**Zeitschrift:** Bulletin de l'Association suisse des électriciens
**Herausgeber:** Association suisse des électriciens
**Band:** 38 (1947)
**Heft:** 8

**Artikel:** Cohérence dimensionnelle entre unités théoriques et pratiques
**Autor:** Boden, E.
**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-1056733

**Nutzungsbedingungen**
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

**Conditions d'utilisation**
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

**Terms of use**
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 22.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch**

# Cohérence dimensionnelle entre unités théoriques et pratiques

Par *E. Bodea*, Bucarest

53.081

*L'auteur montre tout d'abord comment la simple règle de cohérence dimensionnelle peut servir de lien entre des systèmes de mesure quelconques, en conduisant à des équations dites «entre grandeurs», qui restent libres de tous facteurs de proportionnalité et sont donc invariantes par rapport à tous les systèmes d'unités.*

*A l'aide du système de dimensions de Kalantaroff (LTQΦ), auquel la préférence est donné à cause de son élégance, le critérium de la cohérence dimensionnelle permet de découvrir que le système de Giorgi (m s A V) n'a pas seulement une supériorité pratique par rapport au système des unités classiques (CGS), mais même une supériorité théorique, puisque le premier est à cohérence dimensionnelle même en électromagnétisme, tandis que le dernier ne l'est pas.*

*Les simplifications qui résultent d'un emploi exclusif d'unités à cohérence dimensionnelle sont mises en évidence par deux exemples, par l'extension de la cohérence dimensionnelle aux unités de température et de l'entropie et par une interprétation des constantes du vide $\varepsilon_0$, $\mu_0$, $\gamma$, après transformation de la loi de gravitation de Newton, qui mène à des unités naturelles.*

*Es wird zunächst gezeigt, wie die einfache Regel der dimensionellen Kohärenz als Brücke zwischen beliebigen Maßsystemen dienen kann, da sie zu Grössengleichungen führt, die frei von Proportionalitätsfaktoren sind und allen Maßsystemen gegenüber unveränderlich bleiben.*

*An Hand des Dimensionssystems von Kalantaroff (LTQΦ), das seiner Eleganz wegen bevorzugt wird, enthüllt das Kriterium der dimensionellen Kohärenz, dass das System von Giorgi (m s A V) nicht nur eine praktische, sondern sogar eine theoretische Ueberlegenheit gegenüber dem klassischen CGS-System aufweist, da dasjenige von Giorgi auch im Elektromagnetismus dimensions-kohärent ist, was beim CGS-System nicht zutrifft.*

*Die durch ausschliessliche Anwendung dimensions-kohärenter Einheiten sich ergebenden Vereinfachungen und Klarstellungen werden an zwei Beispielen erörtert, nämlich an einer Erweiterung der dimensionellen Kohärenz auf die Einheiten der Temperatur und Entropie und an einer Darstellung der Vakuums-Konsonanten $\varepsilon_0$, $\mu_0$, $\gamma$, nach Umformung des Newtonschen Gravitationsgesetzes, die zu natürlichen Einheiten führt.*

## 1. Introduction

La rapidité étonnante avec laquelle la technique (malheureusement en première ligne la technique de guerre) suit de près les progrès merveilleux réalisés par la physique théorique et expérimentale donne de l'actualité à un problème, abordé par la CEI en 1935 [1] [1]). Elle adopta alors l'extension du système pratique m s A V de l'électromagnétisme à la mécanique (extension préconisée par *Giorgi* dès 1901 [2], qui ne nécessite que le simple remplacement de cm, g, s par m kg, s), envisageant de *créer un système d'unités universel*, pour tous domaines de la technique et de la physique. Les ingénieurs furent satisfaits de cette solution simple, claire et pratique, et ils se croient en droit de demander aux physiciens de leur fournir les résultats de leurs recherches sous une forme qui leur permette d'en utiliser les équations et formules sans avoir à y introduire ou à en omettre des facteurs de proportionnalité encombrants, qui ne font que voiler le sens physique et la clarté des équations.

Mais de nombreux physiciens (quoique utilisant aussi des appareils de mesure étalonnés en V et A) restent indifférents à ce problème, non seulement parce qu'ils n'attachent au choix des unités qu'une importance secondaire, mais parce qu'ils jugent le système CGS classique au moins équivalent, sinon théoriquement supérieur, au système m s A V et lui restent donc fidèles (comme autrefois à la langue latine) à cause de son usage scientifique général.

On pourrait satisfaire en même temps les désirs des physiciens et les besoins des techniciens, s'il était possible de trouver un lien entre les systèmes des unités théoriques et pratiques qui garantisse l'invariance des équations physiques par rapport aux changements des unités non seulement en mécanique, mais aussi en électromagnétisme et en thermique. Recherchant un tel lien, on doit remonter aux principes qui servirent de fondement à la construction de systèmes de mesure en mécanique.

[1]) Voir bibliographie à la fin de l'article.

## 2. Le principe de la cohérence dimensionnelle

On sait que toute mesure est basée sur la possibilité de scinder chaque grandeur physique $G$ en un nombre pur $n$, qui ne représente que son extension quantitative, et une grandeur physique de même nature, servant d'unité de mesure $[G]$, qui contient tous ses attributs qualitatifs. Cela est symbolisé par l'*équation fondamentale:*

$$G = n\,[G] \tag{1}$$

On sait aussi que les interconnexions existantes entre différentes grandeurs, exprimées par des lois physiques, permettent de réduire le choix des unités à un petit nombre d'*unités fondamentales*, à savoir: à 1 en géométrie, à 2 en cinématique, à 3 en mécanique et à 4 en électromagnétisme.

Ce nombre d'unités fondamentales résulte sans équivoque, pour chaque domaine, de la différence entre le nombre de grandeurs qui y interviennent et le nombre des équations de définition qui y sont indépendantes entre elles. Leur choix ne dépend donc que d'une seule condition, à savoir, qu'elles doivent être absolument indépendantes entre elles.

Rappelons encore qu'il résulte de la simple linéarité de l'équation fondamentale (1), comme l'ont démontré *Buckingham* et *Bridgman* [4], que les *unités dérivées* ne peuvent être que des simples produits de puissances des unités choisies comme fondamentales, ayant par exemple la forme:

$$[G] = [L^a\, T^b\, M^c] \tag{2}$$

si l'on a choisi comme unités fondamentales une longueur $[L]$, un temps $[T]$ et une masse $[M]$, comme il est de coutume en mécanique.

Ces définitions des unités dérivées restent totalement libres en ce qui concerne l'extension quantitative des unités de base et sont connues sous le nom de formules dimensionnelles. Elles sont également libres de tout facteur de proportionnalité. Ceci nous intéresse spécialement, car il en résulte qu'en partant des formules dimensionnelles, on peut obtenir sans aucune ambiguïté des définitions d'unités dérivées, liées en rapport de 1 à 1 aux unités cardinales choisies librement, en substituant aux dimensions fondamentales des unités correspondantes quelconques.

Nous avons appelé ce principe de simple substitution la *«règle de la cohérence dimensionnelle»* [6].

