

Zeitschrift: Bulletin de l'Association suisse des électriciens
Herausgeber: Association suisse des électriciens
Band: 39 (1948)
Heft: 21

Artikel: Einfache Bestimmung der Nullkomponente des symmetrischen Systems in einem unsymmetrischen Drehstrom-System
Autor: Schär, F.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-1057968>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 05.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

l'enquête s'élève à 2405 millions de kWh pour 1946. La répartition entre les différentes catégories ressort de la figure 11.

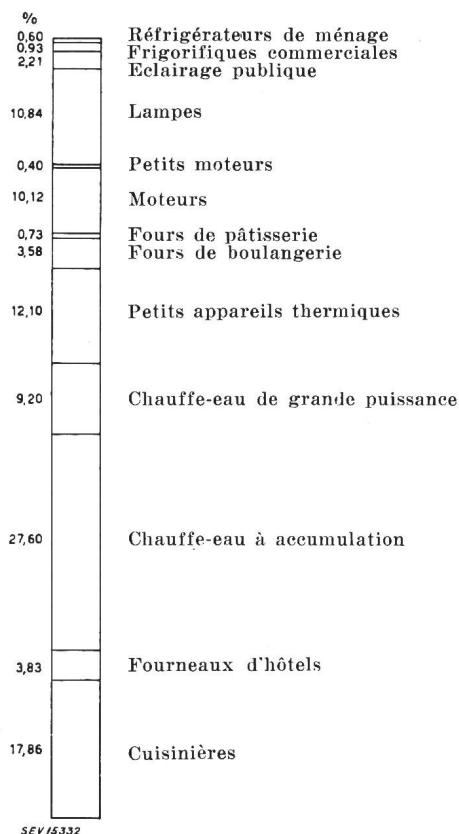


Fig. 11

Répartition de la consommation totale entre les différentes catégories d'appareils

Comme notre enquête n'atteint que le 86 % de la population et que le degré d'électrification du reste du pays n'est pas connu, on peut passer de nos chiffres à ceux de l'ensemble du pays en augmentant les premiers de 10 %. Ce faisant, on obtient des chiffres plutôt trop faibles.

Pour comparer nos chiffres avec ceux de l'Office fédéral de l'économie électrique, il faut ramener ces derniers à l'année civile, car l'Office table sur l'année hydrologique.

Ces quelques calculs faits, on constate que, d'après l'Office fédéral, la consommation du groupe «ménages, artisanat et agriculture» a été de 2953 millions de kWh en 1946. De notre côté, nous arrivons, avec le supplément de 10 %, à un chiffre de 2650 millions de kWh pour le même groupe. L'écart est encore de 10 %, mais il se réduira dans la mesure où les questionnaires seront remplis plus exactement.

Pour terminer, nous tenons à adresser nos remerciements à toutes les entreprises qui ont contribué au succès de notre enquête en remplissant consciencieusement les questionnaires. A ces remerciements, nous aimeraisons joindre le voeu que les entreprises adaptent de plus en plus leurs statistiques internes à la structure de notre questionnaire établi après mûre réflexion. Cela simplifiera le dépouillement de nos enquêtes, mais profitera en premier lieu aux entreprises qui, par ces statistiques, seront à même de prévoir le développement futur et, partant, de mieux établir le programme d'aménagement de leurs installations.

Einfache Bestimmung der Nullkomponente des symmetrischen Systems in einem unsymmetrischen Drehstrom-System

Von F. Schär, Olten

621.3.025.0012

Die in der Praxis ab und zu auftretende Aufgabe, die Nullkomponente des Stromes oder der Spannung zu berechnen, wird mit Hilfe der Methode der symmetrischen Komponenten gelöst. Es werden dazu Gleichungen aufgestellt und benutzt, die in der deutschsprachigen Literatur viel zu wenig bekannt, aber sehr praktisch sind. Ein Rechnungsbeispiel zeigt, wie sich in speziellen Fällen Fehler in die Energiemessung einschleichen können. Ein anderes Beispiel klärt überflüssige Auslösungen von Schutzeinrichtungen auf.

