Zeitschrift: Bulletin de l'Association suisse des électriciens
Herausgeber: Association suisse des électriciens
Band: 38 (1947)
Heft: 1

Artikel: Strahlengruppen mit horizontaler, nebenbündelfreier Richtstrahlung
Autor: Schmidl, O.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-1056721

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 22.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Strahlergruppen mit horizontaler, nebenbündelfreier Richtstrahlung

Von *O. Schmidl*, Wiesen (GR)

621.396.677

Die konstruktive Gestaltung der Antennen für Sender mit sehr hohen Sendefrequenzen gestattet, die Energieabstrahlung mehr oder weniger auf eine gewünschte Richtung zu konzentrieren. Im vorliegenden Artikel werden die allgemeinen theoretischen Probleme behandelt und die mathematischen Beziehungen für nebenbündelfreie Richtstrahlung in der Horizontalebene aufgestellt. Die technisch realisierbaren Lösungen werden in einem besonderen Abschnitt eingehender betrachtet und durch zwei Zahlenbeispiele ergänzt.

La construction des antennes d'émission pour très hautes fréquences permet de concentrer plus ou moins dans la direction voulue l'énergie rayonnée. L'auteur expose la théorie générale et les relations mathématiques du rayonnement dirigé dans un plan horizontal, exempt de dispersion. Les solutions pratiquement réalisables sont traitées en détail et complétées par deux exemples numériques.

1. Einleitung

Die Horizontalstrahlungskennlinien aller bisher entwickelten Richtstrahler weisen ausser der erstrebten maximalen Ausstrahlung des Hauptbündels eine ganze Reihe von Nebenmaxima auf (Fig. 1), deren Beseitigung als um so dringender angesehen werden muss, je dichter sich das Netz der elektro-

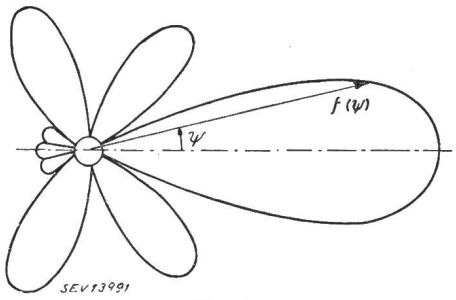

Fig. 1
Charakteristische Horizontalstrahlungskennlinie einer kreisförmig angeordneten Strahlergruppe
ψ Azimut. $f(\psi)$ Funktion der Horizontalcharakteristik

magnetischen Wellen um die Erde legt. Da alle Sende- und Empfangspunkte der Praxis auf der Erdoberfläche oder höchstens in relativ geringer Höhe über ihr liegen, werden Antennenanordnungen mit nebenbündelfreier Horizontalstrahlung das besondere Interesse erwecken. Ihre entscheidenden Vorteile gegenüber den bisher bekannten horizontalen Richtstrahlern liegen in der *Geheimhaltung* des ausgesandten Zeichens für alle Punkte ausserhalb des Ausstrahlwinkels. Dadurch ist weiter die Möglichkeit gegeben, auf ein und derselben Trägerwelle des Senders nach beliebig gelegenen Empfangspunkten *gleichzeitig verschiedene* Zeichen zu senden. Ebenso können von mehreren Sendern S_1, S_2, S_3,... nach den Empfangsstationen E_1, E_2, E_3,... auf *ein und derselben Trägerwelle gleichzeitig ver-*

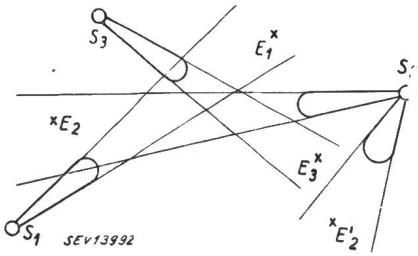

Fig. 2
Anwendungen nebenbündelfreier Richtstrahler
S Sender
E Empfänger

schiedene Zeichen übertragen werden (Fig. 2). Es liegt in der Folge nahe, dass solche nebenbündelfreie Strahlungen für Zwecke der *Peilung*, der *Richtungsanzeige*, *Fernsteuerung* usw. vorteilhafte Anwendung finden werden.

In dieser Arbeit werden nur solche Strahlergruppen behandelt, die der für die Praxis hinreichenden Voraussetzung einer ebenen, vollkommen leitenden Erde genügen. Bekanntlich macht sich ihr Einfluss in der Weise geltend, dass von Strahlern beliebiger räumlicher Richtung nur deren Vertikalkomponenten eine Horizontalstrahlung aufweisen, also kommen von vorneherein nur *Vertikalstrahlergruppen* in Frage.

Wenn eine Anordnung von V-Vertikalstrahlern vorliegt und jeder Einzelstrahler für sich die gleiche Strahlungsverteilung aufweist, dann wird ihre Horizontalstrahlungskennlinie durch die Gruppencharakteristik

$$G_v(\psi) = \sum_{\nu=1}^{V} p_\nu \, e^{-j[\delta_\nu - x_\nu \cos(\psi - \psi_\nu)]} \qquad (1)$$

eindeutig beschrieben [1]).

