

<b>Zeitschrift:</b>	Bulletin de l'Association suisse des électriciens
<b>Herausgeber:</b>	Association suisse des électriciens
<b>Band:</b>	32 (1941)
<b>Heft:</b>	22
 <b>Artikel:</b>	Die Strahlungseigenschaften von Drehfeldantennen
<b>Autor:</b>	Hardung, Viktor
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-1057659">https://doi.org/10.5169/seals-1057659</a>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 09.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

### 8° Conclusions.

La Commission de l'ASE et de l'UCS pour la recherche d'occasions de travail recommande aux autorités compétentes de favoriser par tous les moyens appropriés la mise en œuvre prochaine des cinq usines au fil de l'eau sur le Rhin, du projet du lac de Lucendro et des usines du Rhin postérieur et de s'efforcer à les mettre successivement en exploitation conformément au programme indiqué au tableau I.

La réalisation de ce programme devrait être en particulier, facilitée par l'octroi rapide et prochain des concessions nécessaires, en tenant compte des points suivants:

a) Conditions de concession appropriées, qui garantissent les intérêts évidents des régions et des populations intéressées, sans toutefois grever les

usines de charges qui ne sont pas directement en rapport avec la construction et l'exploitation de ces usines.

b) Fixation convenable des taxes de concession et réduction des droits d'eau, surtout pendant les premières années d'exploitation, c'est-à-dire pendant la période de mise en route des usines, durant laquelle la possibilité de production d'énergie n'est que partiellement utilisée.

c) Admission de délais de construction suffisants, sans prélèvement de taxes d'attente, afin que le début et la durée de la construction puissent être adaptés au degré d'occupation de l'industrie du bâtiment et de celle des machines, ainsi qu'au développement de la consommation.

Il est d'autre part probable que l'obtention des matières premières et du matériel nécessitera l'appui des autorités.

## Die Strahlungseigenschaften von Drehfeldantennen.

Von *Viktor Hardung*, Freiburg (Schweiz).

621.396.671

In dieser Arbeit wird eine elementare Theorie neuartiger Antennengebilde, sogenannter Drehfeld-Antennen, gegeben. Solche Antennen erzeugen eine elektromagnetische Strahlung, deren Feldgrößen in jedem Punkt des Raumes mit der ihrer Wellenlänge entsprechenden Kreisfrequenz um die Ausbreitungsrichtung rotieren; d. h. die Wellen sind zirkular oder elliptisch polarisiert. Die Strahlung wird sowohl im freien Raum sowie über vollkommen leitend angenommener Erde untersucht und für typische Fälle die Strahlungscharakteristik und der Strahlungswiderstand berechnet.

Ce travail est consacré à une théorie élémentaire d'antennes d'un nouveau genre, appelées antennes à champ tournant. Ces antennes produisent une radiation électromagnétique, dont les intensités de champ à chaque point de l'espace tournent autour de la direction d'émission à la fréquence du circuit correspondant à leur longueur d'onde; ces ondes sont donc polarisées circulairement ou elliptiquement. La radiation est étudiée dans l'espace libre, ainsi que sur la terre supposée parfaitement conductrice. La caractéristique et la résistance de la radiation sont déterminées pour quelques cas typiques.

### 1. Einleitung.

In der Kurzwellentechnik werden häufig als Antennen sogenannte Dipole in waagrechter oder senkrechter Lage einzeln oder in Gruppen verwendet. Statt der Dipole kann man aber auch mehrpolige Antennen, z. B. Tripole und Quadrupole benutzen. Sorgt man dafür, dass die in ihnen fliessenden Ströme entsprechende Phasenverschiebungen besitzen, so erhält man Drehfelder. Die einfachste Anordnung einer solchen Drehfeldantenne<sup>1)</sup> ist in Fig. 2 a perspektivisch dargestellt. Die Antenne wird dabei zweckmässigerweise durch einen Dreiphasen-Röhrengenerator gespeist, dessen einzelne Ströme einen Phasenunterschied von 120° aufweisen. Ein Dreiphasen-Ultrakurzwellensender für 6 Meter Wellenlänge mit Tripol-Antenne (Fig. 1) des Institutes für Hochfrequenztechnik der ETH (Konstrukteur: W. Dieterle) war an der Schweizerischen Landesausstellung 1939 beim Radioturm der Abteilung «Elektrizität» zu sehen. Die Ultrakurzwellen-Drehfeldsender haben heute Bedeutung erlangt als Rundstrahler, welche in der Horizontalrichtung ein Feld mit horizontal liegendem elektrischen Feldstärkevektor abstrahlen. Sie wer-

den namentlich in Amerika für die Zwecke der drahtlosen Fernübertragungen erprobt.

Der Rechnung leichter zugänglich als ein Tripolstrahler ist eine Vierpolanordnung, mit einem Phasenunterschied von 90° von Antennenarm zu

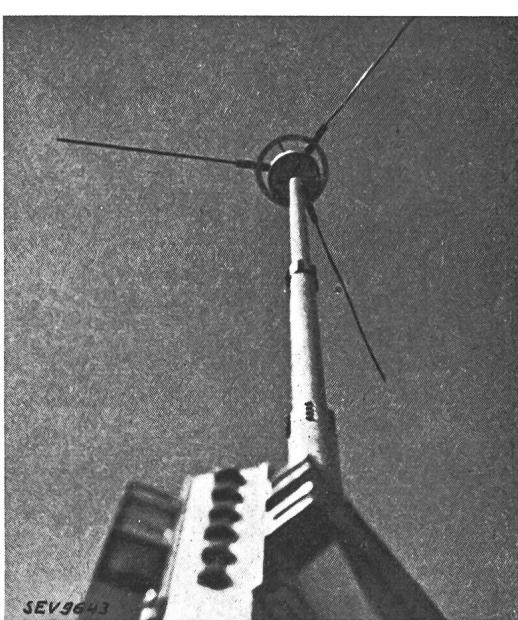


Fig. 1.

Drehfeldantenne des Instituts für Hochfrequenztechnik der ETH an der Schweizerischen Landesausstellung 1939.

<sup>1)</sup> F. Tank, Helv. Physica Acta, Bd. 7 (1934), S. 652. — N. E. Lindenblad, Television Transmitting Antenna for Empire State Building, RCA Review Bd. 3 (1939), Nr. 4, S. 387. — G. H. Brown, The Turnstile Antenna. Electronics, April 1936.

Antennenarm, die, wie sich später zeigen wird, bei geeigneter Wahl des Antennenstroms dem Dreipol äquivalent ist (Fig. 2 b). Man hat in diesem Falle nur die Felder der einzelnen Ersatzdipole zu ermitteln. Die Ueberlagerung dieser Einzelfelder ergibt dann das gewünschte Drehfeld. Durch Inte-

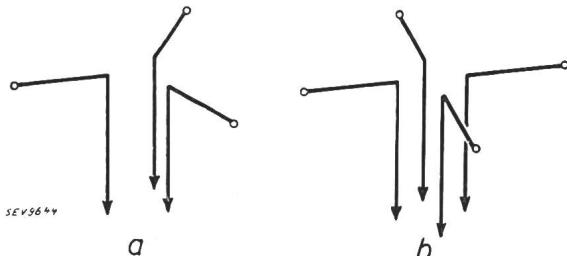


Fig. 2.  
Schematische Darstellung von Drehfeldantennen.

gration des Poyntingschen Strahlvektors über eine geeignet gewählte Halbkugel erhält man die abgestrahlte Leistung und daraus den Strahlungswiderstand.

## 2. Berechnung der Feldgrössen.

Im Wellenfeld, d. h. in Entferungen vom Strahler, die gegenüber der Wellenlänge gross sind, erhält man für die magnetische Feldstärke die aus dem Hertzschen Vektor abgeleitete Beziehung

$$\mathfrak{H} = -\frac{1}{c^2 r^2} [r_1, \ddot{\mathfrak{M}}_{t-\frac{r}{c}}] \quad (1)$$

$r_1$  ist dabei ein Einheitsvektor in Richtung des Fahrstrahls  $r$  von der Antenne zum Aufpunkt. Der Vektor  $\ddot{\mathfrak{M}}$  ist durch die Gleichung

$$\ddot{\mathfrak{M}}(t) = i \cdot d\mathfrak{s} \quad (1a)$$

definiert, wo  $i$  den elektromagnetisch gemessenen Momentanwert der Stromstärke bedeutet und der Vektor  $d\mathfrak{s}$  der Richtung und dem Betrage nach einem Längenelement der Antenne entspricht. Betrachtet man in erster Näherung die Antenne als klein gegenüber der Wellenlänge, so entspricht der Vektor  $d\mathfrak{s}$  der Länge und der Richtung nach einem der Arme unseres Tripols oder Quadrupols (Fig. 2). Die eckige Klammer deutet dabei an, dass es sich um das Vektorprodukt handelt. Die Punkte bedeuten in bekannter Weise Differentiation nach der Zeit.  $\mathfrak{H}$  ist in absoluten elektromagnetischen Einheiten einzusetzen.  $c$  ist die Lichtgeschwindigkeit. Der Vektor  $\ddot{\mathfrak{M}}$  entspricht physikalisch dem zeitlich veränderlichen Moment des Dipols.