Le calcul de la composante homopolaire du courant ou de la tension d'un système triphasé, qui est parfois nécessaire en pratique, est résolu par la méthode des composantes symétriques. L'auteur établit et applique des équations relativement peu connues, mais fort pratiques. Un exemple de calcul montre que, dans certains cas, des erreurs peuvent se glisser dans la mesure de l'énergie. Un autre exemple explique les déclenchements inopportuns de dispositifs de protection.

Wir sind uns gewöhnt, auch beim Dreiphasensystem einphasig zu rechnen. Die erhaltenen Resultate gelten dann sinngemäß auch für die übrigen Phasen. Diese Vereinfachung ist aber nur zulässig, solange das System symmetrisch ist, d. h. solange alle 3 Spannungen unter sich und alle 3 Ströme unter sich numerisch gleich gross sind.

Es gibt nun eine ganze Anzahl von Anordnungen, bei denen diese Voraussetzungen nicht zutreffen.

¹⁾ Bull SEV Bd. 24(1933), Nr. 18, S. 421...437; Nr. 19, S. 459...475.

Bull. SEV Bd. 32(1941), Nr. 7, S. 134...138.

Entweder sind die Belastungen in den 3 Phasen nicht gleich gross oder aber die Spannungen, manchmal sind auch beide nicht symmetrisch.

Wohl kann man nun für jede Phase separat rechnen, doch führt die Methode der symmetrischen Komponenten leichter zum Ziel. Grundlegende Angaben über diese Methode sind schon früher in dieser Zeitschrift ¹⁾ gemacht worden, so dass wir uns hier auf die Herleitung der unseren speziellen Aufgaben dienenden Formeln beschränken können. Bekanntlich werden bei dieser Methode die Spannungen und Ströme in eine Null-, eine Mit- und eine

Gegenkomponente zerlegt. Die entsprechenden Gleichungen lauten:

$$\begin{aligned} \mathfrak{U}_0 &= \frac{1}{3} (\mathfrak{U}_R + \mathfrak{U}_S + \mathfrak{U}_T) & \mathfrak{J}_0 &= \frac{1}{3} (\mathfrak{J}_R + \mathfrak{J}_S + \mathfrak{J}_T) \\ \mathfrak{U}_1 &= \frac{1}{3} (\mathfrak{U}_R + \alpha \mathfrak{U}_S + \alpha^2 \mathfrak{U}_T) & \mathfrak{J}_1 &= \frac{1}{3} (\mathfrak{J}_R + \alpha \mathfrak{J}_S + \alpha^2 \mathfrak{J}_T) \\ \mathfrak{U}_2 &= \frac{1}{3} (\mathfrak{U}_R + \alpha^2 \mathfrak{U}_S + \alpha \mathfrak{U}_T) & \mathfrak{J}_2 &= \frac{1}{3} (\mathfrak{J}_R + \alpha^2 \mathfrak{J}_S + \alpha \mathfrak{J}_T) \end{aligned}$$

Darin bedeuten:

\mathfrak{U}_R , \mathfrak{U}_S , \mathfrak{U}_T die Phasenspannungen und \mathfrak{J}_R , \mathfrak{J}_S , \mathfrak{J}_T die Phasenströme.

\mathfrak{U}_0 ist die Nullspannung \mathfrak{J}_0 ist der Nullstrom
 \mathfrak{U}_1 ist die Mitspannung \mathfrak{J}_1 ist der Mitstrom
 \mathfrak{U}_2 ist die Gegenspannung \mathfrak{J}_2 ist der Gegenstrom

und $\alpha = -\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} = e^{j120^\circ}$ ein Einheitsvektor, der

zu einem andern als Faktor gesetzt, diesen um $+120^\circ$ dreht. Gelegentlich findet man dafür auch noch die Ausdrucksformen $e^{j\frac{2\pi}{3}}$ oder einfach $/120^\circ$.