*En mécanique* elle est évidemment satisfaite par tous les systèmes d'unités en usage, car on retrouve par exemple sans lacune

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| en substituant | $[L]$ | $[T]$ | $[M]$ | | |
| par les unités | cm | s | g | le système CGS | (3) |
| par les unités | m | s | kg | le système *Giorgi* | |
| par les unités | m | s | $kg^* m^{-1} s^2$ | le système technique | |

Il est évident qu'en raison de la liberté des définitions des unités dérivées de tout facteur de proportionnalité, les *«équations entre valeurs»* [3], établies avec n'importe quel système d'unités à cohérence dimensionnelle, restent, elles aussi, libres de tous facteurs de proportionnalité et deviennent ainsi formellement identiques aux *«équations entre grandeurs»* [3] correspondantes; c'est ce qui explique leur invariance par rapport à tous les systèmes d'unités en usage en mécanique.

Par contre, à l'aide d'un système d'unités à cohérence dimensionnelle quelconque, on trouvera tous les facteurs à sens physique à leur juste place, même par la voie expérimentale (par exemple le facteur $1/2$ dans les lois de libre chute).

### 3. Application du principe de cohérence dimensionnelle à l'électromagnétisme

Tandis qu'en mécanique on trouve ainsi réalisé un parfait accord entre les calculs théoriques et les mesures expérimentales, en ce qui concerne la valeur et la position des constantes purement numériques qui doivent figurer dans quelques équations physiques, on sait qu'en électromagnétisme la majorité des systèmes d'unités en usage conduisent par le facteur géométrique $4\pi$ à une position irrationnelle. (On trouve, par exemple, pour le condensateur à plans parallèles expérimentalement la capacité $C = \frac{\varepsilon A}{4 \pi l}$ en unités CGS, tandis que la théorie ne peut fournir que $C = \varepsilon A/l$ comme «équation entre grandeurs».) Il faut en conclure que ces systèmes ne satisfont pas le principe de cohérence dimensionnelle.

Afin de pouvoir prouver cette incohérence et étendre la cohérence dimensionnelle de tous les systèmes usuels de la mécanique à l'électromagnétisme, il est nécessaire de choisir d'abord un système dimensionnel au nombre juste de *4 dimensions cardinales.* Le meilleur choix possible est celui qui fut proposé par *Kalantaroff* [5, 6] en 1932, à savoir:

longueur $[L]$
temps $[T]$
quantité d'électricité $[Q]$ (4)
flux magnétique $[\Phi]$

Ce choix conduit en effet à des formules dimensionnelles simples et très claires, à exposants exclusivement entiers, pour toutes les grandeurs de l'électromagnétisme (ce qui contraste très agréablement avec les exposants fractionnaires irrationnels des trois systèmes CGS).

On remarquera aussi (en étudiant le tableau I), un parallélisme très élégant entre 3 groupes de grandeurs, dont les dimensions ne contiennent que la première puissance de:

$[Q]$ ou $[Q\,\Phi^{-1}]$ en électricité
$[\Phi]$ ou $[\Phi\,Q^{-1}]$ en magnétisme
$[H] = [Q\,\Phi]$ en mécanique.

On retrouve ainsi pour la mécanique seulement trois dimensions fondamentales $[L]$, $[T]$ et $[H]$, de sorte que $[M]$ est simplement remplacé par $[H]$. Ce remplacement paraît avoir pourtant un sens physique réel très intéressant; car d'une part $[H]$ est précisément la dimension de la constante de *Planck* $h$, qui joue un rôle si important dans toute la physique quantique et ondulatoire, puisqu'en effet l'équation du photon (du quantum élémentaire d'énergie) $w = h\nu$ a la formule dimensionnelle

$$\dim W = [Q\,\Phi\,T^{-1}] = [Q\,\Phi]\,[T^{-1}]\,.$$

D'autre part, on est, paraît-il, en droit de supposer que les 3 lois de la conservation de l'énergie $W$, de l'impulsion $J$ et des forces $F$ pourraient se réduire à une seule loi (comme présumé par *Bavink* et d'autres auteurs), à savoir, à la conservation de la substance et de ses déplacements en espace et temps, car par comparaison des dimensions de ces grandeurs:

$$\begin{aligned} \dim W &= [Q\,\Phi\,T^{-1}]\,, \\ \dim J &= [Q\,\Phi\,L^{-1}]\,, \\ \dim F &= [Q\,\Phi\,L^{-1}\,T^{-1}] \end{aligned} \qquad (5)$$

on est amené à la conclusion que la dimension $[H] = [Q\,\Phi]$ ne peut représenter que la grandeur substance.

Cette conclusion est corroborée, d'une part par le fait que la masse ne peut pas représenter la substance (mais seulement un de ses attributs), puisque sa valeur exacte dépend de sa vitesse relative (par rapport à l'observateur ou à d'autres masses), selon la relation bien connue de *Lorentz* et *Einstein*, d'autre part par le fait que la dimension $[H] = [Q\,\Phi]$ représente précisément et simplement la constitution électromagnétique de la matière. Ceci est clairement mis en évidence par la nécessité de réaliser une scision de la dimension de la «substance» $[H]$ en ses deux composantes, les attributs électrique $[Q]$ et magnétique $[\Phi]$, en passant de la mécanique à l'électromagnétisme.

En adoptant donc le système dimensionnel de *Kalantaroff* $[L\,T\,Q\,\Phi]$ et en l'utilisant comme base, on peut désormais vérifier sans ambiguïté lesquelles parmi les unités électromagnétiques (CGS et techniques) satisfont le principe de cohérence dimensionnelle; à cet effet, on n'a qu'à procéder aux substitutions suivantes:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Systèmes | : | $CGS\,\varepsilon_0$ | , | $CGS\,\mu_0$ | , | m s A V |
| pour $[L]$ | : | cm | , | cm | , | m |
| pour $[T]$ | : | s | , | s | , | s |
| pour $[Q]$ | : | $g^{1/2}\,cm^{3/2}\,s^{-1}\,\varepsilon_0^{-1/2}$ | , | $g^{1/2}\,cm^{1/2}\,\mu_0^{-1/2}$ | , | A s |
| pour $[\Phi]$ | : | $g^{1/2}\,cm^{1/2}\,\varepsilon_0^{-1/2}$ | , | $g^{1/2}\,cm^{3/2}\,s^{-1}\,\mu_0^{-1/2}$ | , | V s |

(6)

On trouvera ainsi (non sans quelques difficultés), qu'il n'y a que les unités de 5 grandeurs qui ne satisfont pas la règle de cohérence dimensionnelle, à savoir les unités usuelles de:

| | |
|---|---|
| déplacement électrique | $D$ |
| intensité de champ magnétique | $H$ |
| force magnétomotrice | $F_m$ |
| constante diélectrique du vide | $\varepsilon_0$ |
| constante de perméabilité du vide | $\mu_0$ |

C'est du reste un fait bien connu que ces unités irrationnelles, c'est-à-dire sans cohérence dimensionnelle, contiennent toutes le facteur géométrique $\frac{1}{4\pi}$ à l'exception des unités de $\varepsilon_0$ en CGS$\varepsilon_0$ et m s AV non rationnelles, qui contiennent le facteur $4\pi$, dont l'apparition est due à son ommission des équations de *Coulomb*, qui servirent initialement à la «définition» des unités de charge électrique et de pôle magnétique à l'aide des «conventions» $\varepsilon_0 = 1$ et $\mu_0 = 1$.