Aus dieser Vektorgleichung lässt sich leicht die Äquivalenz eines Tripols und Quadrupols und allgemein eines  $n$ -Pols mit einem rotierenden starren Dipol und daher auch der erstgenannten untereinander nachweisen. Setzt man z. B. für  $i$  die in den Armen eines Tripols fliessenden Ströme

$$i_1 = I_0 \sqrt{2} \sin \omega t' \quad i_2 = I_0 \sqrt{2} \sin \left( \omega t' + \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$i_3 = I_0 \sqrt{2} \sin \left( \omega t' + \frac{4\pi}{3} \right)$$

wo für  $t - \frac{r}{c} = t'$  gesetzt wurde, so erhält man für den Vektor  $\ddot{\mathfrak{M}}$  durch Integration über  $t'$  aus (1a)

$$\ddot{\mathfrak{M}}(t) = -\frac{I_0 \sqrt{2}}{\omega} \left[ d\mathfrak{s}_1 \cos \omega t + d\mathfrak{s}_2 \cos \left( \omega t + \frac{2\pi}{3} \right) + d\mathfrak{s}_3 \cos \left( \omega t + \frac{4\pi}{3} \right) \right]$$

wobei die Anfangspunkte der Vektoren  $d\mathfrak{s}_i$  im Mittelpunkt des Antennensystems liegend gedacht sind. Die Resultierende der Vektorsumme in der eckigen Klammer lässt sich deuten als einen mit der Kreisfrequenz  $\omega$  umlaufenden Vektor mit der konstanten Amplitude

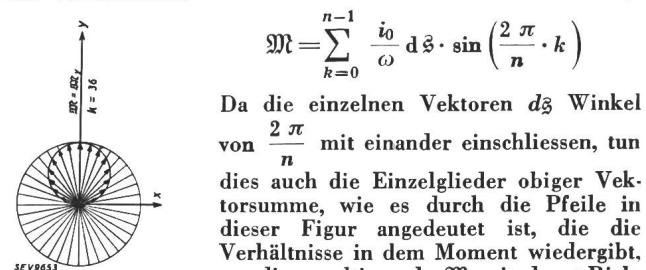
$$|\ddot{\mathfrak{M}}| = \frac{3}{2} \frac{I_0 \sqrt{2}}{\omega} |d\mathfrak{s}|. \quad (2)$$

Entsprechendes gilt auch für die Grössen  $|\ddot{\mathfrak{M}}|$  und  $|\ddot{\mathfrak{M}}|$ , die sich nur um einen Faktor von  $|\ddot{\mathfrak{M}}|$  unterscheiden. Der Betrag  $|\ddot{\mathfrak{M}}|$  stellt daher das elektrische Moment eines in diesem Falle rotierenden starren Dipols dar. Der Tripol, dessen Ströme Phasendifferenzen von  $120^\circ$  aufweisen, kann demnach durch einen mit der Kreisfrequenz  $\omega$  rotierenden starren Dipol ersetzt werden. Stellt man dieselbe Ueberlegung mit einem Quadrupol an, so erhält man für  $\ddot{\mathfrak{M}}$  die der Gleichung (2) entsprechende Formel

$$|\ddot{\mathfrak{M}}| = \frac{4}{2} \frac{I_0 \sqrt{2}}{\omega} |d\mathfrak{s}|. \quad (3)$$

Man hat daher die Stromstärke beim Tripol lediglich um den Faktor  $4/3$  zu vergrössern, um dasselbe Feld wie beim Quadrupol zu erhalten, oder, umgekehrt ausgedrückt, der 4-Pol benötigt zur Erzeugung desselben Strahlungsfeldes  $3/4$  der Antennenstromstärke des äquivalenten Tripols. Allgemein benötigt der  $n$ -Pol  $3/n$  der Stromstärke des Tripols, wobei die Phasenverschiebungen entsprechend  $\frac{2\pi}{n}$  tragen müssen<sup>2)</sup>.

<sup>2)</sup> Die allgemeine Umrechnungsformel lässt sich folgendermassen beweisen: bei einem  $n$ -Pol erhält man offenbar für  $\ddot{\mathfrak{M}}$  die Vektorsumme



Da die einzelnen Vektoren  $d\mathfrak{s}$  Winkel von  $\frac{2\pi}{n}$  mit einander einschliessen, tun dies auch die Einzelglieder obiger Vektorsumme, wie es durch die Pfeile in dieser Figur angedeutet ist, die die Verhältnisse in dem Moment wiedergibt, wo die resultierende  $\ddot{\mathfrak{M}}$  mit der  $y$ -Richtung zusammenfällt. (Die Figur denkt man sich mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  um den Mittelpunkt rotierend.)

### 3. Berechnung der Feldgrössen eines Quadrupols, d. h. zweier zueinander senkrechter Dipole im freien Raum.

Das Feld eines Dipols im leeren Raum kann im Wellenfeld, d. h. in Entferungen, die gross sind gegenüber der Wellenlänge, durch folgende Gleichungen dargestellt werden.

$$|\mathfrak{E}| = \frac{4\pi c \cdot \sqrt{2} \cdot I \cdot ds \cdot \sin \vartheta}{r \cdot \lambda} \sin \omega \left( t - \frac{r}{c} \right) \quad (4)$$

$$|\mathfrak{H}| = \frac{4\pi \sqrt{2} \cdot I \cdot ds \cdot \sin \vartheta}{r \cdot \lambda} \sin \omega \left( t - \frac{r}{c} \right).$$

$I$  bedeutet dabei den Effektivwert der Stromstärke in absoluten elektromagnetischen Einheiten,  $\mathfrak{E}$  ist der elektrische,  $\mathfrak{H}$  der magnetische Feldvektor, ebenfalls beide in absoluten elektromagnetischen Einheiten gemessen.  $r$  ist die Entfernung des Empfangsortes (Aufpunkt  $P$ ) vom Antennensystem in cm;  $ds$ ,  $\lambda$  und  $c$  die halbe Länge des Dipols (Armlänge), die Wellenlänge und die Lichtgeschwindigkeit, alle in cm, bzw. in cm/s gemessen. Die Richtung des elektrischen Feldvektors ist senkrecht zur Ausbreitungsrichtung  $r$  und liegt in der durch den Dipol und den Aufpunkt gelegten Ebene. Das magnetische Feld liegt ebenfalls senkrecht zur Ausbreitungsrichtung und senkrecht zum elektrischen Feld.  $\vartheta$  ist der Winkel zwischen dem Fahrstrahl  $r$  und der Dipolachse.

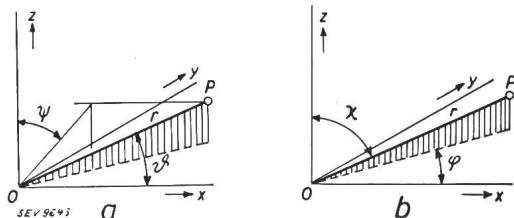


Fig. 3.

(r,  $\vartheta$ ,  $\psi$ )-System(r,  $\varphi$ ,  $\lambda$ )-System

Zur Erzeugung des Quadrupols bilden wir ein Kreuz aus zwei zueinander senkrechten Dipolen, von denen der erste in der  $x$ -Achse, der zweite in der  $y$ -Achse eines rechtwinkligen Koordinatensystems liegen soll. Zur Berechnung der Strahlung etwa des in der  $x$ -Achse gelegenen Einzeldipols nach Gleichung (4) empfiehlt sich die Anwendung eines

In dem angegebenen Zeitpunkt ist demnach

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{M}_y = \frac{i_0}{\omega} |\mathfrak{d} \mathfrak{H}| \sum_{k=0}^{n-1} \sin^2 \left( \frac{2\pi}{n} \cdot k \right).$$

Unter Anwendung der Formel

$$\sin^2 x = \frac{1}{4} (2 - e^{2ix} - e^{-2ix})$$

wird demnach

$$\sum_{k=0}^{n-1} = \frac{1}{4} \cdot \left[ 2(n-1) - e^{2i\frac{2\pi}{n}} - e^{-2i\frac{2\pi}{n}} - e^{2i\frac{4\pi}{n}} - e^{-2i\frac{4\pi}{n}} - \dots \right].$$

Die Rechnung führt auf bekannte Reihen und ergibt

$$|\mathfrak{M}| = \frac{n}{2} \cdot \frac{i_0}{\omega} |\mathfrak{d} \mathfrak{H}|,$$

womit die im Text angegebene Umrechnungsformel bewiesen ist.