Liegt nun beispielsweise eine unsymmetrische dreiphasige Belastung vor, z. B. nach Fig. 1, wobei

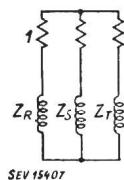


Fig. 1
Belastungs-Beispiel
1 Stromquelle

die Phasenimpedanzen \mathfrak{Z}_R , \mathfrak{Z}_S und \mathfrak{Z}_T ungleich sind, dann ist es interessant, auch diese in ihre symmetrischen Komponenten zu zerlegen. In analoger Weise wie bei den Spannungen und Strömen erhält man:

$$\begin{aligned} \mathfrak{Z}_0 &= \frac{1}{3} (\mathfrak{Z}_R + \mathfrak{Z}_S + \mathfrak{Z}_T) & \mathfrak{Y}_0 &= \frac{1}{3} (\mathfrak{Y}_R + \mathfrak{Y}_S + \mathfrak{Y}_T) \\ \mathfrak{Z}_1 &= \frac{1}{3} (\mathfrak{Z}_R + \alpha \mathfrak{Z}_S + \alpha^2 \mathfrak{Z}_T) & \mathfrak{Y}_1 &= \frac{1}{3} (\mathfrak{Y}_R + \alpha \mathfrak{Y}_S + \alpha^2 \mathfrak{Y}_T) \\ \mathfrak{Z}_2 &= \frac{1}{3} (\mathfrak{Z}_R + \alpha^2 \mathfrak{Z}_S + \alpha \mathfrak{Z}_T) & \mathfrak{Y}_2 &= \frac{1}{3} (\mathfrak{Y}_R + \alpha^2 \mathfrak{Y}_S + \alpha \mathfrak{Y}_T) \end{aligned}$$

Gleicherweise wie bei den Spannungen und Strömen bezeichnet man hier die Werte von

\mathfrak{Z}_0 , \mathfrak{Z}_1 und \mathfrak{Z}_2 als Null-, Mit- und Gegenimpedanz, sowie \mathfrak{Y}_0 , \mathfrak{Y}_1 und \mathfrak{Y}_2 als Null-, Mit- und Gegenadmittanz.

Sind die Spannungen oder Ströme symmetrisch, dann tritt nur das Mitsystem auf, die andern werden Null, d. h. es treten nur Mitspannungen oder Mitströme auf. Sind jedoch die Impedanzen oder die Admittanzen symmetrisch, also in allen Phasen gleich, dann ergibt die Symmetrierung nur eine Nullimpedanz, resp. eine Nulladmittanz. Die Mit- und Gegen systeme werden zu Null.

Die Berechnung des Spannungsabfalles über einer unsymmetrischen Belastung führt nun zu einigen

wichtigen Gleichungen. Zerlegen wir den Strom beispielsweise der Phase R in seine Komponenten

$$\mathfrak{J}_R = \mathfrak{J}_0 + \mathfrak{J}_1 + \mathfrak{J}_2$$

und ebenso die drei Impedanzen in

$$\mathfrak{Z}_0, \mathfrak{Z}_1, \mathfrak{Z}_2$$

und bestimmen wir dann die Spannungsabfälle in jedem System, so erhalten wir:

$$\begin{aligned} \mathfrak{J}_R \mathfrak{Z}_R &= (\mathfrak{J}_0 + \mathfrak{J}_1 + \mathfrak{J}_2)(\mathfrak{Z}_0 + \mathfrak{Z}_1 + \mathfrak{Z}_2) \\ &= \mathfrak{J}_0 \mathfrak{Z}_0 + \mathfrak{J}_1 \mathfrak{Z}_2 + \mathfrak{J}_2 \mathfrak{Z}_1 + \\ &\quad \mathfrak{J}_1 \mathfrak{Z}_0 + \mathfrak{J}_2 \mathfrak{Z}_2 + \mathfrak{J}_0 \mathfrak{Z}_1 + \\ &\quad \mathfrak{J}_2 \mathfrak{Z}_0 + \mathfrak{J}_0 \mathfrak{Z}_2 + \mathfrak{J}_1 \mathfrak{Z}_1 \end{aligned}$$

Es lässt sich nun zeigen, dass der Ausdruck in der 1. Zeile die Nullkomponente des Spannungsabfalles, der Ausdruck in der 2. Zeile die Mitkomponente des Spannungsabfalles und die 3. Zeile die Gegenkomponente des Spannungsabfalles darstellen.

