangente, so bestimmt der zugehörige Berührungspunkt den Kurvenpunkt grösster Auslenkung. Die in Richtung der Schwere gemessene Entfernung dieses Punktes von der Feldsehne nennt man bekanntlich den *Durchhang* f; sinngemäss lässt sich dieser Punkt als *Durchhangspunkt* bezeichnen.

Die Schwerelinie durch die Feldmitte schneidet die Seilkurve im *Feldmittelpunkt.* Der in Richtung der Feldsehne gemessene Abstand des Feldmittelpunktes vom Durchhangspunkt ist die *Feldmitten-*

verschiebung (Δ')[2]). Ferner soll β' den Winkel der Kurventangente im Feldmittelpunkt bezeichnen.

Das im Durchhangspunkt bestimmte Verhältnis q' des Tangentialzuges p zum Seilgewicht je Längeneinheit G_l ($q' = p/G_l$) zeigt allgemein die Eigenschaft eines *Kurvenparameters*. Wird dieses Verhältnis im tiefsten Punkt der Kettenlinie mit $q = p_h/G_l$ (p_h Horizontalzug) ermittelt, dann ist $q' = q/\cos\beta$.

Mit der *Schrägentfernung* a' der Aufhängepunkte (a Waagrechtabstand) weisen alle Massbeziehungen für den durch die Aufhängepunkte begrenzten Ausschnitt der Seilkurve das Verhältnis $a'/2\,q' = a/2\,q$ auf; es ist daher naheliegend, diesen Wert als besondere *Feldkenngrösse* ψ in die Berechnung einzuführen.

3. Gleichungen für den Durchhang

Bei der *Seilparabel* ist bekanntlich

$$\beta' = \beta; \qquad \Delta' = 0$$

und der Durchhang der Parabel

$$f_P = \frac{1}{\cos\beta} \cdot \frac{a^2}{8\,q} = \frac{a'^2}{8\,q'} = \frac{q'}{2}\left(\frac{a'}{2\,q'}\right)^2 = \frac{q'}{2}\,\psi^2 \quad (1)$$

Der auf die Einheit der Schrägentfernung der Aufhängepunkte bezogene Durchhang φ ist dann:

$$\varphi = \frac{q'}{2\,a'}\,\psi^2 = \frac{\psi}{4} \quad (2)$$

Diese Gleichung gestattet die Feldkenngrösse ψ sehr anschaulich als das vierfache Verhältnis des Durchhanges zur Schrägfeldlänge zu deuten; beachtet man, dass die Tangente in einem Aufhängepunkt auf der Schwerelinie durch den zweiten Aufhängepunkt eine Strecke vom vierfachen Durchhang abschneidet, dann ist auch ψ das geometrische Verhältnis dieses Randtangentenabschnittes zur Schrägfeldlänge und damit eine Grösse, die der unmittelbaren Messung zugänglich wird [2].

Durch einfache Rechnung lässt sich bei der *Kettenlinie* zeigen, dass der Durchhang f_K mit

$$\operatorname{tg}\beta' = \frac{\psi}{\sin\psi}\operatorname{tg}\beta \quad (3)$$

$$\left(\frac{\Delta'}{q'}\right) = -(\arcsin\operatorname{tg}\beta - \arcsin\operatorname{tg}\beta'),$$

bzw. $$\left(\frac{\Delta'}{q'}\right) = -\arcsin\frac{\sin\beta - \sin\beta'}{\cos\beta\,\cos\beta'} \quad (4)$$

den Wert

$$f_K = q'\left[\frac{\cos\beta}{\cos\beta'}\cos\psi - 1 + \sin\beta\left(-\frac{\Delta'}{q'}\right)\right] \quad (5)$$

annimmt. Es ist offensichtlich, dass der Durchhang der Kettenlinie für die Ermittlung der Feldkenngrösse viel weniger geeignet ist als der der Parabel; es wird aber damit auch verständlich, dass man die durch die Parabel mögliche Näherung weitestgehend anzuwenden versucht.

