

Zeitschrift: Bulletin de l'Association suisse des électriciens
Herausgeber: Association suisse des électriciens
Band: 36 (1945)
Heft: 6

Artikel: Der Spannungsfehler von Kompensations-Röhrenvoltmetern
Autor: Gruyter, Erwin de
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-1056459>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 18.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

lösewirkung umfasst Frequenzabweichungen von mehr als $\pm 15\%$ vom Nennwert.

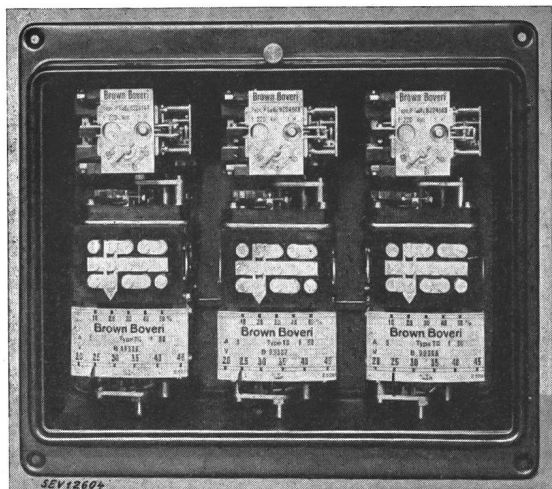


Fig. 7.
Das 3polige Prozent-Differentialrelais TG ist der ganze Apparatebedarf des einschaltssicheren Prozentschutzes für Transformatoren

Das dreipolige Prozentdifferentialrelais mit dem jeder Phase zugeordneten Zeitschutz nach Fig. 7 ist der gesamte Apparatebedarf des TG-Schutzes. Zur phasenweisen Störungsanzeige sind die eingebauten Zeitschützen mit Signalen ausgerüstet.

Das beschriebene Schutzrelais bringt zusammengefasst folgende Neuerungen:

1. Alle bisher benötigten Zusatzapparate und Schaltkontakte mit Hilfsleitungen fallen weg.
2. Die Einschaltsperrung ist in *allen Fällen* wirksam und nicht mehr auf das Zuschalten des Transformators mit den eigenen Schaltern beschränkt.
3. Die bisher verlängerte Abschaltzeit, falls beim Zuschalten eine Störung entsteht, ist beseitigt. Die Abschaltzeiten sind so kurz, dass sie sich in jedes selektive Netzschutzsystem einfügen.
4. Der einfache Aufbau des Differentialrelais selbst erleidet keinerlei Einbusse. Auch der Leistungsverbrauch und damit die Belastung der Stromwandler wurde nicht erhöht.

Adressen der Autoren:

Hans Hoel, Ingenieur, Bolleystrasse 13, Zürich 6.
J. Stöcklin, Ingenieur, Badstrasse 61, Baden.

Der Spannungsfehler von Kompensations-Röhrenvoltmetern

Von Erwin de Gruyter, Bern *)

621.317.725 : 621.385.8

Nach einleitender Diskussion über die Betriebsbedingungen eines Kompensations-Röhrenvoltmeters befasst sich der Aufsatz zunächst mit der Berechnung der Anzeigefehler unter Zugrundelegung einer gebrochenen Röhrenkennlinie. Darauf wird eine neue einfache Ersatz-Kennlinie entwickelt, die gegenüber den bekannten erstmals den Bedürfnissen der Gleichrichter-Praxis genügt. Dann werden hierfür die Fehlerberechnungen durchgeführt und neben den sinusförmigen auch allgemein trapezförmige Wechselfspannungen berücksichtigt mit den Grenzfällen der Dreieck- und Rechteckspannungen. Zum Schluss wird der günstigste Arbeitspunkt auf der Röhrenkennlinie bestimmt und ein ausgeführtes Kompensations-Röhrenvoltmeter beschrieben; eine Vergleichs-Eichung bestätigt die Brauchbarkeit der entwickelten Rechenmethode.

Après avoir discuté des conditions de fonctionnement d'un voltmètre électronique à compensation, l'auteur s'occupe du calcul de l'erreur de l'indication basé sur une caractéristique brisée des tubes. Il établit ensuite une nouvelle et simple caractéristique de substitution, qui satisfait pour la première fois aux exigences de la pratique des redresseurs. Il calcule alors les erreurs, en tenant compte non seulement des tensions alternatives de forme sinusoidale, mais aussi des tensions de forme trapézoïdale en général, avec les cas limites des tensions triangulaires et rectangulaires. Pour terminer, M. de Gruyter détermine le point de fonctionnement le plus favorable de la caractéristique des tubes et décrit l'exécution d'un voltmètre électronique à compensation. Un étalonnage comparé permet de constater l'utilité de la méthode de calcul expliquée.

A. Einleitung

Fig. 1 zeigt das Prinzipschema eines Kompensations-Röhrenvoltmeters, im folgenden abgekürzt mit KV bezeichnet. U_a ist die Anodenspannung der Messröhre, U_m die feste Gittervorspannung, U_k die mit dem Potentiometer P einstellbare und am Voltmeter V ablesbare Kompensationsspannung, welche die Wirkung der mit ihr in Serie auf das Röhren-gitter gegebenen zu messenden Spannung U_x aufheben soll, was am Milliampere-meter mA festgestellt werden kann. Führt eine zu untersuchende Wechselfspannungsquelle auch Gleichspannung, so kann die gestrichelt eingezeichnete Gitterkombination RC als Sperre dienen. Die Kondensatoren C_1 und C_2 sorgen für ausreichenden Wechselstrom-Nebenschluss und machen bei richtiger Dimensionierung das KV in sehr weiten Grenzen frequenz-unabhängig. Die obere Grenze ist bedingt durch die Eingangs-Querkapazität des KV, die sich aus Schalt- und Röhrenkapazität zusammensetzt und

damit eine Belastung der Wechselfspannungsquelle bedeutet. Die untere Grenze wird bestimmt durch die Eigenfrequenz des Milliampere-meters und durch die Zeitkonstante des eventuell verwendeten RC -Gliedes, dessen Frequenzfehler aber einfach berechenbar ist.

Welchen Arbeitspunkt wählt man nun zweckmässig für die Messröhre eines KV? Diese Kernfrage zieht sich als roter Faden durch alle nun folgenden Betrachtungen mit interessanten und teilweise bisher unbekanntem Ergebnissen und wird dann am Schluss präzise beantwortet.

Das Schaltbild Fig. 1 zeigt eine Röhre mit Gitter: Sie hat gegenüber dem einfachen Gleichrichter den Vorteil, den Anodenstrom bei erhöhter Empfindlichkeit leistungslos steuern zu können. Die folgenden Ueberlegungen gelten aber gleichermassen für Dioden und Trioden, denn die Anodenspannungs-Anodenstrom-Charakteristik einer Diode ist ähnlich der Gitterspannungs-Anodenstrom-Charakteristik einer Triode. Die Anoden- bzw. Gitter-

*) Eingang: 17. 2. 1943.

spannung ist mit U und der Anodenstrom mit I bezeichnet.

Ideal wäre es, den Fusspunkt der U - I -Kennlinie benutzen zu können, was kurz geschildert werden soll. Vor Anlegen der zu messenden Spannung U_x wird der Eingang kurzgeschlossen und bei $U_k = 0$ die feste negative Gittervorspannung U_m so eingestellt, dass im Milliampereometer gerade kein Strom mehr fliesst. Man hat damit eine interne Eichmög-

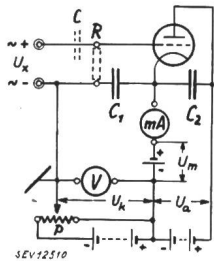


Fig. 1.
Prinzipschema eines
Kompensations-Röhrenvoltmeters
(KV)

lichkeit einfachster Art, und es leuchtet ein, dass Alterungserscheinungen in der Röhre ohne Einfluss auf das Messergebnis sind. Jetzt wird eine hohe Kompensationsspannung eingestellt und die zu messende Spannungsquelle angeschlossen. Durch langsames Zurückgehen mit U_k wird der Punkt gesucht, bei dem der Anodenstrom gerade wieder zu fließen beginnen will.

Bei angelegter Gleichspannung wirkt die Kompensationsspannung als reine Gegenspannung und bei Abgleich ist daher die am Voltmeter V abgelesene Spannung gleich der zu messenden. Bei angelegter Wechselspannung fängt der Anodenstrom gerade an zu fließen, wenn ihre positiven Scheitel die Kompensationsspannung überschreiten wollen: *Das Kompensations-Röhrenvoltmeter ist ein Scheitelspannungsmesser.* Diese prinzipielle Tatsache muss man stets vor Augen haben. Man kann wohl eine Teilung für Wechselspannungs-Effektivwerte auf dem Voltmeter anbringen, doch ist diese dann nur für eine bestimmte Kurvenform gültig: Man erhält so eine *scheinbare* Kurvenform-Abhängigkeit, die das gerade betrachtete *ideale* KV als Scheitelspannungsmesser gar nicht besitzt, ebensowenig wie eine Spannungs-Abhängigkeit oder eine Abhängigkeit von der Form der Röhrencharakteristik.

Dieses Ideal ist aber praktisch nicht zu verwirklichen, denn es gibt keinen Punkt der U - I -Charakteristik, der die Forderung $I = 0$ streng erfüllt. Der Strom geht mit steigender negativer Spannung schleichend gegen Null. Der Fusspunkt (oder amerikanisch Cut-Off-Punkt) existiert nur für ein gröberes Instrument und befindet sich subjektiv dort, wo der Anodenstrom unter dessen Reizschwelle fällt¹⁾. In der Praxis sind nun alle verfügbaren Instrumente in diesem Sinne «gröbere Instrumente», da sie alle eine Reizschwelle besitzen. Aber der schleichende Rückgang des Stromes bewirkt eine hohe Messunsicherheit, ganz abgesehen von dem Einfluss der Haftreibung des Instrumentes, die zeitlich und örtlich starken Änderungen

¹⁾ Die Angaben in den Röhren-Katalogen beziehen sich auf einen Wert, der einem gewissen kleinen Prozentsatz des normalen Arbeitsstromes der Röhre als Verstärker entspricht.

unterworfen sein kann. Damit ist aber bei mittleren und niedrigen Spannungen die Berechtigung für den immerhin erheblichen Aufwand eines KV in Frage gestellt.