Es gelten also folgende Gleichungen:

$$\mathfrak{U}_0 = \mathfrak{J}_0 \mathfrak{Z}_0 + \mathfrak{J}_1 \mathfrak{Z}_2 + \mathfrak{J}_2 \mathfrak{Z}_1 \quad (1)$$

$$\mathfrak{U}_1 = \mathfrak{J}_1 \mathfrak{Z}_0 + \mathfrak{J}_2 \mathfrak{Z}_2 + \mathfrak{J}_0 \mathfrak{Z}_1 \quad (2)$$

$$\mathfrak{U}_2 = \mathfrak{J}_2 \mathfrak{Z}_0 + \mathfrak{J}_0 \mathfrak{Z}_2 + \mathfrak{J}_1 \mathfrak{Z}_1 \quad (3)$$

In analoger Weise erhält man aus den Null-, Mit- und Gegenadmittanzen die Null-, Mit- und Gegenkomponenten der Ströme, nämlich:

$$\mathfrak{J}_0 = \mathfrak{U}_0 \mathfrak{Y}_0 + \mathfrak{U}_1 \mathfrak{Y}_2 + \mathfrak{U}_2 \mathfrak{Y}_1 \quad (4)$$

$$\mathfrak{J}_1 = \mathfrak{U}_1 \mathfrak{Y}_0 + \mathfrak{U}_2 \mathfrak{Y}_2 + \mathfrak{U}_0 \mathfrak{Y}_1 \quad (5)$$

$$\mathfrak{J}_2 = \mathfrak{U}_2 \mathfrak{Y}_0 + \mathfrak{U}_0 \mathfrak{Y}_2 + \mathfrak{U}_1 \mathfrak{Y}_1 \quad (6)$$

Mit diesen Gleichungen lassen sich eine Reihe von Aufgaben aus der Praxis sehr einfach lösen.

Beispiel 1

Es sei nach dem Schema Fig. 2 ein Elektrokessel an ein Netz angeschlossen. Erfahrungsgemäß variieren die Widerstände bzw. die Leitwerte der einzel-

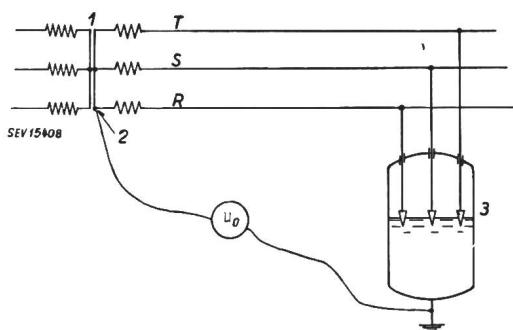


Fig. 2
Anschluss eines Elektroketts
Kessel und Transformatornullpunkt nicht geerdet
1 Transformator
2 isolierter Nullpunkt
3 Elektroketts

nen Phasen im Elektrokessel etwas. Das hat eine Verlagerung des Nullpunktes zur Folge. Die Nullspannung \mathfrak{U}_0 sei zu berechnen.

Aus Gleichung (4) ergibt sich diese ohne weiteres, denn da der Null-Leiter fehlt, so muss $\mathfrak{J}_0 = 0$ sein. Es gilt demnach:

$$0 = \mathfrak{U}_0 \mathfrak{Y}_0 + \mathfrak{U}_1 \mathfrak{Y}_2 + \mathfrak{U}_2 \mathfrak{Y}_1$$

woraus folgt:

$$\mathfrak{U}_0 = -\frac{\mathfrak{U}_1 \mathfrak{Y}_2 + \mathfrak{U}_2 \mathfrak{Y}_1}{\mathfrak{Y}_0} \quad (7)$$

Sind die aufgedrückten Spannungen symmetrisch, so reduziert sich der Ausdruck weiter auf:

$$\mathfrak{U}_0 = -\frac{\mathfrak{U}_1 \mathfrak{Y}_2}{\mathfrak{Y}_0} \quad (8)$$

