Zeitschrift: Bulletin de l'Association suisse des électriciens
Herausgeber: Association suisse des électriciens
Band: 34 (1943)
Heft: 10

Artikel: Spannungsstoss und Fourierspektrum in der Hochspannungstechnik
Autor: Samulon, Heinz
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-1057724

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 22.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Spannungsstoss und Fourierspektrum in der Hochspannungstechnik

Von *Heinz Samulon*, Zürich *)

621.3.015.33

Einleitend wird eine Begründung für die Verwendung des Fourierintegrals gegeben, anschliessend werden einige Funktionen, die für die spätere Behandlung von Problemen der Hochspannungsmesstechnik (Stossuntersuchungen) von Interesse sind, durch Fourierintegrale dargestellt und der Einfluss der verschiedenen Frequenzgebiete auf die Kurvenform untersucht. Weiter werden Verzerrungen von Stoßspannungen usw. behandelt, die durch sogenannte «Verzögerungskabel» bewirkt werden. Nachdem dann mit den gleichen Methoden noch einige andere Fragen kurz behandelt werden, wird im Anhang hauptsächlich über die Messungen von Konstanten eines «Verzögerungskabels» berichtet.

Après avoir exposé les raisons qui motivent l'application de l'intégrale de Fourier, l'auteur représente sous cette forme quelques fonctions utiles à la solution de problèmes de mesures en haute tension (essais de chocs) et examine l'influence de différents domaines de fréquences sur la forme des courbes. Il s'occupe ensuite des déformations de tensions de choc, etc., provoquées par des câbles à retardement. Enfin, ayant abordé succinctement quelques autres problèmes, l'auteur termine par un rapport sur les mesures des constantes d'un câble à retardement.

A. Einleitung

1. Begründung der Verwendung des Fourierintegrals

Ein beliebiger zeitlicher Ablauf $F(t)$ lässt sich, von sehr speziellen Fällen abgesehen, stets darstellen als eine — im allgemeinen unendliche — Summe von stationären, rein sinusförmigen zeitlichen Abläufen. Ist $F(t)$ eine periodische Funktion von t, so wird das zugehörige Frequenzspektrum diskreten Charakter haben und die Amplituden werden endlich sein, im nichtperiodischen Fall — der in folgendem ausschliesslich interessieren soll — wird das Spektrum kontinuierlich und die Amplituden werden unendlich klein sein; während also der periodische Vorgang durch die bekannte Fouriersche *Reihe* seine Zerlegung erfahren kann, ist dies für den nichtperiodischen durch das «Fourier*integral*» möglich. Dass die Verwendung des Fourierintegrals (oder der Laplacetransformation) für die Lösung verschiedener physikalischer Aufgaben ausserordentliche Vorteile bietet, ist schon einige Zeit bekannt (vgl. [1], [2], [3]). Es sollen jedoch hier noch kurz an einem später ausführlicher zu behandelnden Problem einige Vorteile seiner Anwendung aufgezeigt werden:

Am Eingang eines unendlich langen (oder mit seinem Wellenwiderstand abgeschlossenen) Kabels sei eine EMK $F(t)_0$ angelegt; gefragt wird nach dem zeitlichen Ablauf der Spannung an der Stelle $x = l$ des Kabels, also nach $F(t)_{x=l}$. Es werde weiter angenommen, dass die Konstanten des Kabels von Messungen her bekannt seien. Ausgehend von den Maxwellschen Gleichungen [4] würde man zu der bekannten partiellen Differentialgleichung gelangen, der sogenannten Telegraphengleichung:

$$\frac{\partial^2 F(t)_x}{\partial x^2} = R \cdot G \cdot F(t)_x + (R \cdot C + L \cdot G) \cdot \frac{\partial F(t)_x}{\partial t} + L \cdot C \cdot \frac{\partial^2 F(t)_x}{\partial t^2} \qquad (1)$$

wo R, G, L und C den Widerstand, die Ableitung, die Induktivität und die Kapazität — alle pro Längeneinheit genommen — bedeuten. Die Anfangsbedingung würde zur Zeit $t = 0$ Strom- und Spannungslosigkeit fordern, die Randbedingung wäre:

$$F(t)_{x=0} \equiv F(t)_0 \qquad (2)$$

In Gl. (1) dürfen R und G (und in geringem Masse auch L und C) jedoch nicht als konstant angesehen werden (wie dies bekanntlich für eine stationäre, rein sinusförmige Funktion $F(t)$ meist geschieht), vielmehr sind R und G von der Form von $F(t)$ abhängig [1]). Es ist offenbar, dass schon die approximative Lösung dieser, nun *nicht mehr linearen*, partiellen Differentialgleichung auf grösste Schwierigkeiten stossen wird (vgl. auch [5]). Eine weitere Komplikation liegt darin, dass uns die Messtechnik die Koeffizienten R und G nicht in ihrer Abhängigkeit von verschiedenen «*Formen*» der Funktion $F(t)$ liefert, sondern in Abhängigkeit von der *Frequenz* stationärer, rein sinusförmiger Wechselströme bzw. Spannungen. — *Mit Hilfe des Fourierintegrals gestaltet sich die Lösung erheblich einfacher:* Man zerlegt $F(t)_0$ in eine unendliche Summe sinusförmiger Schwingungen und kann dann für jede Teilschwingung auf die längst bekannten Lösungen für stationäre Sinusschwingungen zurückgreifen. Gleichzeitig treten dann die Koeffizienten R und G (respektive die Fortpflanzungskonstante γ) als Funktionen der *Frequenz* ω auf, so dass sich die Resultate der Messungen direkt verwerten lassen. Durch Summation (Integration) aller Teillösungen erhält man sodann die gesuchte Lösung.

2. Die mathematische Form des Fourierintegrals

Das Fourierintegral, welches sich durch einen Grenzübergang aus der Fourierreihe ableiten lässt (vgl. [6] oder [7]), lautet:

$$F(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \left[\int_{-\infty}^{+\infty} F(t) \cdot (\cos \omega t)\, dt \right] \cdot (\cos \omega t)\, d\omega + \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \left[\int_{-\infty}^{+\infty} F(t) \cdot (\sin \omega t)\, dt \right] \cdot (\sin \omega t)\, d\omega \qquad (3)$$

oder

$$F(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty f_c(\omega) \cdot (\cos \omega t)\, d\omega + \frac{1}{\pi} \int_0^\infty f_s(\omega) \cdot (\sin \omega t)\, d\omega \qquad (3a)$$

wo

*) Eingang des Manuskriptes: 25. September 1942.

[1]) Es sei daran erinnert, dass z. B. der Skineffekt von der *Schnelligkeit der Flussänderung* (also dem Differentialquotienten nach der Zeit) abhängt.

$$f_c(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(t) \cdot (\cos \omega t)\, dt; \quad f_s(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(t) \cdot (\sin \omega t)\, dt \tag{3b}$$

Die Funktion $F(t)$ ist damit dargestellt durch die unendliche Summe von Cosinusfunktionen, deren Amplitude gleich $f_c(\omega)d\omega$ und Sinusfunktionen, deren Amplitude gleich $f_s(\omega)d\omega$ ist; im allgemeinen treten alle Frequenzen von Null bis Unendlich auf [2]). Fasst man in bekannter Weise entsprechende Sinus- und Cosinusglieder zusammen, so erhält man:

$$F(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \sqrt{f_c^2(\omega) + f_s^2(\omega)} \cdot \sin\left\{\omega t + \operatorname{arctg} \frac{f_c}{f_s}\right\} d\omega \tag{4}$$

worin der Ausdruck $\sqrt{f_c^2 + f_s^2}$ als das «*Spektrum*» der Funktion $F(t)$ bezeichnet werden kann. Eleganter lässt sich das Fourierintegral in komplexer Form darstellen [3]):

$$F(t) = \operatorname{Re}\left[\frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} f(\omega) \cdot e^{j\omega t} d\omega\right] \tag{5a}$$

wo

$$f(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(t) \cdot e^{-j\omega t} dt \tag{5b}$$

B. Die Anwendung des Fourierintegrals

1. Darstellung einiger Funktionen durch das Fourierintegral

Es soll zunächst die Zerlegung einiger, für die Lösung der später behandelten Probleme benötigter Funktionen erfolgen.

a) Die Darstellung einer Funktion, die für $-\infty < t < 0$ identisch Null ist und für $0 < t < +\infty$ der Gleichung:

$$F(t)_{t>0} = 2 \cdot e^{-\frac{t}{T}} \tag{6}$$

gehorcht (vgl. Fig. 1a), durch das Fourierintegral.

Es ist

$$f(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(t)\, e^{-j\omega t}\, dt$$

$$= \int_{-\infty}^{0} F(t)_{t<0}\, e^{-j\omega t}\, dt + \int_{0}^{+\infty} F(t)_{t>0}\, e^{-j\omega t}\, dt \tag{7a}$$

Unter Berücksichtigung der Annahmen folgt daraus

$$f(\omega) = 2 \int_0^{+\infty} e^{-t\left(\frac{1}{T} + j\omega\right)} dt = 2\left[-\frac{e^{-t\left(\frac{1}{T} + j\omega\right)}}{\frac{1}{T} + j\omega}\right]_0^{\infty} \tag{7b}$$

[2]) Es sei noch bemerkt, dass $F(t)$ und seine Ableitungen *keineswegs* überall *stetig* sein müssen, um durch ein Fourierintegral dargestellt werden zu können.

[3]) Re bedeutet hierin: Realteil von...

Daraus ergibt sich

$$f(\omega) = \frac{2}{\frac{1}{T} + j\omega} \tag{7c}$$

und somit wird:

$$\boxed{\begin{aligned} F(t) &= \operatorname{Re}\left[\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{e^{j\omega t}}{\frac{1}{T} + j\omega} \cdot d\omega\right] \\ &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\omega \sin(\omega t) + \frac{1}{T} \cos(\omega t)}{\left(\frac{1}{T}\right)^2 + \omega^2} \cdot d\omega \end{aligned}} \tag{8a}$$

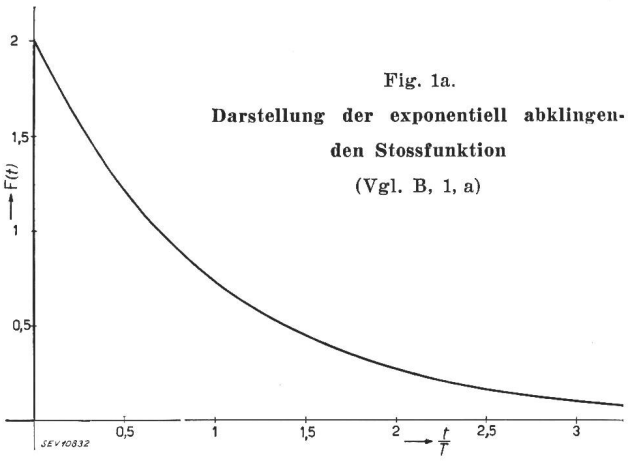

Fig. 1a.
Darstellung der exponentiell abklingenden Stossfunktion
(Vgl. B, 1, a)