Um die Unsicherheit beim Abgleich wesentlich herabzusetzen, muss man also einen Nullstrom $I_n \neq 0$ zulassen. Damit ändert sich für Gleichspannungsmessung nichts: Das Messen beruht allein auf Kompensation. Bei Wechselspannung müsste man analog als Kompensationsspannung eine in Frequenz, Form und Grösse gleiche, aber gegenphasige Wechselspannung anwenden, was praktisch unmöglich ist. Man benutzt Gleichspannung wie beim idealen Fall. Man kompensiert den grössten Teil des Wechselspannungs-Scheitelwertes und steuert mit den Spitzen den Anodenstrom so, dass er im Mittel gleich dem Nullstrom wird. Das heisst, man verquickt bei der Wechselspannungsmessung im *realen* KV den Vorgang der Kompensation mit dem der *Gleichrichtung*. Damit wird zwangsläufig das Messresultat kurvenform- und spannungsabhängig, wie auch abhängig von der Form des Messröhren-Gleichrichterknicks. Diese Schwierigkeiten können umgangen werden, indem man jedes einzelne KV z. B. für sinusförmige Spannungen eicht wie ein direktanzeigendes Röhrenvoltmeter.

Die erwähnten Abhängigkeiten sind aber rechnerisch erfassbar: Man erkennt dabei, dass die Spannungsabhängigkeit wesentlich ist, und zwar nicht nur bei kleinen, sondern auch noch bei mittleren Spannungen²⁾, und man erhält dazu einen Einblick in den Gleichrichtungsvorgang. Die berechnete Korrektur ist einfach darstellbar und hat weniger Fehlerquellen als die Vergleichseichung (Vergleichs-Instrumente für Ton- und Hochfrequenz, Klirrfaktor der Wechselspannungsquelle usw.), so dass die Rechnung vorzuziehen ist, ganz abgesehen davon, dass man sich damit schon beim Entwurf eines KV über die auftretenden Fehler im klaren ist.

Zunächst sind sinusförmige Wechselspannungen zugrundegelegt. Das folgende zweite Kapitel behandelt die gebrochene Kennlinie als erste Annäherung an die Gleichrichter-Charakteristik. Das ist deswegen zweckmässig, weil die auftretenden Gleichungen denselben Aufbau besitzen wie die (des vierten Kapitels) einer besseren Näherungskurve, die im dritten Kapitel entwickelt wird. Im fünften Kapitel werden die Betrachtungen allgemein auf

²⁾ In der Literatur der Funkpraxis wird die Spannungsabhängigkeit der Anzeige eines KV meist nicht erwähnt. Besonders verhängnisvoll ist dies, wenn auf die Genauigkeit des KV hingewiesen wird ohne Angabe einer unteren Spannungsgrenze. Vgl. *Bergtold*, «Messbuch für Rundfunk- und Verstärkertechnik», Berlin 1935, S. 91..92: «Die Erhöhung des Anodenstromes wird gerade unterdrückt, wenn die zusätzliche Gittervorspannung genau gleich dem Höchstwert der zu messenden Wechselspannung ist.» ... «Wir kommen beim KV ohne besondere Skala und ohne Eichkurve aus.» Und weiter: *American Radio Relay League*, «The Radio Amateur's Handbook», 1942, S. 361: «Das KV hat neben hoher Genauigkeit den Vorteil, keiner Wechselspannungseichung zu bedürfen; es ist daher gerade für temporären Aufbau sehr praktisch.» — Der vorliegende Aufsatz zeigt dagegen, dass der Spannungsfehler sogar sehr gross sein kann.

trapezförmige Wechselspannungen ausgedehnt mit den Grenzfällen der Dreieck- und Rechteck-Spannungen. Der Schluss schliesst sich wieder an die Einleitung an und bringt die versprochene Definition des günstigsten Arbeitspunktes für ein KV. Weiter wird ein praktisch ausgeführtes KV gezeigt und die Fehlerrechnung mit den Eichergebnissen verglichen.

B. Die gebrochene Kennlinie

Fig. 2 zeigt die Spannungs - Strom - Diagramme eines KV im abgeglichenen Zustand bei Annahme von sinusförmiger Wechselspannung und von gebrochener Kennlinie für die Messröhre.

Es bedeutet:

- F Fusspunkt } der Kennlinie
- A Arbeitspunkt }
- U_x variable Spannung am KV-Eingang (unbekannte Wechselspannung)
- U variable Spannung am Gitter
- I variabler Anodenstrom
- t Zeit
- U_{xs} zu messende Scheitelspannung
- U_k abgelesene Kompensationsspannung
- U_d Differenzspannung zwischen Kompensations- und Scheitelspannung
- U_o negative Sperrspannung
- U_g gesperrte Spannung von Erde aus gerechnet
- U_m negative Arbeitsspannung
- U_n Arbeitsspannung vom Fusspunkt aus gerechnet
- I_n Arbeitsstrom
- t_g halbe Durchlasszeit
- T Periode von U_x

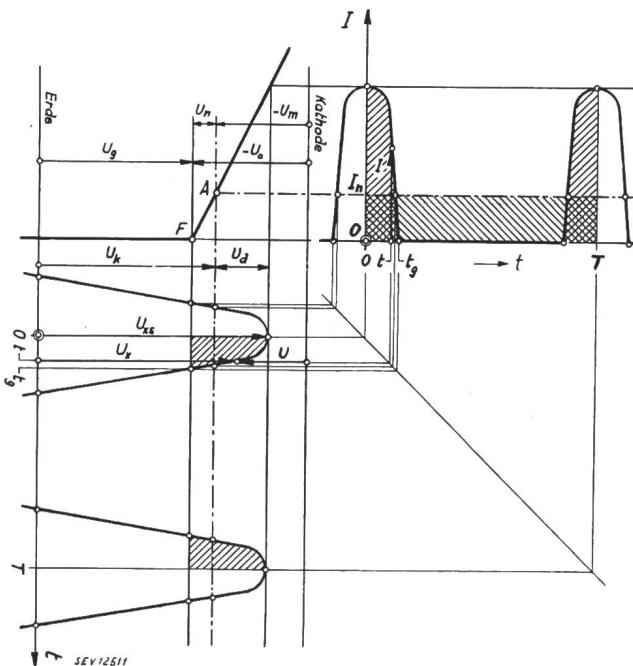


Fig. 2.

Kompensation und Gleichrichtung bei Annahme einer gebrochenen Kennlinie

Man erkennt aus der Figur, dass die abgelesene Kompensationsspannung kleiner ist als die Scheitelspannung; wächst diese, so wird das Erdpotential negativer gegenüber dem Kathodenpotential und als Folge davon die Durchlasszeit kleiner. Es muss daher die aussteuernde Differenzspannung U_d grösser werden, damit die durch die Stromspitzen gebildete

Strom-Zeit-Fläche gleich gross bleibt, um den Nullstrom I_n aufrechterhalten zu können. Mit wachsender Scheitelspannung U_{xs} wächst die Fehlspannung U_d und damit der absolute Fehler. Die gebrochene Charakteristik lässt aber (wie die tatsächliche) das Verhältnis U_d/U_{xs} oder den relativen Fehler mit wachsendem U_{xs} zu Null gehen.

Man erkennt aber daraus weiter, dass man nicht beliebig grosse Wechsel-Spannungen mit dem KV messen kann, denn die Röhre wird mit wachsenden U_d immer weiter ausgesteuert: Das Einsetzen des Gitterstromes bestimmt die Grenze. Damit leuchtet einem auch ein, dass beim KV für den Gleichrichterknick eine gute Annäherung auf eine grosse Kurvenstrecke angestrebt werden muss, soll das Resultat praktischen Wert besitzen. Das nächste Kapitel beschäftigt sich damit eingehend.

Nun zur Rechnung. Im Durchlassbereich lautet die Strom-Spannungs-Beziehung nach Fig. 2:

$$I = I_n (U + U_o) / U_n \tag{1}$$

Die variable Spannung am Gitter beträgt

$$U = U_x - U_g - U_o$$

Die zu messende Spannung sei voraussetzungsgemäss sinusförmig

$$U_x = U_{xs} \cos (2\pi t / T)$$

ergibt eingesetzt

$$U = U_{xs} \cos (2\pi t / T) - U_g - U_o \tag{2}$$

Bei Ableseung sind die schraffierten Strom-Zeit-Flächen gleich:

$$I_n T = 2 \int_0^{t_g} I dt \tag{1} \text{ eingesetzt:}$$

$$U_n T = 2 \int_0^{t_g} (U + U_o) dt \tag{2} \text{ eingesetzt:}$$

$$U_n T = 2 \int_0^{t_g} \{ U_{xs} \cos (2\pi t / T) - U_g \} dt$$

oder mit relativen Spannungen

$$n T = 2 \int_0^{t_g} \{ \cos (2\pi t / T) - g \} dt \tag{3}$$

$$n = U_n / U_{xs} \tag{3a}$$

$$g = U_g / U_{xs} \tag{3b}$$

Diese ersten Relativwerte der Spannungen beziehen sich auf die gesuchte und daher vorläufig unbekannt Scheitelspannung U_{xs} und sind mit den Buchstaben des betreffenden Spannungs-Index bezeichnet.