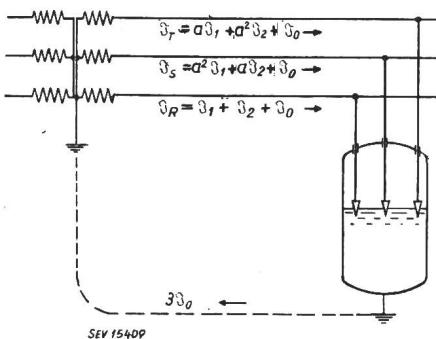


Fig. 3
Anschluss eines Elektrokessels
Kessel und Transformator-Nullpunkt geerdet

Sind der Kessel **und** der Transformator-Nullpunkt nach Fig. 3 geerdet, dann fliesst ein Null-Strom von:

$$\mathfrak{J}_0 = \mathfrak{U}_0 \mathfrak{Y}_0 + \mathfrak{U}_1 \mathfrak{Y}_2 + \mathfrak{U}_2 \mathfrak{Y}_1 \quad (9)$$

Vernachlässigt man den Erdwiderstand und nimmt man wieder an, die aufgedrückten Spannungen seien symmetrisch, dann bleibt der Ausdruck:

$$\mathfrak{J}_0 = \mathfrak{U}_1 \mathfrak{Y}_2 \quad (10)$$

Sind in einem Netz beispielsweise zwei Elektrokessel angeschlossen, etwa nach dem Prinzipschema

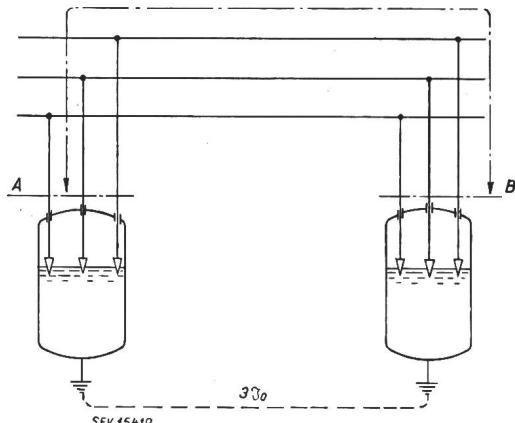


Fig. 4
Anschluss von zwei Elektrokesseln
Prinzipschema

von Fig. 4, dann kann ein Nullstrom fliessen, ohne dass der speisende Transformator im Sternpunkt geerdet ist.

Die unvermeidlichen Unsymmetrien bestimmen die Grösse des Nullstromes zwischen den beiden Kesseln zu:

$$\mathfrak{J}_0 = \mathfrak{U}_1 (\mathfrak{Y}_2 - \mathfrak{Y}'_2) \quad (11)$$

wobei mit \mathfrak{Y}'_2 die Gegenadmittanz des zweiten Kessels bezeichnet ist. Hervorzuheben ist hier die Tatsache, dass infolge des Summenstromes $3 \mathfrak{J}_0$ die Energiemessung in Aronschaltung in den in Fig. 4 zwischen A und B liegenden Teilstrecken nicht mehr genau sein kann, da ja die Voraussetzung dafür, Summe der 3 Phasenströme = 0, nicht mehr zutrifft. Es mag gelegentlich vorkommen, dass sich die Differenzen über eine längere Messperiode ausgleichen. Die Wahrscheinlichkeit für das Gegenteil ist jedoch grösser. Das Einschleichen solcher Fehler in die Messanordnung wird wohl in der Hauptsache dadurch begünstigt, dass beim Anschliessen des zweiten Kessels und eventueller weiterer Elektrokessel nicht an Messeinrichtungen an ganz anderen Orten gedacht wird, die schon seit langem installiert sind und immer richtig gearbeitet haben!

Beispiel 2

Bestimmung des Nullstromes von Löschspulen.