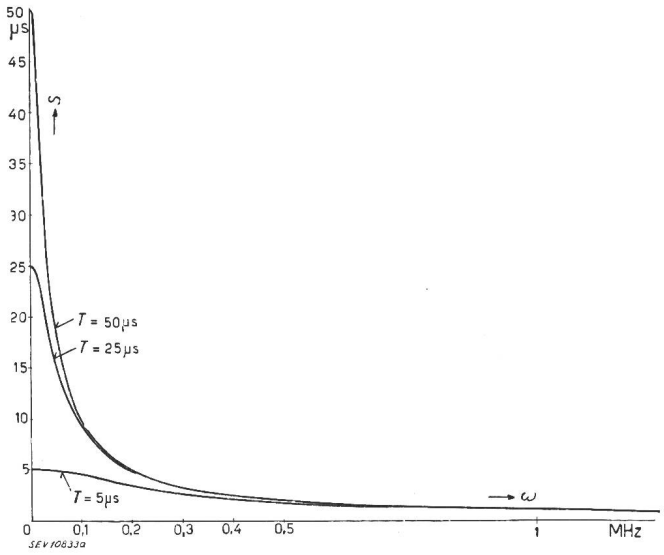

Fig. 1b.
Amplitudenspektren exponentiell abklingender Stossfunktionen

Es sei hier noch kurz auf das Amplitudenspektrum dieser Funktion eingegangen. Nach Gl. (4) war das Spektrum:

$$S = \sqrt{f_s^2 + f_c^2}$$

Setzen wir hierin die aus Gl. (8a) folgenden Werte ein, so erhalten wir:

$$S = \sqrt{\frac{\omega^2 + \frac{1}{T^2}}{\left(\omega^2 + \frac{1}{T^2}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{\omega^2 + \frac{1}{T^2}}} \qquad (8b)$$

Berechnen wir für verschiedene Werte von T die Grösse S als Funktion von ω, so erhalten wir die in Fig. 1b gezeigten Kurvenzüge. Man erkennt daraus, dass der Verlauf von S bei hohen Frequenzen für die verschiedenen Werte von T der gleiche ist; dies ist vor allem jener Teil des Spektrums, der den allen Kurven mit *verschiedenem T* gemeinsamen «Sprung» an der Stelle $t = 0$ verursacht, während das raschere oder langsamere exponentielle Abklingen (kleines oder grosses T) vor allem durch die niederen Frequenzen bedingt ist.

Häufig wird man bei der Wahl einer den zeitlichen Ablauf charakterisierenden Funktion eine gewisse Freiheit haben (sei es, dass nur ein Teil der Kurve für das zu behandelnde Problem von Belang ist, sei es, dass vom zu betrachtenden zeitlichen Ablauf nur eine geringe Zahl von Punkten bekannt ist); dann kann es vorteilhaft sein, ihn stückweise durch eine Anzahl mathematisch einfach darstellbarer Funktionen zu ersetzen, die derart zu wählen sind, dass die Lösung der zugehörigen Aufgabe möglichst einfach wird oder doch wenigstens auf tabellierte Funktionen führt, so dass umständliche graphische Integrationen usw. vermieden werden können. Für verschiedene Untersuchungen erwies sich als günstig:

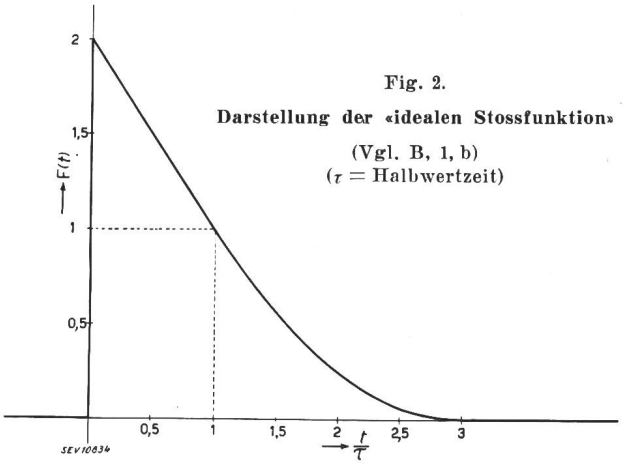

Fig. 2.
Darstellung der «idealen Stossfunktion»
(Vgl. B, 1, b)
(τ = Halbwertzeit)

b) eine Kurve (zur Abkürzung im folgenden als «idealer Stoss» bezeichnet), die für $-\infty < t < 0$ identisch Null ist, für $0 < t < \tau$ der Gleichung:

$$F(t)_{0<t<\tau} = \left(2 - \frac{t}{\tau}\right) \qquad (9a)$$

und für $\tau < t < 3\tau$ der Gleichung:

$$F(t)_{\tau<t<3\tau} = \frac{1}{4}\left(\frac{t}{\tau} - 3\right)^2 \qquad (9b)$$

gehorcht und für $3\tau < t < \infty$ wiederum identisch Null wird (vgl. Fig. 2). τ ist also hierin die Zeit, nach welcher der Funktionswert auf die Hälfte des Maximalwertes gesunken ist («Halbwertszeit»). Man erkennt, dass diese Kurve der unter *a)* behandelten, besonders in der Umgebung der Front recht ähnlich ist. Die Zerlegung ergibt hier:

$$\mathfrak{f}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(t)\, e^{-j\omega t} dt = \int_{-\infty}^{0} \underbrace{F(t)_{t<0}}_{0}\, e^{j\omega t} dt +$$
$$+ \int_{0}^{\tau} \left(2 - \frac{t}{\tau}\right) e^{-j\omega t} dt + \frac{1}{4}\int_{\tau}^{3\tau} \left(\frac{t}{\tau} - 3\right)^2 e^{-j\omega t} dt +$$
$$+ \int_{3\tau}^{\infty} \underbrace{F(t)_{t>3\tau}}_{0}\, e^{-j\omega t} dt \qquad (10a)$$

$$\mathfrak{f}(\omega) = -2j\frac{1}{\omega} + \frac{1}{\tau\omega^2} - j\frac{e^{-3j\omega\tau}}{2\omega^3\tau^2} + j\frac{e^{-j\omega\tau}}{2\omega^3\tau^2} \qquad (10b)$$

damit wird:

$$F(t) = \mathrm{Re}\left\{-\frac{2j}{\pi}\int_0^\infty \frac{e^{j\omega t}}{\omega} d\omega + \frac{1}{\pi\tau}\int_0^\infty \frac{e^{j\omega t}}{\omega^2} d\omega - \right.$$
$$\left. - \frac{j}{2\pi\tau^2}\int_0^\infty \frac{e^{j\omega(t-3\tau)}}{\omega^3} d\omega + \frac{j}{2\pi\tau^2}\int_0^\infty \frac{e^{j\omega(t-\tau)}}{\omega^3} d\omega\right\} \qquad (11a)$$

$$\boxed{\begin{aligned} F(t) = {} & \frac{2}{\pi}\int_0^\infty \frac{\sin(\omega t)}{\omega}\cdot d\omega + \frac{1}{\pi\tau}\int_0^\infty \frac{\cos(\omega t)}{\omega^2}\cdot d\omega + \\ & + \frac{1}{2\pi\tau^2}\int_0^\infty \frac{\sin[\omega(t-3\tau)]}{\omega^3}\cdot d\omega - \frac{1}{2\pi\tau^2}\int_0^\infty \frac{\sin[\omega(t-\tau)]}{\omega^3} d\omega \end{aligned}}$$

(11b)

Das Amplitudenspektrum, das hier für diesen Fall nicht berechnet wird, ist dem unter *a)* berechneten ähnlich, die dortigen Feststellungen gelten entsprechend auch hier.

c) Durch Kombination zweier Kurven vom obigen Typus mit verschiedenen Halbwertszeiten τ lässt sich leicht eine weitere Kurve gewinnen, die für $-\infty < t < 0$ und $3\tau_1 < t < +\infty$ identisch Null ist und für welche weiter gilt:

$$0 < t < \tau_2: \quad F(t)_{0<t<\tau_2} = \left(2 - \frac{t}{\tau_1}\right) - \left(2 - \frac{t}{\tau_2}\right)$$
$$= t\left(\frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_1}\right) \qquad (12a)$$

(12b)

$$\tau_2 < t < 3\tau_2: \quad F(t)_{\tau_2<t<3\tau_2} = \left(2 - \frac{t}{\tau_1}\right) - \frac{1}{4}\left(\frac{t}{\tau_2} - 3\right)^2$$

$$3\tau_2 < t < \tau_1: \quad F(t)_{3\tau_2<t<\tau_1} = \left(2 - \frac{t}{\tau_1}\right) \qquad (12c)$$

$$\tau_1 < t < 3\,\tau_1:\ \mathrm{F}(t)_{\tau_1<t<3\tau_1} = \frac{1}{4}\left(\frac{t}{\tau_1}-3\right)^2 \qquad (12d)$$

Fig. 3 zeigt derartige Kurven (im folgenden kurz «Stossfunktionen» genannt) für verschiedene Werte

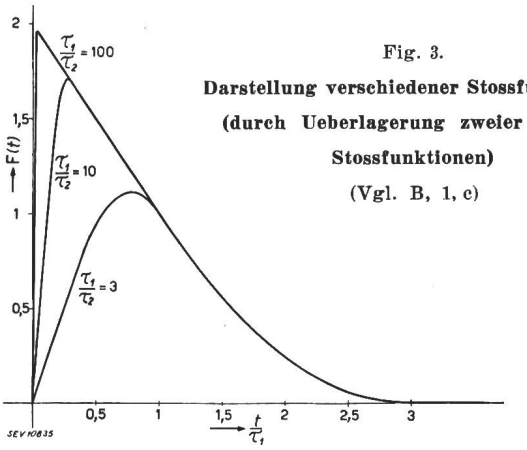

Fig. 3.
Darstellung verschiedener Stossfunktionen (durch Ueberlagerung zweier idealer Stossfunktionen)
(Vgl. B, 1, c)

des Verhältnisses $\frac{\tau_1}{\tau_2}$; ihre Darstellung durch das Fourierintegral lautet:

$$\mathrm{F}(t) = \left(\frac{1}{\tau_1}-\frac{1}{\tau_2}\right)\frac{1}{\pi}\int_0^\infty \frac{\cos(\omega t)}{\omega^2}\cdot \mathrm{d}\omega + \frac{1}{2\pi}\left(\frac{1}{\tau_1^2}\right)\left\{\int_0^\infty \frac{\sin[\omega(t-3\tau_1)]-\sin[\omega(t-\tau_1)]}{\omega^3}\cdot \mathrm{d}\omega\right\} - \frac{1}{2\pi}\left(\frac{1}{\tau_2^2}\right)\left\{\int_0^\infty \frac{\sin[\omega(t-3\tau_2)]-\sin[\omega(t-\tau_2)]}{\omega^3}\cdot \mathrm{d}\omega\right\} \qquad (13)$$

Die Spektren dieser Stösse würden sich als Differenzen der Spektren zweier «idealer Stossfunktionen» mit verschiedenen Halbwertszeiten τ_1 und τ_2 ergeben.

2. Einfluss der Beschneidung des Frequenzspektrums auf die Kurvenform von Stossfunktionen

a) Häufig wird sich die Frage stellen, welches der *Anteil* einer Funktion $\mathrm{F}(t)$ ist, der von einem *bestimmten Frequenzband* herrührt; das heisst mit anderen Worten, dass nach dem Wert des Fourierintegrals gefragt wird für den Fall, dass die Grenzen desselben bestimmte, *endliche* Werte haben. Physikalisch könnte man diese Frage etwa folgendermassen deuten: Am Eingang eines Tiefpassfilters (dessen Phasenmass im Durchlassbereich der Frequenz proportional sei und das mit seinem Wellenwiderstand abgeschlossen sei) liege eine EMK der Form $\mathrm{F}(t)$. Das Filter habe für Wechselspannungen einer Frequenz $\omega > \Omega$ eine praktisch unendlich grosse, für $\omega < \Omega$ keine Dämpfung. Welches ist die Form der Spannung an den Endklemmen? (Dass ein derartiges Filter nicht realisierbar ist, ist hier belanglos.)