Die Relativisierung der Zeit erfolgt zwangsläufig, indem gesetzt wird

$$2\pi t / T = \tau \tag{4a}$$

$$dt = \frac{T}{2\pi} d\tau \tag{4b}$$

Die Integrationsgrenzen lauten

$$t = 0 ; \tau = 0 \tag{5a}$$

$$t = t_g ; \tau = \arccos g \tag{5b}$$

(4) und (5) in Gl. (3) eingesetzt ergibt die vollständig relative Beziehung

$$n = \frac{1}{\pi} \int_0^{\arccos g} (\cos \tau - g) d\tau \tag{6}$$

Integriert und Grenzen eingesetzt

$$n = \frac{1}{\pi} (\sqrt{1-g^2} - g \arccos g) \tag{7a}$$

Einige besondere Werte im interessierenden Bereich

$$g = \begin{cases} -1 \\ 0 \\ +1 \end{cases} ; n = \begin{cases} 1/\pi = 0,318 \\ 0 \\ 0 \end{cases}$$

Weiter ist $\frac{dn}{dg} = n' = -\frac{1}{\pi} \arccos g$ (7b)

$$g = \begin{cases} -1 \\ 0 \\ +1 \end{cases} ; n' = \begin{cases} -1 \\ -1/2 \\ 0 \end{cases}$$

Der auf die Kompensationsspannung bezogene gesuchte Scheitelspannungskorrekturfaktor ist definiert zu

$$U_{xs}/U_k = \sigma = 1/k \tag{8}$$

und ist demnach selbstverständlich reziprok zur relativen Kompensationsspannung. Dies veranlasst uns, bei der graphischen Darstellung Fig. 3 die Reziprok-Darstellungsweise anzuwenden³⁾. Alle die gebrochene Kennlinie betreffenden Kurven sind gestrichelt eingezeichnet.

Nach Fig. 2 ist nun

$$k = g + n \tag{9a}$$

$$g = \begin{cases} -1 \\ 0 \\ +1 \end{cases} ; k = \begin{cases} 0 \\ 1/\pi = 0,318 \\ 1 \end{cases}$$

k ist symmetrisch zu n bezüglich $g = 0$ und damit ist σ reziprok-zentrisch-symmetrisch zu n bezüglich $(0; 1)$.

$$k' = n' + 1 \tag{9b}$$

$$g = \begin{cases} -1 \\ 0 \\ +1 \end{cases} ; k' = \begin{cases} 0 \\ 1/2 \\ 1 \end{cases}$$

³⁾ Die Teilung der Achsen ist linear von 0...1, dann reziprok von 1...∞; die beiden Abschnitte besitzen die gleiche Länge und die um 1 symmetrisch liegenden Punkte sind wertmässig reziprok.

Abgelesen wird die Kompensationsspannung U_k , aus der Kennlinie bekannt ist die Nullspannung U_n und somit auch der Relativwert

$$U_k/U_n = u_k = k/n \tag{10a}$$

$$g = \begin{cases} -1 \\ 0 \\ +1 \end{cases} ; u_k = \begin{cases} 0 \\ 1 \\ \infty \end{cases}$$

Dieses zweite System relativer Spannungen bezieht sich demnach auf die bekannte Nullspannung U_n , und die diesbezüglichen Werte sind mit dem kleinen Buchstaben u bezeichnet und mit dem entsprechenden Index versehen.

Für den schnellen und genauen Entwurf von Kurven ist neben der Kenntnis spezieller Punkte auch die der Tangenten nötig. Die Tangentenrichtung einer Funktion $y = F(x)$ sei bei der Reziprok-Darstellung allgemein mit dem Symbol bezeichnet

${}^t g_y$ sprich: «Tangente von y »

Im Doppelt-Linearfeld $x^2 \leq 1; y^2 \leq 1$ gilt

$${}^t g_y = \frac{dy}{dx} = y'$$

im Einfach-Reziproktfeld $x^2 \leq 1; y^2 \geq 1$ dagegen

$${}^t g_y = -\frac{d(1/y)}{dx} = -\frac{d(1/y)}{dy} \cdot \frac{dy}{dx}$$

$${}^t g_y = y'/y^2$$

n und k liegen ganz im Doppelt-Linearfeld, u_k dagegen nicht. Es gilt nun für die Tangentenrichtung von u_k im Doppelt-Linearfeld

$${}^t g_{u_k} = u'_k = \frac{nk' - kn'}{n^2} \tag{10b}$$

im Einfach-Reziproktfeld

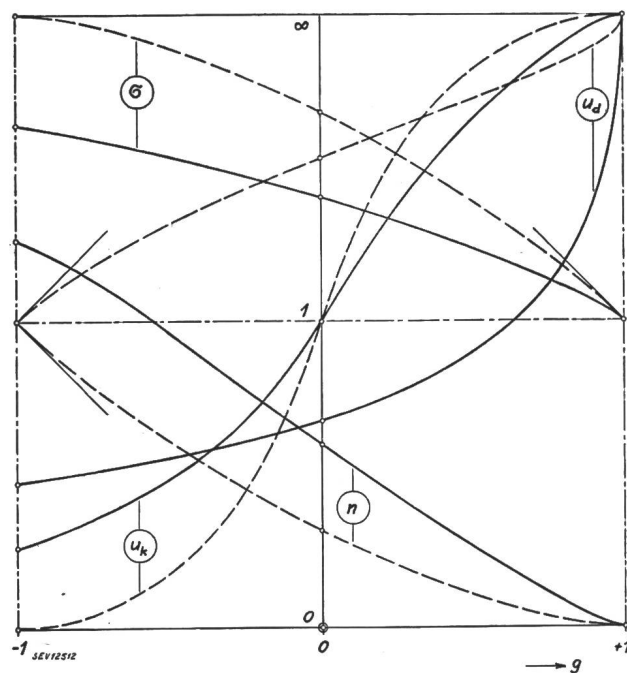


Fig. 3.

Scheitelspannungskorrekturfaktor σ und Differenzspannungswert u_d

als Funktion des Kompensationsspannungswertes u_k in Parameterdarstellung für sinusförmige Spannungen
 ----- gebrochene, ——— kubisch-parabolische Kennlinie.

$${}^g u_k = \frac{u'_k}{u_k^2} = \frac{nk' - kn'}{k^2} \quad (10c)$$

$$g = \begin{cases} +1 \\ 0 \\ -1 \end{cases}; {}^g u_k = \begin{cases} 0 \\ \pi \\ 1/0,318 \end{cases}$$

Die Abhängigkeit des Scheitelspannungskorrekturfaktors σ von der abgelesenen Kompensationsspannung U_k bezogen auf die Nullspannung U_n , also von u_k , ist in Fig. 3 über den Parameter g dargestellt, der an und für sich nicht von Interesse ist. Es ist daher auch belanglos, dass dieser relative Spannungswert sich auf die vorerst unbekannte Scheitelspannung U_{xs} bezieht.

Im interessierenden Parameterbereich $g^2 < 1$ zeigt Fig. 3 ausser den erwähnten Grössen n , σ und u_k auch noch u_d , den Differenzspannungswert zwischen Kompensations- und Scheitelspannung, der für die Kontrolle der Aussteuerung wichtig ist.

$$U_d = U_{xs} - U_k$$

relativ
$$u_d = \frac{1}{n} - u_k$$

oder nach Einsetzen von Gl. (10a)

$$U_d/U_n = \boxed{u_d = \frac{1-k}{n}} \quad (11a)$$

$$g = \begin{cases} -1 \\ 0 \\ +1 \end{cases}; u_d = \begin{cases} 1 \\ \pi - 1 \\ \infty \end{cases} = 1/0,467$$

Im Doppelt-Linearfeld ist

$${}^g u_d = u'_d = \frac{(k-1)n - nk'}{n^2} \quad (11b)$$

im Einfach-Reziprofeld

$${}^g u_d = \frac{u'_d}{u_d^2} = \frac{(k-1)n' - nk'}{(k-1)^2} \quad (11c)$$

$$g = \begin{cases} -1 \\ 0 \\ +1 \end{cases}; {}^g u_d = \begin{cases} 1 \\ \pi(\pi-2) \\ 2(\pi-1)^2 \end{cases} = 0,390$$

$g = 1$ in Gl. (11c) eingesetzt, ergibt zwar den unbestimmten Ausdruck $0/0$, doch ist das angegebene Resultat über den Umweg der Grenzwertbildung zu erhalten. An der Grenze gilt

$$g \approx 1; 1 - g = \delta; 1 - g^2 = 2\delta; \delta \ll 1$$

und damit wird $n = \frac{1}{\pi} \sqrt{2\delta^3}$ und $n' = -\frac{1}{\pi} \sqrt{2\delta}$ eingesetzt in die umgeschriebene Gl. (11c)

$${}^g u_d = -\frac{n'(1-g-n) + n(1+n')}{(1-g-n)^2}$$

ergibt den Grenzwert ∞ für $\delta \rightarrow 0$.

Man sieht in Fig. 3, dass der Scheitelspannungskorrekturfaktor σ mit wachsender Spannung sich dem Wert 1 nähert. Er tut dies leider nicht mit einer horizontalen Tangente, sondern mit einer unter 45° abfallenden, woraus ohne weiteres einleuchtet, dass der Fehler schon bei mittleren Spannungen nicht mehr vernachlässigbar ist.

C. Die mathematische Formulierung des Gleichrichterknicks

Da der Anzeigefehler eines KV wesentlich von der Röhrencharakteristik abhängt, befriedigt die nur grobe Annäherung in Form eines gebrochenen Kurvenzuges nicht. Die Frage ist nun, welche Näherungsgleichung den Forderungen der Praxis genügt.

Bekannt ist, dass im Anlaufstromgebiet (grosse negative Anoden- bzw. Gitterspannung) die U - I -Charakteristik einer Diode bzw. Triode aus statistischen Gründen sich einer e -Funktion anlehnt; sie lautet relativ geschrieben

$$i = e^{u + u_m}$$

Bei abnehmender negativer Anoden- bzw. Gitterspannung gelangt man über den sogenannten «Gleichrichterknick», dem Arbeitsgebiet für Dioden- und Trioden-(Anoden)-Gleichrichtung, ins *Raumladegebiet*, das mit dem anschliessenden mehr oder weniger gradlinigen Teil das Arbeitsgebiet für Verstärkerröhren bildet:

$$i = (u + u_c)^{3/2}$$

Schliesslich biegt die Charakteristik in die horizontale Sättigungsgerade ab. Dieser Uebergangsbogen wird bei der Gittergleichrichtung benutzt.