Darin bezeichnen p_ν und δ_ν die Stromamplitude und die Stromphase des νten Strahlers, bezogen auf die Amplitude bzw. Phase eines beliebigen, fiktiv angenommenen Strahlers mit der Stromstärke I_0:

$$\frac{I_\nu}{I_0} = p_\nu \, e^{-\delta_\nu}$$

r_ν und ψ_ν sind die Lagekoordinaten (Radius und Azimut) des νten Strahlers, und x_ν ist eine Abkürzung für $r_\nu 2\pi/\lambda$, wo λ die Wellenlänge der ausgestrahlten Schwingung bedeutet.

In dieser Arbeit werden Antennenanordnungen, die aus solchen Vertikalstrahlern aufgebaut sind, rechnerisch bestimmt. Es wird von der Voraussetzung einer nebenbündelfreien Richtcharakteristik, die durch Superposition der einzelnen Strahlungsverteilungen entsteht, ausgegangen. Die Gruppencharakteristik entsprechend Gl. (1) wird durch Vergleich der Koeffizienten der Fourierentwicklung der Strahlungsverteilungen der Einzelstrahler mit den Koeffizienten der vorausgesetzten Richtcharakteristik in Uebereinstimmung gebracht.

Es wird sich zeigen, dass von den prinzipiell möglichen Anordnungen, die der gestellten Bedingung entsprechen, für die *Praxis* nur jene in Frage kommen, die mit einem *Minimum von Strahlern* aufgebaut sind und welche gleichzeitig einen *optimalen Wirkungsgrad* aufweisen. Dies trifft nur dann zu, wenn die vorgegebene Horizontalcharakteristik der Funktion

[1]) vgl.: *Brückmann, H.:* Antennen, ihre Theorie und Technik. Leipzig, 1939.

$$f(\psi) = (1-\psi^2)^{p-\frac{1}{2}} \tag{2}$$

genügt, wo ψ das Azimut und p ein Zahlenwert $\geqq \frac{1}{2}$ ist. Ausserdem müssen die einzelnen Strahler innerhalb der äusseren Begrenzungslinie der ineinander geschachtelten Kreissektoren liegen, die durch die Radien

$$r_n = \frac{\lambda}{2\pi}\left(n + 0{,}8\sqrt[3]{n}\right) \tag{3}$$

und die Winkel

$$\left.\begin{aligned} \frac{2k-1}{2k}\frac{\pi}{2} < \psi_n < \pi - \frac{2k-1}{2k}\frac{\pi}{2} \\ \pi + \frac{2k-1}{2k}\frac{\pi}{2} < \psi_n < 2\pi - \frac{2k-1}{2k}\frac{\pi}{2} \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

gegeben sind (Fig. 3). Für diese Beziehungen bedeuten $n = 1, 2 \ldots N$ und $k = 0, 1, 2 \ldots$, wo der innere und der äussere Radius eines Sektors mit dem Oeffnungswinkel ψ_n durch Einsetzen der Grössen $n = 2k$

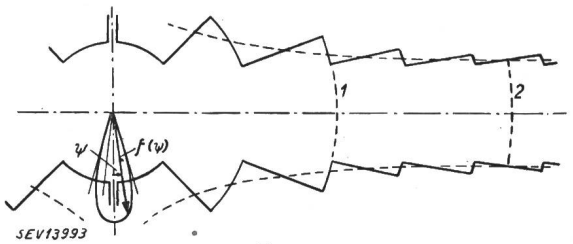

Fig. 3
Bereich für Strahleranordnungen optimalen Wirkungsgrades
1 Grenzkreis für $n = N = 5$ *2* Grenzkreis für $n = N = 10$

und $n = 2k + 1$ gefunden werden. Der Zahlenwert N stimmt im allgemeinen mit der Zahl der Einzelstrahler überein und resultiert aus der festgelegten Bündelungsschärfe (je stärker die Bündelung, um so grösser wird N) und aus einer beliebig klein wählbaren Fehlertoleranz (je kleiner die zugelassene Toleranz der gesuchten Feldverteilung vom Sollwert ist, um so grösser wird N).

2. Ableitung der allgemeinen Lösungsgleichungen

In Strahlergruppen mit maximaler Ausstrahlung in Richtung $\psi = 0$ ist aus symmetrischen Gründen jedem Einzelstrahler ν_1, charakterisiert durch die geometrisch und elektrisch messbaren Werte x_ν, ψ_ν, p_ν, δ_ν, ein weiterer Strahler ν_2 mit den Grössen x_ν, $-\psi_\nu$, p_ν, δ_ν zugeordnet. Sie bilden zusammen je ein *Strahlerpaar*. Für eine solche Anordnung folgt aus Gl. (1) nach Fourier:

$$\begin{aligned} G_\nu(\psi) = & \sum_{\nu=1}^{V/2} 2\, p_\nu J_0(x_\nu)\left[\cos\delta_\nu - j\sin\delta_\nu\right] + \\ & + \sum_{\nu=1}^{V/2}\sum_{n=1}^{\infty} 4\, p_\nu J_n(x_\nu)\cos n\,\psi_\nu \cdot \\ & \cdot \cos n\,\psi\left[\cos\left(\delta_\nu - \frac{n\pi}{2}\right) - j\sin\left(\delta_\nu - \frac{n\pi}{2}\right)\right] \end{aligned} \tag{5}$$

$J_n(x_\nu)$ ist die Besselfunktion $n$ter Ordnung mit dem Argument x_ν. Ueber die Grössen x_ν, ψ_ν, p_ν, δ_ν mit $\nu = 1, 2, 3, \ldots V/2$ kann noch frei verfügt werden.