Ist $\mathrm{F}(t)$ gegeben durch das Fourierintegral:

$$\mathrm{F}(t) = \mathrm{Re}\left[\frac{1}{\pi}\int_0^\infty \left\{e^{j\omega t}\,\mathrm{d}\omega\cdot\int_{-\infty}^{+\infty}\mathrm{F}(t)\,e^{-j\omega t}\,\mathrm{d}t\right\}\right] \qquad (5)$$

so wird sich die Ausgangsspannung durch das folgende Integral darstellen [4]):

$$\Phi(t)_\Omega = \mathrm{Re}\left[\frac{1}{\pi}\int_0^\Omega \left\{e^{j\omega t}\,\mathrm{d}\omega\int_{-\infty}^{+\infty}\mathrm{F}(t)\cdot e^{-j\omega t}\,\mathrm{d}t\right\}\right] \qquad (14)$$

b) Wendet man das eben Gesagte auf die in 1*b* besprochene ideale Stossfunktion an, so stellt sich die Aufgabe, das Integral

$$\Phi(t)_\Omega = \frac{2}{\pi}\int_0^\Omega \frac{\sin(\omega t)}{\omega}\,\mathrm{d}\omega + \frac{1}{\pi\tau}\int_0^\Omega \frac{\cos(\omega t)}{\omega^2}\,\mathrm{d}\omega + \frac{1}{2\pi\tau^2}\left\{\int_0^\Omega \frac{\sin[\omega(t-3\tau)]}{\omega^3}\,\mathrm{d}\omega - \int_0^\Omega \frac{\sin[\omega(t-\tau)]}{\omega^3}\,\mathrm{d}\omega\right\} \qquad (15)$$

auszuwerten. Gl. (15) lässt sich durch partielle Integration der drei letzten Glieder auf die folgende Form bringen:

$$\Phi(t)_\Omega = \left(2-\frac{t}{\tau}\right)\frac{1}{\pi}\int_0^\Omega \frac{\sin(\omega t)}{\omega}\,\mathrm{d}\omega + \left(\frac{t-\tau}{2\tau}\right)^2\frac{1}{\pi}\cdot\int_0^\Omega \frac{\sin[\omega(t-\tau)]}{\omega}\,\mathrm{d}\omega - \left(\frac{t-3\tau}{2\tau}\right)^2\frac{1}{\pi}\int_0^\Omega \frac{\sin[\omega(t-3\tau)]}{\omega}\,\mathrm{d}\omega + \frac{1}{\pi}\left[\frac{t-\tau}{4\tau^2}\cdot\frac{\cos[\omega(t-\tau)]}{\omega} - \frac{1}{\tau}\cdot\frac{\cos(\omega t)}{\omega} - \frac{t-3\tau}{4\tau^2}\cdot\frac{\cos[\omega(t-3\tau)]}{\omega} + \frac{\sin(\omega\tau)}{2\tau^2\omega^2}\cdot\cos[\omega(t-2\tau)]\right]_0^\Omega \qquad (16)$$

Das Einsetzen der Grenzen für die letzten vier Terme führt, da ihre Summe für $\omega = 0$ zu Null wird (vgl. Anhang, 2*a*) zu:

$$\Phi(t)_\Omega = \left(2-\frac{t}{\tau}\right)\frac{1}{\pi}\int_0^\Omega \frac{\sin(\omega t)}{\omega}\,\mathrm{d}\omega + \left(\frac{t-\tau}{2\tau}\right)^2\frac{1}{\pi}\cdot\int_0^\Omega \frac{\sin[\omega(t-\tau)]}{\omega}\,\mathrm{d}\omega - \left(\frac{t-3\tau}{2\tau}\right)^2\frac{1}{\pi}\int_0^\Omega \frac{\sin[\omega(t-3\tau)]}{\omega}\,\mathrm{d}\omega + \frac{1}{\pi}\left\{\frac{t-\tau}{4\tau^2}\cdot\frac{\cos[\Omega(t-\tau)]}{\Omega} - \frac{1}{\tau}\cdot\frac{\cos(\Omega t)}{\Omega} - \frac{t-3\tau}{4\tau^2}\cdot\frac{\cos[\Omega(t-3\tau)]}{\Omega} + \frac{\sin(\Omega\tau)}{2\tau^2\Omega^2}\cos[\Omega(t-2\tau)]\right\} \qquad (17)$$

Setzt man im ersten Integral $\omega t = z$, im zweiten $\omega(t-\tau) = z$, im dritten $\omega(t-3\tau) = z$, so wird:

[4]) Der Index Ω in $\Phi(t)_\Omega$ bedeutet, bis zu welcher Frequenz das Integral erstreckt werden soll.

$$\Phi(t)_\Omega = \left(2-\frac{t}{\tau}\right)\frac{1}{\pi}\int_0^{\Omega t}\frac{\sin z}{z}\,dz + \left(\frac{t-\tau}{2\tau}\right)^2\frac{1}{\pi}\int_0^{\Omega(t-\tau)}\frac{\sin z}{z}\,dz - \left(\frac{t-3\tau}{2\tau}\right)^2\frac{1}{\pi}\int_0^{\Omega(t-3\tau)}\frac{\sin z}{z}\,dz + \frac{1}{\pi}\left\{\ldots\ldots\right\} \qquad (18)$$

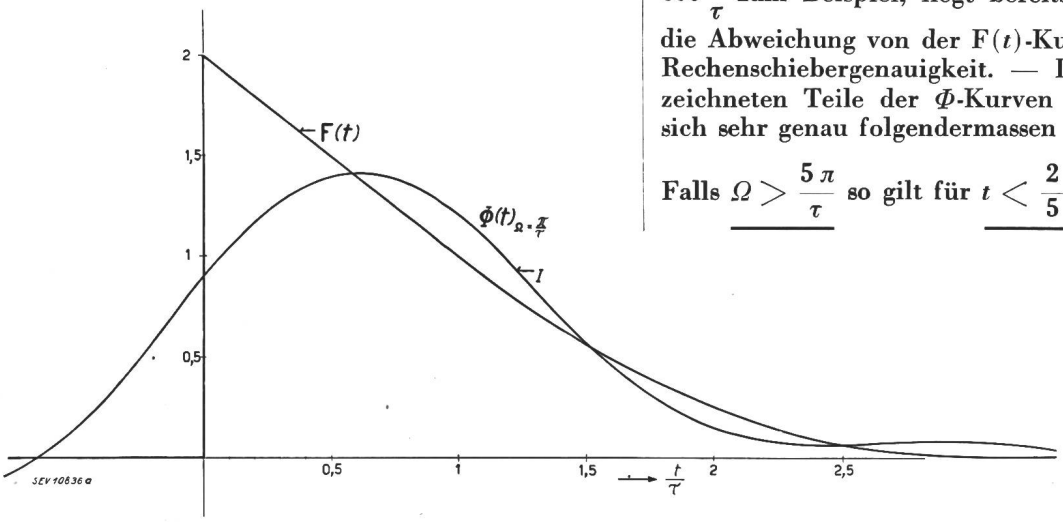

Fig. 4.
F(t) «Ideale Stossfunktion»
Φ(t) Entartung der «idealen Stossfunktion» infolge Fehlens höherer Frequenzen im Frequenzspektrum (I)

Man erkennt nun, dass es sich bei den Integralen um sogenannte Integralsinusfunktionen (Si) handelt, die sich in verschiedenen Tabellenwerken ausführlich berechnet finden (vgl. [8], [9], [10]). Man kann also schreiben:

$$\boxed{\begin{aligned}\Phi(t)_\Omega = {} & \frac{1}{\pi}\left(2-\frac{t}{\tau}\right)\mathrm{Si}(\Omega t) + \left(\frac{t-\tau}{2\tau}\right)^2\frac{1}{\pi}\mathrm{Si}\left[\Omega(t-\tau)\right] \\ & - \left(\frac{t-3\tau}{2\tau}\right)^2\frac{1}{\pi}\mathrm{Si}\left[\Omega(t-3\tau)\right] + \frac{1}{\pi}\left\{\frac{t-\tau}{4\tau^2}\cdot\frac{\cos[\Omega(t-\tau)]}{\Omega} - \right. \\ & - \frac{1}{\tau}\cdot\frac{\cos(\Omega t)}{\Omega} - \frac{t-3\tau}{4\tau^2}\cdot\frac{\cos[\Omega(t-3\tau)]}{\Omega} + \\ & \left. + \frac{\sin(\Omega\tau)}{2\tau^2\Omega^2}\cos\left[\Omega(t-2\tau)\right]\right\}\end{aligned}}$$

(18a)

Für verschiedene Werte von Ω wurde die Funktion $\Phi(t)_\Omega$ numerisch berechnet. Die entsprechenden *Ergebnisse* sind in Form von Kurvenzügen in Fig. 4 und 5 niedergelegt. Fig. 4 zeigt die «ideale Stosskurve» F(t) und die aus ihr durch Abschneiden aller Frequenzen oberhalb $\Omega = \frac{\pi}{\tau}$ entstandene entartete Stosskurve $\Phi(t)_\Omega$ (bzw. Kurve *I*). (Dabei bedeutet τ, wie früher, die Zeit innerhalb welcher F(t) vom Maximalwert auf dessen Hälfte gesunken ist.) Fig. 5 in der der Zeitmaßstab sehr stark gedehnt ist, zeigt, neben den bereits in Fig. 4 enthaltenen Kurven, die Verhältnisse für $\Omega = 100\,\frac{\pi}{\tau}$ (Kurve *II*), $\Omega = 300\,\frac{\pi}{\tau}$ (Kurve *III*) und für $\Omega = 600\,\frac{\pi}{\tau}$ (Kurve *IV*). Ein Unterschied gegen F(t) zeigt sich für grössere Werte von Ω praktisch nur in der Gegend der Front (d. h. der Sprungstelle der Funktion F(t).) Man erkennt aus diesen Kurven, dass sie um die Kurve F(t) «herumpendeln», und zwar derart, dass die Amplituden der Abweichungen von der F(t)-Kurve um so rascher mit der Zeit abnehmen, je grösser Ω gewählt wurde. Für $\Omega = 600\,\frac{\pi}{\tau}$ zum Beispiel, liegt bereits zur Zeit $t > \frac{\tau}{10}$ die Abweichung von der F(t)-Kurve innerhalb der Rechenschiebergenauigkeit. — Die in Fig. 5 gezeichneten Teile der Φ-Kurven *II*, *III*, *IV* lassen sich sehr genau folgendermassen darstellen:

Falls $\underline{\Omega > \frac{5\pi}{\tau}}$ so gilt für $\underline{t < \frac{2}{5}\tau}$

$$\underline{\Phi(t)_\Omega = \frac{1}{\pi}\left(2-\frac{t}{\tau}\right)\left(\mathrm{Si}(\Omega t) + \frac{\pi}{2}\right)} \qquad (19a)$$

wie aus Gl. (18a) im Anhang, 2*b*, abgeleitet wird; für die Berechnung jener Kurventeile wird man daher Gl. (19) statt (18a) verwenden. Es sei noch bemerkt, dass aus Gl. (19) folgt, dass zur Zeit $t = 0$ die Steilheit

$$\left[\Phi(t)'_\Omega\right]_{t=0} = \frac{2}{\pi}\,\Omega - \frac{1}{2\tau} \qquad (19b)$$

beträgt, falls $\Omega > \frac{5\pi}{\tau}$.