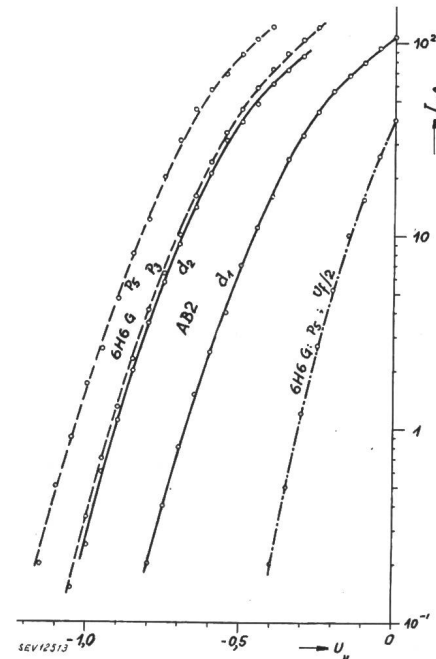


Fig. 4.
Einige Dioden-Kennlinien
Auffallend ist die Gleichförmigkeit bei starker Streuung der Spannungs-konstanten.

Beim unteren Gleichrichtungsknick ist man schon aus dem Anlaufstromgebiet heraus. Berechnungen mit e -Funktionen liefern völlig unbrauchbare Resultate, wie z. B. auch aus einer Diplomarbeit am Hochfrequenz-Institut der Eidg. Techn. Hochschule hervorging. Der Verfasser hat seinerseits verschiedene Dioden unter verschiedenen Bedingungen untersucht (Beispiele Fig. 4) mit dem Ergebnis, dass bei einem Anodenstrom von über $1 \mu A$ das Anlaufgesetz keineswegs mehr gültig ist. Bei logarithmischer Teilung der Strom-Achse müsste die Charakteristik geradlinig verlaufen. Die Grenze liegt

also wesentlich tiefer als normalerweise angegeben ⁴⁾. Die Richtigkeit dieser Ansicht lässt sich durch folgende einfache Ueberlegung bestätigen. Die Zufälligkeit des Elektronen-Austritts aus der geheizten Kathode ist nur dann massgebend für die Grösse des Anodenstromes, solange in der Umgebung der Kathode keine Ansammlung von Elektronen den Austritt ihrer Nachfolger beeinflussen, solange also der Anodenstrom noch als diskontinuierlich zu betrachten ist. Andernfalls beeinflusst der Raumladungseffekt den Anodenstrom schon wesentlich mit. Ein Strom von 1 μA kann aber nicht mehr als diskontinuierlich gelten.

Das nächstliegende ist nun, eine Potenzreihe für den Gleichrichterknick aufzustellen. Die einfachste

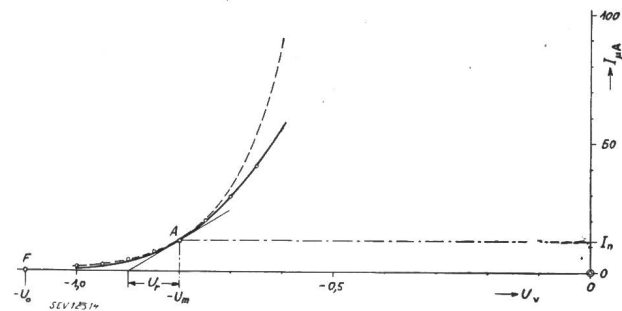


Fig. 5.

Die kubische Parabel als Dioden-Ersatzkennlinie

— $I = 445(U + 1,1)^3 \mu\text{A}$; zum Vergleich die e -Funktion:

- - - $I = 12 e^{10(U + 0,8)} \mu\text{A}$

Die gemessenen Werte sind mit Kreisen bezeichnet.

zur Gleichrichtung geeignete Kennlinie ist die einer quadratischen Funktion, die daher meist bei relativ grösseren gleichzurichtenden Spannungen als Rechengrundlage dient ⁵⁾. Dabei wird nicht daran gedacht, ob das physikalisch einen Sinn hat. Sicher nicht; denn am Fusspunkt hat die quadratische Parabel ihre grösste Krümmung, während die wirkliche Charakteristik dort angenähert die Krümmung Null hat. Viel besser lässt sich eine kubische Parabel der wirklichen Form anpassen ⁶⁾, wie Fig. 5 für eine Diode und Fig. 6 für eine Triode zeigt. Der Grund, dass die quadratische Annäherung meist versagt, was die schon erwähnte Diplomarbeit übrigens auch zeigte, liegt darin, dass der Aussteuerbereich beim KV und bei vielen anderen Gleichrichtern zu gross ist, um eine hinreichende Annäherung zu ermöglichen.

Fig. 7 zeigt die e -Funktion und Fig. 8 einen Ast einer allgemeinen Parabel, bei der die Höhe der

⁴⁾ Vgl. Philips' Bücherreihe über Elektronenröhren, 1. Band: «Grundlagen der Röhrentechnik», 1941, S. 60, Fig. 97, in der die Grenze bei 50 μA angegeben ist.

⁵⁾ Vgl. die in Fussnote ⁴⁾ genannte Quelle und viele andere.

⁶⁾ Fasst man die physikalischen Eigenschaften des Gleichrichterknicks und seiner weiteren Umgebung in eine Potenzreihe, so erhält man folgende Gleichung:

$$I = K_{3+N} (U + U_0)^{3+N} + K_{4+N} (U + U_0)^{4+N};$$

$$N = 0; 1; 2; \dots$$

auf deren Ableitung hier verzichtet werden muss. In der Praxis kommt man aber mit $N = 0$ und $K_1 = 0$, also mit der rein kubischen Parabel, aus.

Potenz noch offengelassen ist: Für den Gleichrichterknick beträgt der Exponent 3, für das Raumladegebiet $3/2$. Die Bezeichnungen entsprechen denen von Fig. 2.

Die Grundgleichung des Knicks ist eine rein kubische Parabel mit verschobenem Nullpunkt:

$$I = K(U + U_0)^3 \quad (12)$$

Ausser den Koordinaten des Arbeitspunktes bestimmt man noch die Steilheit und erhält so die

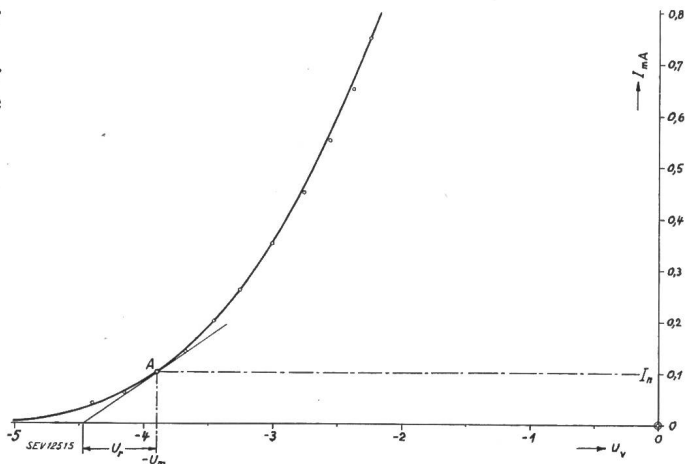


Fig. 6.

Die kubische Parabel als Trioden-Ersatzkennlinie

$I = 20(U + 5,61)^3 \mu\text{A}$

Die gemessenen Werte sind mit Kreisen bezeichnet.

Subtangente, von mir «Raumspannung» U_r genannt. Sie ist im Gleichrichterknick von Diodenkennlinien noch sehr ähnlich der «Temperaturspannung» U_t , der Spannung, die der mittleren Elektronen-Aus-

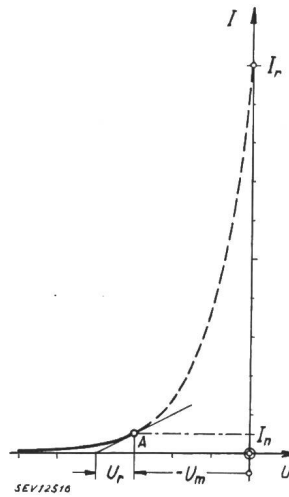


Fig. 7.

e -Funktion:

$$I = I_r e^{U/U_r}$$

$$= I_n e^{(U + U_m)/U_r}$$

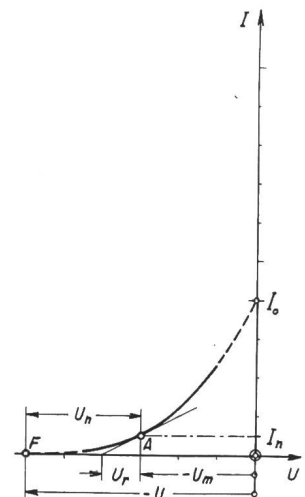


Fig. 8.

Parabel:

$$I = I_n \left(\frac{U + U_0}{U_n} \right)^N U_r$$

$$= I_n \left(\frac{U + U_m}{U_n} + 1 \right)^N U_r$$

$$= I_n \left(\frac{U + U_0}{U_n} \right)^N U_r$$

trittsgeschwindigkeit entspricht; sie hängt ausser von der Temperatur in der Hauptsache vom Kathodenmaterial ab und beträgt für die heute

üblichen Bariumoxyd-Kathoden etwa 0,1 V. Die Subtangente wäre konstant, und damit die Kennlinie eine e-Funktion, wenn bei steigendem Strom der Raumladungseffekt nicht hinzuträte: So aber wächst sie und wird aus diesem Grunde von mir allgemein «Raumspannung» genannt. Bei Trioden ist sie generell grösser und eine Funktion des Durchgriffs bzw. des inneren Widerstandes.