Pour atteindre le but logique d'une parfaite identité entre «équations entre valeurs» et «équations entre grandeurs» (qui, en électromagnétisme, ont été rationnellement formulés par *Heaviside* et *Lorentz*), on n'a donc qu'à adopter le principe de la cohérence dimensionnelle pour tous les systèmes en usage, ce qu'on peut réaliser assez facilement, même pour les systèmes CGS, par la seule rationalisation des 5 unités par système (comme indiqué plus haut) sans devoir recourir à la solution plus compliquée proposée par *Heaviside* et *Lorentz*.

En revanche, il est très facile de vérifier que le système rationnel msAV (MKS) de *Giorgi* réalise automatiquement et sans aucune difficulté le principe de la cohérence dimensionnelle (voir tableau I). Il présente donc non seulement une supériorité pratique, mais même une supériorité théorique par rapport à tous les systèmes de mesure en usage. C'est pourquoi son adoption universelle, préconisée par la CEI, apporterait des avantages évidents non seulement pour la technique, mais même pour la physique et surtout pour l'enseignement. En même temps, la physique théorique pourrait reprendre à juste titre sa liberté entière et s'affranchir de tout système spécial d'unités.

A cette fin, on n'a qu'à écrire toutes les équations, aussi bien celles de l'électromagnétisme et de l'atomistique quantifiée et ondulatoire, que celles de la mécanique classique, sous leur seule forme théoriquement correcte, à savoir comme équations entre grandeurs.

Pour les équations fondamentales de *Maxwell*, on trouvera ainsi à la place de leur forme habituelle, valable seulement pour unités du «système» *Gauss* CGS $\varepsilon_0\,\mu_0$ (qui ne sont en réalité qu'un mélange d'unités électriques CGS $\varepsilon_0$ et magnétiques CGS $\mu_0$), c'est-à-dire à la place des *«équations entre valeurs CGS»*

$$\begin{aligned} &\mathrm{rot}\,\vec{E} + \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0\,; &&\mathrm{div}\,\vec{B} = 0 \\ & && \vec{B} = \mu_r \vec{H} \\ &\frac{1}{4\pi}\mathrm{rot}\,\vec{H} - \frac{1}{c}\frac{1}{4\pi}\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \varrho\vec{v}\,; \quad \frac{1}{4\pi} &&\mathrm{div}\,\vec{D} = \varrho \\ & && \vec{D} = \varepsilon_r \vec{E} \end{aligned} \tag{7}$$

leur forme rationnelle, due à *Heaviside* et *Lorentz*, plus simple et plus claire, qui reste valable pour n'importe quel système à cohérence dimensionnelle, c'est-à-dire les vraies *«équations entre grandeurs»:*

$$\begin{aligned} &\mathrm{rot}\,\vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0\,; &&\mathrm{div}\,\vec{B} = 0 \\ & && \vec{B} = \mu_r\,\mu_0 \vec{H} \\ &\mathrm{rot}\,\vec{H} - \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \varrho\vec{v}\,; &&\mathrm{div}\,\vec{D} = \varrho \\ & && \vec{D} = \varepsilon_r\,\varepsilon_0 \vec{E} \end{aligned} \tag{8}$$

Dans ces équations $\varepsilon_r$ et $\mu_r$ sont des nombres purs, mais $\varepsilon_0$ et $\mu_0$ de vraies grandeurs physiques. On

Tableau I

*Analogies dimensionnelles du système de mesures Kalantaroff-Giorgi*

| Electricité | | | | Magnétisme | | | | Mécanique | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Grandeurs | Symboles | Dimens. $[LTQ\Phi]$ | Unités msAV | Grandeurs | Symboles | Dimens. $[LTQ\Phi]$ | Unités msAV | Grandeurs | Symboles | Dimens. $[LTQ\Phi]$ | Unités msAV |
| quantité d'électricité | $Q$ | $[Q]$ | As = 1 coulomb | flux magnétique . | $\Phi$ | $[\Phi]$ | Vs = 1 weber | quantité de substance | $H$ | $[Q\Phi]$ | AVs² = 1 planck |
| courant . . . | $I$ | $[QT^{-1}]$ | A = 1 ampère | tension . . . | $U$ | $[\Phi T^{-1}]$ | V = 1 volt | énergie, température | $W$ | $[Q\Phi T^{-1}]$ | AVs = 1 joule AVs/Mol |
| gradient de $Q$ . | — | $[QL^{-1}]$ | $\mathrm{As\,m^{-1}}$ | gradient de $\Phi$ . | — | $[\Phi L^{-1}]$ | $\mathrm{Vs\,m^{-1}}$ | impulsion . . . | $J$ | $[Q\Phi L^{-1}]$ | $\mathrm{AVs^2m^{-1}}$ = 1 leibnitz |
| intensité de champ magnétique . . | $H$ | $[QL^{-1}T^{-1}]$ | $\mathrm{A\,m^{-1}}$ | intensité de champ électrique . . | $E$ | $[\Phi L^{-1}T^{-1}]$ | $\mathrm{V\,m^{-1}}$ | force . . . . | $F$ | $[Q\Phi L^{-1}T^{-1}]$ | $\mathrm{AVs\,m^{-1}}$ = 1 newton |
| déplacement électr. | $D$ | $[QL^{-2}]$ | $\mathrm{As\,m^{-2}}$ | induction magnét. . | $B$ | $[\Phi L^{-2}]$ | $\mathrm{Vs\,m^{-2}}$ | dépl. de substance . | — | $[Q\Phi L^{-2}]$ | $\mathrm{AVs^2m^{-2}}$ |
| constante diélectr. . | $\varepsilon$ | $[Q\Phi^{-1}L^{-1}T]$ | $\mathrm{AV^{-1}m^{-1}s}$ | perméabilité . . | $\mu$ | $[\Phi Q^{-1}L^{-1}T]$ | $\mathrm{VA^{-1}m^{-1}s}$ | cœff. d'attraction . | $a$ | $[Q\Phi L^{-1}T]$ | $\mathrm{AVm^{-1}s^3}$ |
| conductance . . | $G$ | $[Q\Phi^{-1}]$ | $\mathrm{AV^{-1}}$ = 1 siemens | résistance . . . | $R$ | $[\Phi Q^{-1}]$ | $\mathrm{VA^{-1}}$ = 1 ohm | cœff. de gravitation | $g$ | $[Q\Phi L^{-5}T^{-3}]$ | $\mathrm{AVm^{-5}s^5}$ |
| capacité . . . | $C$ | $[Q\Phi^{-1}T]$ | $\mathrm{AV^{-1}s}$ = 1 farad | inductance . . . | $L$ | $[\Phi Q^{-1}T]$ | $\mathrm{VA^{-1}s}$ = 1 henry | masse (inertie) . | $m$ | $[Q\Phi L^{-2}T]$ | $\mathrm{AVm^{-2}s^3}$ = 1 kg |
| conductivité . . | $\gamma$ | $[Q\Phi^{-1}L^{-1}]$ | $\mathrm{AV^{-1}m^{-1}}$ | | | | | chaleurs spécifiques entropie . . . | $c_p, c_v$ $S$ | dim. nulle $[Q\Phi T^{-1}]^0$ | nombre pur 1 |