c) Wir wollen uns jetzt ähnlichen Betrachtungen für die in B, 1*c*, behandelte Stossfunktion zuwenden. Hierbei wollen wir jedoch für die Halbwertszeiten einige numerische Annahmen treffen. Es sei $\tau_1 = 50\ \mu s$ und $\tau_2 = 0{,}5\ \mu s$, also $\frac{\tau_1}{\tau_2} = 100$. Damit erhalten wir eine Kurve, die bereits in Fig. 3 dargestellt wurde. In Fig. 6 ist die Front dieser Kurve in stark vergrössertem Maßstab nochmals gezeichnet (stark ausgezogene Kurve). Ein Abschneiden des *oberen Frequenzbandes* wird — wie leicht einzusehen — *in erster Linie* die *Form* der steilen *Front verändern*. Aus Fig. 6 erkennt man, dass die Frequenzen oberhalb $^3/_4$ Megahertz (d. h. oberhalb $\Omega = 2\pi\cdot\frac{3}{4}$ MHz) auf die Form der Kurve von sehr geringem Einfluss sind, nur an der Stelle $t = 0$ bewirken sie den scharfen Knick (die Unstetigkeit des Differentialquotienten der Funktion F(t) an der Stelle $t = 0$). *Betrachtet man die Kurve mit dem Wert* $\Omega = 2\pi$ MHz *genau, so erkennt man, dass sich diese weitgehend mit der Form*

der sog. «***Normalen Stoßspannung***» *deckt*, die in den von der Forschungskommission für Hochspannungsfragen des SEV und VSE aufgestellten «Leitsätzen für den Schutz elektrischer Anlagen gegen atmosphärische Ueberspannungen» (vgl. [11]) definiert wurde; die «Frontdauer» (vgl. die dortigen Definitionen) beträgt auch hier ca. 1 μs, die «Rükkenhalbwertzeit» ebenfalls ca. 50 μs [5]). Wir werden also im folgenden, wenn wir kurz vom Normalstoss sprechen, stets die eben erwähnte Kurve mit $\Omega = 2\,\pi$ MHz (resp. $f_{gr} = 10^6$ Hz) meinen.

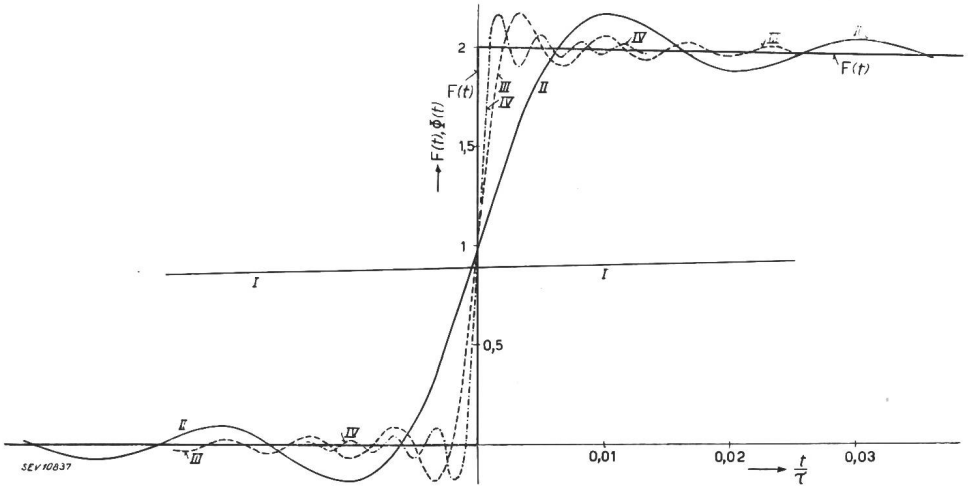

Fig. 5.
Entartungen der «idealen Stossfunktion» F(t) infolge Fehlens höherer Frequenzen im Frequenzspektrum

Die Fronten der $\Phi(t)_\Omega$-Kurven:

I: $\Omega = \frac{\pi}{\tau}$

II: $\Omega = 100 \cdot \frac{\pi}{\tau}$

III: $\Omega = 300 \cdot \frac{\pi}{\tau}$

IV: $\Omega = 600 \cdot \frac{\pi}{\tau}$

F(t): $\Omega = \infty$

3. *Verzerrungen in einem Kabel*

Es soll hier das bereits in der Einleitung erwähnte Problem behandelt werden: Es sei nach der Verzerrung gefragt, die eine Spannungswelle erfährt, nachdem sie l Meter eines Kabels durchlaufen hat, welches mit seinem Wellenwiderstand abgeschlossen ist. (Diese Voraussetzung wird sich nicht immer mit einfachen Mitteln realisieren lassen, da im allgemeinen Grösse und Phase des Wellenwiderstandes mit der Frequenz ändern und daher auch der Abschlusswiderstand die gleiche Frequenzabhängigkeit aufweisen muss.) Legt man eine stationäre, sinusförmige EMK $e^{j\omega t}$ bzw. $\sin \omega t$ an den Eingang eines solchen Kabels, so ist an der Stelle $x = l$ die Spannung bekanntermassen:

$$e^{j\omega t} \cdot e^{-\gamma l} = e^{j(\omega t - \alpha l)}\, e^{-\beta l} \text{ bzw. } e^{-\beta l} \sin(\omega t - \alpha l)$$

wo $\gamma = (\beta + j\alpha)$ die Fortpflanzungskonstante, α das Phasenmass und β das Dämpfungsmass — alle Grössen pro Längeneinheit — bedeutet; *im allgemeinen ist γ eine Funktion von ω*. Ist die Eingangs-EMK $F(t)_0$ durch ein Fourierintegral [Gl. (5)] dargestellt, so wird für eine *Teil*schwingung $\varphi(\omega)$ an der Stelle $x = 0$ gelten:

$$[\varphi(\omega)]_{x=0} = \frac{1}{\pi}\, e^{j\omega t}\, d\omega \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-j\omega t} \cdot F(t)_0\, dt \qquad (20)$$

an der Stelle $x = l$ aber:

$$[\varphi(\omega)]_{x=l} = \frac{1}{\pi}\, e^{j\omega t} \cdot e^{-\gamma_{(\omega)} l}\, d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-j\omega t}\, F(t)_0\, dt \qquad (21)$$

Die Gesamtspannung an der Stelle $x = l$ muss dann sein:

$$\boxed{F(t)_{x=l} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} e^{j(\omega t - \alpha_{(\omega)} \cdot l)} \cdot e^{-\beta_{(\omega)} \cdot l} \cdot d\omega \left[\int_{-\infty}^{+\infty} F(t)_0\, e^{-j\omega t} dt \right]} \qquad (22)$$

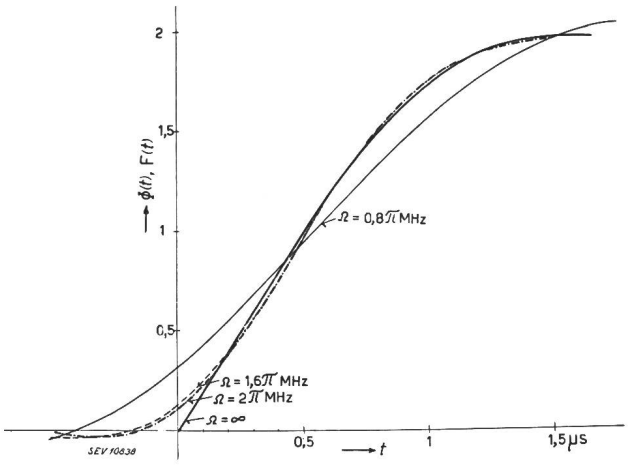

Fig. 6.
Front einer Stossfunktion mit $\tau_1 = 100\ \tau_2 = 50$ μs (vgl. B, 1c und B, 2c) **sowie die Fronten der aus ihr durch Abschneiden aller Frequenzen oberhalb Ω abgeleiteten Kurven**

Im allgemeinen werden $e^{-\beta_{(\omega)} l}$ und $\alpha_{(\omega)} l$ als Funktionen von ω aus Kabelmessungen vorliegen. Zu relativ einfachen Resultaten kommt man meist, wenn man die Funktionen $e^{-\beta_{(\omega)} l}$ und $\alpha_{(\omega)} l$ stückweise durch *Geraden* ersetzt; es sei also im Intervall $0 < \omega < \omega_1$

$$e^{-\beta_{(\omega)} l} = p_1 - q_1 \cdot \omega \qquad (23a, 1)$$

und

$$\alpha_{(\omega)} l = \xi_1 + \zeta_1 \cdot \omega \qquad (23b, 1)$$

[5]) Genau beträgt die Frontdauer der von uns betrachteten Kurve 1,2 μs, die Rückenhalbwertzeit 50,5 μs, doch liesse sich hier eine vollständige Uebereinstimmung durch geringfügige Aenderung der Werte von τ_1 und τ_2 leicht erreichen. Dadurch, dass dann $\frac{\tau_1}{\tau_2}$ nicht mehr genau gleich 100 wäre, würde jedoch die Rechenarbeit erheblich anwachsen; da anderseits die Abweichung vom Normalstoss gering ist, hätte sich eine Verbesserung der Uebereinstimmung kaum gelohnt.

Im Intervall $\omega_1 < \omega < \omega_2$ gelte:

$$e^{-\beta_{(\omega)} l} = p_2 - q_2 \cdot \omega \qquad (23a, 2)$$

und

$$\alpha_{(\omega)} l = \xi_2 + \zeta_2 \cdot \omega \qquad (23b, 2)$$

usw. Damit kann Gl. (22) geschrieben werden:

$$\begin{aligned} F(t)_{x=l} = & \frac{1}{\pi}\int_0^{\omega_1} e^{j(\omega t - \xi_1 - \zeta_1 \cdot \omega)} \cdot f(\omega) \cdot (p_1 - q_1 \cdot \omega)\, d\omega + \\ & + \frac{1}{\pi}\int_{\omega_1}^{\omega_2} e^{j(\omega t - \xi_2 - \zeta_2 \cdot \omega)} \cdot f(\omega) \cdot (p_2 - q_2 \cdot \omega)\, d\omega + \\ & + \cdots\cdots\cdots\cdots + \cdots \\ & + \frac{1}{\pi}\int_{\omega_{n-1}}^{\omega_n} e^{j(\omega t - \xi_n - \zeta_n \cdot \omega)} f(\omega) \cdot (p_n - q_n \cdot \omega)\, d\omega + \\ & + \cdots\cdots\cdots\cdots \qquad (24) \end{aligned}$$

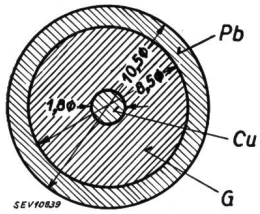

Fig. 7.
Kabelquerschnitt
Pb Bleimantel. *Cu* Kupferseele.
G Gummiisolation.