Polarcoordinatensystems nach Fig. 3 a, wo  $\vartheta$  wie oben den Winkel des Fahrstrahls mit der Dipolachse und  $\psi$  ein in der  $yz$ -Ebene gezähltes Azimut bedeuten. Für die Berechnung des Quadrupolfeldes eignet sich besser ein Polarcoordinaten- system nach Fig. 3 b mit der  $z$ -Achse als Polarachse.  $\chi$  bedeutet dann den Winkel des Fahrstrahls  $r$  mit der positiven  $z$ -Achse und  $\varphi$  ein in der  $xy$ -Ebene von der positiven  $x$ -Achse aus gezähltes Azimut. Aus den Beziehungen beider Koordinatensysteme zueinander ergibt sich bekanntlich

$$\cos \vartheta = \sin \chi \cdot \cos \varphi$$

$$\text{und damit } \sin \vartheta = \sqrt{1 - \sin^2 \chi \cdot \cos^2 \varphi}$$

Aus (4) erhält man demnach für den ersten Dipol

$$|\mathfrak{E}_1| = \frac{K}{r} \sqrt{1 - \sin^2 \chi \cdot \cos^2 \varphi} \cdot B \quad (5)$$

$$|\mathfrak{H}_1| = \frac{K}{cr} \sqrt{1 - \sin^2 \chi \cdot \cos^2 \varphi} \cdot B$$

$$\text{wo zur Abkürzung } B = \sin \omega \left( t - \frac{r}{c} \right) = \sin \omega t'$$

$$\text{und } K = \frac{4\pi c \sqrt{2} I ds}{\lambda}$$

gesetzt ist.

Das Feld des zweiten Dipols erhält man aus dem Ausdruck (5), indem man  $\begin{cases} \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{cases}$  durch  $\begin{cases} +\sin \varphi \\ -\cos \varphi \end{cases}$ ,  $\sin \omega t$  durch  $-\cos \omega t$  und  $\cos \omega t$  durch  $+\sin \omega t$  ersetzt. Die zu (5) analogen Ausdrücke werden dann

$$|\mathfrak{E}_{II}| = \frac{K}{r} \sqrt{1 - \sin^2 \chi \cdot \sin^2 \varphi} \cdot C \quad (6)$$

$$|\mathfrak{H}_{II}| = \frac{K}{cr} \sqrt{1 - \sin^2 \chi \cdot \sin^2 \varphi} \cdot C.$$

mit  $C = -\cos \omega \left( t - \frac{r}{c} \right)$ . Die Anwendung des Additionstheorems ergibt für die Grössen  $B$  und  $C$

$$B = \sin \omega t \cdot \cos \frac{\omega r}{c} - \cos \omega t \cdot \sin \frac{\omega r}{c} \quad (7)$$

$$C = - \left[ \cos \omega t \cdot \cos \frac{\omega r}{c} + \sin \omega t \cdot \sin \frac{\omega r}{c} \right].$$

Für die weiteren Berechnungen kann man ohne Beschränkung der Allgemeinheit fordern, dass  $\cos \frac{\omega r}{c} = 0$  bzw.  $\sin \frac{\omega r}{c} = -1$  sein soll, da die Wahl des Abstandes weder für die Berechnung der Strahlungscharakteristik noch für die Ermittlung des Strahlungswiderstandes eine Rolle spielt. Wir erhalten demnach für die elektrischen Felder der Einzeldipole

$$|\mathfrak{E}_1| = +\frac{K}{r} \sqrt{1 - \sin^2 \chi \cdot \cos^2 \varphi} \cdot \cos \omega t \quad (8)$$

$$|\mathfrak{E}_{II}| = +\frac{K}{r} \sqrt{1 - \sin^2 \chi \cdot \sin^2 \varphi} \cdot \sin \omega t$$

Zur Bestimmung des resultierenden Feldes muss noch der Winkel zwischen den einzelnen Vektoren  $\mathfrak{E}_1$  und  $\mathfrak{E}_{II}$  bekannt sein. Wie aus der perspektivischen Darstellung Fig. 4 hervorgeht, lässt sich dieser im allgemeinen stumpfe Winkel  $\alpha$ <sup>3)</sup> aus

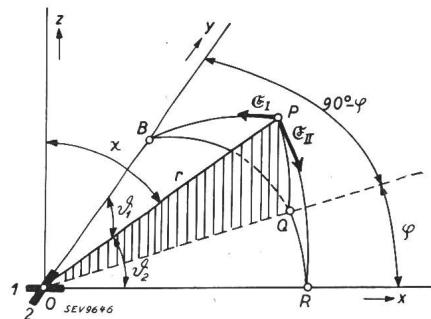


Fig. 4.  
Zur räumlichen  
Lage  
der Feldgrößen.

dem sphärischen Dreieck  $B P R$  berechnen, und zwar ist bei der in Fig. 4 gewählten Bezeichnungsweise

$$\cos \vartheta_1 \cdot \cos \vartheta_{II} + \sin \vartheta_1 \cdot \sin \vartheta_{II} \cdot \cos \alpha = 0$$

oder  $\cos \alpha = -\cot \vartheta_1 \cdot \cot \vartheta_{II}$

$$\text{da } \cot \vartheta_1 = \frac{\cos \vartheta_1}{\sin \vartheta_1} = \frac{\sin \chi \cdot \cos \varphi}{\sqrt{1 - \sin^2 \chi \cdot \cos^2 \varphi}}$$

$$\text{und } \cot \vartheta_{II} = \frac{\cos \vartheta_{II}}{\sin \vartheta_{II}} = \frac{\sin \chi \cdot \sin \varphi}{\sqrt{1 - \sin^2 \chi \cdot \sin^2 \varphi}}$$

erhält man schliesslich für den Winkel  $\alpha$  die Gleichung

$$-\cos \alpha = \frac{\sin^2 \chi \cdot \sin 2\varphi}{2 k_1 k_2} \quad (9)$$

wo  $k_1$  und  $k_2$  die Ausdrücke  $\sqrt{1 - \sin^2 \chi \cdot \cos^2 \varphi}$  bzw.  $\sqrt{1 - \sin^2 \chi \cdot \sin^2 \varphi}$  bedeuten.

Betrachten wir zuerst einmal die Feldstärke senkrecht über dem Strahler, d. h. in der Richtung der  $z$ -Axe, so wird  $\chi = 0$  und wir erhalten aus (8)

$$|\mathfrak{E}_1| = \frac{K}{r} \cdot \cos \omega t \quad (10)$$

$$|\mathfrak{E}_{II}| = \frac{K}{r} \cdot \sin \omega t$$

wobei der Winkel  $\alpha$  zwischen  $\mathfrak{E}_1$  und  $\mathfrak{E}_{II}$   $90^\circ$  beträgt. Der Endpunkt des resultierenden Feldvektors durchläuft demnach einen Kreis. Wir erhalten eine zirkular polarisierte Welle.

Für  $\chi = 90^\circ$ , also in der Aequatorebene ( $xy$ -Ebene) wird

$$|\mathfrak{E}_1| = \frac{K}{r} \cdot \sin \varphi \cdot \cos \omega t \quad (11)$$

$$|\mathfrak{E}_{II}| = \frac{K}{r} \cdot \cos \varphi \cdot \sin \omega t.$$

<sup>3)</sup> Da einer oder beide Feldvektoren die umgekehrte Richtung haben können wie in Fig. 4, können sie unter Umständen auch den Winkel von  $(180^\circ - \alpha)$  mit einander einschliessen. Der  $\cos$  des Nebenwinkels ist aber derselbe, so dass sich in den Formeln nichts ändert.