s'aperçoit que les équations entre grandeurs ne sont pas seulement libres des facteurs $4\pi$, mais aussi du facteur $c$. En réalité, il est facile de vérifier, à l'aide d'un simple contrôle dimensionnel, que dans la forme classique des équations de *Maxwell* ce facteur $c$, quoiqu'il ait la valeur et la dimension de la vitesse de la lumière, n'a physiquement que la signification d'un facteur de compensation, nécessairement engendré par le fait que dans le «système» *Gauss* se trouvent en réalité 5 unités fondamentales cm, g, s et $\varepsilon_0$, $\mu_0$, dont une unité, soit $\varepsilon_0 = 1$, soit $\mu_0 = 1$, est de trop, puisqu'il est évidemment inadmissible de vouloir maintenir à la fois $\varepsilon_0$ et $\mu_0$ comme unités fondamentales, du moment qu'on connaît leur interconnexion $\varepsilon_0\,\mu_0\,c^2 = 1$.

*Sommerfeld* a fait remarquer qu'il est absurde de dire que le rapport entre unités électriques CGS$\varepsilon_0$ et magnétiques CGS$\mu_0$ soit une puissance de la vitesse de la lumière $c$, puisque le rapport entre deux unités de même espèce ne peut évidemment être qu'un nombre pur; en réalité le «système» CGS$\varepsilon_0\,\mu_0$ s'est décomposé de lui-même en deux systèmes à 4 dimensions chacun, le système CGS$\varepsilon_0$ électrique et le système CGS$\mu_0$ magnétique, l'emploi desquels fait disparaître automatiquement $c$ (mais non $4\pi$).

L'application de la règle de cohérence dimensionnelle apporte donc en électromagnétisme non seulement des simplifications, mais encore des clarifications très importantes.

### 4. Etablissement d'un système d'unités naturelles

On sait que la loi de gravitation de *Newton* et les deux lois des forces électriques et magnétiques de *Coulomb* sont mathématiquement identiques. Mais, au point de vue physique, on ne peut mettre en évidence qu'une analogie dimensionnelle nette entre les deux lois de *Coulomb*, dont les équations entre grandeurs pour le vide sont:

$$F_e = \frac{1}{\varepsilon_0}\,\frac{Q_1}{4\pi r^2}\,Q_2 \quad \text{avec dim } F_e = [Q\Phi^{-1}L^{-1}T]^{-1}\,[Q]^2[L^{-2}] \qquad (9)$$

$$F_m = \frac{1}{\mu_0}\,\frac{\Phi_1}{4\pi r^2}\,\Phi_2 \quad \text{avec dim } F_m = [Q^{-1}\Phi L^{-1}T]^{-1}\,[\Phi]^2[L^{-2}] \qquad (10)$$

tandis que cette analogie ne se retrouve plus dans la loi de *Newton*, représentée par l'équation entre grandeurs:

$$F_g = \frac{1}{\gamma_0}\,\frac{m_1}{4\pi r^2}\,m_2 \quad \text{avec dim } F_g = [Q\Phi L^{-5}T^3]^{-1}\,[Q\Phi L^{-2}T]^2[L^{-2}] \qquad (11)$$

On peut, pourtant, considérer les masses $m_1$ et $m_2$, en première approximation comme masses de repos $m_0$ (puisque $\gamma_0$ est déterminé par des mesures astronomiques et la vitesse relative des astres est petite par rapport à la vitesse de la lumière $c$) et les remplacer par les énergies équivalentes $W_0$, selon la relation d'*Einstein:*

$$W_0 = m_0\,c^2 \qquad (12)$$

qui mène à un coefficient $\omega_0 = \gamma_0\,c^4$ d'où résulte

$$F_g = \frac{1}{\omega_0}\,\frac{W_1}{4\pi r^2}\,W_2 \quad \text{avec dim } F_g = [Q\Phi L^{-1}T^{-1}]^{-1}\,[Q\Phi T^{-1}]^2[L^{-2}] \qquad (13)$$

Pour accomplir l'analogie dimensionnelle il ne reste donc qu'à faire un pas de plus, et à admettre, hypothétiquement, l'existence d'une loi d'équivalence, semblable à celle d'*Einstein*, entre les énergies de repos $W_0$ et les «quantités de substance» $H$ (déduite de la loi de *Planck*, par généralisation):

$$H = W_0/\nu_c$$

qui mène à un coefficient $\alpha_0 = \dfrac{\omega_0}{\nu_c^2} = \gamma_0\,\dfrac{c^4}{\nu_c^2}$ (14)

d'où résulte

$$F_g = \frac{1}{\alpha_0}\,\frac{H_1}{4\pi r^2}\,H_2 \quad \text{avec dim } F_g = [Q\Phi L^{-1}T]^{-1}\,[Q\Phi]^2[L^{-2}] \qquad (15)$$

L'analogie dimensionnelle entre cette nouvelle forme de la loi de *Newton* et les lois de *Coulomb* est frappante; elle paraît donc non seulement justifier cette transformation, mais aussi corroborer notre présomption initiale que la grandeur $H$ représente en réalité la quantité de substance à laquelle est liée la gravitation, semble-t-il, invariablement (tandis que sa masse varie avec la vitesse selon la loi d'*Einstein*).

On peut pousser encore plus loin cette étude, à l'aide du système de mesure $[LTQ\Phi]$ –msAV, avec une élégante facilité. En effet, en admettant hypothétiquement (à la suite de considérations qui dépassent le cadre de cette note) que la fréquence $\nu_c$ a effectivement la valeur constante caractéristique pour l'effet *Compton*:

$$\nu_c = 1{,}24 \cdot 10^{20}\ \mathrm{s}^{-1} \qquad (16)$$

on peut calculer la valeur de $\alpha_0$ à l'aide de (14), à partir de la valeur bien connue de $\gamma_0$; en y ajoutant les valeurs non moins bien connues de $\varepsilon_0$ et $\mu_0$, on trouve donc que les 3 constantes sont:

$$\varepsilon_0 = 8{,}859 \cdot 10^{-12}\,\frac{\mathrm{AV}^{-1}}{\mathrm{m\,s}^{-1}} \text{ avec dim } \varepsilon = \frac{[Q\,\Phi^{-1}]}{[L\,T^{-1}]} \qquad (17)$$

$$\mu_0 = 1{,}256 \cdot 10^{-6}\,\frac{\mathrm{A}^{-1}\,\mathrm{V}}{\mathrm{m\,s}^{-1}} \text{ avec dim } \mu = \frac{[Q^{-1}\,\Phi]}{[L\,T^{-1}]} \qquad (18)$$

$$\alpha_0 = 6{,}257 \cdot 10^{2}\,\frac{\mathrm{AsVs}}{\mathrm{m\,s}^{-1}} \text{ avec dim } \alpha = \frac{[Q\,\Phi]}{[L\,T^{-1}]} \qquad (19)$$