Die Bestimmungsgleichungen für die Konstanten K und U_o lauten

$$\left. \begin{aligned} I_n &= K(U_o - U_m)^3 \\ (dI/dU)_{I=I_n} &= I_n/U_r \end{aligned} \right\}$$

daraus $\left. \begin{aligned} K &= I_n/(3U_r)^3 \\ U_o &= U_m + 3U_r \end{aligned} \right\}$

ergibt eingesetzt in Gl. (12)

$$I = I_n \left(\frac{U + U_m}{3 U_r} + 1 \right)^3$$

oder abgekürzt

$$I = I_n \left(\frac{U + U_o}{U_n} \right)^3$$

und relativ

$$\frac{i}{I} = \left(\frac{u + u_o}{u_n} \right)^3 \tag{13}$$

$$i = I/I_n \tag{13a}$$

$$u = U/U_n = U/3U_r \tag{13b}$$

$$u_o = U_o/U_n = U_m/3U_r + 1 \tag{13c}$$

Fig. 5 und 6 zeigen, dass die Ersatzkennlinie Gl. (13) besonders auch bei höheren Stromwerten eine gute Annäherung an die tatsächliche Charakteristik von Dioden und Trioden im Gleichrichtungsgebiet darstellt.

D. Die kubisch-parabolische Kennlinie

Bei Annahme von sinusförmigen Wechselspannungen lautet die der Gl. (6) analoge Beziehung für die kubisch-parabolische Charakteristik Gl. (13):

$$n^3 = \frac{1}{\pi} \int_0^{\arccos g} (\cos \tau - g)^3 d\tau \tag{14}$$

$$\pi n^3 = \int_0^{\arccos g} (\cos^3 \tau - 3g \cos^2 \tau + 3g^2 \cos \tau - g^3) d\tau$$

ergibt integriert

$$\begin{aligned} \pi n^3 &= \left[\frac{1}{3} (\cos^2 \tau + 2) \sin \tau - \right. \\ &\quad \left. - \frac{2}{3} g (\tau + \sin \tau \cos \tau) + \right. \\ &\quad \left. + 3g^2 \sin \tau - g^3 \tau \right]_{\tau=0}^{\arccos g} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6\pi n^3 &= 2 \{ \cos^2 (\arccos g) + 2 \} \sin (\arccos g) - \\ &\quad - 9g \{ \arccos g + \sin (\arccos g) \cos (\arccos g) \} + \\ &\quad + 18g^2 \sin (\arccos g) - 6g^3 \arccos g \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6\pi n^3 &= 2(2 + g^2) \sqrt{1-g^2} - 9g (\arccos g + \\ &\quad + g \sqrt{1-g^2}) + 18g^2 \sqrt{1-g^2} - 6g^3 \arccos g \end{aligned}$$

und damit erhält man die der Gl. (7a) entsprechende Bestimmungsgleichung für n; diese und die nachfolgenden Funktionen der kubisch-parabolischen Kennlinie sind in Fig. 3 graphisch durch die ausgezogen gezeichneten Kurven dargestellt.

$$n = \sqrt[3]{\frac{(4+11g^2)\sqrt{1-g^2} - 3(3+2g^2)g \arccos g}{6\pi}} \tag{15a}$$

$$g = \begin{cases} -1 \\ 0 \\ +1 \end{cases}; \quad n = \begin{cases} \sqrt[3]{5/2} = 1,0,737 \\ \sqrt[3]{2/3} \pi = 0,597 \\ 0 \end{cases}$$

Im Doppelt-Linearfeld gilt:

$${}^u n = n' = \frac{3 \{ 3g\sqrt{1-g^2} - (1+2g^2) \arccos g \}}{\sqrt[3]{6\pi \{ (4+11g^2)\sqrt{1-g^2} - 3(3+2g^2)g \arccos g \}^2}} \tag{15b}$$

im Einfach-Reziprokkfeld: ${}^u n = n'/n^2$

$$g = \begin{cases} -1 \\ 0 \\ +1 \end{cases}; \quad n' = \begin{cases} -3\sqrt[3]{50} = -0,814 \\ -\frac{1}{8} 3\sqrt[3]{18\pi^2} = -0,703 \\ 0 \end{cases}; \quad \frac{n'}{n^2} = \begin{cases} -\frac{3}{5} \sqrt[3]{\frac{2}{5}} = \\ = -0,442 \end{cases}$$

Die letzte Ableitung ist wieder durch Grenzwertbildung zu bestimmen wie bei Gl. (11c):

$$g \approx 1; \quad g = 1 - \delta; \quad n' = \frac{3\sqrt[3]{2\delta}}{3\sqrt[3]{300\pi}}$$

Weiter ist nach Gl. (9a): $k = g + n$ und nach Gl. (9b): $k' = n' + 1 = {}^u n_k$

mit den besonderen Werten:

$$g = \begin{cases} -1 \\ 0 \\ +1 \end{cases}; \quad k = \begin{cases} 3\sqrt[3]{5/2} - 1 = 0,357 \\ \sqrt[3]{2/3} \pi = 0,597 \\ 1 \end{cases}; \quad {}^u k = \begin{cases} 1 - 3\sqrt[3]{50} = 0,186 \\ 1 - \frac{1}{8} 3\sqrt[3]{18\pi^2} = 0,297 \\ 1 \end{cases}$$

woraus die entsprechenden Werte für das reziproke σ ohne weiteres folgen.

Nach Gl. (10a) ist: $u_k = k/n$ nach Gl. (10b) für das Doppelt-Linearfeld: ${}^u u_k = u'_k$ und nach Gl. (10c) für das Einfach-Reziprokkfeld: ${}^u u_k = u'_k/u_k^2$

Die besonderen Werte lauten:

$$g = \begin{cases} -1 \\ 0 \\ +1 \end{cases}; \quad u_k = \begin{cases} 1 - \sqrt[3]{2/5} = 0,263 \\ 1 \\ \infty \end{cases}; \quad {}^u u_k = \begin{cases} \sqrt[3]{(2/5)^4} = 0,295 \\ \sqrt[3]{3\pi/2} = 1,0,597 \\ 0 \end{cases}$$

Nach Gl. (11a) ist $u_d = (1-k)/n$ und die Tangentenrichtungen folgen aus den Gl. (11b) und (11c).

Die besonderen Werte lauten:

$$\begin{aligned} g &= \begin{cases} -1 \\ 0 \\ +1 \end{cases}; \quad u_d = \begin{cases} 2\sqrt[3]{2/5} - 1 = 0,474 \\ \sqrt[3]{3\pi/2} - 1 = 0,676; \\ \infty \end{cases} \\ {}^u u_d &= \begin{cases} \frac{1}{5} \sqrt[3]{\frac{2}{5}} = 0,147 \\ \left(\frac{3\pi}{8} - 1 \right)^3 \sqrt[3]{\frac{3\pi}{2}} = 0,299 \\ \infty \end{cases} \end{aligned}$$

Die Betrachtung von Fig. 3 zeigt, dass zwischen der gebrochenen und kubisch-parabolischen Kennlinie für die Gleichrichtung prinzipiell kein Unterschied besteht. Die Tangenten aller Kurven sind für grosse zu messende Wechselspannungen ($g \approx 1$) identisch. Bei gleicher Raumspannung U_r , die bei der gebrochenen Kennlinie gleich der Nullspannung U_n ist, erweist sich die tatsächliche Charakteristik als günstiger. Der relative Fehler nimmt mit fallender Spannung ab, und vor allem ist die Differenzspannung U_d bei grossen zu messenden Wechselspannungen ganz wesentlich kleiner, wodurch die Gefahr der Uebersteuerung (Eindringen in den Gitterstrombereich) hinausgeschoben und der Messbereich nach oben stark erweitert ist.

E. Trapezförmige Spannungen

Im Folgenden seien die Betrachtungen ausgedehnt auf allgemeine Trapezspannungen, deren Form als Näherung praktisch vorkommender Kurven gelten kann. Es ist dadurch möglich, neben dem Spannungs- auch den Formfehler eines KV zu beurteilen.

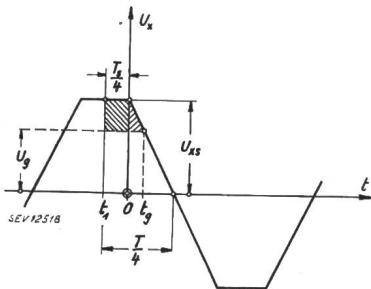


Fig. 9.

Eine trapezförmige Spannung wird mit dem KV gemessen (vgl. Fig. 2)

In Fig. 9 bedeutet T wieder die Periode der Wechselspannung U_x . Neu ist der Begriff der «Scheitelzeit» T_s , der Zeit innerhalb einer vollen Periode, während welcher die Wechselspannung U_x den Scheitelwert $\pm U_{xs}$ besitzt. Bei Ablesung des

KV lautet das Strom-Zeit-Integral unter Voraussetzung einer kubisch-parabolischen Kennlinie nach den Bezeichnungen Fig. 2 und 9:

$$U_n^3 T = 2 \int_{t_1}^{t_2} (U_x - U_g)^3 dt \tag{16}$$

Die Grenzen haben den Wert: $t_1 = -\frac{T_s}{4}$ (16a)

$$t_g = \frac{U_{xs} - U_g}{U_{xs}} \cdot \frac{T - T_s}{4} \tag{16b}$$

Das Integral Gl. (16) wird entsprechend den zwei entgegengesetzt schraffierten Flächen in Fig. 9 in zwei Teil-Integrale zerlegt. Die respektiven Funktionen lauten:

$$\left[U_x \right]_{t_1}^0 = U_{xs}; \quad \left[U_x \right]_0^{t_2} = \left(1 - \frac{4t}{T - T_s} \right) U_{xs}$$

Die Relativisierung der Zeit erfolgt zweckmässig, indem gesetzt wird

$$T_s / T = \tau_s \tag{17a}$$

$$4t / T = \tau \tag{17b}$$

$$dt = \frac{T}{4} d\tau \tag{17c}$$

ergibt zusammen mit den früheren Substitutionen (3a) und (3b) für die Spannungen eingesetzt in Gl. (16):

$$2 n_T^3 = \int_0^{\tau_s} (1-g)^3 d\tau + \int_0^{(1-g)(1-\tau_s)} \left\{ (1-g) - \frac{\tau}{1-\tau_s} \right\}^3 d\tau \tag{18}$$

Der Index T soll andeuten, dass es sich um eine Trapezspannung handelt. Entsprechend soll die Grenzkurve für $\tau_s = 0$, die Dreieckspannung mit dem Index D und die für $\tau_s = 1$, die Rechteckspannung mit dem Index R gekennzeichnet sein, während für die Sinusspannung der Index S dienen soll.