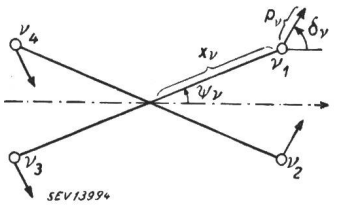

Fig. 4
Der νte Strahlervierling
x_ν, ψ_ν Lagekoordinaten
p_ν Stromamplitude
δ_ν Stromphase
$\nu_{1\ldots4}$ Einzelstrahler

Eine Strahlergruppe baut sich aus *Strahlervierlingen* (Fig. 4) auf, wenn jedem Strahlerpaar

$$\nu_1(x_\nu, \psi_\nu, p_\nu, \delta_\nu), \qquad \nu_2(x_\nu, -\psi, p_\nu, \delta_\nu)$$

ein weiteres

$$\nu_3(x_\nu, \pi + \psi_\nu, p_\nu, -\delta_\nu), \quad \nu_4(x_\nu, \pi - \psi_\nu, p_\nu, -\delta_\nu)$$

zugeordnet ist, wo die Entartungen $\psi_\nu = 0$ oder $\frac{\pi}{2}$ (Reduktion zu einem Strahlerpaar) und $x_\nu = 0$ (Reduktion zu einem Einzelstrahler im Koordinatenursprung) mit eingeschlossen sind. Für eine solche Anordnung folgt aus Gl. (1) nach Fourier:

$$\begin{aligned} G_\nu(\psi) = & \sum_{\nu=1}^{V/4} 4\, p_\nu J_0(x_\nu)\cos\delta_\nu + \\ & + \sum_{\nu=1}^{V/4}\sum_{n=1}^{\infty} 8\, p_\nu J_n(x_\nu)\cos n\,\psi_\nu \cdot \cos n\,\psi \cdot \\ & \cdot \cos\left(\delta_\nu - \frac{n\pi}{2}\right) \end{aligned} \tag{6}$$

In diesem Falle kann über die Grössen x_ν, ψ_ν, p_ν, δ_ν mit $\nu = 1, 2, \ldots V/4$ noch frei verfügt werden.

Wenn eine gerade komplexe Funktion eine Fouriersche Reihenentwicklung

$$\begin{aligned} f(\psi) + j\,g(\psi) = & \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\psi \\ & + j\left(\frac{b_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cos n\psi\right) \end{aligned} \tag{7}$$

zulässt, so dass die Koeffizienten a_n und b_n mit wachsendem Index n möglichst rasch gegen Null streben und daher die ersten Glieder $n = 1, 2, \ldots N$ den Verlauf der Funktion entscheidend bestimmen, dann resultiert aus dem Koeffizientenvergleich der Gl. (5) mit Gl. (7) ein Gleichungssystem mit $2N$ Gleichungen. Zu seiner Lösung sind $2N$ Unbekannte, in der Folge im allgemeinen $2N/4$ Strahlerpaare, d. h. N Einzelstrahler erforderlich, da jedes Strahlerpaar 4 frei verfügbare Grössen x_ν, ψ_ν, p_ν, δ_ν hat. Die Kennlinie dieser Anordnung muss dann mit der Funktion (7) näherungsweise übereinstimmen:

$$G_\nu(\psi) \approx f(\psi) + j\,g(\psi) \tag{8}$$

Nun stimmt Gl. (6) mit dem zweifachen Betrag des Realteiles der Entwicklung (5) genau überein. Wenn daher in Gl. (7) $j\,g(\psi) = 0$ gewählt wird,

dann sind zur Auflösung von nur noch N Gleichungen die N Variablen von $N/4$ Strahlervierlingen erforderlich; das entspricht wie vorhin einer Anordnung von ebenfalls nur N Einzelstrahlern.

Wenn nun unter allen möglichen Lösungen jene einfachsten gesucht werden, die auf ein Minimum von Strahlerpaaren führen, dann befindet sich darunter sicher auch eine Anordnung, in der sich die Strahlerpaare zu Strahlervierlingen ergänzen. Eine solche Anordnung ist, abgesehen vom Vorzeichen der Phasenverschiebung, symmetrisch auch in bezug auf die Senkrechte zur maximalen Ausstrahlung, was allein schon aus technischen Gründen (zentralsymmetrische Speisung) wünschenswert ist. Diesen Lösungen werden wir unser Augenmerk besonders zuwenden, weil auch mathematische Gründe dafür sprechen, dass sich jede aus der Praxis geforderte Richtcharakteristik durch eine reelle Funktion mindestens ebenso leicht beschreiben lässt, wie durch den Absolutwert einer komplexen Funktion.