On sait, en outre, que des équations de *Maxwell* résultent encore, pour le vide, les relations:

$$\varepsilon_0\,\mu_0 = \frac{1}{c^2} \qquad \text{avec dim } \varepsilon_0\mu_0 = \frac{1}{[L\,T^{-1}]^2} \qquad (20)$$

$$\frac{\varepsilon_0}{\mu_0} = \frac{H^2}{E^2} = \frac{Q^2}{\Phi^2} \quad \text{avec dim } \varepsilon_0\mu_0^{-1} = [Q\,\Phi^{-1}]^2 \qquad (21)$$

Cette dernière équation montre qu'au quantum élémentaire d'électricité $e = 1{,}603 \cdot 10^{-19}$ As correspond énergétiquement un quantum élémentaire de flux magnétique

$$\varphi_0 = e\,\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 6{,}035 \cdot 10^{-17}\ \mathrm{Vs}$$

Puisque chaque dimension ne peut représenter, physiquement, qu'une grandeur réelle, il est donc naturel d'admettre qu'on ne peut interpréter, pour le vide, les formules dimensionnelles (17), (18), (19) que par les substitutions:

$$\text{val}\ [LT^{-1}] = c = 2{,}998 \cdot 10^{8}\ \text{m s}^{-1} \tag{22}$$

$$\text{val}\ [Q] = e = 1{,}603 \cdot 10^{-19}\ \text{A s} \tag{23}$$

$$\text{val}\ [\Phi] = \varphi_0 = 6{,}035 \cdot 10^{-17}\ \text{V s} \tag{24}$$

En introduisant ces substitutions en (17), (18), (19), on trouve en effet les valeurs suivantes:

$$\varepsilon_0 = g_e \frac{e/\varphi_0}{c} = 8{,}859 \cdot 10^{-12} \frac{\text{A V}^{-1}}{\text{m s}^{-1}}, \text{ donc } g_e = 1 \tag{25}$$

$$\mu_0 = g_m \frac{\varphi_0/e}{c} = 1{,}256 \cdot 10^{-6} \frac{\text{A}^{-1}\,\text{V}}{\text{m s}^{-1}}, \text{ donc } g_m = 1 \tag{26}$$

$$a_0 = g_a \frac{e\,\varphi_0}{c} = 6{,}257 \cdot 10^{2} \frac{\text{AV s}^2}{\text{m s}^{-1}}, \text{ donc } g_a = 1{,}936 \cdot 10^{46} \tag{27}$$

Ce sont donc réellement ces interprétations et valeurs de $\varepsilon_0$, $\mu_0$, $a_0$ qui doivent être introduites autant dans la nouvelle forme de la loi de gravitation de *Newton* et les lois des forces électriques et magnétiques de *Coulomb*, que dans les lois fondamentales de *Maxwell*. Il en résulte l'apparition de $e$, $\varphi_0$ et $c$ dans ces lois.

Il est très intéressant de noter encore les rapports de $e$ et $\varphi_0$ suivants:

a) envers la constante de *Planck* $h = 6{,}625 \cdot 10^{-34}$ AVs², on trouve à l'aide de (20) et (21):

$$\frac{h}{e\varphi_0} = \frac{h\,\varepsilon_0\,c}{e^2} = \frac{h}{e^2 \mu_0\, c} = f_R = 68{,}6 \tag{28}$$

(constante rationalisée de structure fine de *Sommerfeld)*

b) envers les forces $F_e$, $F_m$ et $F_g$ on trouve:

$$\frac{\sqrt{F_e F_m}}{F_g} = \frac{a_0}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \frac{\sqrt{e^2 \varphi_0^2}}{(e\,\varphi_0)^2} = a_0\, c \frac{1}{e\,\varphi_0} = g_a = 1{,}936 \cdot 10^{46} \tag{29}$$

(rapport des forces électriques, magnétiques et de gravitation)

c) envers le magnéton de *Bohr* $m_B = 1{,}456 \cdot 10^{-23}$ Vsm, on trouve à l'aide de la définition de $m_B$ et de (20):

$$\frac{m_B}{\varphi_0} = \frac{e\,\mu_0\,h}{m_e} \frac{1}{e\,\mu_0\,c} = \frac{h}{m_e} \frac{1}{c} = \frac{c^2}{\nu_c} \frac{1}{c} = \frac{c}{\nu_c} = l_n \tag{30}$$

(unité de longueur naturelle)

Le flux magnétique élémentaire $\varphi_0$ correspond donc en réalité au *magnéton de Bohr* $m_B$ et il n'est pas difficile à démontrer, à partir de la définition (24), qu'il est aussi énergétiquement équivalent à la quantité d'électricité élémentaire $e$.

On est donc tenté de déduire des équations d'interprétation des constantes du vide (25), (26) et (27) une quantification électromagnétique et polarisable pour l'espace vide, ce qui reviendrait à substituer à *l'espace-temps mathématique d'Einstein, Minkowski* et *Riemann* comme ensemble physique un *espace-temps substantiel.*

Mais il est évident que toute interprétation physique dépasse les possibilités purement formelles de l'analyse dimensionnelle, autant que toute interprétation physique dépasse les possibilités des calculs mathématiques.

On remarquera, toutefois, qu'en somme toutes les déductions de ce chapitre, sont basées sur une seule hypothèse physique: celle du rôle prépondérant attribué à la fréquence de *Compton*, $\nu_c$, en lui assignant le caractère d'un facteur d'équivalence entre énergies de repos $W_0$ et quantités de substance correspondantes $H$ (à l'instar du rôle qui revient à $c$ pour l'équivalence entre masses de repos $m_0$ et énergies correspondantes $W_0$). On peut vérifier l'admissibilité de cette hypothèse en choisissant $\nu_c$ comme unité fondamentale naturelle, à côté de $c$, $e$ et $\varphi_0$. Cela est facilement réalisable, à l'aide de la règle de cohérence dimensionnelle, en substituant:

(31)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| les unités naturelles atomistiques | $c$ | $\nu_c$ | $e$ | $\varphi_0$ |
| en place des dimensions correspondantes | $[LT^{-1}]$ | $[T^{-1}]$ | $[Q]$ | $[\Phi]$ |

En effet, on trouve avec ces unités pour un grand nombre de constantes physiques seulement trois valeurs numériques:

*1. La valeur 1* (l'unité) revient à:

$$\varepsilon_0 = 8{,}859 \cdot 10^{-12}\ \text{AsV}^{-1}\text{m}^{-1} = 1\ e\,\varphi_0^{-1}\,c^{-1} \tag{32}$$

$$\mu_0 = 1{,}256 \cdot 10^{-6}\ \text{VsA}^{-1}\text{m}^{-1} = 1\ e^{-1}\,\varphi_0\,c^{-1}$$

$$\chi = 9{,}67 \cdot 10^{-36}\ \text{AVs}^2 = 1\ e\,\varphi_0 \text{ (quant. de subst.)}$$

$$m_B = 1{,}456 \cdot 10^{-28}\ \text{Vsm} = 1\ \varphi_0\, c\, \nu_c^{-1} = \frac{e\,h\,\mu_0}{m_e} = \frac{e\,h}{m_e\, c^2\, \varepsilon_0}$$