Nach Integration und Einsetzen der Grenzen lautet Gl. (18) nebst Grenzgleichungen:

$$\tau_s = 0$$

$$\tau_s = \tau_s$$

$$\tau_s = 1$$

$$\boxed{n_D = \frac{1}{2} \sqrt[3]{(1-g)^4}} \quad ; \quad \boxed{n_T = \frac{1}{2} (1-g) \sqrt[3]{(1-g)(1-\tau_s) + 4\tau_s}} \quad ; \quad \boxed{n_R = \sqrt[3]{\frac{1}{2}(1-g)}} \tag{19a}$$

$$g = \begin{cases} -1 \\ 0 \\ +1 \end{cases}; \quad n_D = \begin{cases} \sqrt[3]{2} = 1,0794 \\ \frac{1}{2} \\ 0 \end{cases} \quad ; \quad n_T = \begin{cases} \sqrt[3]{2(1+\tau_s)} \\ \frac{1}{2} \sqrt[3]{1+3\tau_s} \\ 0 \end{cases} \quad ; \quad n_R = \begin{cases} \sqrt[3]{4} = 1,0630 \\ \sqrt[3]{\frac{1}{2}} = 0,794 \\ 0 \end{cases}$$

$$n'_D = -\frac{2}{3} \sqrt[3]{1-g} \quad ; \quad n'_T = -\frac{2 \{ (1-g)(1-\tau_s) + 3\tau_s \}}{3 \sqrt[3]{(1-g)(1-\tau_s) + 4\tau_s}^2} \quad ; \quad n'_R = -\sqrt[3]{\frac{1}{2}} = -0,794 \tag{19b}$$

$$g = \begin{cases} -1 \\ 0 \\ +1 \end{cases}; \quad n'_D = \begin{cases} -\frac{2}{3} \sqrt[3]{2} = -0,840 \\ -\frac{2}{3} = -0,667 \\ 0 \end{cases} \quad ; \quad n'_T = \begin{cases} -\frac{2+\tau_s}{3 \sqrt[3]{\frac{1}{2}(1+\tau_s)^2}} \\ -\frac{2(2+\tau_s)}{3 \sqrt[3]{(1+3\tau_s)^2}} \\ -\sqrt[3]{\tau_s/2} \end{cases} \quad ; \quad n'_R \text{ wie oben!}$$

$$\frac{n'_D}{n_D^2} = -\frac{8}{3 \sqrt[3]{(1-g)^7}} ; \quad \frac{n'_T}{n_T^2} = -\frac{8 \{ (1-g) (1-\tau_s) + 3 \tau_s \}}{3(1-g)^2 \sqrt[3]{\{ (1-g) (1-\tau_s) + 4 \tau_s \}^2}} ; \quad \frac{n'_R}{n_R^2} = -\frac{\sqrt[3]{2}}{(1-g)^2} \quad (19c)$$

$$g = -1 ; \quad {}^{tg}n_D = -\frac{1}{3} \sqrt[3]{4} = -0,529 ; \quad {}^{tg}n_T = -\frac{2 + \tau_s}{3 \sqrt[3]{2(1+\tau_s)^4}} ; \quad {}^{tg}n_R = -\frac{1}{4} \sqrt[3]{2} = -0,315$$

Nach Gl. (9a) ist $k = g + n$ und die besonderen Werte lauten:

$$g = \begin{cases} -1 \\ 0 \\ +1 \end{cases} ; \quad k_D = \begin{cases} \sqrt[3]{2}-1 = 0,260 \\ \frac{1}{2} \\ 1 \end{cases} ; \quad k_T = \begin{cases} \sqrt[3]{2(1+\tau_s)}-1 \\ \frac{1}{2} \sqrt[3]{1+3\tau_s} \\ 1 \end{cases} ; \quad k_R = \begin{cases} \sqrt[3]{4}-1 = 0,588 \\ \sqrt[3]{\frac{1}{2}} = 0,794 \\ 1 \end{cases}$$

Nach Gl. (9b) ist $k' = n' + 1 = {}^{tg}k$ mit den besonderen Werten:

$$g = \begin{cases} -1 \\ 0 \\ +1 \end{cases} ; \quad {}^{tg}k_D = \begin{cases} 1 - \frac{2}{3} \sqrt{2} = 0,160 \\ \frac{1}{3} = 0,333 \\ 1 \end{cases} ; \quad {}^{tg}k_T = \begin{cases} 1 - \frac{2 + \tau_s}{3 \sqrt[3]{\frac{1}{2}(1+\tau_s)^2}} \\ 1 - \frac{2(1+2\tau_s)}{3 \sqrt[3]{(1+3\tau_s)^2}} \\ 1 - \sqrt[3]{\tau_s/2} \end{cases} ; \quad {}^{tg}k_R = 1 - \sqrt[3]{\frac{1}{2}} = 0,206$$

Nach Gl. (10a) ist $u_k = k/n$ und die besonderen Werte lauten:

$$g = \begin{cases} -1 \\ 0 \\ +1 \end{cases} ; \quad u_{kD} = \begin{cases} 1 - \sqrt[3]{\frac{1}{2}} = 0,206 \\ 1 \\ \infty \end{cases} ; \quad u_{kT} = \begin{cases} 1 - 1/\sqrt[3]{2(1+\tau_s)} \\ 1 \\ \infty \end{cases} ; \quad u_{kR} = \begin{cases} 1 - \sqrt[3]{\frac{1}{4}} = 0,370 \\ 1 \\ \infty \end{cases}$$

Nach Gl. (10b) ist im Doppelt-Linearfeld ${}^{tg}u_k = u'_k$ und nach Gl. (10c) im Einfach-Reziprokwfeld ${}^{tg}u_k = u'_k/u_k^2$ mit den besonderen Werten:

$$g = \begin{cases} -1 \\ 0 \\ +1 \end{cases} ; \quad {}^{tg}u_{kD} = \begin{cases} \frac{1}{3} \sqrt[3]{\frac{1}{2}} = 0,265 \\ 2 \\ 0 \end{cases} ; \quad {}^{tg}u_{kT} = \begin{cases} \frac{1 + 2 \tau_s}{3 \sqrt[3]{2(1+\tau_s)^4}} \\ 2/\sqrt[3]{1+3\tau_s} \\ \sqrt[3]{\tau_s/2} \end{cases} ; \quad {}^{tg}u_{kR} = \begin{cases} \frac{1}{4} \sqrt[3]{2} = 0,315 \\ \sqrt[3]{2} = 1/0,794 \\ \sqrt[3]{\frac{1}{2}} = 0,794 \end{cases}$$

Nach Gl. (11a) ist $u_d = (1-k)/n$ und die besonderen Werte lauten:

$$g = \begin{cases} -1 \\ 0 \\ +1 \end{cases} ; \quad u_{dD} = \begin{cases} \sqrt[3]{4}-1 = 0,588 \\ 1 \\ \infty \end{cases} ; \quad u_{dT} = \begin{cases} 2/\sqrt[3]{2(1+\tau_s)}-1 \\ 2/\sqrt[3]{1+3\tau_s}-1 \\ \sqrt[3]{2/\tau_s}-1 \end{cases} ; \quad u_{dR} = \sqrt[3]{2}-1 = 0,260$$

Nach Gl. (11b) ist im Doppelt-Linearfeld ${}^{tg}u_d = u'_d$ und nach Gl. (11c) im Einfach-Reziprokwfeld ${}^{tg}u_d = u'_d/u_d^2$ mit den besonderen Werten:

$$g = \begin{cases} -1 \\ 0 \\ +1 \end{cases} ; \quad {}^{tg}u_{dD} = \begin{cases} \frac{1}{3} \sqrt[3]{\frac{1}{2}} = 0,265 \\ \frac{2}{3} = 0,667 \\ \infty \end{cases} ; \quad {}^{tg}u_{dT} = \begin{cases} \frac{1-\tau_s}{3 \sqrt[3]{2(1+\tau_s)^4}} \\ \frac{2(1-\tau_s)}{3 \sqrt[3]{(1+3\tau_s)^4}} \\ \frac{1-\tau_s}{12 \sqrt[3]{2 \tau_s^2 (1-\sqrt[3]{\tau_s/2})^2}} ; \tau_s \leq \frac{1}{4} \\ \frac{1-\tau_s}{12 \tau_s \sqrt[3]{\tau_s/2}} ; \tau_s \geq \frac{1}{4} \end{cases} ; \quad {}^{tg}u_{dR} = 0$$

Für die Grenzfälle der Trapezspannungen, für die Dreieck- und die Rechteckspannung sind die Kurven in Fig. 10 angegeben. Die Streuungen zwischen diesen Grenzen sind nicht gross, mit Ausnahme für die Differenzspannung, d. h. für den absoluten Messfehler. Dieser ist für Rechteckspannungen konstant, da die Rechteckkurve eine konstante Breite hat. Für Dreieckspannungen geht der absolute Fehler mit wachsender Spannung gegen Unendlich, während bei Trapezspannungen ein endlicher Wert erreicht wird entsprechend der Breite des Scheitels. Zur Orientierung ist nun in Fig. 11 der Grenzwert des Differenzspannungs-

wertes u_{dT} und seiner Tangente ${}^{tg}u_{dT}$ in Funktion des Scheitelzeitwertes τ_s aufgetragen.

