Zeitschrift: Bulletin de l'Association suisse des électriciens
Herausgeber: Association suisse des électriciens
Band: 38 (1947)
Heft: 5

Artikel: Zur Energetik elektrischer Stromkreise
Autor: Brunn, A. von
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-1056728

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 22.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

ASSOCIATION SUISSE DES ÉLECTRICIENS

BULLETIN

RÉDACTION:
Secrétariat de l'Association Suisse des Electriciens
Zurich 8, Seefeldstrasse 301

ADMINISTRATION:
Zurich, Stauffacherquai 36 ◆ Téléphone 23 77 44
Chèques postaux VIII 8481

Reproduction interdite sans l'assentiment de la rédaction et sans indication des sources

38e Année | N° 5 | Samedi, 8 Mars 1947

Zur Energetik elektrischer Stromkreise

Von *A. von Brunn*, Zürich

621.3.011.1

Es wird auf den seltsamen Umstand hingewiesen, dass, obschon die Elektrizität heute das wichtigste Energieübertragungsmittel ist, in der theoretischen Elektrotechnik sehr wenig Gewicht auf eine energetisch klare Darstellung elektrischer Vorgänge gelegt wird. Der Grund hiefür ist in gewissen Schwierigkeiten zu suchen, die durch den heute meistens verwendeten Spannungsbegriff «U» bedingt sind. Es wird ein neuer Spannungsbegriff, nämlich die «dynamische Klemmenspannung V» entwickelt, mit deren Hilfe energetisch klare Diagramme in einfachster Weise konstruiert werden können.

Der umstrittene Begriff der «induzierten elektromotorischen Kraft» erfährt eine völlige Abklärung und enthüllt sich als eine relativistische Grösse. An interessanten Beispielen, deren Energetik berechnet wird, zeigt der Verfasser, dass bei der Aufstellung der Leistungsbilanz die Spannung «U» versagt, während die «dynamische Klemmenspannung V» zu richtigen Ergebnissen führt.

L'auteur attire l'attention sur le fait étrange que l'on attache très peu d'importance, en électrotechnique théorique, à une représentation énergétique claire des processus électriques, bien que l'électricité soit actuellement le mode de transport d'énergie le plus important. La raison en est due à certaines difficultés qui proviennent de la notion de la tension «U», généralement utilisée aujourd'hui. L'auteur développe une nouvelle notion de la tension: la «tension dynamique aux bornes V», qui permet de construire d'une manière très simple des diagrammes énergétiquement corrects.

La notion fort discutée de la f. é. m. induite est, de la sorte, parfaitement élucidée et se révèle être une grandeur relativiste. Avec l'appui d'intéressants exemples pour lesquels il calcule l'énergétique, l'auteur démontre que la tension «U» ne permet pas d'établir un bilan énergétique parfait, tandis que la «tension dynamique aux bornes V» conduit à des résultats corrects.

Einleitung

Seit der Einführung der elektrischen Energieübertragung hat die Verteilung der uns zur Verfügung stehenden Energien eine ungeahnte Entwicklung erfahren; denn die elektrische Energie lässt sich bekanntlich mittels einfacher Leitungen über grosse Entfernungen in die feinsten Aeste verteilen. Ihre Umformung in andere Energieformen ist ohne grosse Verluste möglich. Von den vielen weiteren Vorzügen der elektrischen Energieübertragung brauchen wir hier nicht zu sprechen, da sie uns vom Standpunkt der Energetik aus nicht interessieren.

In der vorliegenden Arbeit wird auf den seltsamen Umstand hingewiesen, dass in der theoretischen Elektrotechnik bei der vektoriellen Darstellung von Maschinen, Transformatoren usw. einer energetisch klaren Konstruktion der verwendeten Diagramme wenig Aufmerksamkeit geschenkt wird, und doch wird niemand bestreiten, dass es zu den wichtigsten Aufgaben der Theorie gehört, die elektrischen Vorgänge so darzustellen, dass ihre energetischen Verhältnisse aus den Diagrammen ohne weiteres klar hervorgehen.

Einige wenige Autoren haben sich darum bemüht, ihre Diagramme so aufzubauen, dass sie gewissen Anforderungen, die man vom energetischen Standpunkt aus an sie stellt, genügen sollten. Wenn dies nur unvollkommen gelungen ist, so liegt es, abgesehen von der Wahl unzweckmässiger Bezugssysteme, vor allem daran, dass der heute fast allgemein eingeführte Spannungsbegriff «*U*» den Aufbau einer klaren Energetik ausserordentlich erschwert. Wir werden im folgenden zeigen, dass es nur unter Zuhilfenahme eines neuen Spannungsbegriffes, nämlich der «dynamischen Klemmenspannung *V*», gelingt, Vektordiagramme aufzubauen, die eine klare und bequeme energetische Deutung selbst bis in die letzten Einzelheiten gestatten. Dabei werden wir erkennen, welch interessante und wichtige Rolle jene seltsame Grösse, die man die «induzierte elektromotorische Kraft» nennt, bei den energetischen Vorgängen spielt.

Bevor wir an die Herleitung des neuen Spannungsbegriffes herantreten können, müssen wir zuerst eine Reihe von Einzelfragen abklären.

1. Die Wahl der Bezugssysteme

Bei *Gleichströmen* ist die Wahl der Bezugssysteme rasch entschieden: Man ordnet jedem einzelnen Objekt je eine Bezugsrichtung zu, auf die man Strom, Spannung und elektromotorische Kraft (EMK) bezieht. Grundsätzliche Schwierigkeiten können dabei nicht auftreten.

Anders ist es bei *Wechselströmen*. Hier kommt man nur dann mit *einem* Bezugspfeil aus, wenn man mit der dynamischen Klemmenspannung arbeitet

[1, 2] [1]). Verwendet man aber die den DIN-Normen [3] entsprechende Klemmenspannung «*U*», so braucht man *zwei* Bezugspfeile. Den einen Bezugspfeil legt man dem eigentlichen Objekt, den andern einem zwischen die Klemmen des Objektes geschalteten speziellen Voltmeter bei, Dabei bestehen, wie man aus Fig. 1 a und b ersieht, zwei Möglichkeiten:

Fig. 1a: Die beiden Bezugspfeile bilden einen einheitlichen Umlaufsinn, oder:

Fig. 1b: Die beiden Bezugspfeile verlaufen parallel und weisen gemeinsam von der einen zur andern Klemme.

In ihrem Buche «Elektrische Maschinen» [4] bezeichnen die Verfasser *Bödefeld* und *Sequenz* die in Fig. 1a dargestellte Anordnung als «Erzeugerzählpfeilsystem» und diejenige nach Fig. 1b als «Verbraucherzählpfeilsystem». Diese Bezeichnungen sind

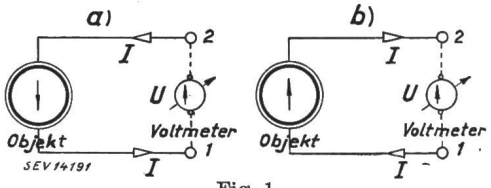


Fig. 1
Zählpfeilsysteme
a) *Erzeuger-*, b) *Verbraucher*zählpfeilsystem

nicht sehr glücklich gewählt, da sie vermuten lassen, dass das eine System nur bei Erzeugern und das andere nur bei Verbrauchern zur Anwendung gelange, was sehr zu verwerfen wäre. Um energetisch klare Diagramme zu erhalten, muss man konsequent entweder nur das eine oder nur das andere System anwenden, und zwar gleichgültig, ob es sich um die Konstruktion des Diagrammes eines Erzeugers oder eines Verbrauchers handelt. Tatsächlich halten sich auch die Verfasser des genannten Buches stets an diese Regel, indem sie sich bei allen ihren Diagrammen, seien es nun Generatoren oder Motoren, streng an das Verbraucherzählpfeilsystem halten, was zu begrüssen ist, weil das Erzeugerzählpfeilsystem, das den *Richter*schen [5, 6] Diagrammen zu Grunde liegt, zu inneren Widersprüchen führt, wie wir zeigen werden. (*Richter* gibt allerdings seinem Zählpfeilsystem keinen besonderen Namen; doch entspricht es dem *Bödefeld*schen Erzeugerzählpfeilsystem.)

Bevor wir den Beweis erbringen, dass man an Hand der «*U*»-Diagramme nie zu einer energetisch übersichtlichen Darstellung gelangen kann, sobald induzierte elektromotorische Kräfte im Spiele sind, wollen wir die folgende Frage beantworten:

Warum genügt, falls man mit der dynamischen Klemmenspannung *V* arbeitet, nur *ein* Bezugspfeil pro Stromkreiselement, und warum braucht es bei «*U*»-Diagrammen deren zwei, wenn man Diagramme von solchen Stromkreisen zeichnet, in denen induzierte EMKe auftreten? Diese Frage können wir vorläufig, bevor wir den «*V*»-Begriff definiert haben, nur zur Hälfte beantworten, indem wir nachweisen, dass man bei «*U*»-Diagrammen, welche induzierte EMKe enthalten, *zwei* Bezugspfeile einzeichnen muss. Die Spannung *U* ist nämlich bei Wechselströmen, die ja stets von elektrischen Wirbelfeldern begleitet sind, eine Grösse, die vom Wege, längs dessen sie gemessen wird, abhängig ist.

[1]) siehe Literaturverzeichnis am Schluss.

2. Die Klemmenspannung «*U*»

a) Gleichstromkreis

Fig. 2 stellt ein galvanisches Element dar, das über den ohmschen Widerstand *R* den Gleichstrom *I* sendet. (Wenn wir hier vom Stromfluss sprechen, so schliessen wir uns der allgemein eingeführten Auffassung der Starkstromtechnik an, nach welcher ein Strom aus bewegter positiver Elektrizität besteht, die in einem Erzeuger von der negativen Klemme

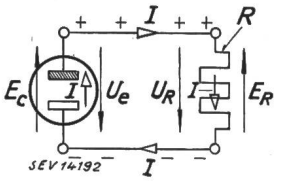


Fig. 2
Einfacher Fall eines Gleichstromkreises
E_c chemische elektromotorische Kraft des Elementes; U_e Elementspannung; U_R Spannungsabfall über dem Verbraucher mit dem ohmschen Widerstand R; E_R Widerstands-EMK; I Gleichstrom.

zur positiven, bei einem Verbraucher jedoch von der positiven zur negativen Klemme fliesst. In Tat und Wahrheit ist es bekanntlich umgekehrt; doch müssen wir uns hier dem allgemeinen Sprachgebrauch anschliessen.) Den Antrieb zum Fliessen erfährt der Strom *I* im Element durch die chemische elektromotorische Kraft E_c, indem die (positive) Elektrizität vom Zink zur Kohle getrieben wird (Fig. 2). Die Elektrizität kann durch den ohmschen Widerstand *R* mehr oder weniger gut abfliessen. Es entsteht vor dem Widerstand eine Stauung von (positiver) Elektrizität. Die obere Leitung lädt sich positiv und die untere negativ auf. Zwischen beiden bildet sich ein elektrostatisches Feld. Den spezifischen Arbeitsbetrag, den dieses Feld leistet, wenn die positive elektrische Einheitsladung von der oberen zur unteren Leitung bewegt wird, nennt man die Spannung *U*. Ihre Grösse ist im vorliegenden Fall unabhängig vom eingeschlagenen Wege und wird immer positiv gezählt in der Wegrichtung vom Plus- zum Minus-Pol. Aus dieser Definition folgt, dass beim galvanischen Element die Spannung U_e gegen den Strom eingezeichnet werden muss, beim ohmschen Widerstande jedoch mit dem Strome ($U_R = + I R$) (Fig. 2). Wohl treibt die Spannung U_R den Strom *I* durch den Widerstand *R*; als primäre Ursache des Stromflusses kommt aber nur die chemische EMK E_c in Frage.

Wir haben schon angedeutet, dass der ohmsche Widerstand *R* den Strom nicht ideal leitet; vielmehr setzt er ihm (wie schon der Name andeutet) eine Widerstands-«Kraft» [7] entgegen, die man auch als Widerstands-EMK E_R bezeichnet. Wäre diese Widerstands-EMK nicht vorhanden, so brauchte man ja auch keine Spannung U_R, um den Strom *I* durch den Widerstand zu treiben. (Dieser Fall tritt z. B. bei der Supraleitfähigkeit ein.)

Wenn wir die ohmschen Widerstände des Elementes und der Leitung vernachlässigen, so gelten für den Stromkreis Fig. 2 die Gleichungen

$$I = + \frac{E_c}{R} \quad (1) \qquad U_e = -E_c \quad (2)$$

$$U_e + U_R = 0 \quad (3) \qquad U_R = -E_R \quad (4)$$

wobei wir mit U_e die Spannung des galvanischen Elementes bezeichnen.

Aus den Gl. (1), (2) und (3) erhält man

$$I = \frac{U_R}{R}, \text{ das ohmsche Gesetz!} \quad (5)$$

Unsere Gleichungen werden energetisch interessant, wenn wir sie mit dem Strome I multiplizieren

$$U_e I + U_R I = 0 \text{ (algebraische Gleichung!)} \quad (6)$$

Das erste Glied ist die vom galvanischen Element *erzeugte* Leistung. Sie ist, da U_e und I entgegengesetzte Vorzeichen besitzen, *negativ*. Das zweite Glied ist jedoch *positiv*. Es stellt die im ohmschen Widerstand in Wärmeleistung umgesetzte elektrische Leistung dar. Man sieht an diesem Beispiel, dass sich der Spannungsbegriff U bei Gleichstromkreisen sehr gut zur Aufstellung von Leistungsbilanzen eignet.

Der Wert der Spannung U bleibt auch unverändert derselbe, ob man nun den Arbeitsbetrag der elektrischen Einheitsladung, welche von einer Klemme zur andern durch das Element oder durch ein parallel geschaltetes Voltmeter oder durch den Widerstand R geführt wird, berechnet.

Verallgemeinert lautet die Gl. (6) für einen beliebigen einfachen Gleichstromkreis:

$$\overset{\circ}{\Sigma} (U I) = 0 \text{ (algebraische Gleichung!)} \quad (7)$$

Als Schönheitsfehler muss die Tatsache bezeichnet werden, dass nach dieser Gleichung erzeugte Leistungen das negative, verbrauchte Leistungen das positive Vorzeichen erhalten.