*2. La valeur f = 68,6* (constante rationalisée de structure fine de *Sommerfeld* $= \frac{1}{2}$ 137,2) revient à:

$$h = 6{,}625 \cdot 10^{-34}\ \text{AVs}^2 = 68{,}6\, e\,\varphi_0 = \frac{m_e\, c^2}{\nu_c} \tag{33}$$

$$m_e = 9{,}108 \cdot 10^{-31}\ \text{AVm}^{-2}\text{s}^3 = 68{,}6\, e\,\varphi_0\ \nu_c\, c^{-2} = \frac{h\,\nu_c}{c^2}$$

$$\varphi_{\text{DIRAC}} = 4{,}12 \cdot 10^{-15}\ \text{Vs} = 68{,}6\,\varphi_0 = \frac{m_e}{e} \frac{c^2}{\nu_c} = \frac{h}{e}$$

*3. La valeur g = 1,936 · 10⁴⁶* (rapport entre les forces électromagnétiques et gravitationnelles) revient à:

$$\gamma = \frac{1}{4\pi\Gamma} = 1{,}19 \cdot 10^{9}\ \text{AVm}^{-5}\text{s}^5 = 1{,}936 \cdot 10^{46}\, e\,\varphi_0\, c^{-5}\, \nu_c^2 \tag{34}$$

$$\omega_0 = \gamma\, c^4 = 1{,}06 \cdot 10^{43}\ \text{AVm}^{-1}\text{s} = 1{,}936 \cdot 10^{46}\, e\varphi_0\, c^{-1}\, \nu_c^2$$

$$a_0 = \omega_0 \nu_c^{-2} = 6{,}26 \cdot 10^{2}\ \text{AVm}^{-1}\text{s}^3 = 1{,}936 \cdot 10^{46}\, e\varphi_0\, c^{-1}$$

La simplicité de ces résultats confirme l'hypothèse du rôle prépondérant attribué à la fréquence de *Compton*, et démontre en même temps l'utilité du principe de la cohérence dimensionnelle et la commodité du système de mesures $[LTQ\Phi]$ ($c$, $\nu_c$, $e$, $\varphi_0$) pour les études de physique théorique.

## 5. Application du principe de cohérence dimensionnelle à la thermique

Un cas similaire au système CGS$\varepsilon_0\mu_0$, en ce qui concerne le choix erroné d'un nombre trop grand d'unités de base, se présente en thermique. Car, quoique par la théorie cinétique toute la thermique fut englobé dans la mécanique (statistique), on utilise encore exclusivement des systèmes de mesures à 4 unités fondamentales, au lieu de 3, ajoutant aux unités de masse, de longueur et de temps une unité «indépendante» de température: °C (= °Kelvin), °R, °F. La conséquence inévitable en est l'apparition d'un facteur de compensation doté d'une dimension, ce qui lui donne l'apparence d'être une constante physique.

Il est facile de démontrer que ce facteur se cache — lié multiplicativement à un facteur physique (géométrique, de la valeur $^2/_3$ et dont la raison d'être sera démontrée plus bas) — dans la constante de *Boltzmann*

$$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \text{ joule/°K} = \frac{2}{3}\, z$$

On n'a en effet qu'à éliminer $z$, c'est-à-dire à faire $z = 1$, ce qui revient à remplacer simplement $k$ par $^2/_3$, pour dériver des équations usuelles en thermique des vraies «équations entre grandeurs».

Par cette simple substitution on obtient, pour le thermomètre idéal de *Kelvin* (rempli d'un gaz parfait), à la place de «l'équation entre valeurs» usuelle (valable seulement pour un des systèmes d'unités surdimensionnés: cm, g, s, °K, ou m, kg, s, °C ou m, kg*, s, °C, etc.):

$$\vartheta_k = \frac{1}{R}\, p\, V_M = \frac{1}{k\, N_L}\, p\, V_M = \frac{1}{k}\,\frac{2}{3}\,\frac{m\, v_m^2}{2} \qquad (35)$$

$$(N_L = 6{,}02 \cdot 10^{23})$$

une «équation entre grandeurs» (valable pour tout système à cohérence dimensionnelle), et qui peut donc servir comme *équation de définition moléculaire de la température:*

$$\vartheta_m = \frac{1}{N}\,\frac{3}{2}\, p\, V = \frac{m\, v_m^2}{2} \qquad (36)$$

$$(N = \text{un grand nombre quelconque})$$

Il n'est pas difficile de se rendre compte du sens physique du facteur $^3/_2$, en s'imaginant le gaz idéal enfermé dans un cube; car alors $^1/_6$ des molécules $N$ frappent une des parois et y produisent la pression $p$ par renversement élastique de leur vitesse, de sorte que la pression créée est proportionnelle à $^1/_2\, m\, (2v)^2 = 4 \cdot {}^1/_2\, m v^2$ multiplié par $^1/_6$. Il en résulte que $p$ ne mesure que $^4/_6 = {}^2/_3$ de $^1/_2\, m\, v^2$, ce qui démontre la nécessité de placer le facteur $^3/_2$ là où il se trouve dans (36). On donne, en effet, des démonstrations mathématiquement plus exactes dans presque tous les précis de thermique, sans éliminer pourtant la constante de *Boltzmann*, et sans déplacer $^2/_3$ de sa position irrationnelle (35) en sa position rationnelle (36).

De la définition moléculaire de la température (36), il résulte clairement que la température a la dimension d'une énergie spécifique, c'est-à-dire de l'énergie cinétique des molécules données rapportée à leur nombre $N$. En tenant compte du fait que la dimension de $N$ est $[m^0] = [W^0] = [H^0]$ (tout comme la dimension d'un angle est $[L^0]$), il s'en suit que

$$\dim \vartheta = \frac{[W]}{[m^0]} = \frac{[H\, T^{-1}]}{[H^0]} \qquad (37)$$

En conséquence, l'unité à cohérence dimensionnelle de la température ne peut être qu'une unité d'énergie, à savoir:

$$\text{unit } \vartheta = 1 \text{ joule} \qquad (38)$$

dans le système MKS de *Giorgi.* Mais, cette unité étant évidemment beaucoup trop grande, il est nécessaire d'englober le grand nombre $N$, qui figure dans la dimension de $\vartheta$ comme $[H^0]$, également dans son unité, c'est-à-dire d'utiliser comme submultiple de joule l'une des unités de température molaires, à savoir:

a) soit l'unité correspondant au Mol classique de *Loschmidt* $N_L = 6{,}02 \cdot 10^{23}$

$$\text{unit } \vartheta_L = \frac{1 \text{ joule}}{6{,}02 \cdot 10^{23}} = 4{,}83 \cdot 10^{-2} \text{ °C} = 1 \text{ carnot} \qquad (39)$$

b) soit l'unité correspondant au Mol décadique de *Ulich* $N = 10^{24}$

$$\text{unit } \vartheta_Q = \frac{1 \text{ joule}}{10^{24}} = 8{,}03 \cdot 10^{-2} \text{ °C} = 1 \text{ clausius} \qquad (40)$$

c) soit de maintenir l'unité usuelle Kelvin = °C abs., quoiqu'elle corresponde à un Mol «de *Kelvin*» non usuel $N_k = 8{,}03.10^{22}$

$$\text{unit } \vartheta_K = \frac{1 \text{ joule}}{8{,}03 \cdot 10^{22}} = 1 \text{ kelvin}$$

A l'unité carnot on devrait préférer l'unité décadique clausius. Mais, même en continuant en pratique à utiliser les °C, °K, °F, etc., il est important de bien noter qu'en réalité toute unité de température n'est qu'une unité d'énergie, et que l'avantage d'unités de température rattachées par la règle de cohérence dimensionnelle à un système d'unités mécaniques quelconque réside en la simplification et clarification de toutes les équations de la thermique, qui en résulte. Pour déduir d'une équation classique, bâtie sur l'une des unités libres °C, °K, °F ou °R, des équations entre grandeurs correspondantes, il suffit de remplacer $R$ $(= kN_L)$ par $^2/_3$.