Bei gleichen Voraussetzungen wird der Durchhang der Parabel von demjenigen der Kettenlinie abweichen. Die Zulässigkeit der erwähnten Näherung wird dann durch den auf den Parabeldurchhang bezogenen Durchhangsunterschied

$$\varepsilon_\beta = \frac{f_K - f_P}{f_P} = \frac{2}{\psi^2}\left[\frac{\cos\beta}{\cos\beta'}\cos\psi - 1 + \sin\beta\left(-\frac{\Delta'}{q'}\right)\right] - 1 \quad (6)$$

einer Prüfung zugänglich werden.

4. Eingrenzung des Durchhangsunterschiedes

Da $\operatorname{tg}\beta$ im Bereich $0 \leqq \beta \leqq 90°$ mit β monoton wächst, lässt sich die Abhängigkeit des Wertes ε_β von der Feldneigung durch eine Differentiation dieses Ausdruckes nach $\operatorname{tg}\beta$ bei konstant gehaltenem ψ (ε'_β) beurteilen.

Mit

$$\frac{d\left(\frac{\cos\beta}{\cos\beta'}\right)}{d\operatorname{tg}\beta} = -\cos\beta\,(\sin\beta - \sin\beta')\left(\frac{1 + \frac{\sin\beta'}{\sin\beta}}{\frac{\sin\psi}{\psi}}\right)$$

und

$$\frac{d\left(\frac{-\Delta'}{q'}\right)}{d\operatorname{tg}\beta} = \cos\beta\left(1 - \frac{\sin\beta'}{\sin\beta}\right)$$

wird unter Beachtung der Ungleichung $\arcsin x \leqq x$, bzw.

$$-\frac{\Delta'}{q'} \leqq \frac{\sin\beta - \sin\beta'}{\cos\beta\,\cos\beta'}$$

$$\varepsilon'_\beta \leqq -\frac{2}{\psi^2}\cos\beta\,(\sin\beta - \sin\beta')\left[\left(1 + \frac{\sin\beta}{\sin\beta'}\right)\frac{\cos\psi}{\frac{\sin\psi}{\psi}} - \left(1 + \frac{\cos\beta}{\cos\beta'}\right)\right] \quad (7)$$

Für $\psi \geqq 0$ ist $\sin\psi \geqq \psi$ und damit nach Gl. (3) $\operatorname{tg}\beta = \operatorname{tg}\beta'$, bzw. auch $\sin\beta \geqq \sin\beta'$; der Ausdruck vor der eckigen Klammer in Gl. (7) wird damit stets positiv, wenn ψ selbst nur positiv ist. Beachtet man ferner, dass $\cos\psi \geqq \sin\psi/\psi$ ist, dann wird auch der Ausdruck in der eckigen Klammer stets positiv, wenn $\sin\beta/\sin\beta' \geqq \cos\beta/\cos\beta'$, bzw. $\operatorname{tg}\beta \geqq \operatorname{tg}\beta'$ ist, was aber bereits gezeigt wurde. Dann ist für $\psi \geqq 0$ infolge des negativen Vorzeichens ganz allgemein $\varepsilon'_\beta \leqq 0$.

Einer wachsenden Feldneigung entspricht also immer eine Verringerung des bezogenen Durchhangsunterschiedes; ε_β hat daher bei $\beta = 0$ seinen grössten und bei $\beta = 90°$ seinen kleinsten Wert.

[2]) Der Behandlung des beliebig geneigten Feldes wird zweckmässig ein schiefwinkliges Koordinatensystem mit dem Durchhangspunkt als Ursprung zugrunde gelegt; insofern ist man berechtigt, von einer Verschiebung der Feldmitte zu sprechen.

Mit $\operatorname{tg}\beta = 0$ wird nach Gl. (6) bzw. nach Entwicklung einer Potenzreihe (n ganzzahlig!)

$$\varepsilon_0 = 2\,\frac{\cos\psi - \left(1 + \frac{\psi^2}{2}\right)}{\psi^2} = \left[\left(\frac{\sin\frac{\psi}{2}}{\frac{\psi}{2}}\right)^2 - 1\right]$$

$$= 2\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\psi^{2n}}{[2\,(n+1)]!} \qquad (8)$$

da $\cos\psi \geqq 1 + \frac{\psi^2}{2}$ besteht für ε_0 wegen $\psi \geqq 0$ die Ungleichung

$$\varepsilon_0 \geqq 0 \qquad (9)$$

Andererseits erhält man unter Beachtung der Grenzwerte

$$\lim_{\operatorname{tg}\beta \to \infty} \frac{\cos\beta}{\cos\beta'} = \frac{\psi}{\sin\psi} \quad \text{und} \quad \lim_{\operatorname{tg}\beta \to \infty} \sin\beta\left(-\frac{\Delta'}{q'}\right)$$

$$= \ln\frac{\sin\psi}{\psi}$$

für die untere Schranke von ε_β ($\beta = 90°$!)