Man kann diesen Fehler beheben, wenn man unter Anwendung der Gl. (2) und (4) in der Gl. (6) die Klemmenspannungen U durch die elektromotorischen Kräfte E ersetzt und schreibt:

$$E_c I + E_R I = 0 \quad (8)$$

oder in allgemeiner Form:

$$\overset{\circ}{\Sigma} (E I) = 0 \text{ (algebraische Gleichung!)} \quad (9)$$

Arbeitet man mit dieser Gleichung, so erscheinen erzeugte Leistungen als positive und verbrauchte Leistungen als negative Grössen.

Nach dieser kurzen Betrachtung des Gleichstromkreises wird es interessant sein, zu untersuchen, welche Rolle die Klemmenspannung U bei Wechselströmen spielt. Besonders wird uns die Frage interessieren, ob man imstande ist, an Hand von «U»-Diagrammen die Leistungsbilanzen von Wechselstromkreisen in ebenso bequemer Weise wie bei Gleichströmen aufzustellen.

b) Wechselstromkreis

Fig. 3 stellt einen Wechselstromgenerator G dar, der einen ohmschen Widerstand R und eine zu diesem parallel geschaltete verlustbehaftete Drosselspule L speist. Die Streureaktanz und der ohmsche Widerstand des Generators G seien durch die Stromkreiselemente x_2 und r_3, der ohmsche Widerstand der Drosselspule L durch r_9 symbolisiert.

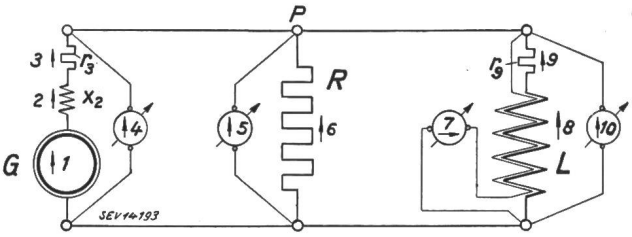


Fig. 3
Schema eines Wechselstromkreises
G Generator; R ohmscher Widerstand; L induktiver Verbraucher (Drosselspule); x_2 Streureaktanz des Generators; r_3 ohmscher Widerstand des Generators; r_9 ohmscher Widerstand der Drosselspule; *4, 5, 7, 10* Voltmeter; P Verknüpfungspunkt.

Um alle vorkommenden elektrischen Grössen im Vektordiagramm (Fig. 4) klar und eindeutig darstellen zu können, tragen wir im Schema (Fig. 3) die Bezugs- oder Zählpfeile ein, wobei wir uns (in Uebereinstimmung mit *Bödefeld* und *Sequenz*) an das Verbraucherzählpfeilsystem halten. Um die Klemmenspannung U erfassen zu können, schalten wir jedem Objekt ein Voltmeter (Pos. *4*, *5*, *7* und *10*, Fig. 3) parallel, dem wir ebenfalls (wie in Fig. 1b) einen Bezugspfeil zuordnen. Um zu zeigen, dass es beim Messen der Spannung U sehr wichtig ist, wie man die Anschlussdrähte des Voltmeters führt, wurde an die Drosselspule L ein zweites Voltmeter (Pos. *7*) angeschlossen, dessen Anschlussdrähte parallel zu den Windungen der Drosselspule verlaufen (Fig. 3). Wir werden im folgenden erkennen, dass das Voltmeter Pos. *7* eine wesentlich andere Spannung anzeigt, als das Voltmeter Pos. *10*. Es ist deshalb beim Messen der Klemmenspannung U von Wechselstromobjekten eine gewisse Vorsicht am Platze.

Wir wollen das Vektordiagramm der Schaltung Fig. 3 für denjenigen Augenblick konstruieren, in welchem die Klemmenspannung der drei Objekte den negativen Maximalwert erreicht hat, in welchem also die obere Sammelschiene das maximale positive Potential besitzt. Dann müssen entsprechend der Richtung der Bezugspfeile der Pos. *4*, *5*, *6* und *10*, die Spannungen U_4, U_5, U_6 und U_{10} vertikal nach unten weisen, da sie, als gegen die Bezugsrichtungen gerechnet, nun als negative Grössen im Diagramm einzutragen sind.

Der Strom I_R des ohmschen Widerstandes liegt immer in Phase mit U_R ($= U_6$), weist also vertikal nach unten (Fig. 4).

Der Strom I_L der Drosselspule L eilt seiner Spannung U_L ($= U_{10}$) um fast 90° nach (Fig. 4).

Den Strom I_G des Generators erhalten wir (nach dem ersten *Kirchhoff*schen Gesetz) aus der Bedingung, dass die Ströme I_G, I_R und I_L ein geschlossenes Polygon bilden, weil alle drei Bezugspfeile 1, 6 und

8 auf den Verknüpfungspunkt P hinweisen (Fig. 3 und 4).

Die Spannungs- und EMK-Vektoren der übrigen Positionen erhalten wir aus der Bedingung, dass die ohmschen Spannungen U mit den entsprechenden Strömen in Phase liegen, sowie aus dem Gesetz von der elektrischen Umlaufspannung, wonach bei einem geschlossenen Wechselstromkreis die Summe aller U-Vektoren gleich der Summe aller E-Vektoren ist, falls alle Bezugspfeile einen einheitlichen Umlaufssinn festlegen. Ist dies (wie in unserem Beispiel) bei einigen Positionen (*4, 5, 7* und *10*) nicht der Fall (Fig. 3), so müssen (laut dem Umkehrungssatz [8]) die entsprechenden Vektoren um 180° umgekehrt werden. So entstehen die im folgenden beschriebenen Vektorbilder Fig. 4:

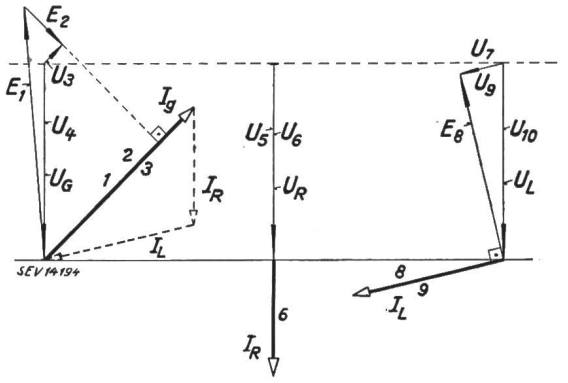


Fig. 4
U- und E-Diagramm des Wechselstromkreises nach Schema Fig. 3

U_G, I_g (im Text I_G) Klemmenspannung und Strom des Generators; U_L, I_L entsprechende Grössen der Drosselspule; U_R, I_R entsprechende Grössen des ohmschen Widerstandes; E elektromotorische Kräfte; die Zahlen und Zahlenindizes beziehen sich auf die Pfeilbezeichnungen der Fig. 3.

Das Vektordiagramm des *Generators* entsteht, wenn man an die Nutzflux-EMK E_1 die dem Strome I_G um 90° nacheilende Streuflux-EMK E_2 vektoriell addiert. Diese Vektorsumme muss gleich der Vektorsumme der um 180° gekehrten Spannung U_4 plus der Spannung U_3 sein (siehe das Vektordiagramm des Generators Fig. 4 links).

Nach der Eintragung der Bezugspfeile erscheint die Spannung U_R ($= U_6$) des *ohmschen Widerstandes R* identisch mit derjenigen des Voltmeters U_5, U_4 und U_{10}.

Bei der *Drosselspule L* ergibt die Vektorsumme der um 180° gekehrten Spannung U_{10} plus der Spannung U_9 den Vektor, der vom Wechselflux der Spule induzierten EMK E_8, die dem Strome I_L um 90° *nach*eilt. Als Klemmenspannung der Drosselspule L bezeichnet man gewöhnlich die Spannung U_L ($= U_{10}$). Man erhält aber auch eine Spannung im Voltmeter 7, nämlich U_7. Da in der bifilar gewickelten Schleife (gebildet aus den Anschlussdrähten des Voltmeters und den Windungen der Drosselspule) nichts induziert wird, so misst das Voltmeter 7 nur die ohmsche Spannung U_9 der Drosselspule ($U_7 = U_9$). Zu einem analogen Resultat würde dasselbe Messverfahren natürlich auch beim Generator G führen.

Aus dieser Betrachtung ersehen wir, *dass die sogenannte Klemmenspannung U keine eindeutig definierte Grösse ist, sondern dass sie abhängig ist von der Art und Weise, wie sie gemessen wird.* Je nach der Verbindungsweise der Anschlussdrähte des Voltmeters erhält man beliebig viele Werte der sog. Klemmenspannung U.

3. Die Klemmenspannung «U^*»

Es gibt *einen* Wert der Klemmenspannung U, der wirklich eindeutig ist, und den wir zur Berechnung der dynamischen Klemmenspannung unbedingt brauchen. Es ist diejenige Klemmenspannung, die wir erhalten, wenn wir den Voltmeterdraht (analog wie beim Voltmeter 7 in Fig. 3) längs desjenigen Stromkreiselementes führen, dessen Klemmenspannung wir messen wollen. Dieser so gemessenen, ausgezeichneten Klemmenspannung geben wir die Bezeichnung U^* (sprich: U-Stern).

Für das Folgende ist es sehr wichtig, dass wir uns mit diesem Begriff U^* vertraut machen. Wir wollen deshalb untersuchen, wie gross in verschiedenen, praktisch häufig vorkommenden Fällen U^* wird:

Beim *ohmschen Widerstand* ist das Spannungsgefälle U_R längs des Drahtes gleich dem Produkt aus Strom mal Widerstand, daher ergibt sich für U^* der Ausdruck

$$U_R^* = +IR \tag{10}$$

und somit ist unter Beachtung der Gl. (4) und (5)

$$U_R^* = -E_R \tag{11}$$

wo E_R die oben genannte ohmsche Widerstands-EMK ist, deren Auftreten die Spannung U_R^* bedingt.

Beim *Kondensator* ist das Spannungsgefälle U_c längs eines mitten durch den Kondensator geführten Spannungspfades im allgemeinsten Fall:

$$U_c^* = \frac{Q}{C} + E_{ind}$$

wo das erste Glied derjenigen Spannungskomponente entspricht, die von der Ladung Q herrührt, das zweite Glied von einer eventuell zwischen den Kondensatorbelägen induzierten EMK E_{ind}. Im Kondensator tritt eine statische EMK E_c auf, die die Vereinigung der beiden entgegengesetzten Ladungen verhindert. Ihre Grösse berechnet sich zu:

$$E_c = -\frac{Q}{C} \tag{13}$$

so dass wir schreiben können:

$$\underline{U_c^* = +E_{ind} - E_c} \tag{14}$$

Tritt in irgendeinem Leiter irgendeine chemische, thermische oder auch eine mechanische (Spannungsgenerator) EMK E_e (sog. eingeprägte EMK) auf, so gilt (im Leerlauf) für die zwischen den Enden des Leiters, und zwar *längs des Leiters* gemessene Spannung U^*:

$$\underline{U^* = -E_e} \tag{15}$$

Nach diesen Erläuterungen dürfte es klar sein, was wir unter der Spannung U^* zu verstehen haben.

4. Energetische Betrachtungen bei Wechselstromkreisen an Hand des «*U*»-Diagrammes

Beispiele

Betrachtet man die Diagramme (Fig. 4) der drei Positionen der Fig. 3, so erkennt man, wenn man die relativen Lagen der Ströme (*I*) zu ihren Spannungen (*U*) miteinander vergleicht, dass bei einem Generator die Spannung *U* mit ihrem Strome *I* einen stumpfen Winkel, bei einem Verbraucher jedoch einen spitzen Winkel bildet. Vergleicht man jedoch die relativen Lagen der Ströme (*I*) zu den entsprechenden induzierten elektromotorischen Kräften (E_{ind}) miteinander, so sieht man, dass sie sich gerade umgekehrt verhalten, indem bei einem Generator der Winkel spitz und bei einem Verbraucher stumpf ist (Fig. 4).

Dieses entgegengesetzte Verhalten erschwert die energetische Deutung der Diagramme ausserordentlich.

Die Nachteile dieser «*U*»-Diagramme treten offen zutage:

Der erste Nachteil ist der, dass jedem Objekt ausser seinem eigenen Bezugspfeil noch ein zweiter (eventuell mit parallel geschaltetem Voltmeter) beigegeben werden muss (Fig. 3).

Der zweite Nachteil besteht in dem relativ komplizierten Aufbau der Diagramme (wofür Fig. 4 ein Beispiel liefert), wodurch das Arbeiten erheblich erschwert wird.

Der dritte Nachteil liegt darin, dass die energetische Deutung der Diagramme sehr umständlich ist.

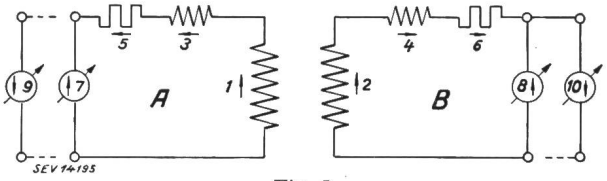
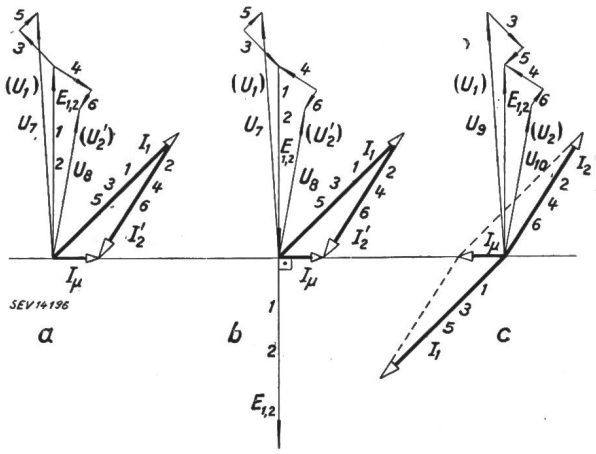


Fig. 5
Schema des Transformators
A Primärseite *B* Sekundärseite *1...10* Bezugspfeile

Um dem Leser deutlich vor Augen zu führen, wie wichtig es ist, dass man sich in der Definition der Grundbegriffe und in der Wahl der Bezugssysteme in der elektrotechnischen Literatur einigt, sollen hier die Transformatordiagramme bekannter Autoren einer kritischen Betrachtung unterzogen werden. Es sind dies die Diagramme von *Bödefeld, Sequenz* [4] (Fig. 6a) und von *Richter* [9] (Fig. 6c). Das zugehörige Schema ist in Fig. 5 dargestellt. Die Uebersetzung des Transformators ist gleich eins angenommen. In den Positionen *3* bis *6* sind die Widerstände und Streureaktanzen symbolisiert.