So sollen die im folgenden entwickelten Richtstrahlantennen eine Horizontalcharakteristik ergeben, die ausserhalb des Ausstrahlwinkels $2\psi_A$ verschwindet. Diese Eigenschaft erfüllen z. B. die Funktionen

$$f(\psi) = \cos^m(\mu\psi) \quad \text{und} \quad g(\psi) = \cos^n(\mu\psi)$$
$$\text{mit } m \text{ und } n = 0, 1, 2, \ldots$$

für den Bereich $-\psi_A = -\dfrac{\pi}{2\mu} < \psi < +\dfrac{\pi}{2\mu} = \psi_A$.

Die erwünschte Strahlungsverteilung kann aber auch in der Form nach Gl. (2) vorgeschrieben werden (Fig. 5), wo der Zahlwert p das Mass für die

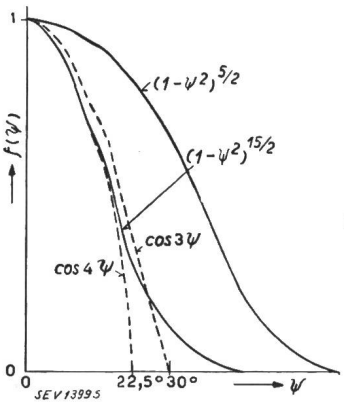

Fig. 5

Funktionen $f(\psi)$ zur Berechnung der Horizontalstrahlungscharakteristik

verlangte Bündelungsschärfe $(-\psi_A, \psi_A)$ und für eine gerade noch zulässige Flankenausstrahlung $\varepsilon = f(\psi_A)$ ist, die auf die maximale Ausstrahlung $f(0)$ bezogen und in % angegeben wird:

$$\varepsilon = 100\,(1-\psi_A^2)^{p-\frac{1}{2}}\ [\%] \tag{9}$$

Im folgenden soll gerade mit dieser Funktion gearbeitet werden, weil in ihrer Fourierschen Reihenentwicklung

$$(1-\psi^2)^{p-\frac{1}{2}} = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\psi \tag{10}$$

die Koeffizienten

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\,\frac{(p-\frac{1}{2})!}{p!}\,\Lambda_p(n)\ ^{2)} \tag{11}$$

mit steigendem Index n wegen $\lim\limits_{n\to\infty} \Lambda_p(n) \to 0$ weitaus rascher konvergieren, als die entsprechenden Koeffizienten anderer, prinzipiell ebenfalls zulässiger Funktionen, z. B. $\cos^m(\mu\psi)$. Als Folge davon dürfen praktisch alle a_n von einem Index N ab gleich Null gesetzt werden, wo a_N durch ein höchstzulässiges *Fehlermass*

$$\delta = 100\,\frac{a_N}{a_0}\ [\%] \tag{12}$$

grössenmässig festgelegt wird.

Während sich der Zahlwert p aus der Bündelungsschärfe ψ_A und der Flankenausstrahlung ε nach Gl. (9) berechnet, folgt die obere Schranke N aus Gl. (12), in der a_N nach Gl. (11) von p abhängt. Je schärfer die Bündelung, d. h. je kleiner ψ_A ist und je kleiner die zulässige Fehlertoleranz, d. h. je kleiner ε und δ sind, um so grösser wird N, also die Anzahl der Gleichungen, die aus dem Koeffizientenvergleich der Gl. (6) mit dem Realteil der Gl. (7) folgen:

$$\sum_{\nu=1}^{V/4} p_\nu\, \alpha_{\nu n}\, \beta_{\nu n}\, \gamma_{\nu n} = a_n \tag{13}$$

mit $n = 0, 1, 2, \ldots N$ und den Abkürzungen

$$\alpha_{\nu n} = 8\,J_n(x_\nu),\quad \beta_{\nu n} = \cos n\psi_\nu,\quad \gamma_{\nu n} = \cos\left(\delta_\nu - \frac{n\pi}{2}\right).$$

Das System (13) besteht aus N Gleichungen. Die Auflösung dieses Gleichungssystemes nach den Unbekannten x_ν, ψ_ν, p_ν, δ_ν mit $\nu = 1, 2, \ldots N/4$ wird im allgemeinen auf $V = N$ Einzelstrahler führen.

Es ist zu beachten, dass, wenn die Koeffizienten a_n mit $n > N$ vernachlässigt werden, sich physikalische Lösungen nur dann ergeben, wenn auch die Summen links von den Gleichheitszeichen im Gleichungssystem (13) gegen Null streben, d. h. wenn die Bedingung

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{\nu=1}^{V/4} p_\nu\, \alpha_{\nu n}\, \beta_{\nu n}\, \gamma_{\nu n} \to 0$$

erfüllt ist. Dies ist für den Bereich

$$0 \leqq x_\nu \leqq x_N \approx N + 0{,}8\,\sqrt[3]{N} \tag{14}$$

der Fall, weil nur dann die obere Schranke $8p_\nu\, J_n(x_\nu)$ der einzelnen Glieder des Gleichungssystems (13) mit wachsendem $n \geqq N$ monoton konvergiert, wie aus der Theorie der Zylinderfunktionen hervorgeht. Eine Lösung nach x_ν, ψ_ν, p_ν, δ_ν ist also nur dann eine Lösung der Problemstellung, wenn alle Einzelstrahler innerhalb des Grenzkreises mit dem Radius $r_N = \lambda x_N/2\pi$ liegen. In Fig. 3

[2]) Die Funktionswerte $\Lambda_p(n) = p!\left(\frac{n}{2}\right)^{-p} J_p(n)$ können den Funktionentafeln von *Jahnke* und *Emde* unmittelbar entnommen werden.

sind die Grenzkreise für $n = N = 5$ und für $n = N = 10$ gestrichelt angedeutet.