$$\varepsilon_\infty = \frac{2}{\psi^2}\left(\frac{\cos\psi - \frac{\sin\psi}{\psi}}{\frac{\sin\psi}{\psi}} + \ln\frac{\sin\psi}{\psi} - \frac{\psi^2}{2}\right) \qquad (10)$$

Die Differentiation des Klammerausdrucks von Gl. (10) nach ψ ergibt den Quotienten $-\psi\,[(\cos\psi - \sin\psi/\psi)/\sin\psi]^2$, welcher für $\psi \geqq 0$ stets negativ ist. Mit zunehmendem ψ nimmt daher diese Grösse monoton ab, um ihren Kleinstwert mit $\psi = +\infty$ anzunehmen; ε_∞ wird um so mehr dieses Verhalten zeigen. Nun ist

$$\lim_{\psi \to \infty} \varepsilon_\infty = -1 \quad \text{also} \quad \varepsilon_\infty \geqq -1$$

Damit ergibt sich die Eigentümlichkeit, dass die Seilparabel bei gleichen Voraussetzungen, d. h. bei gleichen Werten von a', q' und $\operatorname{tg}\beta$, einen grösseren Durchhang aufweisen kann als die Kettenlinie, denn nur dann ist das Verhältnis ε_β negativ.

Nun ist

$$\varepsilon_0 + \varepsilon_\infty = \frac{2}{\psi^2}\left\{\cos\psi + \psi\operatorname{ctg}\psi + \ln\frac{\sin\psi}{\psi} - 2\left(1 + \frac{\psi^2}{2}\right)\right\} \geqq 0$$

da für positive Werte von ψ, wie man sich mit Hilfe der entsprechenden Potenzreihen überzeugen kann, $\cos\psi \geqq 1 + \psi^2/2$, $\psi\operatorname{ctg}\psi \geqq 1 + \psi^2/3$ und $\ln\sin\psi/\psi \geqq \psi^2/6$ wird. Damit erhält man aber mit $\varepsilon_0 \geqq 0$

$$\varepsilon_\infty \geqq -\varepsilon_0$$

und jetzt auch

$$\varepsilon_0 \geqq \varepsilon_\beta \geqq \varepsilon_\infty \geqq -\varepsilon_0$$

bzw. dem Absolutwert nach

$$|\varepsilon_\beta| \leqq \varepsilon_0 \qquad (11)$$

und zwar für die gesamten Bereiche

$$0 \leqq \operatorname{tg}\beta \leqq +\infty \quad \text{und} \quad 0 \leqq \psi \leqq +\infty$$

Es zeigt sich also, dass bei sonst gleichen Voraussetzungen die Abweichung der Durchhänge der Parabel und der Kettenlinie in einem Feld mit gleich hohen Aufhängepunkten auch dem Absolutwert nach am grössten ist.

5. Auswertung

Die Entscheidung über die Anwendbarkeit der Parabel hängt nunmehr allein noch von dem für die Näherung zugelassenen Fehler ab.

Berücksichtigt man, dass die beim Bau üblichen Verfahren der Durchhangsmessung kaum eine grössere Genauigkeit als 1% aufweisen, dann wird man keineswegs einen höheren Wert für die Rechnung verlangen; man wird sogar einen noch grösseren Fehler unbedenklich hinnehmen können, da derart geringfügige Abweichungen unbeachtlich sind oder durch geeignete Zuschläge zu den Abstandsmassen, bzw. Leiterspannungen, ausgeglichen werden können.