Während bei *Bödefeld, Sequenz* die Klemmenspannungen (U_1 und U_2') auf die Bezugspfeile von *7* und *8* bezogen werden, bezieht *Richter* die entsprechenden Spannungen auf die Positionen *9* und *10*. Allein schon dadurch wird der Aufbau der Diagramme grundsätzlich verschieden. Es kann zu Missverständnissen führen, wenn *Bödefeld* statt die allgemein bekannte induzierte elektromotorische Kraft (EMK) E_{ind} einzuzeichnen, eine neue Grösse, nämlich die sog. «induzierte» Spannung $E_{1,2}$ in Fig. 6a einführt. Zweckmässiger wäre es, um jeden Irrtum



a) Diagramm nach *Bödefeld, Sequenz* *b)* verbessertes Diagramm durch Einführung der EMKe *c)* Diagramm nach *Richter*

Fig. 6
Transformator-Diagramme

auszuschliessen, diese Grösse mit U_{ind} statt mit E zu bezeichnen; denn sie stellt etwas ganz anderes dar als eine EMK. Auf Seite 27 seines Buches [4] definiert *Bödefeld* diese «induzierte» Spannung wie folgt:

«*Die induzierte Spannung ist also diejenige Spannung, die an den Klemmen einer Wicklung auf Grund des Induktionsgesetzes auftreten würde, wenn diese Wicklung frei von ohmschem Widerstand wäre.* Diese induzierte Spannung bezeichnen wir vielfach auch mit *E* bzw. *e*, wollen aber die hierfür übliche Bezeichnung «EMK» vermeiden, weil über den Begriff «EMK» keine einheitliche Auffassung besteht.»

Aus dieser Definition geht mit aller Klarheit hervor, dass *Bödefeld* den allgemein eingeführten Begriff der induzierten EMK (als Wegintegral der induzierten Feldstärke $\mathfrak{E}_i$, siehe unter Abschnitt 5) beiseite schiebt und dafür eine Spannung einführt, die nur unter gewissen Umständen auftritt, nämlich dann, wenn durch die induzierte EMK E_{ind} elektrische Stauungen verursacht werden. Treten keine solchen Stauungen auf, wie im Beispiel unserer Fig. 10, so verliert dieser Begriff der «induzierten» Spannung jeden physikalischen Inhalt. Da mit der Elimination der induzierten EMK zugleich auch die Ursache des Stromflusses beseitigt wird (siehe unseren Abschnitt 5), fehlt den *Bödefeld*schen Diagrammen die physikalische Anschaulichkeit, weshalb wir uns dieser Darstellungsweise nicht anschliessen können.

In Fig. 6b haben wir das Diagramm Fig. 6a in der Weise verbessert, dass wir die allgemein bekannte und (wie wir später sehen werden) energetisch sehr wichtige Grösse der induzierten EMK eingetragen haben. So stellen $E_{1,2}$ die EMKe des Nutzfluxes, die Vektoren *3* und *4* die primäre und sekundäre Streu-EMK dar. (Um den Richtungssinn der EMK $E_{1,2}$ recht deutlich hervortreten zu lassen, haben wir sie nach unten noch einmal abgetragen.)

Trotzdem wir in Fig. 6b alle Spannungen und EMKe physikalisch klar und richtig eingetragen haben, verbleiben für die energetische Deutung des Diagrammes noch gewisse Schwierigkeiten, die nicht mehr zu beseitigen sind, weil sie, wie oben schon gesagt, mit den «U»-Diagrammen unlösbar verknüpft sind. Man erkennt diese Schwierigkeiten, wenn man die folgende Betrachtung anstellt:

Der Sekundärstrom I_2' bildet mit $E_{1,2}$ einen spitzen Winkel, weil diese EMK die Ursache seines Fliessens ist; dagegen bildet er mit U_2' einen stumpfen Winkel, weil er beim Herausfliessen aus der Sekundärwicklung *gegen* diese Spannung «ankämpfen» muss. Energetisch ergibt sich das folgende Schema:

Strom I fliesst $\begin{cases} \text{gegen } U, \text{ mit } E\text{: Generator (Erzeuger)} \\ \text{mit } U, \text{ gegen } E\text{: Motor (Verbraucher)} \end{cases}$

Aus diesem Schema ersieht man klar, dass die Anwesenheit von U- und E-Vektoren im gleichen Diagramm die energetische Deutung sehr erschwert.

Diese Schwierigkeit hat *Richter* scheinbar umgangen, indem er die Klemmenspannungen U_1 und U_2 auf die Bezugssysteme *9* und *10* (Fig. 5) bezieht. Die Klemmenspannungen U_1 ($= U_9$) und U_2 ($= U_{10}$) liegen dann vektoriell mit $E_{1,2}$ fast in Phase (Fig. 6c). Auf Grund dieser Darstellung wird bei *Richter* ein Generator dadurch gekennzeichnet, dass seine Klemmenspannung U mit dem Strome I einen spitzen Winkel bildet, ganz analog wie zwischen E und I.

Das Unnatürliche dieser Darstellungsweise wird aber offenbar, sobald man an die Berechnung der internen Leistungsbilanz herantritt. *Richter* widerspricht sich selbst, wenn er sich gezwungen sieht, die ohmschen Spannungen *5* und *6* (Fig. 6c) in Phase mit ihren Strömen einzuzeichnen. Im Sinne seiner obigen Darstellung müssten diese ohmschen Widerstände (spitzer Winkel zwischen U und I) Energie erzeugen, während sie selbstverständlich solche verbrauchen. Analoge Widersprüche ergeben sich auch bei den Blindenergien, indem z. B. die Streuspannungen ihren Strömen um 90° voreilen, die Klemmenspannung des Transformators aber dem (induktiven) Leerlaufstrom nacheilt (Fig. 6c).

Nachdem wir an diesen Beispielen die Schwierigkeiten aufgedeckt haben, die sich bei Anwendung von «U»-Diagrammen dem Aufbau energetisch klarer Diagramme entgegenstellen, wird sich der Leser für unseren neuen Spannungsbegriff «V» interessieren, weil dieser den Aufbau energetisch konsequenter Diagramme in einfachster Weise gestattet. Bevor wir aber diesen Begriff definieren können, müssen wir uns darüber im klaren sein, was man unter der induzierten EMK E_{ind} zu verstehen hat.

5. Die induzierte elektromotorische Kraft (E_{ind}) in ruhenden Systemen und ihre energetische Bedeutung

«Den Begriff der induzierten EMK muss man allerdings aus seinen Vorstellungen verbannen, wenn man klar sehen will. Man darf die «induzierte EMK» gewissermassen nur gedankenlos als stereotype Redewendung gebrauchen. Im Innern eines «induzierten Leiters» gibt es keine andere Spannung als den ohmschen Spannungsverlust.»

Diese drei Sätze finden sich in einem Aufsatz von *Emde* [10].

Wir sind entgegengesetzter Ansicht:

«Wer die induzierte EMK aus seinen Vorstellungen verbannt, kann sich kein klares Bild von den elektrischen Vorgängen in Wechselstromkreisen machen.»

Im folgenden soll gezeigt werden, was man sich unter der induzierten EMK E_{ind} vorzustellen hat und wie sich der scheinbare Widerspruch löst, dass die induzierte EMK auch in Leitern auftritt, obgleich es in diesen nie eine andere *resultierende* Spannung gibt als den ohmschen Spannungsverlust.

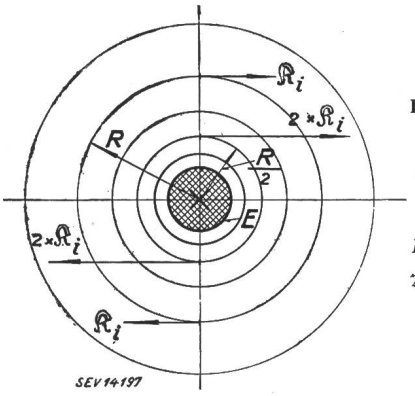


Fig. 7
Das um einen Eisenstab E induzierte elektrische Wirbelfeld
R Kreisradien;
$\mathfrak{K}_i$ induzierte elektrische Feldstärke.

In Fig. 7 sei ein Schnitt (E) durch einen lamellierten Eisenstab E dargestellt, in welchem ein nach hinten gerichteter magnetischer Fluss zeitlich linear abnehmen möge. Infolge dieser Fluxvariation bildet sich um den Eisenstab ein zeitlich konstantes induziertes elektrisches Wirbelfeld, dessen Kraftlinien geschlossene, konzentrische Kreislinien um E bilden. Die induzierte elektrische Feldstärke $\mathfrak{K}_i$ verläuft im Sinne des Uhrzeigers und nimmt reziprok mit dem Kreisradius R ab. Entsprechend der abnehmenden Feldstärke sinkt auch mit steigender Entfernung von E die Kraftliniendichte (Fig. 7).

Unter der induzierten elektromotorischen «Kraft» E_{ind} längs eines gegebenen Weges verstehen wir die spezifische Arbeit, welche das induzierte elektrische Feld an der positiven elektrischen Einheitsladung längs dieses Weges leistet. Führt dieser Weg einmal um den Eisenkern herum zum gleichen Punkte zurück, so sprechen wir von der Umlaufs-EMK. Da die Feldstärke reziprok mit dem Kreisumfang abnimmt, so ist (unter sonst gleichen Umständen) die Grösse der Umlaufs-EMK für jeden Kreis konstant.

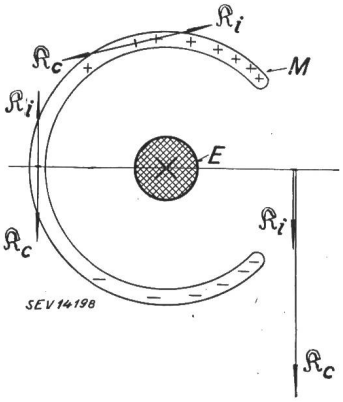


Fig. 8
Verhalten eines offenen Leiterringes im elektrischen Wirbelfeld
M Querschnitt eines offenen Metallringes;
$\mathfrak{K}_i$ induzierte elektrische Feldstärke;
$\mathfrak{K}_c$ elektrostatische Feldstärke.

Legen wir um denselben Eisenkern E, in welchem wiederum der nach hinten gerichtete Fluss linear abnimmt, einen offenen Metallring M (Fig. 8), so

dringt das elektrische Wirbelfeld in diesen Ring ein und bewirkt eine Verschiebung der in diesem Ringe vorhandenen (sich sonst neutralisierenden) positiven und negativen elektrischen Ladungen, d. h. es entsteht ein kurz andauernder elektrischer Stromfluss. Dieser Strom fliesst so lange, bis das von den statischen Ladungen erzeugte *elektrostatische* Feld ($\mathfrak{K}_c$) dem *induzierten* Felde ($\mathfrak{K}_i$) in jedem Punkte des Ringes genau das Gleichgewicht hält (Fig. 8). Dann ist die resultierende elektrische Feldstärke des Ringes M an jeder Stelle gleich Null, und deshalb besteht trotz der entgegengesetzten elektrischen Ladungen zwischen den Ringenden kein Spannungs-«Gefälle» längs des Ringes.

Dass bei jeder Aenderung der Fluxvariation der oben genannte Strom im Ring tatsächlich auftritt, kann bei offenen Hochfrequenztransformatoren durch Messung nachgewiesen werden.

Die Tatsache, dass in dem offenen Metallring Ströme fliessen und Ladungen sich bilden können, ist ein unumstösslicher Beweis dafür, dass das induzierte Feld ins Innere der Leiter eindringt, d. h. dass im Leiterinnern induzierte elektromotorische Kräfte auftreten.

Die in irgendeinem Punkte P des Raumes, sei es in einem Leiter, Nichtleiter oder im Vakuum induzierte elektrische Feldstärke $\mathfrak{K}_i$ lässt sich nach einer Näherungsformel [2, 11] von *Kneissler-Maixdorf* berechnen. Diese Formel lautet:

$$\mathfrak{K}_i = \int \frac{\left[-\frac{10^{-8}}{4\pi}\frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial t}, \mathfrak{r}\right]}{r^3}\, dv \qquad (16)$$

Hierin bedeuten:

$\frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial t}$ die zeitliche Variation der magnetischen Induktion im Raumelement dv,

$\mathfrak{r}$ bzw. r den Leitstrahl, bzw. dessen absoluten Wert vom Raumpunkt P nach dem Volumenelement dv.

An Hand dieser Formel kann die induzierte Feldstärke $\mathfrak{K}_i$ in jedem Punkte eines Leiters berechnet werden.

Die zwischen zwei Punkten *1* und *2* eines Leiterelementes induzierte EMK $E_{ind\,1,2}$ berechnet sich nach der Formel:

$$E_{ind\,1,2} = \int_1^2 (\mathfrak{K}_i, d\mathfrak{s}) \qquad (17)$$

wo $\mathfrak{K}_i$ die induzierte Feldstärke und $d\mathfrak{s}$ das Wegelement in Richtung des Stromkreiselementes bedeuten.

Man erkennt aus der Formel (17), dass die induzierte EMK E_{ind} als Wegintegral einer elektrischen Feldstärke die Dimension einer Spannung (U) hat, weshalb man eigentlich richtigerweise von einer induzierten Spannung U_{ind} als von einer induzierten elektromotorischen Kraft E_{ind} sprechen sollte. Die Bezeichnung hat sich aber eingebürgert und soll auch von uns beibehalten werden.