Weiter entnehmen wir dem Gleichungssystem (13): Es gibt keine Strahleranordnungen, die das Problem befriedigen könnten, wenn der Phasenwinkel für alle Einzelstrahler der gleiche wäre; denn in diesem Falle wäre $\delta = 0$, folglich auch $\cos\left(\delta_\nu - \frac{n\pi}{2}\right) = 0$ (für alle $n = 2k+1$ mit $k = 0, 1, 2, \ldots$). Dann müssten wegen Gl. (13) alle a_{2k+1} gleich Null werden, was aber wegen Gl. (11) nicht zutrifft.

Ebensowenig kann die gestellte Aufgabe von einer Antennenanordnung gelöst werden, deren Einzelstrahler auf Geraden liegen, welche den Winkel

$$\pm\,\psi_\nu = \frac{2k+1}{2n}\,\pi \quad \text{mit} \begin{cases} n = 1, 2, 3, \ldots (N-1) \\ k = 0, 1, 2, \ldots \end{cases}$$

mit der Achse einschliessen, denn für solche ψ_ν würde $\cos n\psi_\nu = 0$ und damit nach Gl. (13) auch $a_n = 0$, während nach (11) die Koeffizienten a_n erst von einem bestimmten Index N an näherungsweise gleich Null gesetzt werden dürfen. So gibt es vor allem keine Strahleranordnungen auf der Geraden, die senkrecht zur maximalen Ausstrahlrichtung steht.

3. Die technisch realisierbaren Lösungen

In diesem Abschnitt werden die technisch brauchbaren Strahlergruppen mit nebenmaximafreier Horizontalstrahlung behandelt.

Unter allen Strahlergruppen mit ein und derselben Strahlungsverteilung werden jene mit einem *Minimum* an Einzelstrahlern schon aus Gründen der Speisung den Vorzug aufweisen. Gleichzeitig wird ihr *Wirkungsgrad* optimal sein, weil mit steigender Strahlerzahl die Energieverluste durch gegenseitige Kompensation unerwünschter Ausstrahlung ansteigen. Als Wirkungsgrad wird das prozentuelle reziproke Verhältnis der Summe aller Stromamplituden definiert:

$$\mu = \frac{100}{\sum\limits_\nu p_\nu}\,[\%].$$

Wenn z. B. zur Lösung des Gleichungssystems (13) die Werte x_ν, ψ_ν, und δ_ν vorbestimmt werden, so dass ein lineares Gleichungssystem in p_ν vorliegt, das jetzt allerdings aus $\nu = 1, 2, \ldots N$ Strahlervierlingen, also aus $V = 4N$ Einzelstrahlern besteht, dann sinkt der Wirkungsgrad nicht nur wegen der grösseren Anzahl der zu speisenden Strahler, sondern für jeden Einzelstrahler errechnen sich bereits relativ hohe Stromamplituden. Diese Lösungen sind technisch auch deshalb unbrauchbar, weil geringste Abweichungen von den errechneten Werten sofort Nebenmaxima erzeugen. Dagegen vermindert sich diese Anfälligkeit, je grösser der Wirkungsgrad ist, d. h. je kleiner die Strahlerzahl und deren Stromamplituden sind.

Kleine Werte für p_ν erhalten wir aus dem Gleichungssystem (13) aber nur dann, wenn

a) die Abstände der Strahlervierlinge vom Koordinatenursprung so gewählt werden, dass für alle $n = 1, 2, \ldots N$ und $\nu = 1, 2, \ldots V/4$ der Ausdruck $\sum\limits_\nu \alpha_{\nu n}$, d. h. $\sum\limits_\nu J_n(x_\nu)$ möglichst gross wird, wobei nach Gl. (14) die obere Schranke x_N für alle x_ν zu beachten ist,

b) $\beta_{\nu n}\,\gamma_{\nu n} > 0$, was für $\delta_\nu \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ und den Winkelbereich nach Gl. (4) der Fall ist.

Diese Bedingungen a) und b) ergeben einen streifenförmigen und senkrecht zur Ausstrahlrichtung orientierten Bereich von einer durchschnittlichen Breite von $2\lambda/\pi$ (Fig. 3), wo die Einzelstrahler technisch brauchbarer Lösungen liegen müssen.

Während die eben vorgenommene Begrenzung *minimale Stromamplituden* sichert, wird unter Berücksichtigung dieser Nebenbedingungen eine *minimale Strahlerzahl* erwartet werden dürfen, wenn zur Auflösung des Gleichungssystems (13) *alle* Grössen x_ν, ψ_ν, p_ν und δ_ν als Unbekannte angesehen werden.