Die Wirkungsweise der Löschspule wird als bekannt vorausgesetzt, da darüber in dieser Zeitschrift²⁾ schon erschöpfend berichtet wurde. In Fig. 5 ist die prinzipielle Schaltung angegeben. Die

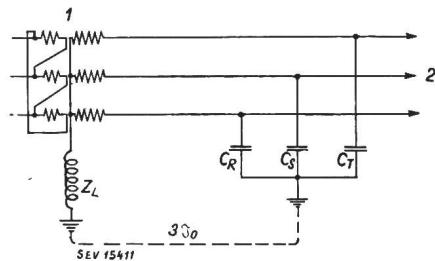


Fig. 5
Schaltung mit Löschspule
1 Transformator
2 Freileitung
Erläuterungen im Text

Kapazität der Leiter gegen Erde werde durch C_R , C_S und C_T dargestellt. Mit Hilfe von Gleichung (4) lässt sich nun der Nullstrom, der auch bei einschlüssigem Netz selten Null ist, leicht angeben. Der Widerstand der Erde und die Impedanz der Transformatorwicklung sollen vernachlässigt werden. Es gilt:

$$\mathfrak{J}_0 = \mathfrak{U}_0 \mathfrak{Y}_0 + \mathfrak{U}_1 \mathfrak{Y}_2 + \mathfrak{U}_2 \mathfrak{Y}_1$$

Eine Nullspannung wird dem System nicht aufgedrückt, es entsteht jedoch an der Löschspule ein Spannungsabfall — eine Nullspannung \mathfrak{U}_0 — von der Grösse

$$-3 \mathfrak{J}_0 \mathfrak{Z}_L$$

die dem Strom entgegen, also in negativem Sinne wirkt. Man erhält:

$$\mathfrak{J}_0 = (-3 \mathfrak{J}_0 \mathfrak{Z}_L) \mathfrak{Y}_0 + \mathfrak{U}_1 \mathfrak{Y}_2 + \mathfrak{U}_2 \mathfrak{Y}_1$$

Das ist der Nullstrom in jeder Phase. Daraus ergibt sich der Strom in der Löschspule:

²⁾ Bull. SEV Bd. 27 (1936), Nr. 7, S. 177...193.

$$3 \mathfrak{J}_0 = \frac{3 (\mathfrak{U}_1 \mathfrak{Y}_2 + \mathfrak{U}_2 \mathfrak{Y}_1)}{1 + 3 \mathfrak{Z}_L \mathfrak{Y}_0} \quad (12)$$

Fehlt die Gegenspannung \mathfrak{U}_2 , dann reduziert sich der Ausdruck auf:

$$3 \mathfrak{J}_0 = \frac{3 \mathfrak{U}_1 \mathfrak{Y}_2}{1 + 3 \mathfrak{Z}_L \mathfrak{Y}_0}$$

oder wenn die Admittanzen \mathfrak{Y} mit $j\omega C$ bezeichnet werden und wenn für die Impedanz \mathfrak{Z}_L der Ausdruck $j\omega L$ gesetzt wird

$$3 \mathfrak{J}_0 = \frac{j\omega \mathfrak{U}_1 (C_R + \alpha^2 C_S + \alpha C_T)}{1 - \omega^2 L (C_R + C_S + C_T)} \quad (13)$$

Beispiel 3

Fig. 6 stellt schematisch einen Generator-Windungsschluss-Schutz dar. Dieser basiert auf der Messung der Nullspannung zwischen Generator-Null-

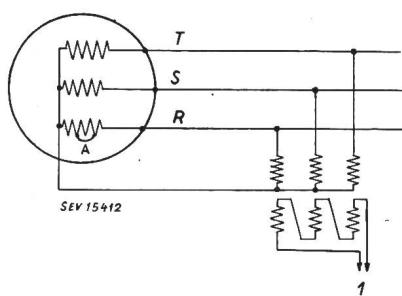


Fig. 6
Generator-Windungsschluss-Schutz
Schematische Darstellung
1 Ausgang zum Relais

punkt und Klemmen. Entsteht, beispielsweise an der Stelle A, ein Windungsschluss, dann wird die Phasenspannung R etwas kleiner. Sie hat eine Nullspannung von