Denken wir uns in Fig. 8 die Enden des offenen Metallringes durch einen Widerstandsdraht R miteinander verbunden (Fig. 9), so wird unter dem Einfluss des statischen ($\mathfrak{K}_c$) und des induzierten ($\mathfrak{K}_i$) elektrischen Feldes ein Strom I durch den Widerstandsdraht R fliessen, der links durch den Metallring wieder zurückfliesst. Da dieser Strom I auch

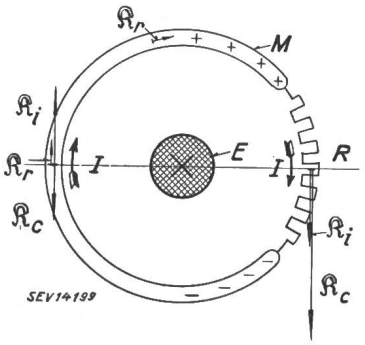


Fig. 9
Verhalten eines geschlossenen, unsymmetrischen Stromkreises im elektrischen Wirbelfeld
R Widerstand;
$\mathfrak{K}_r$ Restfeldstärke;
I Ausgleichstrom;
(weitere Erklärungen siehe Legende Fig. 8).

für den Durchfluss durch den Metallring einer gewissen Feldstärke $\mathfrak{K}_r$ (zur Ueberwindung der ohmschen Widerstandskräfte) bedarf, so wird die elektrische Stauung an den Ringenden kleiner als in Fig. 8 sein, und die statische Feldstärke $\mathfrak{K}_c$ wird ebenfalls kleiner werden, so dass im Ringe ein Restfeld $\mathfrak{K}_r$ verbleiben wird, gemäss der Gleichung:

$$\mathfrak{K}_r = \mathfrak{K}_i - \mathfrak{K}_c = \varrho S \qquad (18)$$

wo ϱ der spezifische Widerstand des Metallringes und S die Stromdichte im Ringe ist.

Zur Abklärung der *Energetik des Stromkreises* Fig. 9 ist vor allem die Erkenntnis wichtig, *dass sich alle statischen Feldkräfte längs des ganzen Stromkreises das Gleichgewicht halten, dass sie also am Zustandekommen des Stromflusses nicht beteiligt sind. Die wahre Ursache des Stromflusses ist einzig und allein die im Leiterinnern wirksame induzierte elektromotorische Kraft E_{ind}.*

«Wer diese Grösse aus seinen Diagrammen ausscheidet, ignoriert die Ursache des Stromflusses, also den wichtigsten Begriff der Wechselstromtheorie.»

Fig. 10 zeigt einen homogenen Stromkreis, in welchem nur induzierte elektromotorische Kräfte E_{ind} und ohmsche Widerstandskräfte E_R vorkom-

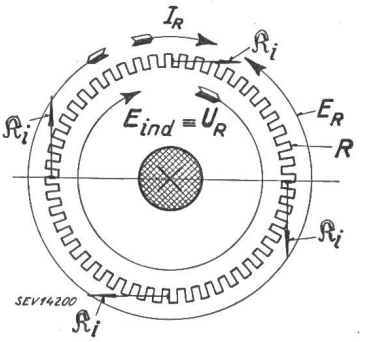


Fig. 10
Verhalten eines geschlossenen, vollkommen symmetrischen Stromkreises im elektrischen Wirbelfeld
E_{ind} ($\equiv U_R$) induzierte EMK;
E_R ohmsche Widerstandskraft;
I_R Strom, der den ohmschen Widerstand R durchfliesst;
$\mathfrak{K}_i$ induzierte Feldstärke.

men. Dieser Stromkreis ist aus der Anordnung der Fig. 9 hervorgegangen, indem der Widerstand R homogen um den Eisenkern gelegt wurde. Der Symmetrie des Systems wegen können keine Stauungen, also auch keine elektrischen Ladungen und von diesen herrührende statische Spannungen auftreten.

An Hand dieses Beispiels erkennt man besonders deutlich, dass die induzierte EMK E_{ind} (wie schon

gesagt wurde), genau genommen eine Spannung, und zwar eine induzierte Spannung U_{ind} ist. Sie wird hier identisch mit der ohmschen Spannung U_R, indem sie die ohmsche EMK E_R «überwindet» und den Strom I_R durch den Widerstand R treibt. (Fig. 10).

Die hier mit U_{ind} bezeichnete Grösse unterscheidet sich vollkommen von jener Grösse, die *Landolt* [12] die induzierte «Spannung» u_i nennt. Nach *unserer* Definition ist:

$$U_{ind} = E_{ind} = -\frac{d\psi}{dt} \tag{19}$$

nach *Landolt* jedoch ist:

$$u_i = +\frac{d\psi}{dt} \tag{20}$$

wobei man unter ψ die totale Flussverkettung in Voltsekunden versteht.

Landolt führt diese induzierte «Spannung» u_i ein, um in Verbindung mit dem, den DIN-Normen entsprechenden, Spannungsbegriff «U» eine vereinfachte und energetisch homogene Spannungsgleichung (Umlaufspannung $u_0 = 0$) zu bekommen, was an sich sehr zu begrüssen wäre. Dagegen hat seine Darstellungsart den grossen Nachteil, dass sie den Einblick in die physikalischen Vorgänge sehr erschwert, was *Landolt* selbst zugibt, indem er schreibt [12]: «Dieser Ersatz des elektrischen Wirbelfeldes durch ein wirbelfreies elektrisches Feld und eine induzierte Spannung ist in vielen Fällen sehr bequem. Er hat sich in der Praxis überall eingeführt. Dagegen haftet ihm als Nachteil an, dass er das physikalische Bild des Vorganges verdeckt.»

Da unser Bestreben dahin geht, eine Darstellungsart zu schaffen, die einen möglichst klaren Einblick in die physikalischen Vorgänge gestattet, folgen wir dem *Landolt*schen Vorgehen, bei dem die Ursache des Stromflusses, nämlich die induzierte elektromotorische «Kraft» eliminiert wird, nicht.

6. Die «dynamische» Klemmenspannung «V»

Betrachten wir Fig. 9 vom *energetischen Standpunkte* aus, so ist ohne weiteres klar, dass das induzierte Feld $\mathfrak{K}_i$ den Strom I durch den Metallring M und durch den Widerstand R treibt. Im Metallring stemmt sich gegen den Strom eine geringe, in R eine grosse Widerstands-«Kraft». Im Metallring M sind die treibenden Kräfte grösser als die bremsenden, in R ist es gerade umgekehrt: M arbeitet generatorisch, R dagegen motorisch; M ist überwiegend Erzeuger, R überwiegend Verbraucher elektrischer Energie.

Bilden wir sowohl beim Ring M, als auch beim Widerstand R das Produkt $P = U^* I$, so erhalten wir in beiden Fällen eine positive Leistung, d. h. beide Objekte erscheinen als Energie-Verbraucher, was unbedingt falsch ist, da M, wie wir soeben sahen, ein Energie-Erzeuger ist. Der Fehler rührt daher, dass sich, sobald induzierte EMKe vorhanden sind, die Spannung U^* nicht zur Leistungsberechnung gebrauchen lässt. (Die gewöhnliche Spannung U kann, da sie keinen eindeutigen Wert besitzt, nur mit grosser Vorsicht und durchaus nicht in allen Fällen zur Leistungsberechnung verwendet werden.)

Um die elektrische Leistung richtig berechnen zu können, müssen wir ausser der Spannung U^* noch die induzierte EMK E_{ind} mitberücksichtigen. Danach erhalten wir einen neuen Spannungsbegriff «V», mit dessen Hilfe wir die Leistungen aller Stromkreiselemente genau berechnen können, auch wenn in diesen elektromotorische Kräfte E_{ind} auftreten. Unter Beachtung, dass das positive Produkt $E_{ind} I$ eine erzeugte, $U^* I$ jedoch eine verbrauchte elektrische Leistung ergibt, muss in unserem neuen Spannungsbegriff E_{ind} mit dem positiven, U^* jedoch mit dem negativen Vorzeichen erscheinen. Wir schreiben daher

$$V \equiv E_{ind} - U^* \tag{21}$$

Wir nennen die Spannung «V», da sie sich speziell zur Leistungsberechnung solcher Stromkreise eignet, in welchen elektromotorische «Kräfte», die auf dynamischem Wege durch Fluxvariation oder durch Bewegung von Leitern in magnetischen Feldern induziert werden, die «*dynamische Klemmenspannung V*».

Wir wollen eine der wichtigsten Eigenschaften des neuen Spannungsbegriffes herleiten:

In einem Stromkreise seien n Leiterelemente mit den Spannungen U_1^*, U_2^*,...U_n^* in Serie geschaltet. In diesen werden die EMKe E_1, E_2,...E_n induziert.

Nach dem Gesetz von der elektrischen Umlaufspannung in Wechselstromkreisen ist allgemein

$$\overset{o}{\Sigma}(U^*) = \overset{o}{\Sigma}(E_{ind}) \tag{22}$$

oder in unserem speziellen Fall

$$U_1^* + U_2^* + \dots U_n^* = E_1 + E_2 + \dots E_n \tag{23}$$

Indem man die Glieder der rechten Seite nach links hinüber nimmt, und die Gleichung mit (— 1) multipliziert, entsteht der Ausdruck:

$$(E_1 - U_1^*) + (E_2 - U_2^*) + \dots + (E_n - U_n^*) = 0 \tag{24}$$

der unter Beachtung der Gl. (21) übergeht in

$$V_1 + V_2 + \dots + V_n = 0 \tag{25}$$

oder in allgemeinster Form:

$$\underline{\overset{o}{\Sigma}(V) = 0} \tag{26}$$

d. h. «*In jedem geschlossenen Stromkreise ist die algebraische Summe aller dynamischen Klemmenspannungen gleich Null*».

Wie man aus diesem Satze ersieht, hat das Gesetz von der elektrischen Umlaufspannung bei Wechselströmen durch die Einführung der dynamischen Klemmenspannung V eine grosse Vereinfachung erfahren, die vor allem das graphische Rechnen ausserordentlich erleichtert.

Multiplizieren wir die Gl. (26) mit dem Strom I, so entsteht die neue Leistungsgleichung

$$\overset{o}{\Sigma}(V I) = 0 \tag{27}$$

d. h.: «*In jedem einfachen elektrischen Stromkreise ist die algebraische Summe aller erzeugten und aller*

verbrauchten elektrischen Leistungen gleich Null». Erzeugte Leistungen erhalten das positive, verbrauchte das negative Vorzeichen (Energieprinzip!).

Eine ebenfalls sehr wertvolle Eigenschaft der dynamischen Klemmenspannung V soll an Hand der Fig. 11 bewiesen werden. Diese Figur stellt einen Stromkreis mit vier Objekten Pos. *1...4* dar. Die vier Verknüpfungspunkte seien A, B, C und D. Zwischen diesen Punkten mögen die vier dynamischen Klemmenspannungen V_1, V_2, V_3 und V_4 herrschen. Aus der Gl. (26) folgt

$$V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = 0 \qquad (28)$$

so dass

$$V_4 = -(V_1 + V_2 + V_3) \qquad (29)$$

(Diese Spannungswerte müssen als algebraische Werte aufgefasst werden.)

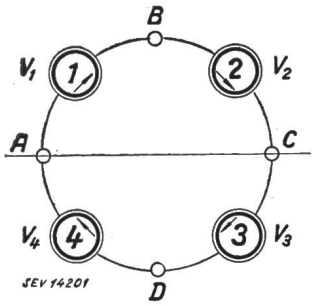


Fig. 11
Dynamische Klemmenspannung V bei in Serie geschalteten Objekten
1...4 Objekte;
A, B, C, D Verknüpfungspunkte;
$V_1 ... V_4$ dynamische Klemmenspannungen.

Es soll nun die dynamische Klemmenspannung zwischen A und C berechnet werden, und zwar sowohl über die Strecke ABC (V_{ABC}) als auch über die Strecke ADC (V_{ADC}). Wie erhalten unter Beachtung der Bezugsrichtungen

$$V_{ABC} = V_1 + V_2 \qquad (30)$$

und

$$V_{ADC} = -V_4 - V_3 \qquad (31)$$

Durch Einsetzen von Gl. (29) in (31) entsteht

$$\underline{V_{ADC}} = V_1 + V_2 + V_3 - V_3 = V_1 + V_2 = \underline{V_{ABC}} \qquad (32)$$

In analoger Weise erhalten wir für die Spannungen

$$V_{DAB} = V_4 + V_1 \qquad (33)$$

und

$$V_{DCB} = -V_3 - V_2 \qquad (34)$$

Durch Einsetzen von Gl. (29) in Gl. (33) entsteht

$$\underline{V_{DAB}} = -V_1 - V_2 - V_3 + V_1 = -V_2 - V_3 = \underline{V_{DCB}} \qquad (35)$$

Derselbe Beweis lässt sich für irgend einen beliebigen Stromkreis mit einer beliebigen Anzahl von Objekten durchführen. Das Ergebnis lautet:

«Während bei Wechselstromkreisen die Spannung U resp. U^* zwischen zwei Punkten verschiedene Werte annehmen kann, je nach dem Wege, längs dessen sie gemessen oder berechnet wird, bleibt der Wert der dynamischen Klemmenspannung $V_{1,2}$ zwischen zwei Punkten *1* und *2* eines beliebigen Stromkreises unabhängig vom eingeschlagenen Wege immer eindeutig derselbe.»

Zur praktischen Berechnung der dynamischen Klemmenspannung V und insbesondere zur Aufstellung der internen Leistungsbilanz eines Stromsystems ist die Gl. (21):

$$V = E_{ind} - U^* \qquad (36)$$

noch zu umständlich, weil das Minuszeichen die Rechnung erschwert. Hier helfen wir uns mit einem Kunstgriff, indem wir statt U^* die entsprechenden Reaktionen einsetzen.

Beim *ohmschen Widerstand* ist nach Gl. (11):

$$U_R^* = -E_R \qquad (37)$$

und somit nach Gl. (36)

$$\underline{V_R} = E_{ind} - U_R^* = \underline{E_{ind} + E_R} \qquad (38)$$

«Beim ohmschen Widerstand ist die dynamische Klemmenspannung V_R gleich der algebraischen Summe, gebildet aus der ohmschen Widerstands-EMK E_R und einer zwischen seinen Klemmen eventuell noch induzierten EMK E_{ind}.»