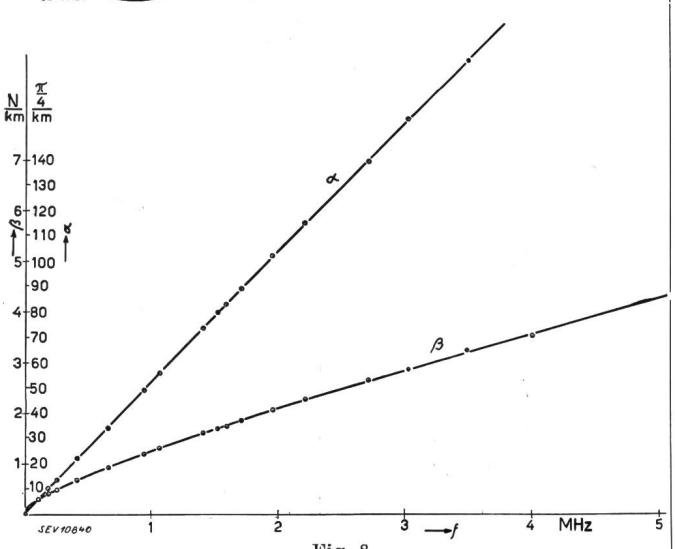

Fig. 8.
Dämpfungsmass (β) und Phasenmass (α) eines Gummikabels
f Frequenz

Als praktisches Beispiel soll ein sogenanntes «*Verzögerungskabel*» behandelt werden, wie es bei Hochspannungsuntersuchungen häufig zwischen Stoßspannungsgenerator und Kathodenstrahloszillograph geschaltet wird, vgl. z. B. [12]. Die Länge des Kabels, das mit seinem Wellenwiderstand (Z_0 = 50 Ohm) abgeschlossen sei, betrage l = 200 m; die Maße des Querschnittes sind in Fig. 7 eingetragen. Die Konstanten eines derartigen Kabels wurden durch Messungen (vgl. Anhang, 1) ermittelt [6]; die Resultate sind in Fig. 8 dargestellt. Wie man sieht, ist $\alpha_{(\omega)} l$ eine durch den Nullpunkt gehende Gerade, so dass eine «Phasenverzerrung» (Verzerrung infolge Dispersion) im Kabel *nicht* auftreten wird. Wir können somit bei der Berechnung der Verzerrung auf die Berücksichtigung des Phasenmaßes verzichten. Der Ersatz der $e^{-\beta_{(\omega)} l}$-Kurve durch gerade Linien (gestrichelt in Fig. 9 eingezeichnet) ergab für die Gleichungen (23a), (23b) usw. die folgenden Koeffizienten:

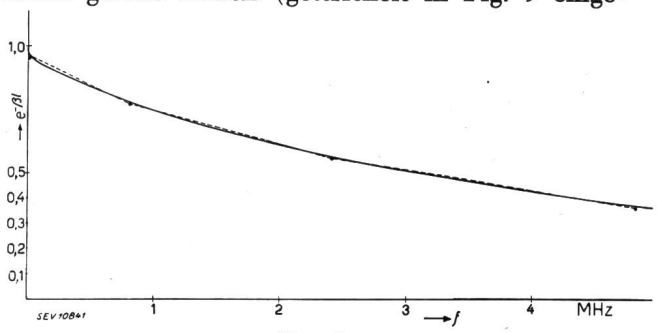

Fig. 9.
Die Funktion $e^{-\beta_{(\omega)} l}$ für l = 200 m

$p_1 = 1$, $p_2 = 0{,}962$, $p_3 = 0{,}88$, $p_4 = 0{,}76$

$q_1 = 0{,}636\ \mu s$, $q_2 = 0{,}03\ \mu s$, $q_3 = 0{,}017\ \mu s$, $q_4 = 0{,}0106\ \mu s$,

wobei

$\omega_1 = \frac{2\pi}{100}$ MHz, $\omega_2 = 2\pi$ MHz, $\omega_3 = 6\pi$ MHz, $\omega_4 = 12\pi$ MHz ist.

Wir können nun, da wir, ohne an der *Form* der Kurven etwas zu ändern, das *lineare Phasenmass fortlassen* dürfen, die Gl. (24) für die Rechnung etwas umformen:

$$\begin{aligned} F(t)_{x=l} = & \Bigg[\frac{p_1}{\pi}\int_0^{\omega_1} e^{j\omega t} f(\omega)\, d\omega + \frac{p_2}{\pi}\Bigg\{\int_0^{\omega_2} e^{j\omega t} f(\omega)\, d\omega - \\ & - \int_0^{\omega_1} e^{j\omega t} f(\omega)\, d\omega\Bigg\} + \cdots\cdots \\ & + \frac{p_n}{\pi}\Bigg\{\int_0^{\omega_n} e^{j\omega t} f(\omega)\, d\omega - \int_0^{\omega_{n-1}} e^{j\omega t} f(\omega)\, d\omega\Bigg\} + \cdots\Bigg] \\ & + \Bigg[-\frac{q_1}{\pi}\int_0^{\omega_1} e^{j\omega t} f(\omega) \cdot \omega \cdot d\omega - \frac{q_2}{\pi}\Bigg\{\int_0^{\omega_2} e^{j\omega t} f(\omega) \cdot \omega \cdot d\omega \\ & - \int_0^{\omega_1} e^{j\omega t} f(\omega) \cdot \omega \cdot d\omega\Bigg\} + \cdots - \frac{q_n}{\pi}\Bigg\{\int_0^{\omega_n} e^{j\omega t} f(\omega) \cdot \omega \cdot d\omega - \\ & - \int_0^{\omega_{n-1}} e^{j\omega t} f(\omega) \cdot \omega \cdot d\omega\Bigg\} + \cdots\cdots\Bigg] \qquad (25) \end{aligned}$$

[6]) Herrn P.-D. Dr. *K. Berger*, Versuchsleiter der Forschungskommission für Hochspannungsfragen des SEV und VSE, danke ich auch an dieser Stelle dafür, dass er mir dieses Verzögerungskabel sowie den später erwähnten Shunt zur Verfügung stellte, ferner auch für die grosse Bereitwilligkeit, mit der er mir verschiedentlich über Hochspannungsfragen Auskunft gab.

Für den Ausdruck $\frac{1}{\pi}\int_0^{\omega_n} e^{j\omega t}\, f(\omega)\, d\omega$ hatten wir in B, 2 a, die Bezeichnung $\Phi(t)_{\omega_n}$ eingeführt und wollen nun neu für den Ausdruck $\frac{1}{\pi}\int_0^{\omega_n} e^{j\omega t}\, f(\omega)\cdot\omega\cdot d\omega$ den Buchstaben $\Psi(t)_{\omega_n}$ verwenden; dann können wir schreiben:

$$F(t)_{x=l} = p_1\,\Phi(t)_{\omega_1} + p_2\{\Phi(t)_{\omega_2} - \Phi(t)_{\omega_1}\} + p_3\{\cdots\} + \cdots - q_1\,\Psi(t)_{\omega_1} - q_2\{\Psi(t)_{\omega_2} - \Psi(t)_{\omega_1}\} - q_3\{\cdots\} - \cdots \tag{26}$$

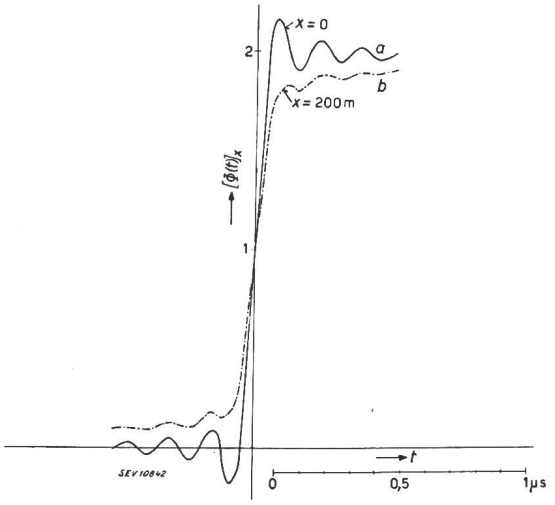

Fig. 10.
Die Verzerrung am Ende eines 200 m langen Kabels
a Spannung am Anfang des Kabels. *b* Spannung am Ende des Kabels.

a) Am Eingang des Kabels liege eine EMK von der Form der in 2, b mit «IV» bezeichneten Kurve (vgl. Fig. 5 und 10), also dargestellt durch das bestimmte Integral:

$$\Phi(t)_{12\pi\,\mathrm{MHz}} = \frac{2}{\pi}\int_0^{12\pi}\frac{\sin\omega t}{\omega}\,d\omega + \frac{1}{\tau\pi}\int_0^{12\pi}\frac{\cos\omega t}{\omega^2}\,d\omega + \frac{1}{2\pi\tau^2}\left\{\int_0^{12\pi}\frac{\sin\omega(t-3\tau)-\sin\omega(t-\tau)}{\omega^3}\,d\omega\right\} \tag{27}$$

Es wird sich dann die Spannung an der Stelle $x = l$ nach Gl. (26) ergeben zu:

$$[\Phi(t)_{12\pi\,\mathrm{MHz}}]_{x=l} = \frac{p_1}{\pi}\,\Phi(t)_{\frac{2\pi}{100}} + \frac{p_2}{\pi}\left\{\Phi(t)_{2\pi} - \Phi(t)_{\frac{2\pi}{100}}\right\} + \frac{p_3}{\pi}\left\{\Phi(t)_{6\pi} - \Phi(t)_{2\pi}\right\} + \frac{p_4}{\pi}\left\{\Phi(t)_{12\pi} - \Phi(t)_{6\pi}\right\} - \frac{q_1}{\pi}\,\Psi(t)_{\frac{2\pi}{100}} - \frac{q_2}{\pi}\left\{\Psi(t)_{2\pi} - \Psi(t)_{\frac{2\pi}{100}}\right\} - \frac{q_3}{\pi}\left\{\Psi(t)_{6\pi} - \Psi(t)_{2\pi}\right\} - \frac{q_4}{\pi}\left\{\Psi(t)_{12\pi} - \Psi(t)_{6\pi}\right\} \tag{28}$$

Da die Grössen $\Phi(t)_{\frac{2\pi}{100}}$, $\Phi(t)_{2\pi}$, $\Phi(t)_{6\pi}$ und $\Phi(t)_{12\pi}$ bereits in 2, b ermittelt wurden und auch p_1, p_2, p_3, p_4 und q_1, q_2, q_3, q_4, bekannt sind, sind nur noch die in Gl. (28) vorkommenden Ausdrücke $\Psi(t)$ zu berechnen. Nach Gl. (25) und (15) ist:

$$\Psi(t)_\Omega = \frac{2}{\pi}\int_0^{\Omega}\sin\omega t\,d\omega + \frac{1}{\pi\tau}\int_0^{\Omega}\frac{\cos\omega t}{\omega}\,d\omega + \frac{1}{2\pi\tau^2}\left\{\int_0^{\Omega}\frac{\sin\omega(t-3\tau)-\sin\omega(t-\tau)}{\omega^2}\,d\omega\right\} \tag{29}$$

Durch Integration und partielle Integration erhält man:

$$\Psi(t)_\Omega = \frac{t-3\tau}{2\pi\tau^2}\int_0^{\Omega}\frac{\cos\omega(t-3\tau)}{\omega}\,d\omega - \frac{t-\tau}{2\pi\tau^2}\int_0^{\Omega}\frac{\cos\omega(t-\tau)}{\omega}\,d\omega + \frac{1}{\pi\tau}\int_0^{\Omega}\frac{\cos\omega t}{\omega}\,d\omega + \left[\frac{-2}{\pi}\cdot\frac{\cos\omega t}{t} + \frac{\sin\omega\tau}{\pi\tau^2\omega}\cos\omega(t-2\tau)\right]_0^{\Omega} \tag{30}$$

Durch einige Umformungen und das Einsetzen der Grenzen lässt sich dies folgendermassen darstellen (Ableitungen, vgl. Anhang 2, c):

$$\Psi(t)_\Omega = \frac{t-3\tau}{2\tau^2\pi}\int_0^{\Omega(t-3\tau)}\frac{\cos z-1}{z}\,dz - \frac{t-\tau}{2\tau^2\pi}\int_0^{\Omega(t-\tau)}\frac{\cos z-1}{z}\,dz + \frac{1}{\pi\tau}\int_0^{\Omega t}\frac{\cos z-1}{z}\,dz + \frac{2}{\pi t}(1-\cos\Omega t) + \frac{\sin\Omega\tau}{\pi\tau^2\Omega}\cdot\cos\Omega(t-2\tau) - \frac{1}{\pi\tau} \tag{31}$$