Da in diesem Falle  $\alpha = 180^\circ$  beträgt, wird die resultierende Feldstärke

$$|\mathfrak{E}| = |\mathfrak{E}_1| - |\mathfrak{E}_{II}| = +\frac{K}{r} (\sin \varphi \cdot \cos \omega t - \cos \varphi \cdot \sin \omega t) \\ = -\frac{K}{r} \cdot \sin (\omega t - \varphi) \quad (12)$$

d. h. eine linear polarisierte Welle, dessen elektrischer Feldstärkevektor in der Aequatorebene (Antennenebene) liegt und deren Phase dem Winkel  $\varphi$  entspricht. Diese Gleichung lässt folgende anschauliche Deutung zu. In einer durch den Winkel  $\varphi$  charakterisierten Meridianebene, die man sich mit der Winkelgeschwindigkeit  $\frac{d\varphi}{dt} = \omega$  um die  $z$ -Axe drehend denkt, bleibt für einen beliebigen in der Ebene festliegenden Aufpunkt das Feld der Phase und Grösse nach konstant und für alle Punkte der sich drehenden Ebene die Phase konstant.

Es bleibt uns noch übrig, die Verhältnisse in einem beliebigen Aufpunkt zu untersuchen. Nach dem Cosinussatz erhält man für die resultierende Feldstärke die Gleichung

$$\mathfrak{E}^2 = \mathfrak{E}_1^2 + \mathfrak{E}_{II}^2 + 2 \cdot |\mathfrak{E}_1| \cdot |\mathfrak{E}_{II}| \cos \alpha \quad (13)$$

oder unter Berücksichtigung von (8) und (9) und Einführung der Abkürzungen  $k$

$$\mathfrak{E}^2 = \frac{K^2}{r^2} \left[ k_1^2 \cos^2 \omega t + \right. \\ \left. + k_2^2 \sin^2 \omega t - \frac{1}{2} \sin 2\omega t \cdot \sin^2 \chi \cdot \sin 2\varphi \right] \quad (14)$$

Wie im obigen einfachen Fall untersucht man, unter welchen Bedingungen der Ausdruck für  $\mathfrak{E}^2$  konstant bleibt. Durch Differentiation des Ausdrucks (14) nach der Zeit und Nullsetzen ergibt sich

$$\sin 2\omega t \cdot [k_2^2 - k_1^2] = \cos 2\omega t \cdot \sin^2 \chi \cdot \sin 2\varphi.$$

Setzt man noch für die  $k_1$ ,  $k_2$  ihre entsprechenden Werte ein und berücksichtigt man, dass  $\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi = \cos 2\varphi$ , so erhält man die einfache Gleichung

$$\tan 2\omega t = \tan 2\varphi \quad \text{oder} \quad 2\omega t = 2\varphi \pm n\pi;$$

$$\omega t = \varphi \pm n \cdot \frac{\pi}{2} \quad (15)$$

d. h. es ergeben sich konstante Werte der Feldstärke für  $\varphi = \omega t \pm n \cdot \frac{\pi}{2}$ . Die an die Gleichung (12) anschliessende Aussage der Konstanz des Feldes gilt deshalb für jeden beliebigen Aufpunkt, der sich mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  auf einem zur  $z$ -Axe senkrechten Kreise bewegt, dessen Mittelpunkt auf der  $z$ -Axe liegt. Die Eigenschaft des Feldes als Drehfeld ist dadurch erwiesen. Dieses Resultat versteht man auch unschwer, wenn man sich vergegenwärtigt, dass es das Nahefeld ist, welches eigentlich das Fernfeld bestimmt, und

dass das Nahefeld dem Felde eines starren rotierenden Dipole entspricht.

Es bleibt nun noch zu untersuchen, wie sich die Feldgrößen bei festgehaltenem Aufpunkt verhalten, d. h. es sind die Maximal- und Minimalwerte des elektrischen Feldvektors, also die Hauptachsen des Polarisationsellipsoides ihrer Richtung und Grösse nach zu bestimmen. Dies geschieht durch Einsetzen der Lösungswerte  $\varphi$  aus (15) in die Gl. (14). Nach einigen trigonometrischen Umformungen ergeben sich die beiden Werte

$$|\mathfrak{E}|_{\min} = \frac{K}{r} \cos \chi \quad |\mathfrak{E}|_{\max} = \frac{K}{r}. \quad (16)$$

Das Achsenverhältnis der Polarisationsellipse ist demnach einfach  $v = \cos \chi$ . Für  $\chi = 0$  erhalten wir wieder gemäss unserm früheren Befund zirkulare, und für  $\chi = 90^\circ$  lineare Polarisation.

In bezug auf die Axenrichtungen der Polarisationsellipse kann man folgendes aussagen: In den Ebenen  $\varphi = 0$  und  $\varphi = 90^\circ$  muss schon aus Symmetriegründen eine, und zwar die kürzere, Axe in den betreffenden Meridianebenen liegen. Die grosse Axe liegt senkrecht dazu und horizontal, d. h. parallel zur Aequatorebene. Dasselbe muss aber auch für jede beliebige Meridianebene gelten, da keine Meridianebene bevorzugt sein kann, weil das Drehfeld von einem rotierenden starren Dipol erzeugt gedacht werden kann. Ein exakteres aber umständlicheres Beweisverfahren soll hier im einzelnen nicht wiedergegeben werden. Man kann etwa so vorgehen, dass man in einem schiefwinkligen Koordinatensystem, dessen Axen mit den Vektoren  $\mathfrak{E}_1$  und  $\mathfrak{E}_2$  zusammenfallen, die Gleichung der Polarisationsellipse aufstellt, auf ein rechtwinkliges System transformiert und durch entsprechende Drehung dieses Systems die Hauptachsen festlegt. Der Winkel, um den man das rechtwinklige System drehen muss, erweist sich dann als identisch mit dem Komplement des an der Spitze  $P$  des sphärischen Dreiecks  $PQR$  liegenden Winkels  $\gamma$ , womit die Behauptung bewiesen ist. In bezug auf die Art der Polarisation ist demnach das Drehfeld ebenfalls rotationssymmetrisch um die  $z$ -Achse.

#### 4. Berechnung der Feldgrößen eines Quadrupols in einem Abstande $h$ parallel zu einer vollkommen leitenden Ebene (Erde).

Wir gehen zuerst wieder von einem einzelnen, zur leitenden Ebene parallel liegenden Dipol aus. Das Strahlungsfeld ergibt sich dann durch Überlagerung des Feldes dieses reellen Dipols mit demjenigen seines elektrischen Spiegelbildes (Fig. 5). An Stelle der ersten Gleichung (4) tritt dann die Gleichung

$$|\mathfrak{E}| = \frac{4\pi c \cdot \sqrt{2} \cdot I \cdot ds \cdot \sin \vartheta}{\lambda} \cdot \left[ \frac{\sin \omega \left( t - \frac{r_1}{c} \right)}{r_1} - \frac{\sin \omega \left( t - \frac{r_2}{c} \right)}{r_2} \right], \quad (17)$$

die für grosse  $r$  in

$$|\mathfrak{E}| = \frac{4\pi c \cdot \sqrt{2} \cdot I \cdot ds \cdot \sin \vartheta}{\lambda r} \cdot \left[ \sin \omega \left( t - \frac{r_1}{c} \right) - \sin \omega \left( t - \frac{r_2}{c} \right) \right] \quad (18)$$

übergeht, wobei das Minuszeichen die entgegengesetzte Phase des Spiegelbildes berücksichtigt. Unter

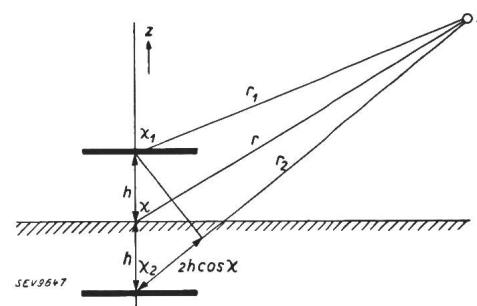


Fig. 5.  
Dipol mit Spiegelbild.