Beim *Kondensator* müssen wir unterscheiden zwischen der Spannung V_c' an den Belägen und V_c zwischen den Klemmen, die durch Zuleitungen mit den Belägen verbunden sind:

Die dynamische Klemmenspannung V_c' zwischen den Belägen ist nach Gl. (14) und (36)

$$\underline{V_c'} = E_{ind} - (-E_c + E_{ind}) = +\underline{E_c} \qquad (39)$$

«Die dynamische Klemmenspannung V_c zwischen den Klemmen eines Kondensators ist die algebraische Summe, gebildet aus der Lade-EMK E_c plus einer eventuellen nur in den Zuleitungen zwischen den Klemmen und den Belägen induzierten EMK E_{ind} und der ohmschen Widerstands-EMK E_R des Kondensators»

$$\underline{V_c = E_c + E_{ind} + E_R} \qquad (40)$$

Tritt in einem elektrischen Objekt eine sogenannte eingeprägte EMK E_e auf, so ist unter Beachtung der Gl. (15) und (36)

$$\underline{V_e = E_e + E_{ind} + E_R} \qquad (41)$$

falls das Objekt ohmschen Widerstand besitzt, und zwischen seinen Klemmen noch eine EMK E_{ind} induziert wird.

Die Gl. (38), (40) und (41) lassen sich in eine allgemeine und umfassende Gleichung vereinigen

$$\underline{V = E_R + E_c + E_e + E_{ind}} \qquad (42)$$

Die dynamische Klemmenspannung V ist gleich der algebraischen Summe, gebildet aus der ohmschen Widerstands-EMK E_R, aus der kapazitiven Lade-EMK E_c, aus der eingeprägten EMK E_e und aus der induzierten EMK E_{ind}.

Fasst man alle diese EMKe unter dem Sammelbegriff der allgemeinen EMK E zusammen, so gilt die einfache und für die praktische (insbesondere die graphische) Berechnung überaus bequeme Formel:

$$\underline{V_{1,2} = \sum_1^2 (E)} \qquad (43)$$

Wie leicht es ist, an Hand dieser einfachen Gleichung Vektordiagramme aufzubauen und Leistungsbilanzen aufzustellen, werden wir im nächsten Abschnitt an Hand zweier Beispiele zeigen.

7. Energetische Betrachtungen an Wechselstromsystemen an Hand des *V*-Diagrammes

Beispiele

a) Das V-Diagramm des Tansformators

Wir stellen uns die Aufgabe, an Hand des *V*-Begriffes das Vektordiagramm des Transformators zu konstruieren. Wir gehen von dem bekannten Schema nach Fig. 5 aus und nehmen wiederum an, die Uebersetzung des Transformators sei gleich eins.

Um die Frage, ob wir Erzeuger- oder Verbraucher-Zählpfeilsysteme wählen sollen, brauchen wir uns nicht zu kümmern, da bei der Anwendung der dynamischen Klemmenspannung V eines Stromkreiselementes diese Frage gegenstandslos wird, weil wir die «Klemmen»-Spannung nicht als die Spannung längs eines zwischen die Klemmen des Elementes geschalteten Voltmeters (Pos. *7...10*, Fig. 5) berechnen, sondern als die (vektorielle) Summe aller längs des betreffenden Stromkreiselementes zwischen seinen Klemmen wirkenden elektrischen «Kräfte» E. Als Bezugsrichtung von V gelten natürlich die Bezugspfeile *1, 3, 5* resp. *2, 4, 6* (Fig. 5), auf welche diese elektrischen Kräfte E bezogen werden.

Fig. 12 zeigt das Vektordiagramm: Die EMK $E_{1,2}$ entsteht durch den Nutzflux in den Spulen *1* und *2* (Fig. 5). Sie eilt diesem um 90 ° nach. In Phase mit dem Nutzflux liegt die «reine» Magnetisierungskomponente I_μ des Leerlaufstromes I_0. Dieser entsteht durch vektorielle Addition von I_μ und der zur Deckung der Eisenverluste nötigen Wirkkomponente I_w im *motorischen* Gebiet.

Wenn, wie dies meistens der Fall ist, der Transformator motorisch-induktiv belastet ist, so arbeitet seine Sekundärseite (*B*, Fig. 5) generatorisch-kapazitiv, und der sekundäre Strom I_2 muss seiner Nutzflux-EMK E_2 um einen spitzen Winkel nacheilen (Fig. 12). Zur Herstellung des durch den Sekundärstrom I_2 gestörten elektrischen Gleichgewichts muss die Primärseite den sog. Kompensationsstrom I_{c2} aufnehmen, dessen Ampèrewindungen diejenigen von I_2 genau kompensieren. Die Vektorsumme von I_{c2} und I_0 ist der Primärstrom I_1 (Fig. 12).

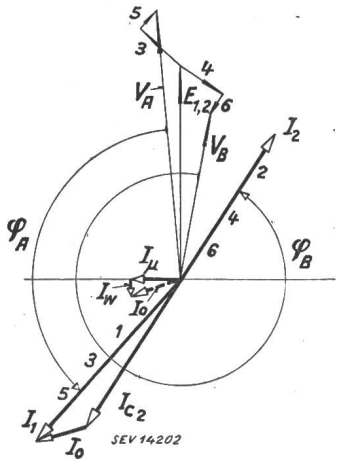


Fig. 12
Energetisch konsequent aufgebautes Diagramm des Transformators
V_A dynamische Klemmenspannung der Primärseite;
V_B dynamische Klemmenspannung der Sekundärseite.

Zur Klemmenspannung V_A resp. V_B (Fig. 12) der Transformatorseite *A* resp. *B* (Fig. 5) gelangt man, wenn man gemäss Gl. (43) an $E_{1,2}$ die entsprechenden Streu-EMKe *3* resp. *4*, die ihren Strömen I_1 resp. I_2 um je 90 ° nacheilen, vektoriell anfügt. Addiert man zu *3* resp. *4* noch die zu ihren Strömen in Gegenphase liegenden ohmschen Widerstands-EMKe *5* resp. *6* vektoriell, so erhält man nach Gl. (43) V_A resp. V_B als die Vektorsumme von E_1, E_3 und E_5, resp. E_2, E_4 und E_6.

Dass wir diese geometrische Summenbildung zur Konstruktion von V ohne Beachtung eines ausserhalb der Wicklungen liegenden Bezugssystemes durchführen konnten, muss als ein besonderer Vorzug unseres Verfahrens bezeichnet werden, da es den Aufbau der Vektordiagramme wesentlich erleichtert.

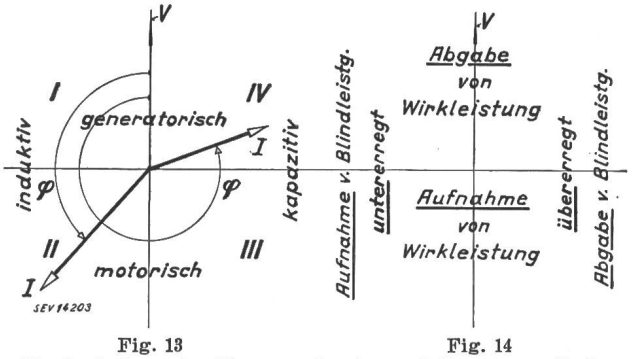


Fig. 13 Fig. 14
Die typischen vier Stromquadranten und ihre energetische Bedeutung
V dynamische Klemmenspannung; I Stromstärke; φ Phasenwinkel.

An Hand der Stromquadranten-Einteilung Fig. 13 und 14 erkennt man ohne weiteres, dass die Primärseite *A* motorisch-induktiv, die Sekundärseite *B* jedoch generatorisch-kapazitiv arbeitet. Stellt man mit Hilfe des Diagrammes Fig. 12 die Leistungsbilanz auf, so ersieht man aus ihr, dass die Primärseite soviel Wirk- und Blind-Leistung aufnimmt als der Transformator einesteils auf der Sekundärseite abgibt und andernteils in seinem Innern verliert. Die innern Wirkverluste sind die Eisen- und Kupferverluste, die innern Blindleistungsverluste die Nutzflux- und Streuflux-Blindverluste.

Prüft man das Transformator-Diagramm Fig. 12 an Hand der Stromquadranten-Einteilung Fig. 13 und 14 sowohl in bezug auf seine externe als auch auf seine interne Leistungsbilanz, so erkennt man, dass es (im Gegensatz zu den Diagrammen Fig. 6a, b, c) frei von irgendwelchen energetischen Widersprüchen ist.

b) Ein elektrisches Paradoxon

Fig. 15 stellt ein elektrisches Paradoxon dar. Es soll dazu dienen, dem Leser zu zeigen, dass die Spannung U resp. U^* keine eindeutige Grösse ist und dass sie bei der Leistungsberechnung in manchen Fällen zu unrichtigen Resultaten führt.

Ein praktisches Zahlenbeispiel möge das hier Gesagte klar veranschaulichen. In der Fig. 15 stellt A_E den Querschnitt durch einen Transformatorkern dar, dessen effektive Eisenfläche 2 340 cm² betrage.

Dieser Kern werde durch einen Wechselstrom von 800 Hz mit Hilfe einer separaten, in Fig. 15 nicht angedeuteten Erregerspule so stark erregt, dass der Scheitelwert seiner Induktion B 12 000 Gauss betrage. Es ergibt sich hieraus ein totaler Fluss von $28{,}1 \cdot 10^6$ Maxwell, der pro Windung eine Umlaufs-EMK

$$E_{ind} = 4{,}44 \cdot 800 \cdot 1 \cdot 28{,}1 \cdot 10^6 \cdot 10^{-8} = 1000 \text{ V} \quad (44)$$

induziert.

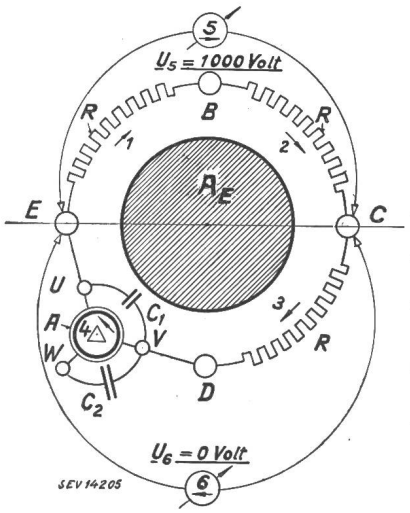


Fig. 15
Ein elektrisches Paradoxon
A_E Querschnitt eines Transformators;
B, C, D, E Anschlussklemmen;
R ohmsche Widerstände;
A Asynchrongenerator (Anschlussklemmen U, V, W);
C_1, C_2 Kondensatoren;
1...6 Bezugspfeile.

Um diesen Kern sei nun eine Kombination von drei gleichen ohmschen Widerständen R (Pos. *1*, *2* und *3* Fig. 15) zu 250 Ohm und von einer in besonderer Schaltung betriebenen Asynchronmaschine A (Pos. *4*) gelegt. Die Arbeitsweise dieser als Asynchrongenerator laufenden Maschine geht klar aus Fig. 16a und b hervor. Die drei Phasenströme *3*, *4* und *5* eilen ihren dynamischen Spannungen *3*, *4* und *5* um je 60° vor. Die Maschine arbeitet also

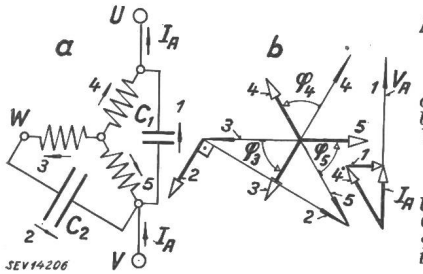


Fig. 16
Als Einphasen-Excitanz arbeitender Drehstrom-Asynchrongenerator
a) Schaltschema
b) Vektordiagramm
V_A, I_A dynamische Klemmenspannung und Nutzstrom der Excitanz;
U, V, W Klemmen;
C_1, C_2 Kondensatoren;
$\varphi_3, \varphi_4, \varphi_5$ Phasenwinkel;
1...5 Bezugspfeile.

generatorisch-induktiv im ersten Stromquadranten (Fig. 13). Bei einer verketteten Spannung V_A von 500 V, einem Strom von $\frac{4}{\sqrt{3}}$ A = 2,31 A und einem internen Leistungsfaktor $\cos\varphi = +0{,}5$ (generatorisch-induktiv), beträgt die an den drei Klemmen $U\,V\,W$ abgegebene Wirkleistung

$$P_w = 500 \text{ V} \cdot \frac{4 \text{ A}}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{3} \cdot 0{,}5 = 1000 \text{ W} \quad (45)$$

Da die Maschine 16polig ausgeführt ist, und ihre Schlüpfung s (bei stark erhöhtem Rotorwiderstand) — 5 % beträgt, so muss sie bei 800 Hz mit einer Drehzahl von 6 300/min betrieben werden.

Damit diese symmetrisch belastete Drehstrommaschine als Einphasengenerator unter $\cos\varphi = +1$ arbeitet, muss sie mit zwei Kondensatoren C_1 bzw. C_2 (Fig. 15 und 16) verbunden werden, deren Kapazitäten 0,46 bzw. 0,92 μF betragen. Die elektrischen Verhältnisse gehen klar aus Fig. 16a und b hervor. Da die Kondensatoren verlustfrei angenommen werden, so berechnet sich die abgegebene Leistung dieses Einphasengenerators zu 1 000 W, weil $I_A = 2$ A und $V_A = 500$ V beträgt (Fig. 16b).

Dieser Einphasengenerator unterscheidet sich von einem normalen Einphasengenerator dadurch, dass sein Phasenwinkel konstant, nämlich gleich Null, ist und dass bei der hier vollkommen ungesättigt angenommenen Maschine die Spannung dem Strome genau proportional ist, vorausgesetzt, dass die Drehzahl $n = 6\,300$/min und die Frequenz $f = 800$ Hz konstant gehalten werden. Einen solchen Generator nennen wir eine «Excitanz», die wir allgemein mit A (Anfachung, Acceleration) bezeichnen. (Darüber wird im Abschnitt 9 noch einiges gesagt werden.)