Die hier enthaltenen Integrale sind (vgl. [13]) darstellbar als die Summe eines Logarithmus und einer sogenannten Integralcosinusfunktion (Ci) (die gleichfalls ausführlich tabelliert ist, vgl. [8], [9], [10]), und zwar ist:

$$\int_0^{a}\frac{\cos y-1}{y}\,dy = \mathrm{Ci}(a) - \ln a - k$$

Setzt man diesen Ausdruck in Gl. (3) ein, so fällt k fort, und man erhält:

$$\Psi(t)_\Omega = \frac{t-3\tau}{2\pi\cdot\tau^2}\left\{\mathrm{Ci}[\Omega(t-3\tau)]-\ln[\Omega(t-3\tau)]\right\} - \frac{t-\tau}{2\pi\cdot\tau^2}\left\{\mathrm{Ci}[\Omega(t-\tau)]-\ln[\Omega(t-\tau)]\right\} + \frac{1}{\pi\tau}\left\{\mathrm{Ci}[\Omega t]-\ln[\Omega t]\right\} + \frac{2}{\pi t}(1-\cos\Omega t) + \frac{\sin\Omega\tau}{\pi\cdot\tau^2\Omega}\cdot\cos\Omega(t-2\tau) - \frac{1}{\pi\tau} \tag{32}$$

Fig. 11 und 12 zeigen den verzerrten Normalstoss an der Stelle $x = 200$ m. Wie man sieht, ist die durch ein derartiges Verzögerungskabel von 200 m Länge bewirkte Verzerrung nicht beträchtlich.

4. *Normalstoss und Schwingkreis*

Es sei nach dem Strom in einem Serieresonanzkreis (Fig. 13) gefragt, an dessen Klemmen eine EMK liege von der Form des «Normalen Spannungsstosses». Für die Lösung ist es sehr bequem, den Normalstoss darzustellen als Kombination zweier Kurven von dem in B, 1, a behandelten Typus

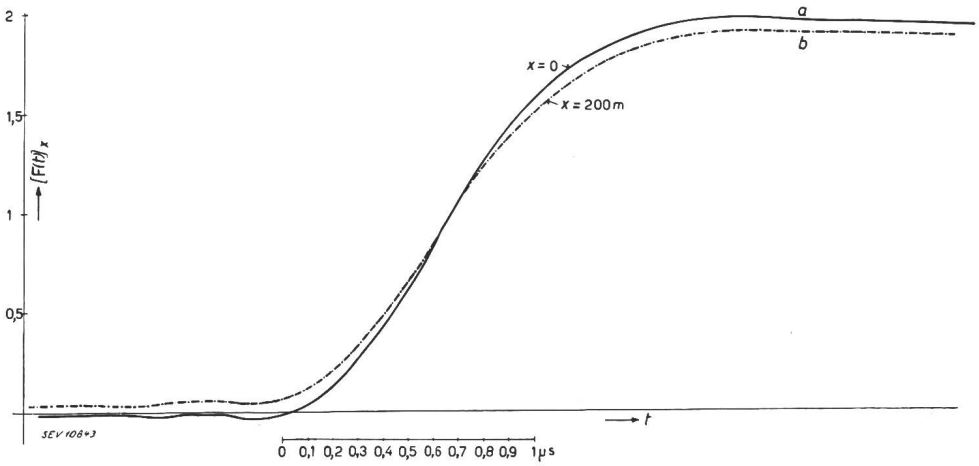

Fig. 11.

Verzerrung der Front des «Normalen Spannungsstosses am Ende eines 200 m langen Verzögerungskabels

a unverzerrte Spannung.
b verzerrte Spannung.

Hiermit sind also auch die Ausdrücke $\Psi(t)_\Omega$ zu berechnen, so dass sich die Form der Spannungswelle an der Stelle $x = l$ nun ohne mathematische Schwierigkeiten (allerdings mit ziemlich grossem Aufwand an Rechenarbeit!) aus Gl. (28) finden lässt, vgl. Fig. 10.

b) Besonders interessieren wird die Verzerrung, die der «Normale Spannungsstoss» längs eines derartigen Kabels erfährt. Da sich dieser zusammensetzen lässt aus zwei Kurven von der Art der so-

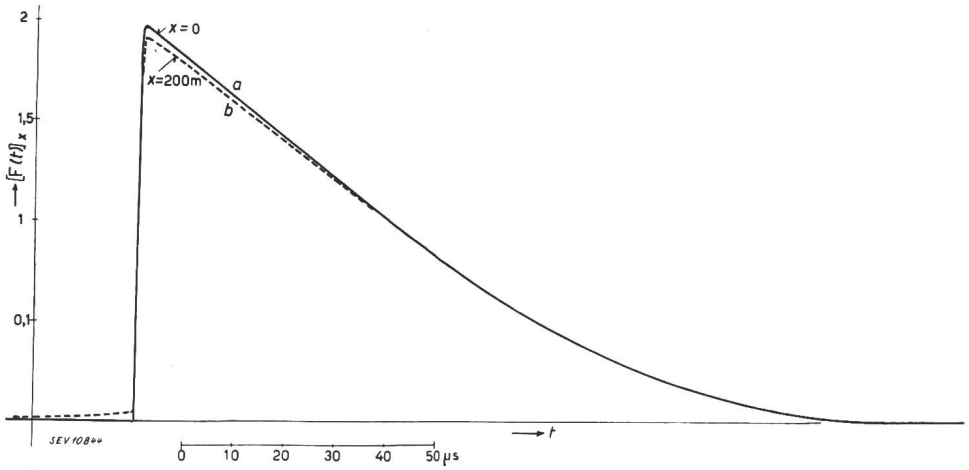

Fig. 12.

Verzerrung eines «Normalen Spannungsstosses am Ende eines 200 m langen Verzögerungskabels

a unverzerrte Spannung.
b verzerrte Spannung.

eben betrachteten, so bereitet die Berechnung seiner Verzerrung *keine neuen* Schwierigkeiten [7]).

(also *nicht wie bisher* durch Kombination zweier «idealer Stossfunktionen» unter Weglassung aller Frequenzen grösser als 1 MHz) [8]). Es würde also gelten:

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{E}_1 - \mathfrak{E}_2 = \begin{cases} 0 \text{ für } -\infty < t < 0 \\ \left(e^{-\frac{t}{T_1}} - e^{-\frac{t}{T_2}}\right) \text{ für } 0 < t < +\infty \end{cases} \tag{34}$$

Die Lösung soll zunächst für die EMK $\mathfrak{E}_1$ erfolgen

[7]) Da das Frequenzband des Normalstosses, wie wir früher gesehen haben, nur bis zu einer Frequenz $f_{max} = 1$ MHz reicht, verringert sich die Zahl der Glieder gegenüber der in B 2,a behandelten Funktion, deren Frequenzband sich bis 6 MHz erstreckt, ganz erheblich.

[8]) Trotzdem der Normalstoss genauer durch die in B 2,c besprochene Kurve dargestellt werden kann, wurde diese Darstellung gewählt, da sie für die folgenden Ableitungen grosse Vorteile bietet. Dazu sei weiter bemerkt, dass anderseits die Darstellung durch Gleichung (34) für die in B 2 und 3 angestellten Untersuchungen eine sehr starke Komplizierung gebracht hätte.

(für den Spezialfall $T_1 = \infty$ ist die Lösung z. B. bei [2] zu finden). Es lautet die Darstellung von $\mathfrak{E}_i$ durch das Fourierintegral [vgl. Gl. (8)]:

$$\mathfrak{E}_1 = \mathrm{Re}\left[\frac{2}{\pi}\int_0^\infty \frac{e^{j\omega t}}{\frac{1}{T_1}+j\omega}\,\mathrm{d}\omega\right] \tag{8}$$

Die Impedanz des Kreises ist für die Kreisfrequenz ω:

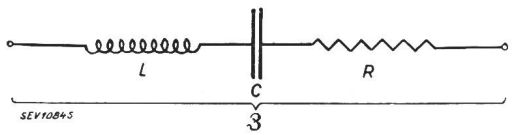

Fig. 13.
Serieresonanzkreis
(Vgl. B, 4)

$$\mathfrak{Z} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} \tag{35}$$

Dieser Ausdruck lässt sich umformen in:

$$\mathfrak{Z} = \frac{L}{j\omega}(j\omega-\varrho_1)(j\omega-\varrho_2) \tag{36}$$

wo:

$$\varrho_{\frac{1}{2}} = -\frac{R}{2L} \pm j\sqrt{\frac{1}{LC}-\left(\frac{R}{2L}\right)^2} \tag{37}$$

Der Quotient $\frac{R}{2L}$ stellt die Dämpfung μ des Kreises dar, der Ausdruck $\sqrt{\frac{1}{LC}-\left(\frac{R}{2L}\right)^2}$ seine Eigenfrequenz ω_0. Somit können wir schreiben:

$$\varrho_{\frac{1}{2}} = -\mu \pm j\,\omega_0 \tag{37a}$$

Aus Gl. (8) und (36) folgt der Strom zu:

$$\mathfrak{J}_1 = \frac{2}{\pi L}\cdot\int_0^\infty \frac{e^{j\omega t}\,j\omega\cdot\mathrm{d}\omega}{(j\omega-\varrho_1)(j\omega-\varrho_2)\left(j\omega+\frac{1}{T_1}\right)} \tag{38}$$

oder, indem wir substituieren $j\omega = z$:

$$\mathfrak{J}_1 = \frac{2}{\pi L j}\int_0^\infty \frac{e^{zt}\cdot z\cdot\mathrm{d}z}{(z-\varrho_1)(z-\varrho_2)\left(z+\frac{1}{T_1}\right)} \tag{39}$$

Nimmt man eine Partialbruchzerlegung vor, so erhält man:

$$\mathfrak{J}_1 = \frac{2}{\pi L j}\int_0^\infty \left\{\frac{A\cdot e^{zt}}{z-\varrho_1}+\frac{B\cdot e^{zt}}{z-\varrho_2}+\frac{C\cdot e^{zt}}{z+\frac{1}{T_1}}\right\}\mathrm{d}z \tag{40}$$

wo:

$$A = \frac{\varrho_1}{(\varrho_1-\varrho_2)\left(\varrho_1+\frac{1}{T_1}\right)} \tag{41a}$$

$$B = \frac{\varrho_2}{(\varrho_2-\varrho_1)\left(\varrho_2+\frac{1}{T_1}\right)} \tag{41b}$$

$$C = \frac{-1}{T_1\left(\frac{1}{T_1}+\varrho_1\right)\left(\frac{1}{T_1}+\varrho_2\right)} \tag{41c}$$

Die Lösungen dieser Integrale sind bekannt, vgl. z. B. [16], und zwar erhält man (für $t > 0$)

$$\mathfrak{J}_1 = \frac{2}{\pi L}\left\{A\cdot e^{\varrho_1 t}+B\cdot e^{\varrho_2 t}+C\cdot e^{-\frac{t}{T_1}}\right\} \tag{42}$$

Mit Gl. (37a), (42) und (41) ergibt dies nach einigen Umformungen:

$$\boxed{\mathfrak{J}_1 = \frac{2}{\pi L\left\{\left(\mu-\frac{1}{T_1}\right)^2+\omega_0^2\right\}}\left\{e^{-\mu t}\left[\frac{\mu^2+\omega_0^2-\frac{\mu}{T_1}}{\omega_0}\sin\omega_0 t + \frac{1}{T_1}\cos\omega_0 t\right]-\frac{1}{T_1}e^{-\frac{t}{T_1}}\right\}} \tag{43}$$

Für $t < 0$ ist $\mathfrak{J}_1 = 0$. Die nähere Betrachtung der Gl. (43) zeigt, dass der durch die Spannung $\mathfrak{E}_1$ bewirkte Strom $\mathfrak{J}_1$ sich — wie zu erwarten war — zusammensetzt aus einem Strom von der Form der gedämpften Eigenschwingung des Kreises (die beiden ersten Glieder in der geschweiften Klammer) und einem Strom von der Form der angelegten EMK (dritter Term in der geschweiften Klammer). Die Amplituden dieser Teilströme hängen von den Konstanten des Kreises einerseits, von der Form der EMK (resp. der sie charakterisierenden Grösse T_1) anderseits ab. Ob ein sogenanntes «Ueberschwingen» (Vorzeichenwechsel des Stromes) eintritt, hängt somit von den Konstanten μ, ω_0 und T_1 ab.