Wenn man berücksichtigt, dass für die Gleichrichtung im wesentlichen nur die Scheitel einer Wechselspannung in Betracht kommen, so lassen sich die meisten Kurvenformen leicht auf Trapeze reduzieren, und solche Spannungen sind deswegen hinreichend genau mit einem KV messbar.

Anschliessend gibt Fig. 12 die dem praktischen Gebrauch dienende Darstellung des Scheitelspannungskorrekturfaktors σ für Dreieck-, Sinus- und Rechteckspannungen in Abhängigkeit von u_k , also der abgelesenen Kompensationsspannung U_k be-

zogen auf die Nullspannung U_n (KV-Konstante). Für den meist vorkommenden Fall $U_k > U_n$ bildet man $U_n/U_k = 1/u_k$, trägt diesen Wert von rechts ab und entnimmt von oben her $k = 1/\sigma$. Die ge-

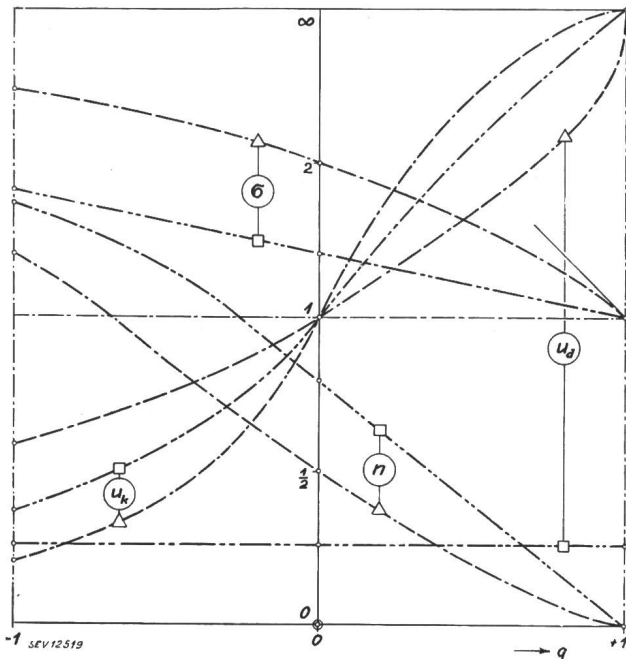


Fig. 10. Die Fig. 3 entsprechenden Funktionen bei kubisch-parabolischer Kennlinie für
 - - - - - Dreieck } Spannungen
 - - - - - Rechteck }

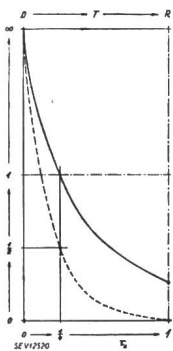


Fig. 11. — $u_{dT} = \Phi(\tau_s)$ für den Grenzwert $g = 1$; $u = \infty$
 - - - - - $u_{dT} = \Psi(\tau_s)$

suchte Scheitelspannung hat dann die Grösse $U_{XS} = U_k/k$.

Die Tangentenrichtung lautet für das Einfach-Reziprokkfeld $u_k \geq 1$; $k \leq 1$:

$${}^{10}k = - \frac{dk}{d(1/u_k)} = - \frac{dk}{dg} \cdot \frac{dg}{du_k} \cdot \frac{du_k}{d(1/u_k)} \quad (20)$$

$${}^{10}k = k' \cdot u_k^2 / u'_k = k' / {}^{10}u_k$$

u_k	1	∞
k_D	$1/2 = 0,5$	1
k_S	$\sqrt[3]{2/3\pi} = 0,597$	1
k_R	$\sqrt[3]{1/2} = 0,794$	1
${}^{10}k_D$	$\frac{1}{6} = 0,167$	∞
${}^{10}k_S$	$\sqrt[3]{\frac{2}{3\pi}} - \frac{1}{4} \sqrt[3]{\frac{3\pi}{2}} = 0,178$	∞
${}^{10}k_R$	$\sqrt[3]{\frac{1}{2}} - \sqrt[3]{\frac{1}{4}} = 0,164$	$\sqrt[3]{2} - 1 = 0,260$

F. Schluss

Beim KV ist die absolute Messgenauigkeit für alle Gleichspannungen dieselbe und nähert sich für grosse Wechselspannungen der für Gleichspannung. Sie hängt ab von der Konstanz der Kompensationsspannung und der Empfindlichkeit und Güte des Voltmeters zu deren Messung.

Bei welchem Röhren-Arbeitspunkt ist nun die Empfindlichkeit eines KV am grössten? Unter der Voraussetzung, dass in der Wahl des Milliampere-meters keine Beschränkung besteht, bezieht man die Betrachtung auf Instrumente gleicher Skalenslänge und gleicher Güte.

Bei Gleichspannung muss man verlangen, dass die Steilheit der Röhre in bezug auf den Anodenstrom möglichst gross ist. Die absolute Gleichspannungs-Empfindlichkeit ist bestimmt durch

$$E_g^* = \frac{S}{I} = \frac{dI/dU}{I} = \frac{I'}{I} \left[\frac{1}{V} \right] \quad (21)$$

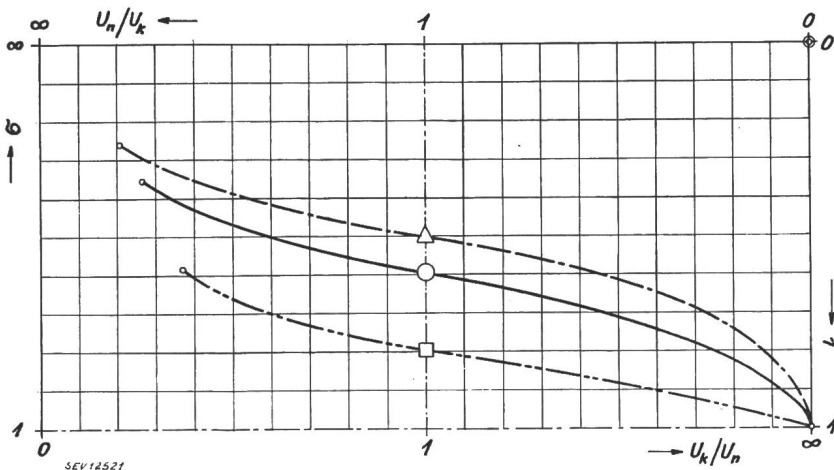
Die absolute Empfindlichkeit E^* unterscheidet sich von der gebräuchlichen spezifischen oder schlecht-hin «Empfindlichkeit» E genannten Grösse durch den Faktor N , der Anzahl der Skalenteile für den Bezugsstrom I :

$$E^* \left[\frac{1}{V} \right] \cdot N [\text{Sk}] = E \left[\frac{\text{Sk}}{V} \right] \quad (22)$$

Bei Wechselspannung muss der Gleichrichtereffekt, also die Steilheitsänderung bezogen auf die Anodenstromänderung, möglichst gross sein. Demnach beträgt die absolute Wechselspannungs-Empfindlichkeit:

Fig. 12.

Der Scheitelspannungskorrekturfaktor σ für Dreieck-, Sinus- und Rechteckspannungen



$$E_w^* = \frac{dS}{dI} = \frac{dS/dU}{dI/dU} = \frac{S'}{S} = \frac{I'}{I} \left[\frac{1}{V} \right] \quad (23)$$

Setzt man in diese Bestimmungsgleichungen die in Frage kommenden Näherungsfunktionen

$$I = I_t e^{U/U_t}$$

bzw.

$$I = I_o (U/U_o + 1)^3$$

so erhält man im ersten Fall

$$e\text{-Funktion: } E_G^* = E_w^* = 1/U_t \neq F(U) \quad (24)$$

Danach wären im Anlaufstromgebiet die Empfindlichkeiten identisch, nicht abhängig vom Arbeitspunkt und reziprok zur Temperaturspannung. Im zweiten Fall erhält man

$$\text{kubische Parabel: } \begin{cases} E_G^* = 3/(U + U_o) & (25) \\ E_w^* = 2/(U + U_o) & (26) \end{cases}$$

Hierbei ist die Empfindlichkeit an einem bestimmten Arbeitspunkt für Wechsel- kleiner als für Gleichspannung, beziehungsweise bei gleicher Empfindlichkeit liegt der Arbeitspunkt für Wechselspannung bei einer grösseren negativen Vorspannung, was den Tatsachen entspricht. Der günstigste Arbeitspunkt wäre der Fusspunkt $U = -U_o$. Diese Ueberlegung machten wir schon gedanklich zu Anfang des Aufsatzes beim idealen KV. Wenn ein Fusspunkt vorhanden wäre, würde man zweckmässig dort arbeiten; zumal man weitere Vorteile wie Unabhängigkeit von Grösse und Kurvenform

die Empfindlichkeiten ausrechnet. Man erkennt sofort, wo die Maxima liegen. Bei den für Gleichrichtung üblichen Trioden (oder Pentoden in Triodenschaltung) bewegt sich der günstigste Nullstrom innerhalb der Grenzen

$$I_n = 50 \dots 100 \mu A \text{ für Wechselspannung}$$

$$\text{und } I_n = 200 \dots 500 \mu A \text{ für Gleichspannung}$$

Da man meist Gleich- und Wechselspannung mit demselben Nullstrom misst, ist für Trioden $100 \mu A$ als günstigster Nullstromwert zu betrachten und für Dioden $10 \dots 20 \mu A$. Wegen des niedrigen Anodenstromes sind daher Alterungs-Erscheinungen nicht zu befürchten.

Schliesslich zeigt Fig. 13 die praktische Ausführung eines KV (\hat{u} -Meter = Scheitelspannung-Messer).