Die im Stromkreis Fig. 15 treibenden elektrischen Kräfte sind die induzierte EMK von 1 000 V, die der pulsierende Fluss des Eisenkerns erzeugt, und die dynamische Klemmenspannung V_A der Einphasen-Excitanz von 500 V, total also 1 500 V (wobei wir unter V_A nur die dynamische Klemmenspannung der Excitanz allein (nach Fig. 16) ohne die vom Eisenkern A_E induzierte Teil-EMK von 250 V verstehen wollen). Diese 1 500 V ergeben bei einem totalen ohmschen Widerstand von 3·250 Ohm = 750 Ohm einen Strom I_A von

$$I_A = \frac{1500 \text{ V}}{750\ \Omega} = 2 \text{ A} \quad (46)$$

Entsprechend dem ohmschen Widerstand R von 250 Ohm entsteht zwischen zwei benachbarten Klemmen $E - B$; $B - C$ und $C - D$ eine Spannung U^* von + 500 V. Da die Spannung U^*_{DE} ($= -V_A$) zur Spannung U^*_{CD} genau in Gegenphase liegt und beide 500 V betragen, ist die Spannung U^*_{CE} ($= U_6$) von C über D nach E Null, während die Spannung U^*_{EC} ($= U_5$) von E über B nach C sich zu $2 \cdot 500 = 1\,000$ V berechnet.

Das Paradoxe dieser Schaltung besteht also darin, dass zwischen den nämlichen zwei Klemmen C und E gleichzeitig zwei sehr verschiedene Spannungen, nämlich U_6 gleich Null, und U_5 gleich 1 000 V, herrschen.

Für eine Person, die auf der Seite der Klemme D steht, ist die Berührung der Klemmen C und E absolut ungefährlich, während für eine andere Person, die sich auf der Seite der Klemme B befindet, die Berührung der Klemmen C und E höchst lebensgefährlich ist.

Von besonderem Interesse in Hinsicht auf unseren neuen Spannungsbegriff V ist die Energetik des ganzen Stromkreises Fig. 15. Die von der Primärwicklung auf den Ring $B\,C\,D\,E\,B$ transformierte Leistung beträgt bei einer total induzierten EMK von 1 000 V und bei einem Strom von 2 A 2 000 W, die sich gleichmässig auf die vier Ringabschnitte mit je 500 W verteilen.

Die Excitanz A allein erzeugt 1 000 W (500 V bei 2 A generatorisch). Mit den transformierten 500 W ergibt sich also eine total erzeugte Leistung von 1 500 W im Abschnitt $D\,E$.

Jeder der drei ohmschen Widerstände verbraucht $I^2 R = 2^2 \cdot 250 = 1\,000$ W. Zieht man davon die 500 W transformierte (generatorische) Leistung ab, so bleibt für jeden der drei Widerstände ein Verbrauch von 500 W, oder für alle drei Widerstände zusammen ein totaler Verbrauch von 1 500 W. *Es wird also im Abschnitt D E des Stromkreises genau soviel elektrische Energie erzeugt als im restlichen Teil des Stromkreises E B C D verbraucht wird.*

Diese Leistungsbilanz soll nun an Hand des Begriffes der dynamischen Klemmenspannung V kontrolliert werden: Nach Gl. (21) ist

$$V = E_{ind} - U^* \qquad (47)$$

E_{ind} ist in allen vier Abschnitten gleich + 250 V, U^*_{DE} ist bei der Excitanz A gleich — 500 V und somit

$$V_4 = V_{DE} = +250 - (-500) = +750 \text{ V} \qquad (48)$$

Die Leistungsabgabe längs des Abschnittes $D\,E$ beträgt somit

$$P_{DE} = +750 \text{ V} \cdot 2 \text{ A} = +1\,500 \text{ W} \qquad (49)$$

in Uebereinstimmung mit der Berechnung.

Für jeden der übrigen drei Abschnitte ergibt sich bei einer ohmschen Spannung von:

$$U^*_R = +I\,R = +2 \text{ A} \cdot 250\,\Omega = +500 \text{ V} \qquad (50)$$

nach Gl. (47):

$$V_1 = V_2 = V_3 = V_R = +250 - 500 = -250 \text{ V} \qquad (51)$$

Die Leistungsaufnahme aller drei Widerstände beträgt somit

$$P_{3R} = -3 \cdot 250 \text{ V} \cdot 2 \text{ A} = -1\,500 \text{ W} \qquad (52)$$

also ebenfalls in Uebereinstimmung mit der Berechnung.

Ganz andere Werte erhält man an Hand des bekannten Spannungsbegriffes U:

Die erzeugte Leistung der Excitanz ergibt sich zu:

$$P_A = -500 \text{ V} \cdot 2 \text{ A} = -1\,000 \text{ W} \qquad (53)$$

Die verbrauchte Leistung aller drei Widerstände R errechnet sich zu:

$$P_{3R} = +3 \cdot 500 \text{ V} \cdot 2 \text{ A} = +3\,000 \text{ W} \qquad (54)$$

Man ersieht ohne weiteres, dass die Rechnung nicht stimmt; denn es ergibt sich ein Fehlbetrag von 2 000 W, nämlich die transformierten 2 000 W, die von der Primärseite her induziert werden.

Im Hinblick auf unser paradoxes Ergebnis ist auch die Energetik der Abschnitte $C\,D\,E$ und $E\,B\,C$ von Interesse. Nach obigem werden in der Excitanz A total 1 500 W erzeugt und im Abschnitt $C\,D$ 500 W total vernichtet, folglich im Abschnitt $C\,D\,E$ 1000 W erzeugt. Diesen erzeugten 1 000 W stehen $2 \cdot 500 =$ 1 000 W vernichtete elektrische Energie im Abschnitt $E\,B\,C$ gegenüber.

An Hand des V-Begriffes stellt sich die Leistungsbilanz folgendermassen:

Nach Gl. (48) ist $V_4 = V_{DE} = +750$ V und nach Gl. (51) $V_3 = V_{CD} = V_R = -250$ V. Die dynamische Klemmenspannung $V_{CDE} = V_6$ errechnet sich demnach zu:

$$V_{CDE} = V_6 = 750 - 250 = +500 \text{ V} \qquad (55)$$

und die erzeugte Leistung beträgt somit:

$$P_{CDE} = +500 \text{ V} \cdot 2 \text{ A} = +1\,000 \text{ W} \qquad (56)$$

Die Spannung $V_{EBC} = V_5$ ist: $2 \cdot (-250 \text{ V}) =$ — 500 V, und daraus ergibt sich im Abschnitt $E\,B\,C$ ein Verlust von:

$$P_{EBC} = -500 \text{ V} \cdot 2 \text{ A} = -1\,000 \text{ W} \qquad (57)$$

in voller Uebereinstimmung mit unserer physikalischen Ueberlegung.

An Hand des U- resp. U^*-Spannungsbegriffes kommen wir zu dem folgenden völlig unrichtigen Resultat:

Da die Spannung $U^*_{CDB} = U^*_6 = 0$ V beträgt, würde im Abschnitt $C\,D\,E$ überhaupt keine Leistung erzeugt, während im Abschnitt $E\,B\,C$ (gemäss unserem errechneten Spannungswert U_5 von 1 000 V) ein Energieverbrauch von:

$$P_{EBC} = 1\,000 \text{ V} \cdot 2 \text{ A} = 2\,000 \text{ W} \qquad (58)$$

stattfinden sollte.

Auch dieses an Hand des U-Begriffes berechnete Resultat steht sowohl mit dem Energieprinzip, als auch mit der durchgeführten physikalischen Ueberlegung im Widerspruch.

Damit haben wir gezeigt, dass die dynamische Klemmenspannung V bei der Berechnung von Leistungsbilanzen auch in komplizierten Fällen richtige Ergebnisse liefert, während dies bei Anwendung der Spannung U durchaus nicht immer zutrifft.

Von besonderem Interesse ist die Energetik solcher Stromkreise, in welchen elektromotorische Kräfte durch Bewegen von Leitern in magnetischen Feldern induziert werden. Diese Fragen werden wir im nächsten Abschnitt abklären.

8. Die induzierte elektromotorische Kraft E_{ind} in bewegten Leitern und ihre energetische Bedeutung (Poyntingscher Vektor)

Zu den umstrittenen Fragen der Elektrotechnik gehört die Deutung jener Vorgänge, die sich abspielen, wenn Leiter in magnetischen Feldern bewegt werden. Als ein Beispiel dieser Art denken wir uns in Fig. 17 zwei Sammelschienen S_1 und S_2, zwischen welchen sich ein homogenes magnetisches Feld von der Induktion B befinde, dessen Kraftlinien senkrecht zur Papierebene von vorn nach hinten verlaufen. Zwischen diese Sammelschienen ist rechts ein ohmscher Widerstand R geschaltet, während der Stromkreis durch einen auf den Sammelschienen S_1 und S_2 gleitenden Stab St geschlossen wird. Wenn der Stab St mit konstanter Geschwindigkeit v (cm/s) von links nach rechts bewegt wird, so fliesst erfah-

rungsgemäss im Stromkreis ein konstanter Strom I im Sinne des Uhrzeigers (Fig. 17). Die Bewegung des Stabes St im magnetischen Felde erfordert den Aufwand einer Kraft F, die sich nach der folgenden Formel zu

$$F = IB\ h\ 10^{-1}\ \text{Dyn} \qquad (59)$$

berechnet, wobei I in A, B in Gauss und der Abstand h der beiden Sammelschienen S_1 und S_2 in

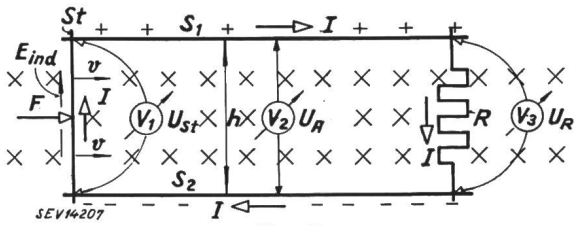


Fig. 17

Erzeugung eines elektrischen Stromes durch Bewegen eines Leiters im magnetischen Felde

S_1, S_2 Sammelschienen im Abstand h; R ohmscher Widerstand; St Stab, der die beiden Sammelschienen überbrückt; F Kraft; v Geschwindigkeit; I Strom; $V_1 \ldots V_3$ Voltmeter; E_{ind} induzierte EMK; U_{st}, U_A, U_R Spannungen.

cm gemessen wird (Fig. 17). Nehmen wir die Bewegung von St auf S_1 und S_2 reibungslos und den Stromkreis ausser in R widerstandslos an, so muss nach dem Energieprinzip die im Widerstand R *erzeugte* Wärmeleistung gleich der beim Bewegen von St *verbrauchten* mechanischen Leistung sein, wobei die Elektrizität die Rolle eines Energieübertragers spielt. Es muss daher unter Beachtung der Beziehung, dass 1 W = 10^7 Erg/s, die Gleichung gelten:

$$F\,v \cdot 10^{-7} = I^2 R \qquad (60)$$

oder unter Beachtung der Gl. (10) und (59)

$$U_R = B\ h\ v \cdot 10^{-8}\ \text{V} \qquad (61)$$

sein. Es tritt also am Widerstand R eine Spannung U_R auf, die am Voltmeter V_3 gemessen werden kann. Diese Spannung wächst proportional der Geschwindigkeit v, mit welcher der Stab St im magnetischen Felde B bewegt wird.

Für die physikalische «Erklärung» dieser Spannung U_R bestehen zwei verschiedene Theorien:

1. Die Theorie des Kraftlinienschnitts

Man erklärt diese Spannung U_R dadurch hervorgerufen, dass im Stab St beim «Schneiden» der Kraftlinien B eine EMK E_{ind} (Fig. 17) erzeugt werde, die um so grösser sei, je grösser die Zahl der pro Zeiteinheit «geschnittenen» Kraftlinien sei. Indem diese EMK E_{ind} den Strom I durch R treibt, entsteht durch elektrische Stauung die Spannung U_R. Für diese Theorie spricht der Umstand, dass ausser der Bewegung des Stabes St im ganzen übrigen Stromkreise eigentlich nichts geschieht, folglich im Stabe St die Ursache des Stromflusses zu suchen ist. Auch ist nach dem Prinzip der Kontinuität des Energieflusses die Entstehung der elektrischen Energie an dem Orte zu suchen, an welchem die mechanische Energie verschwindet, also im Stabe St.

Gegen die Theorie von der durch Kraftlinien-«Schnitt» induzierten EMK E_{ind} wird von ihren Gegnern (anscheinend mit Recht) auf die Tatsache hingewiesen, dass im widerstandslos gedachten Stabe St kein elektrisches Feld besteht, folglich auch keine induzierte EMK E_{ind} auftreten könne; denn diese EMK müsste ja das Linienintegral einer Feldstärke sein.

2. Die Theorie des magnetischen Schwundes

Diese, besonders von *Emde* verfochtene, Theorie führt das Auftreten der Spannung U_R und damit des Stromes I auf die Tatsache zurück, dass beim Bewegen des Stabes St nach rechts die Grösse des umschlungenen magnetischen Flusses abnimmt, daher der Name magnetischer Schwund. Für diese Theorie spricht vor allem der Umstand, dass sie alle Induktionswirkungen auf ein gemeinsames Gesetz zurückführt. Gegen diese Theorie werden vor allem zwei Argumente ins Feld geführt:

1. Sie erklärt in keiner Weise, wie die Spannung U_R am ohmschen Widerstand durch Bewegen des Stabes St auf Grund der heute allgemein geltenden Nahewirkungstheorie zustande kommt.

2. Sie lässt uns vollkommen im Stich, wenn der Stromkreis offen ist, d. h. wenn nur der Stab allein im magnetischen Felde bewegt wird, und der elektrische Rückschluss fehlt.