Avec ces nouvelles unités de température (carnot ou clausius ou bien avec le Mol-Kelvin) toutes les équations entre grandeurs restent invariantes, car à la place du nombre $N$ des molécules, apparaît simplement le nombre correspondant $n$ des Mols qui est:

$$n_L = \frac{N}{6{,}02 \cdot 10^{23}} \quad \text{pour carnot}$$

$$n_Q = \frac{N}{10^{24}} \quad \text{pour clausius}$$

$$n_K = \frac{N}{8{,}03 \cdot 10^{22}} \quad \text{pour kelvin}$$

L'équation moléculaire (36) se transforme ainsi en la définition molaire de la température:

$$\vartheta_M = \frac{1}{n}\,\frac{3}{2}\;p\,V = N\,\frac{m\,v_m^2}{2} \qquad (41)$$

De cette nouvelle définition de la température, qui est à la fois thermodynamique et cinétique, résultent de nombreuses simplifications et clarifications, dont les trois suivantes méritent particulièrement d'être mises en évidence.

1. Il découle de la définition (41) que, pour étalonner le thermomètre de *Kelvin* à gaz idéal et volume constant (qui doit servir d'étalon à tout thermomètre pratique), on n'a qu'à mesurer une seule fois la quantité du gaz de remplissage $n_L$, $n_Q$ ou $n_K$ et le volume constant $V$, pour obtenir par la simple mesure des pressions variables $p$, à condition d'utliser l'unité de pression du système MKS qui est

$$1\,\frac{\text{kg m s}^{-2}}{\text{m}^2} = 1\,\frac{\text{newton}}{\text{m}^2} = 1\,\frac{\text{joule}}{\text{m}^3} = 1 \text{ giorgi}$$

les mesures des températures correspondantes exprimées [à l'aide de (41)] directement en carnots, clausius ou kelvin; et ce sont évidemment des températures «absolues», puisque pour $p = 0$, on trouve aussi $\vartheta = 0$.

Par l'usage exclusif d'unités à cohérence dimensionnelle, on peut donc s'affranchir non seulement des conventions empiriques, qui liaient les unités de température classiques à l'intervalle entre les points fixes de la congélation et de l'évaporation de l'eau, mais aussi de la nécessité de recourir à un processus de *Carnot* pour la subdivision de cet intervalle et à des considérations supplémentaires pour l'établissement du zéro absolu.

On remarquera de plus que le nombre qui exprime une température en carnots ou en clausius indique exactement la quantité d'énergie thermique mesurée en joules, qui est réellement contenue en $N_L$ ou en $10^{24}$ molécules d'une substance donnée quelconque (puisque, si l'on mesure cette température à l'aide d'un thermomètre *Kelvin*, il s'établit une égalité moyenne entre les énergies cinétiques de simple translation des molécules du gaz idéal du thermomètre et ces énergies cinétiques des molécules de la substance donnée qui sont transmissibles par choc ou par radiation).

2. Il résulte des définitions des coefficients de chaleur

$$\left.\begin{aligned} \left(\frac{\partial W}{\partial \vartheta}\right)_p &= C_p = n\,c_p \qquad (p = \text{const.}) \\ \left(\frac{\partial W}{\partial \vartheta}\right)_v &= C_v = n\,c_v \qquad (v = \text{const.}) \end{aligned}\right\} \qquad (42)$$

qui évidemment sont des équations entre grandeurs, auxquelles doivent correspondre les équations dimensionnelles «nulles»:

$$\left.\begin{aligned} \dim c_p &= \dim c_v = [HT^{-1}]^0 \\ \dim C_p &= \dim C_v = [\mathrm{H}]^0\,[HT^{-1}]^0 \end{aligned}\right\} \qquad (43)$$

On voit donc que les coefficients de chaleur ne peuvent être que des nombres purs; ce sont en réalité des rendements (inversés) de la transformation d'une énergie quelconque $W$ en l'énergie thermique $\vartheta$. Cela se voit très clairement pour les valeurs théoriques des coefficients de chaleur, spécialement pour la valeur de $c_v$ d'un gaz idéal monoatomique. Car, à sa définition classique (à valeur dépendante des unités choisies)

$$c_v = \frac{3}{2}\,R = \frac{3}{2}\,k\,N_L \qquad (44)$$

correspond la définition absolue (indépendante du choix des unités à condition d'être à cohérence dimensionnelle:

$$c_v = 1 \text{ et } C_v = n \qquad (45)$$

3. On découvrira facilement (mais peut-être non sans étonnement) qu'à la définition de l'entropie:

$$\varDelta S = n\int_{\vartheta_1}^{\vartheta_n} \frac{c_{p_1}}{\vartheta}\,\mathrm{d}\vartheta + \frac{W_n}{\vartheta_n} + n\int_{\vartheta_n}^{\vartheta_2} \frac{c_{p_2}}{\vartheta}\,\mathrm{d}\vartheta \qquad (46)$$

qui est aussi une équation entre grandeurs, correspond également une équation dimensionnelle «nulle»:

$$\dim S = [H]^0\,[HT^{-1}]^0 \qquad (47)$$

Il en résulte clairement que l'entropie se révèle elle-même une simple grandeur de calcul purement numérique, dont le caractère est celui d'un rendement renversé et intégré.

Cette constatation élucide complètement la notion de l'entropie, lui enlevant tout ce qu'elle avait de «mystérieux», mais sans rien lui ôter de son utilité pratique. C'est évidemment un avantage, surtout pour l'enseignement.

## 6. Conclusions

Dans une belle étude [7], *Dorgelo* et *Schouten* ont exposé récemment les lois exactes des transformations qui permettent de tirer avantage d'une pleine liberté dans le choix d'unités et de systèmes de coordonnées, pour la représentation géométrique et par groupes de nombres purs de toutes les grandeurs physiques. Ils décrivent aussi l'outillage un peu compliqué dont on doit se servir dans ce but.

Par contre, le principe de cohérence dimensionnelle limite cette liberté au choix de 4 unités fondamentales, nécessaires et suffisantes pour toute la physique. Il fixe non seulement toutes les unités dérivées sans ambiguïté, mais impose aussi le choix de coordonnées orthogonales comme condition de cohérence; car à la dimension $[L^3]$ doit correspondre l'unité 1 m³ qui ne peut être interprétée vectoriellement que par le produit

$$([\vec{l}, \vec{l}], \vec{l})$$

dont la valeur absolue ne peut être égale à $1\,|\mathrm{m}^3|$, que si les trois vecteurs-unités $\vec{l}_x$, $\vec{l}_y$, $\vec{l}_z$ sont orthogonaux.