Der Gesamtstrom $\mathfrak{J}$, der durch die Spannung $\mathfrak{E} = \mathfrak{E}_1 - \mathfrak{E}_2$ [vgl. Gl. (34)] hervorgerufen wird, stellt sich als Differenz der Ströme $\mathfrak{J}_1$ und $\mathfrak{J}_2$ dar:

$$\underline{\mathfrak{J} = \mathfrak{J}_1 - \mathfrak{J}_2} \tag{44}$$

($\mathfrak{J}_2$ erhält man, indem man in Gl. (43) die Konstante T_1 durch T_2 ersetzt.)

5. *Einige Probleme bei der Messung des «Normalen Spannungsstosses»*

Mit Hilfe der in B, 2, c gemachten Feststellungen über die frequenzmässige Zusammensetzung des Normalstosses lassen sich jetzt einige Fragen beantworten, die bei Hochspannungsmessungen auftreten können:

a) Häufig werden in der Hochspannungsmesstechnik sogenannte gemischte, kapazitiv-ohmsche Spannungsteiler — vgl. [14] und [15] — verwendet, wie in Fig. 14 dargestellt; hierin bedeutet C_e die — eigentlich verteilte — Erdkapazität. Bei be-

kanntem R und C_e lässt sich die Frage beantworten, wie die Parallelkapazitäten zu bemessen seien, damit ein «Normaler Spannungsstoss» praktisch verzerrungsfrei geteilt wird. Es ist nach Zinke [14] das Verhältnis der totalen Spannung zur Teilspannung:

$$ü = \frac{u_N}{u_1} = \frac{\sinh(gN)}{\sinh g} = N \cdot \frac{1 + \frac{1}{6}(gN)^2 + \cdots}{1 + \frac{1}{6}(gN)^2 \cdot \frac{1}{N^2} + \cdots}, \text{ wo}$$

$$(gN)^2 = \frac{j\omega N^2 R C_e}{1 + j\omega RC}.$$

N ist hierin die Zahl der Stufen des Teilers, g die Fortpflanzungskonstante einer einzelnen Stufe. Damit nun der Stoss unverzerrt geteilt werde, muss für

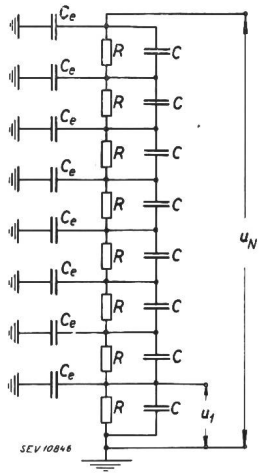

Fig. 14.
Kapazitiv-ohmscher Spannungsteiler

alle in ihm enthaltenen Frequenzen der Spannungsteiler sich angenähert frequenzunabhängig verhalten. Lassen wir zu, dass der Absolutwert von ü maximal um 1 % ändert, so gelten die beiden Bedingungen:

$$(1) \quad \frac{\omega^2 N^2 R^2 C_e \cdot C}{1 + \omega^2 R^2 C^2} < \frac{1}{15}$$

$$(2) \quad \frac{\omega N R C_e}{1 + \omega^2 R^2 C^2} < 1$$

Die Bedingung (1) muss für die höchste auftretende Frequenz (hier also: $\omega_{max} = 2\pi$ MHz) erfüllt sein, während Bedingung (2) für $\omega^* = \frac{1}{RC}$, für welches der Ausdruck $\left(\frac{\omega N R C_e}{1 + \omega^2 R^2 C^2}\right)$ maximal wird, erfüllt sein muss (falls ω^* nicht grösser als die maximal auftretende Frequenz ω_{max} ist).

b) Auch die Frage der Brauchbarkeit eines Shunts für Messungen des Normalstosses (parallel zum Kathodenstrahloszillographen), lässt sich leicht entscheiden: es muss von einem derartigen Shunt gefordert werden, dass er bis ca. 1 MHz praktisch frequenzunabhängig ist, d. h. dass sowohl sein Blindwiderstand wie sein Wechselstromwirkwiderstand (durch Induktivität und Skineffekt bewirkte Widerstände) bei 1 MHz noch erheblich unter dem Gleichstromwiderstand bleiben. Diese Forderung ist — wie Messungen [9]) ergaben — für bestimmte Meßshunts der Bauart FKH dank einer sinnreichen Konstruktion erfüllt.

c) Parallel zu dem das Verzögerungskabel abschliessenden Wellenwiderstand liegen die Ablenkplatten des Kathodenstrahloszillographen ($C \cong 50$ pF); die Zuleitungen stellen eine mit dieser Kapazität in Serie liegende Induktivität von ca. $L \cong 2 \cdot 10^{-7}$ H dar. Wird die Messung des Normalstosses durch das Vorhandensein dieses Serieresonanzkreises verfälscht? Selbst für die höchste auftretende Frequenz von 1 MHz ist die Impedanz $\frac{1}{j\omega C} + j\omega L$ stets noch kapazitiv, und zwar ca. 60mal grösser als der Wellenwiderstand. Daher ist, wie leicht einzusehen, der Einfluss des Kathodenstrahloszillographen auf die Messung unbedeutend.

d) Ausdrücklich sei darauf hingewiesen, dass dann, wenn die Stoßspannung zu einem plötzlichen *Durchschlag* und damit zu einem äusserst raschen Absinken derselben (in weniger als $^1/_{10}$ μs) führt, das Frequenzspektrum durchaus von dem des normalen Spannungsstosses *abweicht* [10]). In diesem Falle sind auch Frequenzen von mehr als 1 MHz noch von grosser Bedeutung. Die Fragen von B, 5 a, b, c müssten also für diesen Fall noch gesondert untersucht werden, bieten jedoch *keine neuen prinzipiellen Schwierigkeiten.*

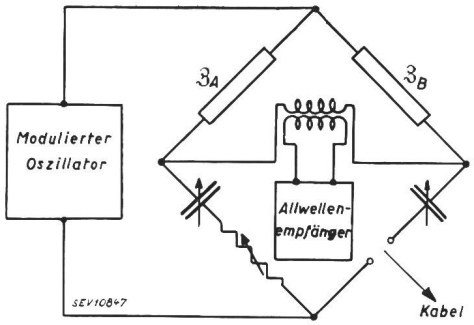

Fig. 15.
Schaltschema der Kabelmessung mit Hochfrequenz-Messbrücke (Vgl. C, 1)

C. Anhang

1. *Messungen am Verzögerungskabel*

Nach dem bekannten Zusammenhang

$$\operatorname{tgh}(\gamma l) = \sqrt{\frac{\mathfrak{Z}_K}{\mathfrak{Z}_L}}$$

wo $\mathfrak{Z}_K$ die Kurzschlussimpedanz und $\mathfrak{Z}_L$ die Leerlaufimpedanz ist, kann γl bestimmt werden.

[9]) Die Messungen am Shunt FKH 14 wurden in der gleichen Schaltung ausgeführt wie die Messungen der Kurzschluss- und Leerlaufimpedanzen des Verzögerungskabels, vgl. Fig. 15. Die Messungen, die sich bis ca. 4 MHz recht genau ausführen liessen, ergaben eine (frequenzunabhängige) Induktivität $L = 0{,}010$ μH, bei einem Gleichstromwiderstand von 0,225 Ohm.

[10]) Eine Stoßspannung, die, kurz bevor sie ihren maximalen Wert erreichen würde, infolge Durchschlags zusammenbricht, liesse sich z. B. durch das Spiegelbild der in B, 1b, behandelten «idealen Stossfunktion» in erster Näherung darstellen.

Zu diesem Zwecke wurden $\mathfrak{Z}_K$ und $\mathfrak{Z}_L$ des zu messenden Gummikabels — vgl. Fig. 7 — in einer Brückenschaltung, gemäss Prinzipschema Fig. 15, gemessen. Verwendet wurden eine Hochfrequenzmessbrücke, ein modulierter Hochfrequenzgenerator und als «Nullinstrument» ein Allwellenempfänger. Die Messungen liessen sich zwischen 100 kHz und 4 MHz mit guter Genauigkeit ausführen. Die *Resultate* sind aus Fig. 8 und 9 ersichtlich. — Zur Kontrolle, ob auch unterhalb 100 kHz das Phasenmass linear von ω abhänge, wurde für zwei weitere Werte von a eine andere Art der Messung gewählt. Indem nämlich für Leerlauf $\cosh \gamma l = \frac{\mathfrak{U}_e}{\mathfrak{U}_a}$ ist, kann durch Messung des Verhältnisses der Spannungen am Anfang und am Ende des Kabels und ihrer Phasendifferenz auf γl und also auch auf a geschlossen werden. $\mathfrak{U}_e$ und $\mathfrak{U}_a$ wurden mittels Röhrenvoltmeter gemessen, die Phasendifferenz erhielt man aus Form und Lage der Ellipse, die der Kathodenstrahl auf dem Schirm des Oszillographen zeichnete, wenn $\mathfrak{U}_e$ und $\mathfrak{U}_a$ auf die zueinander senkrechten Ablenkplattenpaare gegeben wurden. Die beiden Messungen lieferten eine Bestätigung für den geradlinigen Verlauf der Funktion auch unterhalb der Frequenz 100 kHz.