Diese Fragen lösen sich in einfacher Weise, wenn wir uns die physikalischen Vorgänge auf die folgende Art klar machen:

Beim Bewegen des Stabes St tritt in der Tat zwischen den Enden des Widerstandes R eine Spannung U_R auf, d. h. die obere Sammelschiene S_1 lädt sich positiv, die untere negativ. Ein Beobachter A, der relativ zu R ruht, misst an allen Stellen, also auch an jenen Punkten, wo der Stab St auf S_1 und S_2 aufliegt, mittels seines relativ zu R ruhenden Voltmeters V_2 dieselbe Spannung $U_A = U_R$. Es besteht deshalb auch im Stabe St ein elektrostatisches Feld $\mathfrak{K}_c$, welches zu der sofortigen Entladung der Sammelschienen S_1, S_2 führen würde, *wenn nicht ein ebenso grosses aber entgegengerichtetes induziertes elektrisches Feld $\mathfrak{K}_i$ im Stabe St auftreten würde, welches dem ersten vollkommen Gleichgewicht hält und die resultierende Feldstärke zu Null macht.* Die Tatsache, dass durch den vollkommen widerstandslosen Stab St die Sammelschienen nicht entladen werden, ist ein *unumstösslicher Beweis für die Existenz einer im Stabinnern auftretenden induzierten EMK E_{ind}.*

Ein zweiter Beobachter B, der sich auf dem bewegten Stabe St befindet, misst mit seinem mitbewegten Voltmeter V_1 keine Spannung, weil die Stabspannung verschwindet, da dessen resultierende Feldstärke $\mathfrak{K}_c - \mathfrak{K}_i$ gleich Null ist, oder (vom Standpunkt des Beobachters A aus betrachtet), weil die im Stabe und im Voltmeter induzierten EMKe sich Gleichgewicht halten, und so kein Strom durchs Voltmeter fliesst.

Besonders interessant wird unsere Betrachtung, wenn wir sie in Verbindung bringen mit dem *Poyntingschen Vektor*. Um recht klar zu sein, wählen wir ein Zahlenbeispiel:

In Fig. 18 sei ein ähnlicher Stromkreis wie in Fig. 17 perspektivisch dargestellt. Der Stab St (der zur verschiebbaren Platte P geworden ist) und die Sammelschienen S_1 (P_1) und S_2 (P_2) besitzen eine Breite b von 8 cm. Der Abstand der beiden Platten P_1 und P_2 betrage $h = 12$ cm. Die Gleitplatte P bewege sich relativ zum Beobachter A mit einer Geschwindigkeit v von 2 500 cm/s im magnetischen Felde, dessen Induktion $B = 20\,000$ Gauss betrage.

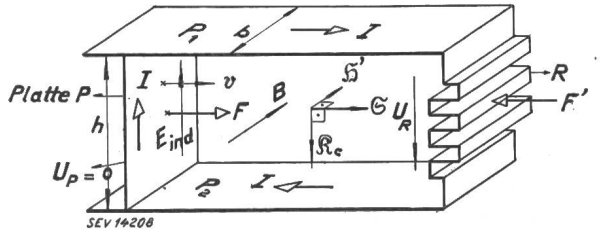


Fig. 18
Aehnliche Anordnung wie in Fig. 17, jedoch in dreidimensionaler Darstellung

P_1, P_2 Sammelschienen in Plattenform (Breite b, Abstand h); P verschiebbare Platte; B magnetisches Feld; $\mathfrak{H}'$ vom Strom I erzeugte magnetische Feldstärke; $\mathfrak{K}_c$ elektrische Feldstärke; $\mathfrak{S}$ Poyntingscher Vektor; (weitere Bezeichnungen siehe Legende Fig. 17).

Den ohmschen Widerstand des Widerstandbandes R (Fig. 18 rechts) nehmen wir zu 0,06 Ohm an. Da aus Gründen des elektrischen Gleichgewichts die Spannung U_R gleich der induzierten EMK E_{ind} sein muss, gilt nach Gl. (61) die Gleichung:

$$E_{ind} = B\,h\,v \cdot 10^{-8} = 20\,000 \cdot 12 \cdot 2\,500 \cdot 10^{-8} = 6 \text{ V} \tag{62}$$

Der Strom I berechnet sich zu:

$$I = \frac{E_{ind}}{R} = \frac{6}{0{,}06} = 100 \text{ A} \tag{63}$$

Um die Rechnung einfach zu gestalten, denken wir uns unser Plattensystem umgeben von einem Medium mit der magnetischen Leitfähigkeit $\mu = \infty$, während im Raume, der von der Platte P bestrichen wird, $\mu = 1$ sei. Dann gilt für die magnetische Feldstärke $\mathfrak{H}'$ (Fig. 18), die von I erzeugt wird und die für die Berechnung des in unserem Falle massgebenden Poyntingschen Vektors allein in Frage kommt (weil alle übrigen magnetischen Feldstärken nur zu Energiewirbeln führen), der Ausdruck:

$$H' = \frac{4\,\pi\,I}{10\,b} = \frac{4\,\pi \cdot 100}{10 \cdot 8} = 15{,}7 \text{ Gauss} \tag{64}$$

Die elektrische Feldstärke $\mathfrak{K}_c$ zwischen den Platten P_1 und P_2 errechnet sich zu

$$K_c = \frac{U_R}{h} = \frac{6}{12} = 0{,}5 \text{ V/cm} \tag{65}$$

Für den Poyntingschen Vektor $\mathfrak{S}$, d. h. für die Dichte des im Raume zwischen den Platten P_1 und P_2 fliessenden Energiestromes gilt der Ausdruck

$$S = \frac{10\,K_c\,H'}{4\,\pi} = \frac{10 \cdot 0{,}5 \cdot 15{,}7}{4\,\pi} = 6{,}25 \text{ W/cm}^2 \tag{66}$$

Der totale Energiestrom pro Sekunde beträgt somit:

$$S\,b\,h = 6{,}25 \cdot 8 \cdot 12 = 600 \text{ W} \tag{67}$$

Nun finden wir, dass beim Verschieben der Platte P eine mechanische Leistung verschwindet von

$$P_m = F\,v \cdot 10^{-7} \text{ W} \tag{68}$$

Nach Gl. (59) ist:

$$F = I\,B\,h \cdot 10^{-1} = \\ = 100 \cdot 20\,000 \cdot 12 \cdot 10^{-1} = 2{,}4 \cdot 10^6 \text{ Dyn} \tag{69}$$

oder nach Gl. (68)

$$P_m = 2{,}4 \cdot 10^6 \cdot 2\,500 \cdot 10^{-7} = 600 \text{ W} \tag{70}$$

Da der Poyntingsche Vektor von der Platte P nach dem Widerstand R gerichtet ist (Fig. 18), so muss in der Platte P elektrische Energie erzeugt werden, die durch den Raum in den Widerstand R strömt, um sich dort in Wärme zu verwandeln. Dies ist auch in Uebereinstimmung mit dem Gesetz von der Kontinuität der Energieströmung.

Berechnen wir die in P erzeugte Leistung P_P an Hand des U-Begriffes, so erhält man

$$P_P = U_P\,I = 0 \text{ V} \cdot 100 \text{ A} = \underline{0 \text{ W}} \tag{71}$$

also ein völlig unrichtiges Resultat .

Anders wird das Ergebnis an Hand des V-Begriffes. Es ist:

$$V_P = E_{ind} - U^* = 6 \text{ V} - 0 \text{ V} = +6 \text{ V} \tag{72}$$

oder

$$P_P = V_P\,I = +6 \text{ V} \cdot 100 \text{ A} = +600 \text{ W} \tag{73}$$

Dieses Resultat stimmt mit den obigen Werten genau überein.

Für die in R verbrauchte elektrische Leistung P_R ergibt sich, da

$$V_R = E_{ind\,R} - U_R = 0 - 6 \text{ V} = -6 \text{ V} \tag{74}$$

$$P_R = V_R\,I_R = -6 \text{ V} \cdot 100 \text{ A} = -600 \text{ W} \tag{75}$$

Auch dieses Resultat deckt sich vollkommen mit den physikalischen Tatsachen.

Vom Standpunkt der Relativität aus interessiert uns die Frage:

Wie erscheint dem Beobachter B, der sich auf der Platte P befindet, und der (allgemein gesprochen) dieselbe Geschwindigkeit wie P hat, der Induktionsvorgang?

Da die Platte P gegenüber B keine Geschwindigkeit v besitzt, leistet die Kraft F keine Arbeit. Mechanische Arbeit wird aber durch die Reaktionskraft F' ($= -F$) an R geleistet (Fig. 18), weil sich der Widerstand R (der sich ja auch noch im magnetischen Feld befindet), relativ zum Beobachter B bewegt. Die elektrische Energie wird also dort erzeugt, wo sie auch verschwindet, d. h. sich in Wärme umwandelt, folglich kann es für den Beobachter B keinen Poyntingschen Vektor geben.

Wir wollen dieses Resultat von der elektrischen Seite aus kontrollieren: Da der Beobachter B an seinem Voltmeter V_1 keine Spannung misst, so erscheinen ihm die Platten P_1 und P_2 vollkommen ungeladen. Folglich kann es für ihn in der Platte P

keine statische Feldstärke $\mathfrak{K}_c$ und da $\mathfrak{K}_{res} = 0$ ist, auch keine induzierte Feldstärke $\mathfrak{K}_i$ geben. Für V_p erhalten wir den Ausdruck:

$$V_P = E_{ind} - U^* = 0\,\mathrm{V} - 0\,\mathrm{V} = 0\,\mathrm{V} \qquad (76)$$

und die von der Platte P geleistete elektrische Arbeit ist gleich Null. Da die Spannung zwischen P_1 und P_2 gleich Null ist, wird $\mathfrak{K}_c = 0$, und somit verschwindet für den Beobachter B nach Gl. (66) der Poyntingsche Vektor in Uebereinstimmung mit unserem Ergebnis.

Da im Stromkreis ein Strom $I = 100$ A fliesst, muss die treibende elektrische Kraft im (von B aus gesehen) bewegten Widerstand R liegen, was sich B nur dadurch «erklären» kann, dass in R eine EMK E_{ind} wirksam ist, weil sonst im kurzgeschlossenen Widerstand R kein Strom fliessen könnte. Da in R genau soviel Energie erzeugt wie verbraucht wird, muss die totale Leistung $P_R =$ Null sein. Nun ist aber $U_R^* = +6$ V, und somit ergibt die sich auf U stützende Leistungsberechnung für P_R den Wert $P_R = 600$ W.

Auf Grund des U-Begriffes erhalten wir also wiederum ein unrichtiges Resultat. Dagegen ist

$$V_R = E_{ind\,R} - U_{\approx} = 6\,\mathrm{V} - 6\,\mathrm{V} = 0\,\mathrm{V} \text{ und } P_R = 0 \qquad (77)$$

in Uebereinstimmung mit unserer energetischen Ueberlegung.

Unsere energetische Untersuchung hat eine Reihe von interessanten *Resultaten* hervorgebracht:

1. Für zwei Beobachter (A und B), die nicht dieselbe Geschwindigkeit besitzen, spielt sich der Induktionsvorgang nicht gleich ab. Hat der eine Beobachter A die Geschwindigkeit des Widerstandes R, so kann er sich den Induktionsvorgang nur so «erklären», dass allein in der Platte P eine EMK E_{ind} induziert werde, hat aber der andere Beobachter B die Geschwindigkeit der Platte P, so kann sich dieser den Induktionsvorgang nur so «erklären», dass allein im Widerstand R eine EMK E_{ind} induziert werde. Die induzierte *EMK* der Bewegung tritt somit seltsamerweise nie in Leitern auf, welche relativ zum Beobachter ruhen [2]). Hat aber allgemein der Beobachter eine beliebige Geschwindigkeit, so treten sowohl in der Platte P als auch im Widerstand R induzierte EMKe auf; ihre Resultante in bezug auf den Stromkreis bleibt aber immer konstant.

2. Die induzierte EMK E_{ind} ist wie die mechanische Energie der Bewegung und der Poyntingsche Vektor eine relativistische Grösse, d. h. ihre Grösse ist von der Geschwindigkeit des Beobachters abhängig.

3. Da die gewöhnliche Spannung U und U^* nicht relativistisch ist, so muss sie bei der Leistungsberechnung in all denjenigen Fällen versagen, wo im Leiter induzierte elektromotorische Kräfte der Bewegung auftreten.

[2]) Diesen Satz mögen sich diejenigen Erfinder merken, die versuchen, eine *Homopolarmaschine* zu konstruieren, bei der Gleichstrom in ruhenden Leitern durch bewegte magnetische Pole erzeugt werden soll (Hochspannungs-Gleichstrommaschine ohne Kollektor).

4. Die dynamische Klemmenspannung V enthält die induzierte EMK; sie ist daher ebenfalls eine relativistische Grösse. Da sie die Forderungen der relativistischen Energetik erfüllt, so führt allgemein (wie durch die Beispiele im einzelnen bestätigt wurde) jede Leistungsberechnung, die mit ihrer Hilfe vorgenommen wird, zu richtigen Resultaten: Wollen wir daher Vektor-Diagramme zeichnen, mit deren Hilfe die Leistungsbilanzen von Wechselstromsystemen aufgestellt werden sollen, so ist es ungleich zweckmässiger, statt mit der Spannung U mit der dynamischen Klemmenspannung V zu arbeiten.