Bei diesem Apparat ist eine vom Verfasser entwickelte Kunstsaltung verwendet, die es gestattet, bei nur *einem* stabilisierten Netzgerät Gittervorspannung und Anodenspannung konstant zu halten bei gleichzeitiger galvanischer Erdung eines Messpols und eines Pols der Gleichspannung, wodurch die Störanfälligkeit auf das absolute Minimum herabgedrückt werden kann. Diese Schaltung hat sich in der Praxis schon seit Jahren ausserordentlich bewährt. Die abgebildete Ausführung besitzt seit einiger Zeit das Institut für Hochfrequenztechnik an der Eidg. Technischen Hochschule in zwei Exemplaren. Das Gerät ist weitgehend «narrensicher» gebaut. Der Netzteil ist leerlauf- und kurzschlusssicher; das Voltmeter hat automatische, mit dem Potentiometer gekoppelte Spannungsbereich-Umschaltung auf drei überlappende Bereiche 0,6...5; 5...25; 25...100 V inklusive Feinstellung; der Anodenkreis hat einen Sicherungswiderstand, der durch die Messtaste kurzgeschlossen wird, weswegen das Milliampereometer auch trotz etwa irrtümlich fehlender Kompensationsspannung nicht beschädigt werden kann. Das Drehspul-Milliampereometer besitzt einen mit dem Ausschlag zunehmenden Luftspalt, so dass die Skala nach *oben* gedrängt erscheint: Trotz hoher Ablesegenauigkeit ist so die Sicherheit hinreichend.

Die Messröhre ist eine Metallröhre mit austauschbaren Kappen für Gleich- und Wechselspannung: Die Röhre befindet sich normalerweise in einem Sockel des Kabelraumes links. Sie kann aber wie in der Figur unter Zwischenschaltung eines Kabels angeschlossen werden und so direkt an die Meßstelle gebracht werden, wodurch unnötige Verluste vermieden sind. Die Eingangskapazität beträgt 10 bzw. 14 pF. Bei Benutzung der in der Wechselspannungskappe eingebauten Gitterkombination ist der Frequenzfehler bei 50 Hz noch unter 2 %.



Fig. 13.
Ansicht eines Kompensations-Röhrenvoltmeters mit eingebautem Netzanschlussgerät

der Wechselspannung und von der Röhrenkennlinie gratis mitbekäme. Die Empfindlichkeit des KV würde dann derjenigen des Milliampereometers allein entsprechen.

Nun bewirkt aber die sehr geringe Abweichung im untern Teil der tatsächlichen Kennlinie von der kubischen Parabel, dass zwei Empfindlichkeits-Optima, eins für Gleich- und eins für Wechselspannung, bestehen. Man kann diese Punkte bestimmen, indem man in der Tabelle der aufgenommenen Charakteristik die Differenzen statt der Differentiale bildet und mit diesen zwei weitere Spalten für

Bei Kompensationsspannung «Null» kann das KV als direkt anzeigendes Röhrenvoltmeter benutzt werden. Die der Eichung entnommenen «Spannungskonstanten» betragen im Mittel

$$C_G = 50 \text{ mV/Skt} \quad (27)$$

$$C_W = 80 \text{ mV/Skt} \quad (28)$$

Die «Konstanten» verhalten sich umgekehrt proportional zu den «absoluten Empfindlichkeiten»:

$$C_G : C_W = E_w^* : E_G^* \approx 2 : 3 \quad (29)$$

Dieses Verhältnis entspricht demnach mit sehr guter

Annäherung einer *kubischen* Kennlinie, wie aus Gl. (25) und (26) hervorgeht! Bei einer *e*-Funktion (24) lautet es 1:1 und bei einer quadratischen Kennlinie 1:2; allgemeine Parabel $(n-1):n$.

Die (spezifischen) «Empfindlichkeiten» sind aber direkt reziprok zu den «Konstanten»

$$E C = 1 \quad (30)$$

oder Gl. (22) eingesetzt ergibt

$$E^* N C = 1 \quad (31)$$

eine praktische Bestimmungsgleichung z. B. für die Vorausberechnung der Spannungskonstanten eines direkt anzeigenden Röhrenvoltmeters. Im vorliegenden Fall sei dies zur Kontrolle gemacht.

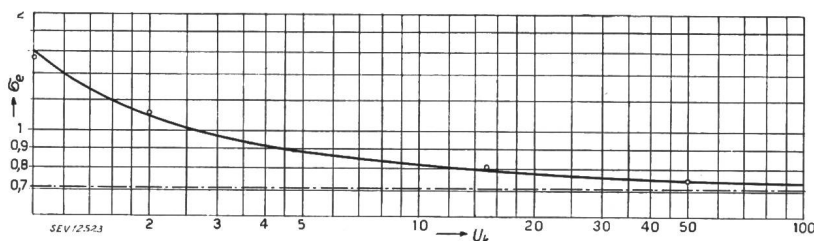


Fig. 14.

Effektivspannungskorrekturfaktor σ_e in Funktion der abgelesenen Kompensationsspannung U_k [V] des in Fig. 13 abgebildeten Kompensations-Röhrenvoltmeters.

Die der betreffenden Röhrenkennlinie entnommenen Grössen lauten:

$$I_n = 0,1 \text{ mA}; U_m = 4,00 \text{ V}; U_r = 0,55 \text{ V}$$

$$\text{daraus: } U_n = 1,65 \text{ V}; U_o = 5,65 \text{ V}$$

Für den Bezugsstrom, also hier den Nullstrom, beträgt

$$N = 10 \text{ Skt}$$

ergibt für $U = -U_m$ in Gl. (25) und (26) eingesetzt in Gl. (31)

$$C_G = 55 \text{ mV/Skt} \quad (32)$$

$$C_W = 82^{1/2} \text{ mV/Skt} \quad (33)$$

welche gerechneten Werte praktisch mit den gemessenen (27) und (28) übereinstimmen.

Die Fehlerkurve für das beschriebene KV (Fig. 14) ist umgerechnet auf den Effektivwert sinusförmiger Spannungen und zeigt daher den Effektivspannungskorrekturfaktor σ_e in Funktion der abgelesenen Kompensationsspannung U_k ; beide Grössen sind logarithmisch aufgetragen. Einige durch Vergleichs-Eichung ermittelte Werte sind mit Kreisen eingetragen: Die Streuungen sind in der Grössenordnung der Messunsicherheit. Die *Brauchbarkeit der kubischen Parabel als Ersatz-Kennlinie ist damit erwiesen* und demnach ist die Rechnung der Vergleichs-Eichung vorzuziehen.

Die Beschreibung dieses Kompensations-Röhrenvoltmeters ist so ausführlich gehalten, um die Richtung zu zeigen, in der sich der moderne Mess-

gerätebau entwickelt. Bei dem Aufwand, der für Handlichkeit und Betriebssicherheit gemacht wird, ist es also angezeigt, die physikalische Wirkungsweise eines derartigen Gerätes etwas genauer unter die Lupe zu nehmen: Neben besseren Konstruktionen gewinnt man neue Erkenntnisse.

G. Nachtrag

Das nach Fertigstellung des Aufsatzes in Leipzig herausgekommene Buch «Gleichrichter» von J. Kammerloher behandelt die allgemein parabolische Form der Gleichrichter-Kennlinie $i = Ku^n$ ohne eine ins einzelne gehende Kritik der Grösse des Exponenten. Kammerloher lehnt zwar die *e*-Funktion praktisch ab, verwendet jedoch mit Vorliebe den Exponenten $n = 3/2$, der dem Raumladungsgebiet entspricht.

Adresse des Autors:

Erwin de Gruyter, Ingenieur, Strandweg 7, Wabern (Bern).

Wasserkraft und Kohle

Aus der 18. öffentlichen Diskussionsversammlung des Schweizerischen Wasserwirtschaftsverbandes

Am 10. März 1945 fand im Kongresshaus Zürich unter dem Vorsitz von a. Ständerat Dr. O. Wettstein bei grosser Beteiligung eine Diskussionsversammlung des Schweiz. Wasserwirtschaftsverbandes statt, an der die Frage der Energieproduktion aus Brennstoffen in sinngemässer Kombination mit der Hydroelektrizität behandelt wurde.

Wir fassen den wesentlichen Inhalt der Vorträge im folgenden zusammen*).

Wasserkraft und Kohle

Auszug aus dem Hauptreferat von Prof. Dr. B. Bauer, ETH, Zürich

620.91

Allgemeiner Teil

Im Dienste des Verbrauchs stehen die Brennstoffwirtschaft und die Wasserkraftwirtschaft. Beide gingen bisher getrennte Wege. Die Energiequellen sollten aber sinnvoll eingesetzt werden. Was ist «sinnvoll»?

*) Alle Referate erscheinen im vollen Wortlaut in einem Sonderheft der «Elektrizitätsverwertung».

Zwei Betrachtungsweisen sind möglich:

Hat der Verbrauch vor der Produktion den Vorrang, dann heisst «sinnvoll»: Gewährleistung der Auswahlfreiheit im Bezug der Rohenergiegüter, Erhaltung des natürlichen Wettbewerbs und der selbsttätigen Preisregulierung.

Produktionswirtschaftlich betrachtet ergeben sich andere Richtlinien. Wichtig ist alsdann in erster Linie die planmässige Verwendung von Wasserkraft und Brennstoff im Sinne rationellster Nutzung dieser Energiequellen. Ihr Einsatz kann nicht mehr nach dem Belieben des Verbrauchers erfolgen, sondern nach Massgabe der wirtschaftlichen Produktion. In äusserster Konsequenz des Gedankens tritt an Stelle des freien Energiemarktes also die gelenkte Verteilung. Diese produktionswirtschaftliche Konzeption ist sozusagen ingenieurmässig gedacht, denn sie strebt nach einer thermodynamisch optimalen Umwandlung der Rohenergien in die Nutzenergieformen. Sie will aus den beschränkt vorhandenen Energievorräten ein Maximum an Nutzenergie herausholen. Der Gedanke hat ein vielleicht schwerwiegendes Argument für sich: Die drohende Ausschöpfung der Weltvorräte an Brennstoff. Es ist jedoch möglich, dass die Wissenschaft und