En échange des sacrifices que cette limitation impose, on a l'avantage d'une parfaite identité entre équations entre grandeurs et équations entre valeurs, par la libération de ces dernières de tous les facteurs dits de proportionnalité; cela mène à d'importantes clarifications physiques, ainsi qu'à d'agréables facilités de calcul, augmentées encore par la possibilité, demontrée surtout par *Landolt* [8], de calculer avec les symboles des grandeurs, comme si c'étaient des symboles de groupes de nombres purs.

De plus, par l'interconnexion sans équivoque, que fixe la règle de cohérence dimensionnelle pour toutes les unités d'un système quelconque, on a encore la possibilité de maintenir, pour des raisons pratiques, les 4 étalons internationaux existants m, s, kg et Ω, si l'on accepte internationalement le système pratique rationnel $[LTQ\Phi]$ msAV de *Kalantaroff* et *Giorgi*. Car, sans tenir compte des dimensions et unités choisies, pour des raisons théoriques, comme cardinales, on peut choisir comme étalons fondamentaux m, s, kg, Ω, puisque ces 4 unités se trouvent parmi les unités à cohérence dimensionnelle du système msAV et parce qu'elles sont indépendantes entre elles. Et, pourvu que l'on contrôle leur invariabilité par des mesures de plus en plus exactes, rattachées à des constantes physiques, par exemple aux unités naturelles $c$, $\nu_c$, $e$, et $\varphi_0$ (ou $m_B$, ou $h$ ou $\mu_0$) on pourra maintenir le m et le kg de Sèvres, tels qu'ils sont (sans les rattacher à la circonférence de la terre et à la densité de l'eau) et donc aussi l'ohm international, tel qu'il se trouve à Sèvres, comme l'a préconisé surtout *König* [9] (sans le rattacher au système CGS magnétique, avec $\mu_0 = 1$); il n'en résultera qu'une légère modification de la valeur théorique de $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} = 1{,}256 \cdot 10^{-6}$ As/Vm, bien moins gênante qu'un changement d'innombrables boîtes de résistances qui se trouvent être étalonnées sur l'ohm international.

## Bibliographie


[1] *Kennelly, Arthur E.*: Adoption par la Commission Electrotechnique internationale du système Giorgi d'unités MKS juin 1935. Bull. Soc. franç. Electr., 5e sér. t. 6(1936), n° 61, p. 47...80.

*Kennelly, Arthur E.*: Die Annahme des Giorgischen Masssystems durch die Internationale elektrotechnische Kommission. Bull. ASE t. 28(1937), n° 2, p. 17...26.

[2] *Giorgi, G.*: Unita razionali di elettromagnetismo. Atti Ass. Elettr. Ital. t. 1901, p. 402...418, et t. 1902, p. 453...472.

[3] *Wallot, J.*: Grössengleichungen und Zahlenwertgleichungen. Elektrotechn. Z. t. 64(1943), n° 1/2, p. 13...16.

[4] *Bridgman, P. W.*: Dimensional Analysis. New Haven, 1937.

[5] *Kalantaroff, P.*: Les équations aux dimensions des grandeurs électriques et magnétiques. Rev. gén. Electr. t. 25 (1929), n° 7, p. 235...236.

[6] *Bodea, E.*: Das Kalantaroff-Giorgische Maßsystem mit dimensioneller Kohärenz. München, 1943. [2e ed. en préparation (Basel, Birkhäuser).]

[7] *Dorgelo, H.* et *Schouten, J. A.*: On units and dimensions. Proc. Koninkl. Nederl. Akad. t. 49(1946), n° 4, p. 123 ff., et p. 282...393.

[8] *Landolt, Max*: Grösse, Masszahl und Einheit. Zürich, 1943.

[9] *König, Hans*: Ueber ein praktisches absolutes System, welches einen reibungslosen Uebergang von den bisherigen internationalen Einheiten zu den absoluten Einheiten gewährleistet. Bull. ASE t. 27(1936), n° 22, p. 621...628.



**Adresse de l'auteur:**
*E. Bodea*, Dr.-Ing., Institut électrotechnique de l'EPF, Gloriastrasse 35, Zurich 7.


# Die Kontrolle der Temperaturanstieggeschwindigkeit

## Ein neuer Weg zur Schadenverhütung im Kraftwerkbetrieb


Von *H. Lüthi*, Aarau


654.946


*Ausgehend von den bisher verwendeten Temperatur-Kontrolleinrichtungen und deren Einstellung im Betrieb wird das Verhalten dieser Schutzapparate bei Maschinenstörungen kritisch betrachtet, und auf eine neue Methode, nämlich auf die Kontrolle der Temperaturanstieggeschwindigkeit an Stelle der reinen Temperaturkontrolle, hingewiesen. Nach einer theoretischen Erklärung wird ein Temperaturgradient-Signalgerät beschrieben und dessen Anwendung als Schutz gegen Anfressgefahr in Lagern von Grossmaschinen erläutert.*

*L'auteur fait la critique des appareils de protection, basés jusqu'ici sur un simple contrôle de la température des machines, et expose une nouvelle méthode qui consiste à contrôler l'allure de la hausse de la température. Il en explique la théorie, puis décrit un appareil de signalisation du gradient de température et son application à la protection des paliers des machines de grande puissance.*


Maschinen und Apparate sind der unvermeidlichen mechanischen und elektrischen Verluste wegen gewissen Temperaturen ausgesetzt, welche in betriebswichtigen Anlagen durch temperaturabhängige Messorgane (Thermometer, Thermokontakte usw.) ständig überwacht werden müssen. Am Verlustherd ist die Temperatur am höchsten; sie fällt je nach der Leitfähigkeit der Baustoffe und mit der Entfernung vom Verlustherd stetig ab und erreicht an den Abkühlungsflächen die kleinsten Werte. Die Messorgane in den Wärmebahnen unterliegen je nach Einbauort bestimmten Temperaturen, welche vom Höchstwert am Verlustherd um einen gewissen Betrag abweichen. Dieser Betrag kann mit praktisch genügender Sicherheit zum voraus bestimmt und danach die Betriebseinstellung der Thermokontakte so vorgenommen werden, dass beim Ansprechen die zulässige Temperatur am Verlustherd noch nicht überschritten ist.

Dabei geht man von der Temperatur aus, welche die Maschine im gesunden Zustand erreicht und berücksichtigt bei der Einstellung den durch die Temperaturschwankungen der Umgebung bedingten Spielraum. Diese Methode ist richtig, solange damit gerechnet werden darf, dass die Temperatur am Messorgan der Temperatur am Verlustherd annähernd parallel folgt, d. h. bei ungestörtem, normalem Betrieb.

Beim Auftreten einer Störung treten örtlich erhöhte Verluste auf, welche ein ungewöhnlich rasches Ansteigen der Temperatur am Verlustherd bewirken,