9. Die verallgemeinerte Gleichung der stationären Wechselströme in Anwendung der dynamischen Klemmenspannung V

Sowohl den Theoretiker, als auch den praktischen Berechner wird es interessieren, welche Form die Gleichung des stationären Wechselstromes annimmt, wenn wir den neuen Spannungsbegriff der dynamischen Klemmenspannung V einführen. Dabei wollen wir auch jene interessante Grösse berücksichtigen, die wir im Abschnitt 7 kennengelernt und mit «Excitanz A» bezeichnet haben. Ohne das Vorhandensein der Excitanz ist die Entstehung der selbsterregten Ströme unmöglich. Unter der *Excitanz* verstehen wir:

«Eine elektrische Energiequelle, die mit $\cos\varphi = +1$ arbeitet, und bei welcher der der Spannung proportionale Strom I_A genau in Phase mit seiner dynamischen Klemmenspannung V_A liegt (Fig. 19 und 20)», oder noch allgemeiner:

«Ein elektrisches System, bei welchem der Momentanwert i_A des Stromes dem Momentanwert der dynamischen Klemmenspannung v_A proportional ist und das gleiche Vorzeichen hat, wie diese.» Es gilt somit die Gleichung

$$\underline{V_A = +I_A A} \qquad (78)$$

Bei einem ohmschen Widerstand gilt die Gl. (11)

$$U_R^* = -E_R \qquad (79)$$

und da nach Gl. (21)

$$V = E_{ind} - U^* \qquad (80)$$

ergibt sich bei einem ohmschen Widerstand, in welchem nichts induziert wird, nach Gl. (10), (78) und (79) für V_R

$$\underline{V_R} = +E_R = \underline{-I_R R} \qquad (81)$$

Die dynamische Klemmenspannung V_c eines «reinen», d. h. verlustfreien Kondensators, in dessen Dielektrikum möglicherweise, nicht aber in seinen Zuleitungen, etwas induziert wird, berechnet sich nach Gl. (12), (13) und (21) zu

$$V_c = E_{ind} - \left(\frac{Q}{C} + E_{ind}\right) = -\frac{Q}{C} = +E_c \qquad (82)$$

Für einen sinusförmigen Wechselstrom ist in symbolischer Form:

$$V_c = +jI_c \frac{1}{\omega C} \tag{83}$$

Die dynamische Klemmenspannung V_L einer «reinen», d. h. verlustfreien Drosselspule berechnet sich nach Gl. (19) und (21) zu

$$V_L = E_{ind} - 0 = -\frac{d\psi}{dt} \tag{84}$$

Ψ ist die Fluxverkettung in Volt·Sekunden, wobei

$$V_L = -\frac{d\psi}{dt} = -L\frac{di}{dt} \tag{85}$$

Für einen sinusförmigen Wechselstrom ist in symbolischer Form

$$V_L = -jI_L\omega L \tag{86}$$

Ausser den genannten Spannungen V_A, V_R, V_c und V_L kommen in Wechselstromkreisen noch die stromunabhängigen Spannungen vor, die wir mit V_0 bezeichnen, die im allgemeinen eine beliebige Lage zum Strome einnehmen können und welche die erzwungenen Schwingungen der stationären Ströme erzeugen.

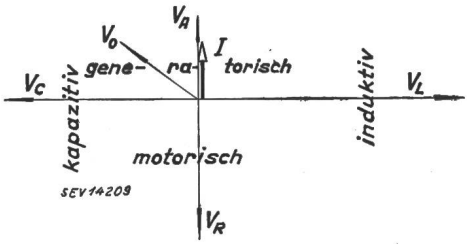


Fig. 19

Die möglichen Lagen der Spannungsvektoren des allgemeinen Wechselstromkreises in den vier Spannungsquadranten

V_A, V_c, V_R, V_L dynamische Klemmenspannungen einer Excitanz A, eines verlustfreien Kondensators C, eines ohmschen Widerstandes R und einer verlustfreien Drosselspule L; V_0 stromunabhängige Spannung; I Stromvektor.

Für den Momentanwert v_0 der stromunabhängigen Spannung V_0 gilt die Gleichung:

$$v_0 = v_{0\,max} \sin(\omega t) \tag{87}$$

wo ω die Kreisfrequenz der erzwungenen Schwingung ist.

Nach Gl. (26) ist:

$$V_0 + V_A + V_R + V_c + V_L = 0 \tag{88}$$

oder nach Gl. (78), (81), (83), (86)

$$V_0 + I\left\{A - R + j\left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)\right\} = 0 \tag{89}$$

Fig. 19 zeigt die einzelnen Spannungen der Fig. 20 in ihren relativen Phasenlagen zum Strome I und Fig. 20 das aus diesen Spannungen gebildete geschlossene Polygon.

An Hand der Fig. 20 lässt sich die folgende Gleichung der Effektivwerte der stationären Ströme ohne weiteres ableiten:

$$I = \frac{V_0}{\sqrt{(A-R)^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}} \tag{90}$$

Aus der Theorie der Wechselströme ist bekannt, dass jedes elektrische System, das die Grössen L und C enthält (wobei C auch ein dynamischer Kondensator [13] sein kann), eine Eigenschwingungsfrequenz ω_e hat, die sich berechnet zu

$$\omega_e = \frac{1}{\sqrt{CL}} \tag{91}$$

Für diese Kreisfrequenz erhält Gl. (90) die Form

$$I = \frac{V_0}{A - R} \tag{92}$$

$$\text{Für } A = 0 \text{ wird: } I = -\frac{V_0}{R} \tag{93}$$

und es tritt die bekannte Form der gewöhnlichen Resonanz ein.

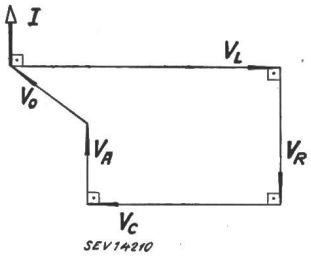


Fig. 20

Das Spannungspolygon des allgemeinen Wechselstromkreises

(Erläuterungen siehe Legende Fig. 19.)

Besonders interessant wird die Gl. (90), wenn $\omega = \omega_c$ und $A = R$ sind; dann erreicht (wenigstens theoretisch) der Strom I den Wert

$$I = \frac{V_0}{0} = \infty \text{ [3]} \tag{94}$$

Es tritt der Zustand der absoluten Resonanz ein.

Bezeichnen wir den Klammerausdruck der Gl. (89), den wir Expedanz (im erweiterten Sinne) [4] nennen, mit $\mathfrak{Z}$, so gilt:

$$\mathfrak{Z} = A - R + j\left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right) \tag{95}$$

Im Zustand der absoluten Resonanz erreicht $\mathfrak{Z}$ den Wert Null.

Es kann gezeigt werden [13], dass die Selbsterregung dann beginnt, wenn $A = R$ wird, wobei das System die Eigenschwingung ω_e hat (also A als Funktion von ω für $\omega = \omega_e$ den Wert R annimmt). Für $\omega = \omega_e$ wird in diesem Fall $\mathfrak{Z} = 0$.

Wir müssen hier mit besonderem Nachdruck darauf hinweisen, dass die Excitanz A eines elektrischen Systems keineswegs konstant, sondern häufig eine

[3]) Da die Excitanz A nur im Idealfall konstant, in Wirklichkeit aber stromabhängig ist, nimmt ihre Grösse von einem bestimmten Stromwert an stark ab, so dass I praktisch nie unendlich gross werden kann, dagegen kann bei endlichem I V_0 gleich Null sein. In diesem Falle wird die ganze, im Stromkreis verbrauchte Energie, von der Excitanz A allein geliefert.

[4]) Unter einer Expedanz im engeren Sinne verstehen wir einen Generator, dessen Spannungs-Effektivwert proportional mit dem Effektivwert des Stromes wächst und dessen Phasenwinkel zwischen Spannung und Strom konstant ist. Während bei der Excitanz der Phasenwinkel $\varphi = 0°$ beträgt, variiert er bei der Expedanz (im engeren Sinne) zwischen $-90°$ und $+90°$. Es gibt also kapazitive und induktive Expedanzen.

sehr komplizierte Funktion von ω und (falls die Excitanz eine Maschine ist) auch von deren Drehzahl n abhängig ist. Dagegen ist A oft in weiten Grenzen unabhängig vom Strom I.

Die Excitanzen spielen in der Elektrotechnik eine bedeutendere Rolle, als man gewöhnlich glaubt. So arbeiten z. B. bei der elektrischen Nutzbremsung (Rekuperation) die Einphasen-Kollektormotoren der Lokomotiven als Excitanzen. Die Erforschung der Excitanzen und der von ihnen hervorgerufenen selbsterregten Ströme hat auch auf dem Gebiete der elektrischen Nutzbremsung zu bedeutenden Verbesserungen geführt, indem es durch geeignete Schaltungen [5]) heute möglich ist, die zurückgewonnene Energie unter Wahrung einer sehr stabilen Bremscharakteristik mit sehr gutem Wirkungsgrad und hohem Leistungsfaktor ans Bahnnetz abzugeben, ohne dass dabei die so gefürchteten selbsterregten Ströme auftreten.

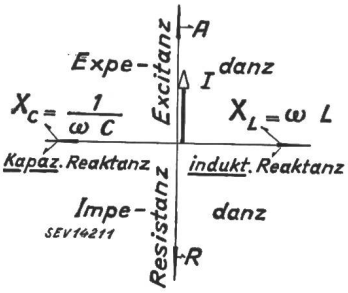


Fig. 21
Darstellung der Expedanz- und Impedanz-Quadranten

A Excitanz;
R ohmscher Widerstand;
X_C Reaktanz eines verlustfreien Kondensators C;
X_L Reaktanz einer verlustfreien Drosselspule L.

Fig. 21 stellt das der Fig. 19 entsprechende Expedanz-Diagramm dar. Der Zusammenhang zwischen den einzelnen Grössen geht daraus klar hervor. Wenn wir von Expedanz $\mathfrak{Z}$ im mathematisch-theoretischen Sinne des Wortes sprechen, so verstehen wir darunter sowohl den generatorischen, als auch den motorischen Komplex der Fig. 21. Im Sprachgebrauch der praktischen Elektrotechnik verstehen wir darunter nur den generatorischen Bereich, während wir den motorischen (wie allgemein üblich) mit Impedanz bezeichnen.

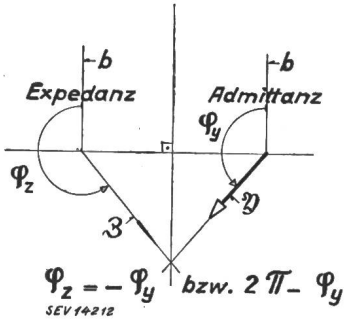


Fig. 22
Relation zwischen Expedanz und Admittanz

φ_z Phasenwinkel der Expedanz $\mathfrak{Z}$;
φ_y Phasenwinkel der Admittanz $\mathfrak{Y}$;
b Bezugsvektoren.

Fig. 22 zeigt den Zusammenhang zwischen Expedanz $\mathfrak{Z}$ und Admittanz $\mathfrak{Y}$. In komplexer Form lauten diese Grössen:

$$\mathfrak{Z} = Z\,\varepsilon^{j\varphi_z} \tag{96}$$

und

$$\mathfrak{Y} = Y\,\varepsilon^{j\varphi_y}$$

wobei die Beziehung gilt:

$$\mathfrak{Z}\,\mathfrak{Y} = 1 \tag{98}$$

woraus:

$$Z\,Y = 1 \tag{99}$$

und

$$\varphi_Z = -\varphi_Y \text{ bzw. } 2\pi - \varphi_Y. \tag{100}$$

Z und Y sind die Absolutwerte, φ_Z und φ_Y die Phasenwinkel der Expedanz $\mathfrak{Z}$ und der Admittanz $\mathfrak{Y}$. In Fig. 22 sind die Strahlen b die beiden Bezugsvektoren.

Zum Schlusse möchten wir noch besonders betonen, dass die graphische Behandlung von Wechselstromproblemen an Hand der dynamischen Klemmenspannung V viel einfacher und bequemer durchgeführt werden kann, als bei Anwendung der Spannung U. Wie leicht solche Aufgaben vom Praktiker gelöst werden können, und welchen Nutzen insbesondere der Erfinder aus diesen graphischen Methoden zieht, erkennt der Leser beim Studium der unter [8] zitierten Arbeit.

[5]) Es sei hier auf die vom Verfasser erfundene Kondensator-Nutzbrems-Schaltung (Schweizer Patent Nr. 197 465 und DRP Nr. 746 128) der Maschinenfabrik Oerlikon hingewiesen, die sich durch sehr grosse Stabilität auszeichnet.

Literatur

[1] *Brunn, Albert von:* Die Bedeutung des Bezugssinnes im Vektordiagramm. Bull. SEV. Bd. 13(1922), Nr. 9, S. 385...394, u. Nr. 10, S. 449...460.

[2] *Brunn, Albert von:* Vektordiagramm und Energiebilanz des elektrischen Stromkreises. Elektrotechn. u. Maschinenbau Bd. 52(1934), Nr. 18, S. 205...208; Nr. 19, S. 216...221, u. Nr. 20, S. 225...230.

[3] Elektrische Grössen, Spannung, Potential, EMK DIN-AEF Nr. 1323.

[4] *Bödefeld, Th.,* und *H. Sequenz:* Elektrische Maschinen. 3. ed. Wien. 1945. S. 24 ff. u. S. 49 ff.

[5] *Richter, Rudolf:* Elektrische Maschinen, Bd. 1. Berlin, 1924. S. 19 ff. u. S. 55 ff.

[6] *Richter, Rudolf:* Zur Frage der Zählpfeilrichtungen im Schaltbild für elektrische Maschinen. Elektrotechn. Z. Bd. 65(1944), Nr. 19/20, S. 181...184.

[7] *Bloch, O.:* Die Ortskurven der graphischen Wechselstromtechnik. Zürich, 1917. S. 11 ff.

[8] *Brunn, Albert von:* Graphische Methoden zur Lösung von Wechselstromproblemen. Benno Schwabe, Basel, 1938.

[9] *Richter, Rudolf:* Die Transformatoren, Bd. 3. Berlin, 1932.

[10] *Emde, Fritz:* Die Ueberbrückung des Zwischenraums beim Induktionsvorgang. Elektrotechn. u. Maschinenbau Bd. 42(1924), Nr. 5, S. 58...59.

[11] *Kneissler-Maixdorf, L.:* Zur Ermittlung induzierter elektrischer Felder. Elektrotechn. u. Maschinenbau Bd. 43 (1925), Nr. 1, S. 13...15.

[12] *Landolt, Max:* Komplexe Zahlen und Zeiger in der Wechselstromlehre. Berlin, 1936. S. 57 ff.

[13] *Brunn, Albert von:* Die Expedanz als Ursache der Selbsterregung und der allgemeinen Resonanz. Bull. SEV Bd. 26(1935), Nr. 6, S. 137...149.

Adresse des Autors:
A. von Brunn, dipl. Ing., Wachterweg 7, Zürich 6.