Voraussetzung grosser Entfernung vom Strahler gilt überdies die Beziehung

$$r_2 - r_1 = 2h \cos \chi. \quad (19)$$

Unter Berücksichtigung dieser Gleichung erhält man für die eckige Klammer im Ausdruck für  $\mathfrak{E}$

$$\begin{aligned} \sin \omega t \left( \cos \frac{\omega r_1}{c} - \cos \frac{\omega r_2}{c} \right) - \\ - \cos \omega t \left( \sin \frac{\omega r_1}{c} - \sin \frac{\omega r_2}{c} \right). \end{aligned}$$

Nun ist aber

$$\begin{aligned} \cos \frac{\omega r_1}{c} - \cos \frac{\omega r_2}{c} = \\ - 2 \sin \left[ \frac{1}{2} \frac{\omega}{c} (r_1 + r_2) \right] \cdot \sin \left[ \frac{1}{2} \frac{\omega}{c} (r_1 - r_2) \right] = \\ 2 \sin \frac{\omega r}{c} \cdot \sin \left[ \frac{\omega h}{c} \cos \chi \right]; \end{aligned}$$

analog erhält man für

$$\sin \frac{\omega r_1}{c} - \sin \frac{\omega r_2}{c} = -2 \cos \frac{\omega r}{c} \sin \left[ \frac{\omega h}{c} \cos \chi \right].$$

Die eckige Klammer in Gl. (18) nimmt daher die Form an

$$[ ] = 2 \left\{ \sin \omega t \cdot \sin \frac{\omega r}{c} \cdot \sin \left[ \frac{\omega h}{c} \cos \chi \right] + \right. \\ \left. + \cos \omega t \cdot \cos \frac{\omega r}{c} \sin \left[ \frac{\omega h}{c} \cos \chi \right] \right\}.$$

Führt man dafür die Abkürzung  $B'$  ein, so erhält man für die Feldstärke

$$|\mathfrak{E}| = \frac{4\pi c \sqrt{2} I ds}{\lambda r} \sin \vartheta \cdot B' \quad (20)$$

und indem man wie früher für  $\sin \vartheta$  den Ausdruck  $\sqrt{1 - \sin^2 \chi \cdot \cos^2 \varphi}$  einsetzt, erhält man schliesslich

für die Feldgrössen des Einzeldipols mit Spiegelbild im  $r\varphi\chi$ -System

$$\begin{aligned} \mathfrak{E} &= \frac{K}{r} \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \chi \cdot \cos^2 \varphi} \cdot B' \\ \mathfrak{H} &= \frac{K}{rc} \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \chi \cdot \cos^2 \varphi} \cdot B' \end{aligned} \quad (21)$$

Durch dieselben Ueberlegungen wie in Kapitel 3 erhält man für den dazu senkrechten Dipol

$$\begin{aligned} \mathfrak{E} &= \frac{K}{r} \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \chi \cdot \sin^2 \varphi} \cdot C' \\ \mathfrak{H} &= \frac{K}{rc} \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \chi \cdot \sin^2 \varphi} \cdot C' \end{aligned} \quad (22)$$

wo  $C'$  als Abkürzung für den Ausdruck

$$2 \left\{ -\cos \omega t \cdot \sin \frac{\omega r}{c} \cdot \sin \left[ \frac{\omega h}{c} \cos \chi \right] + \sin \omega t \cdot \cos \frac{\omega r}{c} \cdot \sin \left[ \frac{\omega h}{c} \cos \chi \right] \right\} \quad (23)$$

gesetzt ist. Aehnlich wie in Kap. 3 macht man für die weiteren Berechnungen wieder die Annahme, dass  $\cos \frac{\omega r}{c} = 1$  und  $\sin \frac{\omega r}{c} = 0$  sein soll und erhält

dann die zu (8) analogen Gleichungen

$$\begin{aligned} \mathfrak{E}_I &= \frac{2K}{r} \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \chi \cdot \cos^2 \varphi} \cdot \cos \omega t \cdot \sin \left[ \frac{\omega h}{c} \cos \chi \right] \\ \mathfrak{E}_{II} &= \frac{2K}{r} \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \chi \cdot \sin^2 \varphi} \cdot \sin \omega t \cdot \sin \left[ \frac{\omega h}{c} \cos \chi \right] \end{aligned} \quad (24)$$

die sich von den entsprechenden Gleichungen (8) nur durch den Faktor  $2 \sin \left[ \frac{\omega h}{c} \cos \chi \right]$  unterscheiden.

Alle Ueberlegungen, die beim freien Quadrupol oder  $n$ -Pol über die Polarisationsverhältnisse und die Rotationssymmetrie angestellt wurden, gelten deshalb auch hier; denn der Faktor  $\sin \left[ \frac{\omega h}{c} \cos \chi \right]$

ändert nur die Intensitätsabhängigkeit in bezug auf die Antennenhöhe und den dem Elevationswinkel komplementären Winkel  $\chi$ . Insbesondere wird das Quadrat der resultierenden Feldstärke

$$\begin{aligned} \mathfrak{E}^2 &= \frac{4K^2}{r^2} \sin^2 \left[ \frac{\omega h}{c} \cos \chi \right] \cdot \left[ k_1^2 \cos^2 \omega t + \right. \\ &\quad \left. + k_2^2 \sin^2 \omega t - \frac{1}{2} \sin 2\omega t \cdot \sin^2 \chi \cdot \sin 2\varphi \right] \end{aligned} \quad (25)$$

Die beiden hier behandelten Fälle einer Drehfeldantenne ohne und mit elektrischem Spiegelbild sind natürlich verglichen mit der Wirklichkeit idealisierte Grenzfälle, da sich besonders im Gebiet der Ultrakurzwellen die Erde nicht wie ein vollkommener Leiter verhält. Um die Verhältnisse theoretisch vollkommener zu erfassen, müsste je Untergrundes ein im allgemeinen komplexer Re-

flexionskoeffizient eingeführt werden. Ueberdies treten noch weitere Komplikationen, wie atmosphärische Strahlenbrechung und Beugung auf. Auf alle diese Komplikationen soll vorläufig in dieser Arbeit nicht eingegangen werden, da diese lediglich zur Veranschaulichung der prinzipiellen Grundlagen der Drehfelder dienen soll.

Zuletzt möge noch der Fall zweier übereinander angeordneter Drehfeldantennen erwähnt werden, die in derselben Phase schwingen. Die Rechnung erfolgt ganz ähnlich, wie bei der einfachen Antenne mit Berücksichtigung des Spiegelbildes. Es sei etwa der Abstand der beiden Antennen  $2h$ . In den Gleichungen für die Feldgrössen ist dabei lediglich der Ausdruck  $\sin \left[ \frac{\omega h}{c} \cos \chi \right]$  durch  $-\cos \left[ \frac{\omega h}{c} \cos \chi \right]$  zu ersetzen. Die Feldstärken  $\mathfrak{E}_I$  und  $\mathfrak{E}_{II}$  röhren dann von der Zusammenwirkung je eines Paars übereinander liegender Ersatzdipole her. An Stelle der Gleichungen (24) erhält man somit

$$\begin{aligned} \mathfrak{E}_I &= -\frac{2K}{r} \sqrt{1 - \sin^2 \chi \cdot \cos^2 \varphi} \cdot \cos \omega t \cdot \cos \left[ \frac{\omega h}{c} \cos \chi \right] \\ \mathfrak{E}_{II} &= -\frac{2K}{r} \sqrt{1 - \sin^2 \chi \cdot \sin^2 \varphi} \cdot \sin \omega t \cdot \cos \left[ \frac{\omega h}{c} \cos \chi \right] \end{aligned} \quad (24a)$$

und für die resultierende Feldstärke

$$\begin{aligned} \mathfrak{E}^2 &= \frac{4K^2}{r^2} \cos^2 \left[ \frac{\omega h}{c} \cos \chi \right] \cdot \left[ k_1^2 \cos^2 \omega t + \right. \\ &\quad \left. + k_2^2 \sin^2 \omega t - \sin^2 \chi \cdot \sin 2\varphi \cdot \frac{\sin 2\omega t}{2} \right] \end{aligned} \quad (25a)$$

## 5. Ermittlung der Strahlungscharakteristik.

Die in einer bestimmten Richtung pro Flächen- und Zeiteinheit ausgestrahlte Energie wird bekanntlich durch den Poyntingschen Strahlvektor

$$\mathfrak{P} = \frac{1}{4\pi} [\mathfrak{E} \mathfrak{H}] = \frac{1}{4\pi c} \mathfrak{E}^2 \mathfrak{r}_1 \quad \mathfrak{r}_1 = \text{Einheitsvektor in der } r\text{-Richtung} \quad (26)$$

dargestellt. Da die einzelnen Feldvektoren im allgemeinen den Winkel  $\alpha$  einschliessen, erhält man nach dem Cosinussatz [Gleichung (13)]

$$\mathfrak{E}^2 = \mathfrak{E}_I^2 + \mathfrak{E}_{II}^2 + 2 |\mathfrak{E}_I| \cdot |\mathfrak{E}_{II}| \cdot \cos \alpha.$$