Zunächst können für den Fall, dass noch die Lagekoordinaten der Strahlervierlinge gegeben sind, zwei unabhängige Gleichungssysteme abgeleitet werden. Wenn nämlich für

$$\begin{aligned} p_\nu \gamma_{\nu,2(k-1)} &= (-1)^{k-1} p_\nu \cos\delta_\nu = (-1)^{k-1}\xi_\nu \\ p_\nu \gamma_{\nu,2k-1} &= (-1)^{k-1} p_\nu \sin\delta_\nu = (-1)^{k-1}\eta_\nu \end{aligned}$$

substituiert wird, dann transformiert sich damit das Gleichungssystem (13) immer in zwei Systeme in ξ_ν und η_ν:

$$\left.\begin{aligned} \sum_{\nu=1}^{V/4} \alpha_{\nu,2(k-1)}\,|\beta_{\nu,2(k-1)}|\,\xi_\nu &= a_{2(k-1)} \\ \sum_{\nu=1}^{V/4} \alpha_{\nu,2k-1}\,|\beta_{\nu,2k-1}|\,\eta_\nu &= a_{2k-1} \end{aligned}\right\} \qquad (15)$$

mit $k = 1, 2, \ldots N/2$ und $V = 2N$ Einzelstrahlern. Aus ξ_ν und η_ν folgen nach Rücksubstitution

$$\xi_\nu^2 + \eta_\nu^2 = p_\nu \quad \text{und} \quad \frac{\eta_\nu}{\xi_\nu} = \operatorname{tg}\delta_\nu$$

die Grössen p_ν und δ_ν.

Jenes Lösungsverfahren, das schliesslich auch die grundsätzlich freie Wahl der Lagekoordinaten berücksichtigt, beginnt mit der Festlegung der vier Grössen x_1, ψ_1, p_1 und δ_1 des ersten Strahlervierlings aus den je beiden letzten Gleichungen der Gleichungssysteme (15), die ausgeschrieben die Form

$$\begin{aligned} 8J_{N-2}(x_1)\cos(N-2)\psi_1\cdot\xi_1 &= a_{N-2} \\ 8J_N(x_1)\cos N\psi_1\cdot\xi_1 &= a_N \\ 8J_{N-3}(x_1)\cos(N-3)\psi_1\cdot\eta_1 &= a_{N-3} \\ 8J_{N-1}(x_1)\cos(N-1)\psi_1\cdot\eta_1 &= a_{N-1} \end{aligned}$$

annehmen. Der Wert N ist hier als gerade Zahl angenommen. Sollte N eine ungerade Zahl sein, dann

sind die η_1-Werte und die ξ_1-Werte einfach gegenseitig auszutauschen.

Diese vier Gleichungen sind reduzierbar auf die beiden Gleichungen in ψ_1 und x_1:

$$\frac{\cos(N-2)\,\psi_1}{\cos N\,\psi_1} = \frac{a_{N-2}}{a_N}\,\frac{J_N(x_1)}{J_{N-2}(x_1)}$$

$$\frac{\cos(N-3)\,\psi_1}{\cos(N-1)\,\psi_1} = \frac{a_{N-3}}{a_{N-1}}\,\frac{J_{N-1}(x_1)}{J_{N-3}(x_1)}$$

Die graphische Analyse dieser Gleichungen zeigt sofort, welche Wertepaare (x_1, ψ_1) in Frage kommen, damit die beiden Gleichungen wenigstens mit grösstmöglicher Annäherung befriedigt sind. Daraus ergibt sich für

$$\xi_1 = \frac{a_{N-2}}{8\,J_{N-2}(x_1)\cos(N-2)\,\psi_1}$$

$$\eta_1 = \frac{a_{N-3}}{8\,J_{N-3}(x_1)\cos(N-3)\,\psi_1}$$

Auf diese Weise ist der erste Strahlervierling so festgelegt, dass seine Werte x_1, ψ_1, ξ_1 und η_1 den letzten vier Koeffizienten a_N, a_{N-1}, a_{N-2} und a_{N-3} des Gleichungssystems (13) entsprechen. Wenn man nun von allen übrigen Koeffizienten die zugehörigen Beiträge des ersten Strahlervierlings subtrahiert:

$$a_{2(k-1)} - 8J_{2(k-1)}(x_1)\cos 2(k-1)\,\psi_1 \cdot \xi_1 = a_{2(k-1),1}$$
$$a_{2k-1} - 8J_{2k-1}(x_1)\cos(2k-1)\,\psi_1 \cdot \eta_1 = a_{2k-1,1}$$
$$\text{mit } k = 1, 2, \ldots (N-4)/2,$$

dann reduzieren sich die Gln. (15) zu:

$$\left.\begin{aligned} \sum_{\nu=2}^{V/4} \alpha_{\nu,2(k-1)} \mid \beta_{\nu,2(k-1)} \mid \xi_\nu &= a_{2(k-1),1} \\ \sum_{\nu=2}^{V/4} \alpha_{\nu,2k-1} \mid \beta_{\nu,2k-1} \mid \eta_\nu &= a_{2k-1,1} \end{aligned}\right\} \quad (16)$$
$$\text{mit } k = 1, 2, \ldots (N-4)/2$$