$$\mathfrak{U}_0 = \frac{1}{3} (\mathfrak{U}_R + \mathfrak{U}_S + \mathfrak{U}_T)$$

zur Folge. Aus andern Gründen kann eine Nullspannung nicht auftreten, vorausgesetzt, dass die Impedanzen jeder Phase des Generators sowohl für das mitläufige als auch für das gegenläufige (inverse) Drehfeld unter sich gleich sind. Anders liegt die Sache jedoch, sobald der Generator im Nullpunkt geerdet wird; beispielsweise zum Anschluss eines Erdschluss-Schutzes nach Fig. 7.

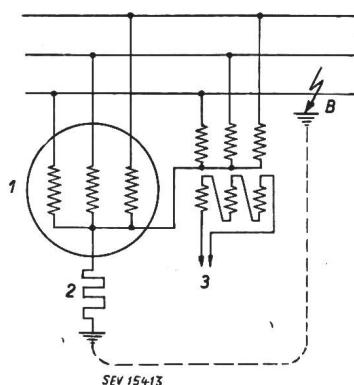


Fig. 7
Generator-Windungsschluss-Schutz
Generatornullpunkt geerdet
1 Generator
2 Nullpunktwiderstand
3 Ausgang zum Relais
SEV 15413

Tritt aus irgendeinem Grunde etwa bei B außerhalb des Generators ein Erdschluss auf, dann fließt ein Nullstrom von der Grösse

$$\mathfrak{J}_0 = \frac{1}{3} (\mathfrak{J}_R + \mathfrak{J}_S + \mathfrak{J}_T)$$

der nach der Gleichung (1) am Relais eine Nullspannung zur Folge hat von

$$\mathfrak{U}_0 = \mathfrak{J}_0 \mathfrak{Z}_0$$

Bei geerdetem Nullpunkt darf daher der Windungsschluss nicht nach einer solchen Anordnung erfasst werden, weil sonst überflüssige Auslösungen des Generators durch aussenliegende Erdschlüsse auftreten.

Diese Beispiele dürften zeigen, wie einfach sich solche Aufgaben mit Hilfe der Methode der symmetrischen Komponenten lösen lassen. Zum Schluss seien noch einige Bücher genannt, die sich ausschliesslich mit dieser Methode befassen:

Oberdorfer, G.: Das Rechnen mit symmetrischen Komponenten. — Leipzig, 1929.

Wagner, C. F., u. R. D. Evans: Symmetrical components. — New York, 1933.

Iliovici, A.: Les Coordonnées symétriques en electrotechnique. — Paris, 1934.

Lyon, W. V.: Application of the Method of Symmetrical components. — New York, 1937.

Ferner sei noch die erste Veröffentlichung über dieses Gebiet zitiert:

Fortescue, C. L.: Method of Symmetrical Coordinates Applied to the Solution of Polyphase Networks. — A.I.E.E. Trans". Bd. 37(1918).

Adresse des Autors:

F. Schär, Schöngrundstrasse 63, Olten (SO).

Nachrichten- und Hochfrequenztechnik — Télécommunications et haute fréquence

Bericht über die 11. Hochfrequenztagung des SEV, Samstag, 18. Oktober 1947, in Neuenburg

Nachrichtenübermittlung durch Ultrakurzwellen-Mehrkanal-Systeme

621.396.41.029.6

Der SEV hielt am 18. Oktober 1947 in Neuenburg unter dem Vorsitz von Prof. Dr. F. Tank seine 11. Hochfrequenztagung ab, die auch diesmal auf ein Thema, nämlich die Nachrichtenübermittlung durch Ultrakurzwellen-Mehrkanal-Systeme, ausgerichtet war. Die Vorträge fanden am Vormittag

tag in der Salle des Conférences statt; am Nachmittag begaben sich die Teilnehmer in Postautomobilen auf den Chasseral, wo Ultrakurzwellen-Anlagen im Betrieb vorgeführt wurden. Etwa 180 Mitglieder und Gäste nahmen an der Veranstaltung teil.