Bei der Quadrupolantenne mit Spiegelung an der Erdoberfläche wird  $\mathfrak{E}^2$  durch den Ausdruck (25) gegeben. Wegen der Rotationssymmetrie um die  $z$ -Axe genügt es, den Vektor  $\mathfrak{P}$  in der Ebene  $\varphi = 0$  zu untersuchen. Ueberdies verschwindet der zeitliche Mittelwert des letzten Summanden in der eckigen Klammer und trägt im Mittel nichts zur Strahlung bei. Wir erhalten also für  $\mathfrak{P}_{\text{mittel}}$  den Ausdruck

$$|\mathfrak{P}_{\text{mittel}}| = \frac{K^2}{\pi r^2 c} \sin^2 \left[ \frac{\omega h}{c} \cos \chi \right] \cdot \left[ (1 - \sin^2 \chi) \sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t \right]$$

und nach einigen trigonometrischen Umformungen und Berücksichtigung des zeitlichen Mittelwertes  $\frac{1}{2}$  für  $\sin^2 \omega t$

$$|\mathfrak{P}_m| = \frac{K^2}{2\pi r^2 c} \sin^2 \left[ \frac{\omega h}{c} \cos \chi \right] \cdot (\cos^2 \chi + 1). \quad (27)$$

Ohne Berücksichtigung des Spiegelbildes erhält man die einfache Formel

$$|\mathfrak{P}_m| = \frac{K^2}{8\pi r^2 c} (\cos^2 \chi + 1) \quad (28)$$

und für zwei gleichphasige Strahler im Abstand  $h$  im freien Raum nach den Überlegungen am Ende des vorhergehenden Kapitels

$$|\mathfrak{P}_m| = \frac{K^2}{2\pi r^2 c} \cos^2 \left[ \frac{\omega h}{c} \cos \chi \right] \cdot (\cos^2 \chi + 1). \quad (27a)$$

In Fig. 6 ist die Strahlungscharakteristik der Quadrupolantenne im freien Raum in Polarkoordinaten dargestellt. Der Vektor  $|\mathfrak{P}_m|$  ist dabei in willkürlichen Einheiten ohne Berücksichtigung des

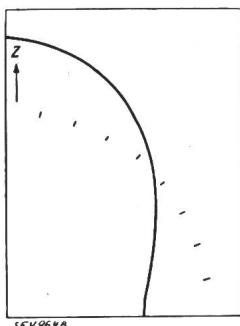


Fig. 6.  
Strahlungscharakteristik der  
einfachen Drehfeldantenne  
im freien Raum.

Proportionalitätsfaktors eingetragen. Fig. 7 a bis 7 d stellen Strahlungscharakteristiken der Quadrupolantenne mit Spiegelbild bei verschiedenen Höhen über dem Erdboden dar. In Fig. 8 sind diese Charakteristiken nochmals zum Vergleich zusammengestellt, ausserdem ist die Charakteristik der freien Quadrupolantenne punktiert einge-

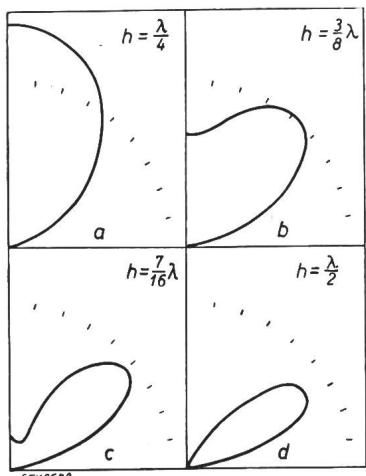


Fig. 7.  
Strahlungs-  
charakteristiken  
der einfachen  
Drehfeldantenne  
in verschiedenen  
Höhen  $h$   
über dem leitenden  
Erdboden.

zeichnet. Man sieht, dass diese die Hüllkurve der Charakteristiken mit Spiegelbild bildet, eine Eigenschaft, die man ohne weiteres aus Gleichungen (27) und (28) abliest, da der Strahlvektor nach Gl. (27)

immer kleiner oder höchstens gleich demjenigen aus (28) werden kann, wenn man vom verschiedenen Proportionalitätsfaktor absieht.

Die Charakteristiken der im freien Raum im Abstande  $2h$  gleichphasig schwingenden Quadru-

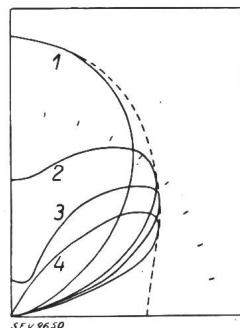


Fig. 8.  
Vergleich der verschiedenen  
Strahlungscharakteristiken  
von Fig. 6 und 7.

polantennen sind in Fig. 9 a bis 9 c eingezeichnet. In Fig. 9 d ist nochmals dieselbe Charakteristik von 9 c mit einem Antennenabstand von  $2h = 2\lambda$  zusammen mit der entsprechenden Charakteristik der einfachen Antenne mit Spiegelbild in einer Höhe  $h$  über dem Erdboden eingetragen, wobei

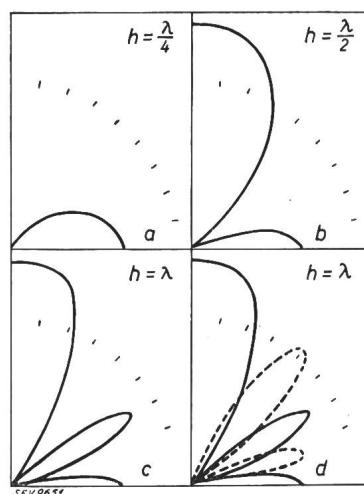


Fig. 9.  
Strahlungs-  
charakteristiken  
gleichphasig  
schwingender  
Antennenpaare mit  
verschiedenen  
Abständen  $2h$   
im freien Raum.

die Strahlungsminima der einen Anordnung mit den Maxima der andern Anordnung zusammenfallen. Auch diese Charakteristiken werden von derjenigen der freien Antenne eingehüllt.

## 6. Berechnung des Strahlungswiderstandes.

Um den Strahlungswiderstand zu bestimmen, berechnen wir zuerst die Strahlungsleistung. Diese ergibt sich einfach durch Integration des Poyntingschen Vektors. Handelt es sich um eine freie Antenne, so erfolgt die Integration zweckmäßig über eine den Strahler im Mittelpunkt enthaltende Kugel. Handelt es sich um einen über leitender Erde befindlichen Strahler, so erfolgt die Integration nur über die «obere» Halbkugel. Die gesamte Ausstrahlung in der Zeiteinheit ist demnach allgemein

$$S = \int_0^{\pi \text{ bzw. } \pi/2} \int_0^{2\pi} |\mathfrak{P}| r^2 \sin \chi d\chi d\varphi \quad (29)$$

Für die Quadrupolantenne im freien Raum erhält man z. B. nach (28) durch Integration über die ganze Kugel unter Benutzung der bekannten Substitution  $\sin \chi d\chi = -d(\cos \chi) = -dz$

$$S = \frac{-K^2}{8\pi c} \int_{x=0}^{x=\pi} \int_{z=0}^{z=\pi} (\cos^2 \chi + 1) d(\cos \chi) dz = +\frac{K^2}{4c} \int_{-1}^{+1} (z^2 + 1) dz = \frac{K^2}{4c} \cdot \frac{8}{3} \quad (30)$$

Für dieselbe Drehfeldantenne über leitender Erde (Berücksichtigung des Spiegelbildes) erhält man aus (27) durch Integration über die Halbkugel

$$S_1 = \frac{K^2}{c} \int_0^1 \sin^2 \left[ \frac{\omega h}{c} z \right] (z^2 + 1) dz = \frac{K^2}{c} \left[ \frac{2}{3} - \frac{\sin X}{X} \right] + \frac{1}{X^2} \left( \frac{\sin X}{X} - \cos X \right) = \frac{K^2}{c} \cdot F_1(X) \quad (31)$$

Das Argument  $X$  der Funktion  $F_1$  bedeutet dabei die Grösse  $\frac{2\omega h}{c}$  oder  $4\pi \frac{h}{\lambda}$ , d. h. bis auf den Faktor

$4\pi$  die in Wellenlängen gemessene Antennenhöhe. Die Funktion selbst ist in Fig. 10 graphisch dargestellt (ausgezogene Kurve). Sie steigt anfangs bis zu einem Maximalwert an und pendelt mit zunehmender Antennenhöhe mit stetig abnehmender Amplitude um den Wert  $2/3$  der, wie das auch sein muss, der Strahlungsleistung der freien Antenne entspricht.