2. *Einige mathematische Ableitungen und Beweise zu Ziff. 2 und 3 des Abschnittes B*

a) Zum Beweis der Behauptung (von B, 2, b), dass

$$\left[\frac{t-\tau}{4\tau^2}\cdot\frac{\cos[\omega(t-\tau)]}{\omega}-\frac{1}{\tau}\cdot\frac{\cos(\omega t)}{\omega}-\frac{t-3\tau}{4\tau^2}\cdot\right.$$
$$\left.\cdot\frac{\cos[\omega(t-3\tau)]}{\omega}+\frac{\sin(\omega\tau)}{2\tau^2\omega^2}\cdot\cos[\omega(t-2\tau)]\right]_{\omega=0}=0$$

sei, nehmen wir an, ω sei so klein, dass:

$$\cos\omega t = 1-\frac{\omega^2 t^2}{2};$$

$$\cos\omega(t-\tau) = 1-\frac{\omega^2(t-\tau)^2}{2};$$

$$\cos\omega(t-2\tau) = 1-\frac{\omega^2(t-2\tau)^2}{2};$$

$$\cos\omega(t-3\tau) = 1-\frac{\omega^2(t-3\tau)^2}{2};$$

$$\sin\omega\tau = \omega\tau$$

sei. Dies eingesetzt, erhalten wir nach Zusammenfassen und Ordnen der Glieder:

$$\left\{-\frac{t-\tau}{4\tau^2}\cdot\frac{\omega(t-\tau)^2}{2}+\frac{1}{\tau}\cdot\frac{\omega t^2}{2}+\frac{t-3\tau}{4\tau^2}\cdot\frac{\omega(t-3\tau)^2}{2}-\right.$$
$$\left.-\frac{1}{2\tau}\cdot\frac{\omega(t-2\tau)^2}{2}\right\}$$

Für $\omega = 0$ wird dieser Ausdruck — wie zu beweisen war — zu Null.

b) Zur numerischen Berechnung von Kurven, die Gl. (18a) gehorchen, ist es von Vorteil, einiges über das Verhalten der Funktion $\mathrm{Si}(x)$ zu wissen. So ist $\mathrm{Si}(x) = x$ falls $|x| \ll 1$. Ferner gilt für ein $|x| \gg 1$: $\mathrm{Si}(\pm x) = \pm\frac{\pi}{2}-\frac{\cos x}{x}$ (wobei der Fehler für $|x| > 3\pi$ nur noch $< 1\%$ ist); mit dieser Beziehung können wir, wenn $\Omega(t-\tau)$ [und damit selbstverständlich auch $\Omega(t-3\tau)$] kleiner als -3π ist, schreiben:

$$\Phi(t)_\Omega = \frac{1}{\pi}\left(2-\frac{t}{\tau}\right)\mathrm{Si}(\Omega t)+\frac{(t-\tau)^2}{4\pi\tau^2}\left[-\frac{\pi}{2}-\frac{\cos\Omega(t-\tau)}{\Omega(t-\tau)}\right]-$$
$$-\frac{(t-3\tau)^2}{4\pi\tau^2}\left[-\frac{\pi}{2}-\frac{\cos\Omega(t-3\tau)}{\Omega(t-3\tau)}\right]-\frac{1}{\pi\tau}\cdot\frac{\cos\Omega t}{\Omega}+$$
$$+\frac{t-\tau}{4\pi\tau^2}\cdot\frac{\cos\Omega(t-\tau)}{\Omega}-\frac{t-3\tau}{4\pi\tau^2}\cdot\frac{\cos\Omega(t-3\tau)}{\Omega}+$$
$$+\frac{\sin\Omega\tau}{\pi 2\tau^2\Omega^2}\cos\Omega(t-2\tau)$$

Nach Zusammenfassung und Ordnung der Glieder erhält man:

$$\Phi(t)_\Omega = \left(2-\frac{t}{\tau}\right)\left[\frac{\mathrm{Si}(\Omega t)}{\pi}+\frac{1}{2}\right]-\frac{\cos\Omega t}{\pi\tau\Omega}+$$
$$+\frac{\sin\Omega\tau\cdot\cos\Omega(t-2\tau)}{2\pi\tau^2\Omega^2}$$

Für $\Omega > \frac{5\pi}{\tau}$ muss die Summe der beiden letzten Glieder kleiner als $\frac{1}{50}$ sein und kann daher vernachlässigt werden; man erhält somit:

$$\Phi(t)_\Omega = \left(2-\frac{t}{\tau}\right)\left[\frac{\mathrm{Si}(\Omega t)}{\pi}+\frac{1}{2}\right] \qquad (19a)$$

Für sehr kleines t wird $\mathrm{Si}(\Omega t) = \Omega t$ und

$$\Phi(t)_\Omega = \frac{1}{\pi}\left(2-\frac{t}{\tau}\right)\left(\Omega t+\frac{\pi}{2}\right)$$

demnach

$$(\Phi'(t)_\Omega)_{t=0} = \frac{2}{\pi}\Omega-\frac{1}{2\tau} \qquad (19b)$$

c) Die in Gl. (30) enthaltenen Integrale werden nach Einsetzen der Grenzen unendlich; wir formen sie daher etwas um:

$$\left\{\frac{t-3\tau}{2\pi\tau^2}\int_0^\Omega\frac{\cos\omega(t-3\tau)}{\omega}\,d\omega-\frac{t-\tau}{2\pi\tau^2}\int_0^\Omega\frac{\cos\omega(t-\tau)}{\omega}\,d\omega+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{\pi\tau}\int_0^\Omega\frac{\cos\omega t}{\omega}\,d\omega\right\} = -\frac{1}{\pi\cdot 2\cdot\tau^2}\cdot\lim_{\delta\to 0}\left\{(t-3\tau)\cdot\right.$$

$$\cdot \int_{\delta}^{\Omega} \frac{[\cos\omega(t-3\tau)-1]\,d\omega + d\omega}{\omega} - (t-\tau)\cdot$$

$$\cdot \int_{\delta}^{\Omega} \frac{[\cos\omega(t-\tau)-1]\,d\omega + d\omega}{\omega} + 2\tau \int_{\delta}^{\Omega} \frac{[\cos\omega t-1]\,d\omega + d\omega}{\omega} \Bigg\}$$

Nach Ordnung der Glieder erhalten wir:

$$\left\{ \frac{t-3\tau}{2\pi\tau^2} \int_0^{\Omega} \cdots - \frac{t-\tau}{2\pi\tau^2} \int_0^{\Omega} \cdots + \frac{1}{\pi\tau} \int_0^{\Omega} \cdots \right\} =$$

$$= \frac{t-3\tau}{2\pi\tau^2} \int_0^{\Omega} \frac{\cos\omega(t-3\tau)-1}{\omega} \cdot d\omega - \frac{t-\tau}{2\pi\tau^2} \cdot$$

$$\cdot \int_0^{\Omega} \frac{\cos\omega(t-\tau)-1}{\omega}\, d\omega + \frac{1}{\pi\tau} \int_0^{\Omega} \frac{\cos\omega t-1}{\omega}\, d\omega$$

Die Integrale der rechten Seite geben auch für die untere Grenze ($\omega = 0$) endliche Werte. Substituieren wir weiter im ersten Integral $\omega(t-3\tau) = z$, im zweiten $\omega(t-\tau) = z$, im dritten $\omega t = z$, so erhalten wir Gl. (31).

—

Hrn. Prof. Dr. *F. Tank* möchte ich hier noch für die Anregung zu dieser Arbeit, für seine Ratschläge und sein freundliches Interesse herzlich danken.

D. Literatur

[1] Wallot, Theorie der Schwachstromtechnik (Springer 1932).
[2] Wagner, Operatorenrechnung (J. A. Barth 1940).
[3] Droste, Die Lösung angewandter Differentialgleichungen mittels Laplacescher Transformation (Mittler & Sohn 1939).
[4] Frank-v. Mises, Differentialgleichungen der Physik (Vieweg & Sohn 1930).
[5] Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften II, 3,1, Nr. 20 (Teubner).
[6] Joos-Kaluza, Höhere Mathematik für den Praktiker (J. A. Barth).
[7] Doetsch, Theorie und Anwendung der Laplace-Transformation (Springer 1937).
[8] Jahnke und Emde, Funktionentafeln (Teubner 1938).
[9] Brit. Ass. Ad. Sc., Mathematical tables, Vol. I (London 1931).
[10] Tani, Tables of $si_{(x)}$ and $ci_{(x)}$ (Meguro, Tokyo 1931).
[11] Leitsätze für den Schutz elektrischer Anlagen gegen atmosphärische Ueberspannungen, Bull. SEV, Bd. 33 (1942), S. 291.
[12] D. Gabor, Kathodenoszillograph, Forschungshefte der Studiengesellschaft für Höchstspannungsanlagen, 1. Heft (Verlag der Vereinigung der Elektrizitätswerke, Berlin 1927).
[13] N. Nielsen, Theorie des Integrallogarithmus (Teubner 1906).
[14] Zinke, Frequenzunabhängige kapazitiv-ohmsche Spannungsteiler für Messzwecke, ETZ, Bd. 60 (1939), S. 927.
[15] R. Elsner, a) Die Messung steiler Hochspannungsstösse mittels Spannungsteilers, Arch. Elektrotechn., Bd. 33 (1939), S. 23. b) Die Berechnung der Spannungsverteilung an einem Mehrfachkettenleiter, Wissenschaftliche Veröff. aus dem Siemens Konzern, Bd. 20 (1942), S. 83.
[16] Làska, Sammlung von Formeln der Mathematik (Vieweg & Sohn, 1888/94).

Ein neuer Oelstrahlschalter für Mittelspannung

Von *A. Roth*, Aarau

621.316.57.064.25

Aufbau und Wirkungsweise eines ölarmen Schalters für Nennspannungen unter 45 kV werden unter Hinweis auf die Vorteile gegenüber anderen Schaltertypen beschrieben. Das zu lösende Problem lag in der Reduktion der seitlichen Abmessungen; der Erfolg ergab sich durch ein neues Prinzip in der Ausbildung von Oelgefäss und Löschkammer.

Construction et fonctionnement d'un interrupteur à remplissage d'huile restreint, pour tensions nominales inférieures à 45 kV. Avantages par rapport aux autres types d'interrupteurs. Le problème consistait à réduire les dimensions latérales. Il a été résolu par un nouveau système de cuve à huile et de chambre d'extinction.

Die Zeit, wo die Schalter in Hochspannungsanlagen einen Punkt der Beunruhigung für die Leiter von Betrieben mit grösserer Kurzschlussleistung bildeten, liegt kaum 15 Jahre zurück. Seither hat die Einführung der ölarmen und Druckluft-Schalter, aber auch die Vervollkommnung der Kesselölschalter auf Grund der Forschung Abhilfe geschaffen. Merkwürdigerweise hat bis heute in unserem Lande für Betriebsspannungen bis 30 kV in Anlagen mit kleiner Schalterzahl der ehrwürdige Oelschalter seinen Platz zähe behauptet. Der Grund liegt wohl darin, dass für solche Anlagen die Verwendung der Druckluftschalter mit ihrer kostspieligen, und als automatische Einrichtung immerhin empfindlichen Drucklufterzeugungsanlage nicht in Frage kommt, Schalter mit durch den Abschaltmechanismus erzeugter Druckluft [1]) zu kostspielig sind, oder dann ihr Abschaltvermögen unterhalb des durch unsere Verhältnisse erforderlichen Wertes von 200 MVA (bei 8 kV) liegt. Eine Ausnahme bilden die für Unterbrechung des Betriebsstromes gebauten Lastschalter [2]), welche aber Kurzschlußströme nur in Verbindung mit Sicherungen beherrschen können.

Es lag darum nahe, den Oelstrahlschalter, welcher ursprünglich nur für Freiluftanlagen gedacht war, sich dann aber dank seiner Einfachheit und Robustheit auch für Innen-Anlagen von 45 kV und darüber immer mehr durchsetzte, auch für niedrigere Spannungen zu entwickeln. Die ersten Studien zeigten bald, dass dieses Prinzip gerade für diesen Verwendungszweck verschiedene zusätzliche Vorteile aufweist. Der hauptsächlichste besteht in der Möglichkeit, damit Schaltanlagen in einer Ebene auszulegen [3]), mit dem grossen Vorteil der einfachen Leitungsführung und der damit verbundenen Klarheit und Uebersichtlichkeit der ganzen Anlage, der Einsparung an umbautem Raum und der Verhütung von Bedienungsfehlern und Un-

[1]) Roth, Bull. SEV 1939, S. 658.

[2]) Ebenda, S. 655.

[3]) Scherb, Bull. SEV 1939, S. 659ff.