Der Ausdruck für ε_0 nach Gl. (8) ändert sich gleichsinnig mit ψ. Bei einem gegebenen Wert μ des zugelassenen Fehlers lässt sich diese Gleichung mit $\varepsilon_0 = \mu$ nach ψ auflösen. Bezeichnet man diesen Wert mit ψ_{max}, dann ist bei beliebiger Feldneigung gewährleistet, dass der tatsächliche Fehler kleiner als μ bleibt, wenn nur $\psi < \psi_{max}$ ist. Verwendet man für die Darstellung des Ergebnisses noch den bezogenen Durchhang nach Gl. (2) mit $\varphi_{max} = \frac{-\psi_{max}}{4}$, dann liegt ein leicht erkennbares Kriterium für die Anwendbarkeit der Näherungsgleichung vor; solange

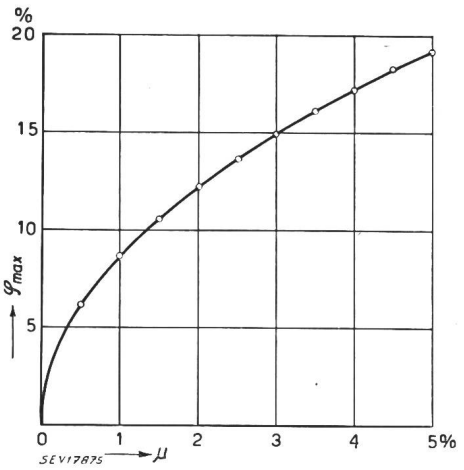

Fig. 1
Prozentualer Höchstwert des bezogenen Durchhanges φ_{max} in Abhängigkeit vom zugelassenen Fehler μ

eben im Einzelfall das Verhältnis des Durchhanges zur Schrägentfernung kleiner als φ_{max} ist, bleibt der Fehler kleiner als der zugehörige Wert von μ. Da praktisch $\mu \ll 1$ und $\psi_{max} < 1$ ist, kann Gl. (8) unter Verwendung der Potenzreihe bei Vernachlässigung

höherer Glieder als 4. Ordnung als biquadratische Gleichung bequem nach ψ, bzw. φ_{max}, aufgelöst werden; man erhält dann mit grosser Genauigkeit eine Beziehung

$$\varphi_{max} \approx \frac{1}{4}\sqrt{15\left(\sqrt{1+1{,}6\,\mu}-1\right)} \approx \frac{1}{2}\sqrt{3\,\mu} \qquad (12)$$

die in Fig. 1 graphisch dargestellt ist. Für $\mu = 0{,}01$ (1% Fehler) ist z. B. $\varphi_{max} = 0{,}0864 = 8{,}64\%$, ein Verhältnis von f/a', das nur in seltenen Fällen erreicht oder überschritten wird.

Da $q'f$ nach Gl. (1) bei gegebenen Voraussetzungen konstant ist, gilt obige Schlussfolgerung auch für die Ermittlung des Kurvenparameters, bzw. der Baustoffbeanspruchung im Durchhangspunkt bei bekanntem Durchhang.

Literatur

[1] *Maurer, E.:* Die Berechnung der Freileitungen mit Rücksicht auf die mechanischen Verhältnisse der Leiter. Bull. SEV, Bd. 27 (1936), Nr. 2, S. 41...53; Nr. 3, S. 64...73.

[2] *Kohler, K.:* Die Anwendung einer Parabeleigenschaft auf Messung und Auswertung des Durchhangs von Freileitungen. Arch. techn. Messen, V, 1123—11.

Adresse des Autors:
Dr.-Ing. habil. *Karl Kohler*, Dozent, Putlitzstrasse 8, Karlsruhe/Baden (Deutschland).

Neuer Speisepunkt für die Abgabe von Bahnenergie an die SBB

Mitgeteilt von der *Aare-Tessin A.-G. für Elektrizität*, Olten, im Einvernehmen mit der Abteilung Kraftwerke der Generaldirektion der SBB, Bern

621.311.21:625.1(494)