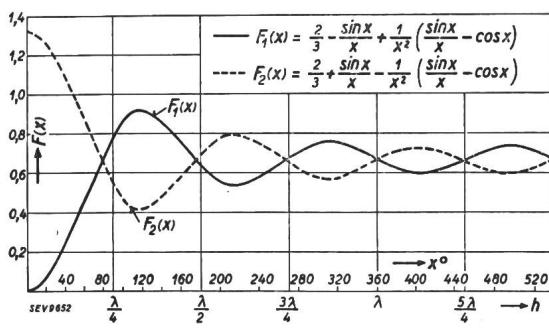


Fig. 10.

Graphische Darstellung von  $F_1(x)$  und  $F_2(x)$ .

Berechnet man auf dieselbe Weise die Strahlungsleistung zweier gleichphasig schwingenden Quadrupolantennen im Abstande  $2h$ , so erhält man

$$S_2 = \frac{K^2}{c} \left[ \frac{2}{3} + \frac{\sin X}{X} - \frac{1}{X^2} \left( \frac{\sin X}{X} - \cos X \right) \right] = \frac{K^2}{c} \cdot F_2(X) \quad (32)$$

mit derselben Bedeutung von  $X$ . Wie man leicht erkennt, entsteht die Funktion  $F_2$  aus  $F_1$  durch Spiegelung an der Geraden  $F(X) = \frac{2}{3}$ . Den Minima der einen Funktion entsprechen dabei die Maxima der andern Funktion, d. h. zwei im Ab-

stande  $2h$  angebrachte gegenphasig schwingende Antennen, bzw. eine einfache Antenne mit Spiegelbild, weisen maximale Gesamtstrahlung bei den Abständen auf, wo gleichphasig schwingende Antennen minimale Gesamtstrahlung zeigen. Die Funktion  $F_2(X)$  ist ebenfalls in Fig. 10 eingezeichnet (gestrichelte Kurve). Dass nach (31) die Strahlungsleistung für  $h=0$  verschwinden muss, ist schon rein physikalisch einzusehen, weil in diesem Falle Spiegelbild und reale Antenne zusammenfallen. Da einer entsprechenden positiven Ladung auf der realen Antenne immer dieselbe negative Ladung des Spiegelbildes gegenübersteht, müssen sich ihre Wirkungen nach aussen aufheben. Das Gegenteil ist natürlich bei einem gleichphasig schwingenden Antennenpaar der Fall, das aus zwei realen Antennen im freien Raum besteht. Beim Abstand  $h=0$  wirkt es wie ein einfaches System, mit doppeltem Strom und vierfacher Strahlungsleistung; es tritt in diesem Falle das absolute Maximum der Strahlung auf. Ebenso ist das periodische Pendeln leicht aus der Interferenzwirkung zu verstehen.

Setzen wir noch für die Konstante  $K$  ihren Wert aus (5) ein, und wählen wir für die Länge eines Strahlerelementes an Stelle des früher benutzten Differentials  $ds$  die praktische Bezeichnung  $l$  («Armlänge»), so erhält man für die Quadrupolantenne im freien Raum

$$S = \frac{64}{3} \cdot \pi^2 \cdot c \cdot I^2 \left( \frac{l}{\lambda} \right)^2 \quad (33)$$

Für die Quadrupolantenne in der Höhe  $h$  über dem Boden (oder für ein gegenphasig schwingendes Antennenpaar im Abstand  $2h$  im freien Raum, wobei der in Formel (34) angegebene Wert noch mit 2 zu multiplizieren ist)

$$S_1 = 32 \cdot \pi^2 \cdot c \cdot I^2 \cdot \left( \frac{l}{\lambda} \right)^2 \cdot F_1 \left( \frac{4\pi h}{\lambda} \right), \quad (34)$$

und endlich für ein gleichphasig schwingendes Quadrupol-Antennenpaar im freien Raum

$$S_2 = 64 \cdot \pi^2 \cdot c \cdot I^2 \cdot \left( \frac{l}{\lambda} \right)^2 \cdot F_2 \left( \frac{4\pi h}{\lambda} \right). \quad (35)$$

Führt man schliesslich noch statt der absoluten elektromagnetischen Einheiten das technische Massensystem ein, so erhält man für die Strahlungsleistungen

$$S = 6320 \cdot \left( \frac{l}{\lambda} \right)^2 I^2; \\ S_1 = 9480 \cdot \left( \frac{l}{\lambda} \right)^2 \cdot I^2 \cdot F_1 \left( \frac{4\pi h}{\lambda} \right); \\ S_2 = 18960 \cdot \left( \frac{l}{\lambda} \right)^2 \cdot I^2 \cdot F_2 \left( \frac{4\pi h}{\lambda} \right), \quad (36)$$

wo  $S$  die Strahlungsleistung in Watt und  $I$  den Effektivwert der Antennenstromstärke in Ampère bedeuten. Die hier abgeleiteten Beziehungen gelten für den Quadrupol. Für den Tripol werden die

Strahlungsleistungen nach dem eingangs Gesagten beim selben Antennennstrom  $(3/4)^2$  mal so gross. Also

$$\begin{aligned} S &= 3560 \cdot \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \cdot I^2; \\ S_1 &= 5328 \cdot \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \cdot I^2 \cdot F_1\left(\frac{4\pi h}{\lambda}\right); \\ S_2 &= 10656 \cdot \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \cdot I^2 \cdot F_2\left(\frac{4\pi h}{\lambda}\right). \end{aligned} \quad (37)$$

Definiert man den Strahlungswiderstand  $R$  als das Verhältnis der Strahlungsleistung zum Quadrat des Antennennstroms, so erhält man für die entsprechenden Tripolanordnungen

$$\begin{aligned} R &= 3560 \cdot \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \Omega; \\ R_1 &= 5328 \cdot \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \cdot F_1\left(\frac{4\pi h}{\lambda}\right) \Omega; \\ R_2 &= 10656 \cdot \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \cdot F_2\left(\frac{4\pi h}{\lambda}\right) \Omega. \end{aligned} \quad (38)$$

Bei allen bisherigen Ableitungen wurde vorausgesetzt, dass die Stromverteilung auf den Antennenarmen eine gleichmässige, also quasistationäre sei, weshalb auch für die Armlänge das Differential  $ds$  verwendet wurde. Dies trifft natürlich nur zu, wenn die Wellenlänge gross gegenüber der Armlänge der Antennenanordnung ist, was z. B. vorliegt, wenn die Enden der Antennenarme mit Kapazitäten beschwert sind. Sind diese Voraussetzungen nicht erfüllt, was praktisch bei kurzen Wellen immer der Fall ist, so muss wie bei andern Antennen, die wahre Länge durch eine effektive Länge ersetzt werden.

Entsprechen die Dipol- bzw. Tripolararme einer Viertelwellenlänge  $l = \frac{\lambda}{4}$ , so darf man in allerdings roher Annäherung bei sinusförmiger Stromverteilung (Strombauch im Anfang, d. h. im Zentrum der ganzen Antenne, Stromknoten an den freien Enden der Arme)  $I_{\text{mittel}} = \frac{2}{\pi} I_{\text{max}}$  setzen, wo  $I_{\text{max}}$  den

Effektivwert im Strombauch bedeutet. Die Strahlungsleistungen werden dann für die Tripolantenne, deren einzelne Arme die Länge einer Viertelwellenlänge besitzen:

$$\begin{aligned} S &= 90 \cdot I_{\text{max}}^2; \\ S_1 &= 135,2 \cdot I_{\text{max}}^2 \cdot F_1\left(\frac{4\pi h}{\lambda}\right); \\ S_2 &= 270,4 \cdot I_{\text{max}}^2 \cdot F_2\left(\frac{4\pi h}{\lambda}\right) \end{aligned}$$

und die entsprechenden Strahlungswiderstände

$$\begin{aligned} R &= 90 \Omega; \\ R_1 &= 135,2 \cdot F_1\left(\frac{4\pi h}{\lambda}\right) \Omega; \\ R_2 &= 270,4 \cdot F_2\left(\frac{4\pi h}{\lambda}\right) \Omega. \end{aligned} \quad (39)$$

Zum Schluss dürfte es noch von Interesse sein, die Strahlungsleistungen und Strahlungswiderstände der Tripolsender mit denen anderer einfacher Antennenanordnungen zu vergleichen. Unter Verwendung der Feldstärke (24) eines einfachen horizontalen Dipols mit Spiegelbild ergibt sich z. B. für die Strahlungsleistung das Integral

$$S = \frac{1}{4\pi c} \int \mathfrak{E}^2 r^2 \sin \chi d\chi d\varphi = \frac{K^2}{\pi c} \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} \left\{ (1 - \sin^2 \chi \cos^2 \varphi) \cdot \sin^2 \left[ \frac{\omega h}{c} \cos \chi \right] \cos^2 \omega t \sin \chi d\chi d\varphi \right\}. \quad (40)$$