Aus diesen Gleichungssystemen werden die räumlichen und elektrischen Werte des zweiten Strahlervierlings im Prinzip genau so bestimmt, wie es mit den Werten des ersten Vierlings aus den Gln. (15) geschah. Wenn nämlich das Wertepaar x_2 und ψ_2 des zweiten Vierlings in jenem durch die Formeln (3) und (4) begrenzten Bereich mit $N-4$ statt N liegt, dann ist wegen der Beziehung (14) sein Beitrag zu den Werten a_N, a_{N-1}, a_{N-2} und a_{N-3} (die gerade vorhin zur Festlegung des ersten Vierlings dienten) verschwindend klein und in erster Näherung zu vernachlässigen. Wird dieses Verfahren fortgesetzt angewendet, so wird schliesslich mit der Bestimmung aller Unbekannten der im allgemeinen $V = N$ Einzelstrahler die gestellte Aufgabe in erster Näherung und für die Praxis mit in der Regel hinreichender Genauigkeit gelöst. Wenn diese Werte noch zu ungenau sein sollten, dann folgen daraus nach wiederholter Anwendung der Newtonschen Methode immer weitere Näherungswerte, die sich schliesslich beliebig wenig von der exakten Lösung unterscheiden werden.

4. Zwei Zahlenbeispiele

Zum Abschluss sollen hier noch die ersten Näherungswerte zweier Strahlergruppen angegeben werden, die nach dem Lösungsverfahren im Anschluss an die Gln. (15) berechnet wurden.

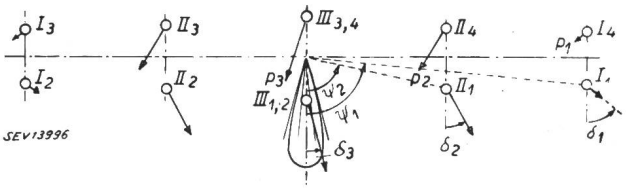

Fig. 6
Nebenbündelfreie Richtstrahleranordnung mit der Kennlinie $f(\psi) = (1-\psi^2)^{15/2}$

Beim ersten Beispiel wurde für die Ausstrahlwinkel

$$\psi_A = \left\{\begin{matrix} 90^0 \\ 72^0 \\ 57{,}3^0 \end{matrix}\right\} \text{ eine Flankenausstrahlung von } \varepsilon = \left\{\begin{matrix} 0{,}07\,\% \\ 2{,}31\,\% \\ 11{,}56\,\% \end{matrix}\right\}$$

angenommen. Die Fehlertoleranz δ wurde mit höchstens 1 % festgesetzt. Damit folgt aus Gl. (9) für $p = 8$ (Fig. 5) und über Gl. (11) aus Gl. (12) für $N = 10$. Diese Bedingungen erfüllt eine Strahlergruppe mit drei Strahlervierlingen (Fig. 6), von denen sich der dritte zu einem Strahlerpaar in der Ausstrahlrichtung reduziert. Die einzelnen Werte lauten:

ν	x_ν	ψ_ν	p_ν	δ_ν
1	7,5	84°	0,0414	46° 30′
2	3,8	75°	0,1400	31° 10′
3	1,1	0°	0,0985	25° 40′

Aus den Amplitudenwerten ergibt sich nach Gl. (13) ein Wirkungsgrad von 89,5 %, während der Wirkungsgrad von nebenbündelfreien Kreisgruppenantennen in der Grössenordnung 0,1 % bis 0,01 % liegt.

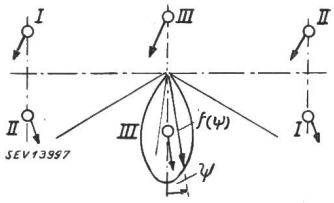

Fig. 7
Nebenbündelfreie Richtstrahleranordnung mit der Kennlinie $f(\psi) = (1-\psi^2)^{5/2}$

Die zweite, nach demselben Prinzip berechnete Strahlergruppe mit der Horizontalcharakteristik

$$f(\psi) = (1-\psi^2)^{5/2}$$

besteht aus zwei Strahlervierlingen (Fig. 7), von denen sich der zweite ebenfalls zu einem Strahlerpaar reduziert:

ν	x_ν	ψ_ν	p_ν	δ_ν
1	3	81°	0,218	56° 50′
2	1,4	0°	0,135	23°

Der Wirkungsgrad ist 71 %.

Nach Gl. (1) liefern die beiden mit I bezeichneten

Einzelstrahler in Fig. 7 eine Strahlungsverteilung

$$2\,p_1 \cos[\delta_1 - x_1 \cos(\psi - \psi_1)]$$

die beiden mit *II* bezeichneten Strahler eine solche von

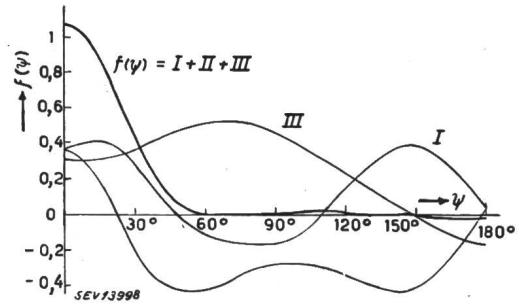

Fig. 8
Superposition der einzelnen Strahlungsverteilungen der Strahlergruppe nach Fig. 7

$$2\,p_1 \cos[\delta_1 - x_1 \cos(\psi + \psi_1)]$$

und das Strahlerpaar *III* hat die Kennlinie

$$4\,p_2 \cos[\delta_2 - x_2 \cos \psi]$$

Superponiert man diese drei Felder, dann liefert eine Kontrollrechnung die in Fig. 8 graphisch dargestellten Werte.