Im Kraftwerk Gösgen der Aare-Tessin A.-G. für Elektrizität bestehen 7 Maschinengruppen zu je 7050 kVA für die Erzeugung von Drehstrom. Am vorhandenen freien Platz für eine achte Maschinengruppe wurde 1950 eine Einphasengruppe 16²/₃ Hz für die Abgabe von Bahnenergie in das Netz der Schweizerischen Bundesbahnen aufgestellt und am 1. Oktober 1950 dem Betrieb übergeben. Die vertikalachsige Maschinengruppe umfasst eine Kaplanturbine mit 6 drehbaren Laufschaufeln von Escher Wyss, die bei einem mittleren Gefälle von 16 m und bei 166,6 U./min eine Nennleistung von 8500 kW

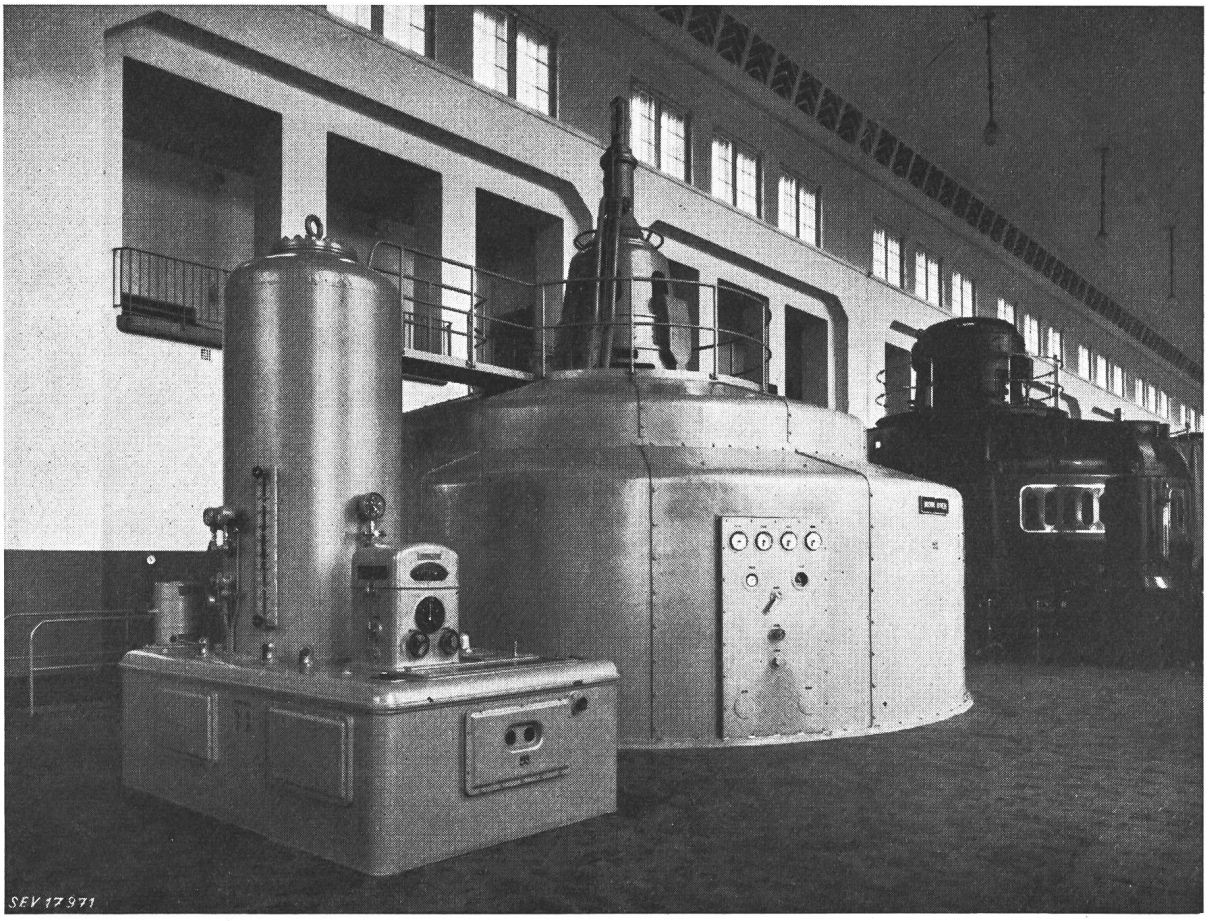

Fig. 1
Der Einphasengenerator mit Regler-Anlage im Maschinenhaus Gösgen der Atel