Berücksichtigt man, dass das Zeitmittel von  $\cos^2 \omega t = \frac{1}{2}$  ist, so erhält man auf ähnliche Weise wie früher als Resultat der Integration

$$S = \frac{K^2}{2c} \cdot F_1\left(\frac{4\pi h}{\lambda}\right),$$

also gerade die Hälfte der Leistung der Quadrupol-Drehfeldantenne mit Spiegelbild oder  $8/9$  der Leistung des entsprechenden Tripols bei gleichem Antennennstrom. Der zugehörige Strahlungswiderstand des einfachen Horizontaldipols in der Höhe  $h$  über einer leitenden Ebene wird allgemein

$$R_1 = 4740 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \cdot F_1\left(\frac{4\pi h}{\lambda}\right) \Omega.$$

Für  $l = \lambda/4$  erhält man, wenn noch gemäss der oben erwähnten Näherungsformel auf sinusförmige Stromverteilung umgerechnet wird,

$$R_1 = 120 \cdot F_1\left(\frac{4\pi h}{\lambda}\right) \Omega.$$

Analog erhält man auch für den freien Dipol einen halb so grossen Strahlungswiderstand als für den freien Quadrupol, was sich auch leicht durch Integration des Strahlungsvektors unter Hinzuziehung der Feldstärke nach Gl. (5) feststellen lässt. Aus (33) erhält man direkt nach Halbierung und Division durch  $I^2$  für den einfachen freien Dipol

$$R = \frac{32}{3} \cdot \pi^2 \cdot c \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 = 3160 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \Omega.$$

Bezeichnet man die gesamte Dipollänge  $2l$  (doppelte Armlänge) mit  $L$ , so ergibt sich die bekannte Formel  $R = 80 \pi^2 \left(\frac{L}{\lambda}\right)^2 \Omega$ . Für den Fall  $l = \frac{\lambda}{4}$  erhält man unter Berücksichtigung der Stromverteilung

$$R = 3160 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 = 80 \Omega,$$

was in Anbetracht der ungenauen Art, wie die Stromverteilung in Rechnung gezogen wurde, mit dem bekannten Wert von  $73 \Omega$  für den Strahlungswiderstand eines freien Dipoles der Gesamtlänge  $L = \frac{\lambda}{2}$  befriedigend übereinstimmt.

Die Kenntnis des Strahlungswiderstandes ist für die richtige Anpassung der Energieleitung an die Antenne von Bedeutung. Welchen Strahlungswiderstand man einstellt, hängt natürlich von der Art der gewünschten Charakteristik ab, deren Form, wie gezeigt wurde, schon bei einer einfachen Antenne, wenigstens bei guter Bodenleitfähigkeit, sicher aber durch Kombination mehrerer Antennen, in weiten Grenzen geändert werden kann.

### Zusammenfassung.

Zur Erzeugung elliptischer oder zirkular polarisierter elektrischer Wellen kann man sich sogenannter Drehfeldantennen bedienen, die zuerst von Tank angegeben<sup>1)</sup> und später in anderer Form von N. E. Lindenblad und G. H. Brown<sup>1)</sup> für Fernsehzwecke angewendet wurden. Statt gewöhnlicher Dipole werden zu diesem Zweck Tripole oder Quadrupole verwendet, deren Ströme entsprechende Phasenverschiebungen von 120° bzw. 90° aufweisen. Bei allen Drehfeldantennen, ob sie im freien Raum schwingen oder ob sie mit ihrer Ebene parallel zu einer leitenden Erde angebracht sind, immer ist die Polarisation in Richtung senkrecht zur Tripol- oder Quadrupolebene zirkular, in der Ebene des Strahlers hingegen linear. Letztere Eigenschaft ist von besonderer technischer Wichtigkeit. In allen übrigen Richtungen werden elliptisch polarisierte Wellen ausgestrahlt.

Es können aber auch mehrere Drehfeldantennen kombiniert werden, etwa um gewisse Richtwirkungen zu erzielen. Als Beispiel wird der Fall zweier in einem Abstand  $2h$  parallel zueinander gleichphasig schwingender Antennen im freien Raum durchgerechnet.

Für die stets rotationssymmetrischen Strahlungsfelder sind einige typische Beispiele in Form von Strahlungscharakteristiken dargestellt, in welchen der Poyntingsche Vektor der Energiedichte in einem Polarkoordinatensystem als Funktion eines Winkels  $\chi$  eingetragen ist;  $\chi$  bedeutet dabei den Winkel des Radiusvektors mit der Antennensenkrechten, d. h. mit der Symmetriaxe. Nur die im Raum freie Drehfeldantenne strahlt in den ganzen Raumwinkelbereich ziemlich gleichmäßig Energie aus. Sowohl die einzelne in der Höhe  $h$  über dem leitenden Boden angebrachte Drehfeldantenne, als auch das frei im Raum befindliche gleichphasig schwingende Paar von Drehfeldantennen zeigen infolge von Interferenzwirkung Bündelung in bestimmten Vorzugsrichtungen, wobei die Maxima der einen mit den Minima der andern Anordnung zusammenfallen und umgekehrt.

Die Strahlungsleistung und damit auch der Strahlungswiderstand einer einfachen Drehfeldantenne mit Spiegelbild hängt bis auf einen konstanten Faktor in derselben Weise von der Höhe  $h$  über dem Boden ab, wie beim einfachen horizontalen Dipol. Mit wachsender Höhe nimmt die Strahlungsleistung zuerst langsam, dann stark zu, durchläuft ein Maximum und pendelt zuletzt mit stetig abnehmender Amplitude um einen bestimmten Grenzwert  $S_\infty$  hin und her. Die Kurve der Strahlungsleistung des gleichphasig schwingenden Antennenpaars entsteht aus der erstgenannten durch Spiegelung um die Gerade  $S = S_\infty$ .

Die vorliegende Arbeit ist auf Anregung von Herrn Prof. Tank entstanden. Ich möchte ihm an dieser Stelle auch für die Durchsicht der Arbeit, sowie für seine wertvollen Ratschläge bei der endgültigen Auffassung derselben meinen aufrichtigen Dank aussprechen.

## Electrolyseurs d'eau de grande puissance.

Communication faite le 21 juin 1941 en séance de l'ASE, à Zurich,  
par B. Storsand, Zurich-Oerlikon.

661.931

*L'auteur fait ressortir au moyen d'exemples la grande importance de l'hydrogène pour la chimie synthétique. Il décrit le développement des électrolyseurs d'eau de grand débit et les particularités de leur construction. Les questions économiques sont effleurées.*

L'utilisation de toutes les possibilités que présente l'électrochimie pour la production des matières premières s'impose aujourd'hui plus que jamais à tous les pays disposant de peu de matières premières, mais d'énergie hydraulique en abondance.

Parmi les différents procédés de ce genre permettant l'utilisation de l'énergie électrique, l'électrolyse de l'eau prend une place importante. Dans la suite de cet exposé on décrit en premier lieu les possibilités d'application de l'électrolyse de l'eau, et ensuite, à la base d'exemple d'exécutions, le développement de la construction d'électrolyseurs depuis le début jusqu'à l'électrolyseur actuel de grande puissance.

*Die grosse Bedeutung des Wasserstoffes in der synthetischen Chemie wird anhand von Beispielen dargelegt. Auf die Entwicklung der Grosswasserzersetzer und ihrer konstruktiven Merkmale wird eingegangen. Wirtschaftliche Fragen werden gestreift.*

(Traduction.)

### I. Champ d'application.

L'industrie de l'azote, qui a pour but la fabrication de l'ammoniaque synthétique, par combinaison à haute pression, haute température et en présence de catalyseurs, de l'azote de l'air avec de l'hydrogène, consomme de grandes quantités d'hydrogène. L'ammoniaque est ensuite brûlé avec de l'oxygène. L'oxyde d'azote qui en résulte, combiné avec de l'eau, donne de l'acide nitrique, produit de départ pour la fabrication des engrains azotés et des explosifs. En Suisse, la Lonza S. A. fabrique actuellement 25...30 millions de m<sup>3</sup> d'hydrogène annuellement, ce qui correspond à une consommation d'énergie électrique d'environ 125...150 millions de kWh. La quantité de produits