Daraus ist ersichtlich, dass ausserhalb des Ausstrahlwinkels die horizontale Ausstrahlung höchstens 2 % der maximalen Feldstärke in der Ausstrahlrichtung beträgt. Diese Toleranz ist in der Praxis ohne weiteres zulässig und muss auch von der Theorie, wegen des Nahfeldes aller Strahlergruppen, das in der vorliegenden Ableitung unberücksichtigt blieb, in Kauf genommen werden.

Adresse des Autors:
Dr.-Ing. *O. Schmidl*, Bellevue, Wiesen (GR).

Wirtschaftliche Mitteilungen — Communications de nature économique

Ordonnance n° 25 El

de l'Office de guerre pour l'industrie et le travail concernant l'emploi de l'énergie électrique

(Interdiction du chauffage des locaux; restrictions à l'éclairage public; aggravation des restrictions à la préparation d'eau chaude, à l'éclairage des vitrines et à l'emploi des réclames lumineuses)

(Du 27 décembre 1946)

L'Office de guerre pour l'industrie et le travail,

vu l'ordonnance n° 20 du département fédéral de l'économie publique du 23 septembre 1942 restreignant l'emploi des carburants et combustibles liquides et solides, ainsi que du gaz et de l'énergie électrique (emploi de l'énergie électrique) [1]),

arrête:

I. Chauffage électrique des locaux

Article premier

Interdiction du chauffage électrique des locaux

L'emploi d'énergie électrique pour le chauffage des locaux est interdit. Sont réservées les dispositions de l'article 2.

Art. 2

Dérogations

Il est permis, en tant qu'on ne dispose pas de poêle, d'employer un radiateur électrique, mais pas au-delà de 5 heures par jour, dans les cas suivants:

a) En cas de maladie grave;
b) Pour les enfants de moins de 2 ans et les personnes de plus de 65 ans;
c) Pour le chauffage des salles de consultation et de traitement des médecins et dentistes.

Les entreprises d'électricité dont la zone de distribution est située à une altitude de plus de 1500 mètres et dont les conditions d'approvisionnement le permettent peuvent, avec l'assentiment et selon les instructions de la section de l'électricité de l'Office de guerre pour l'industrie et le travail (en abrégé «section»), autoriser dans une mesure restreinte le chauffage électrique des locaux. Les consommateurs seront avisés par le fournisseur d'énergie de la quantité d'électricité qu'ils pourront, le cas échéant, employer comme moyen de chauffage. Réserve est faite, pour toute autre dérogation, des instructions de la section.

II. Préparation d'eau chaude

Art. 3

Ménages

a) *Installations de préparation d'eau chaude d'une capacité ne dépassant pas 300 litres et chaudières à circulation de toute puissance:* Elles doivent être déclenchées le dimanche à 21 h 00 au plus tard et ne peuvent être enclenchées à nouveau que le vendredi suivant à 21 h 00. Un chauffe-eau peut toutefois rester enclenché, même du dimanche au vendredi, dans les ménages qui comprennent des enfants de moins de 2 ans ou des malades devant prendre des bains sur prescription médicale, sous la réserve qu'il ne soit fait usage d'eau chaude que pour les enfants et les personnes malades.

b) *Installations d'une capacité supérieure à 300 litres:* La consommation mensuelle d'énergie doit être réduite à 50 pour cent de la consommation mensuelle moyenne du semestre d'hiver 1944/45. Pour les installations centrales de distribution d'eau chaude des immeubles locatifs, le gérant de l'immeuble repond de l'économie à faire et prend les mesures nécessaires à cet effet, les consommateurs d'eau chaude sont tenus de s'y conformer.

c) *Installations qui peuvent aussi fonctionner au moyen de combustibles liquides ou solides:* L'emploi d'énergie électrique par ces installations est interdit. En pareil cas, des combustibles seront attribués au consommateur, en lieu et place d'énergie électrique.

Les installations d'une puissance installée supérieure à 250 kW sont traitées selon les instructions de la section sur la fourniture d'énergie aux chaudières électriques.

Art. 4

Ménages collectifs (hôpitaux, établissements hospitaliers similaires, hôtels, restaurants, pensions, etc.), administrations, bureaux, magasins de vente

a) *Consommateurs n'employant pas plus de 500 kWh par mois pour la préparation d'eau chaude:* Ils doivent déclencher leurs installations le dimanche à 21 h 00 au plus tard et ne peuvent les enclencher à nouveau que le vendredi suivant à 21 h 00.

b) *Consommateurs employant plus de 500 kWh par mois pour la préparation d'eau chaude:* Leur consommation mensuelle d'énergie électrique doit être réduite à 70 pour cent de la consommation mensuelle moyenne du semestre d'hiver 1944/45.

c) *Installations qui peuvent aussi fonctionner au moyen de combustibles liquides ou solides:* L'emploi d'énergie électrique par ces installations est interdit. En pareil cas, des combustibles seront attribués au consommateur, en lieu et place d'énergie électrique.

[1]) voir Bull. ASE t. 33(1942), N° 20, p. 551...552.