

**Zeitschrift:** Bulletin de l'Association suisse des électriciens  
**Herausgeber:** Association suisse des électriciens  
**Band:** 31 (1940)  
**Heft:** 19

**Artikel:** Seriekreis, gekoppelte Kreise und Bandfilter [Fortsetzung]  
**Autor:** Gruyter, Erwin de  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-1058019>

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 21.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

sante en cas de résistance mécanique anormale de l'interrupteur (frottement élevé aux basses températures, contacts d'interrupteur grippés, résistance causée par les efforts dynamiques dans le cas de réenclenchement sur court-circuit de grande intensité). De ce fait il existe un excédant d'énergie lorsque les conditions mécaniques sont normales, excédent qui peut avoir des conséquences fatales, s'il n'est pas anéanti. Cet anéantissement est ob-

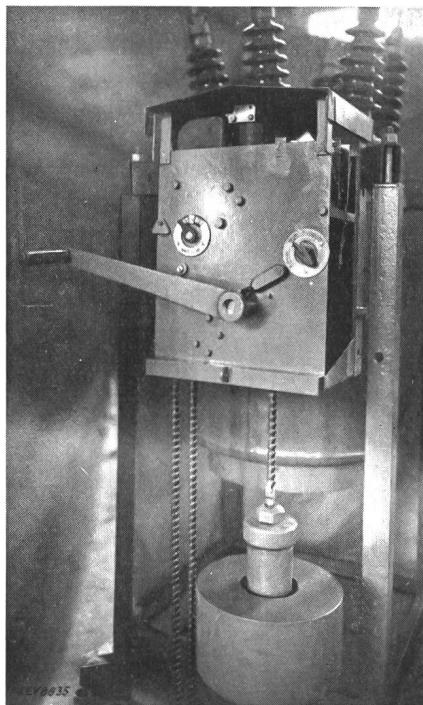


Fig. 7.

Dispositif de réenclenchement automatique, vue frontale avec cabine ouverte (Sprecher & Schuh).

tenu ici par un frein à huile monté entre le contre-poids et la chaîne d'entraînement. De cette façon le fonctionnement est d'une douceur remarquable.

Le mouvement d'horlogerie est actionné par un ressort bandé par le mouvement de déclenchement du disjoncteur. L'élément de temps est obtenu par un disque à courants de Foucault. Le même mouvement d'horlogerie contrôle le temps entre les différents réenclenchements, ainsi que le blocage du dispositif de réenclenchement après le nombre

prévu d'opérations. Une manette disposée sur la plaque frontale de l'appareil (fig. 7) permet de mettre hors de service le dispositif automatique. La même manette permet à l'opérateur de provoquer à volonté l'enclenchement ou le déclenchement du disjoncteur. De plus cette manette commande le déblocage du dispositif de réenclenchement en cas de court-circuit permanent, c'est-à-dire après l'ouverture définitive du disjoncteur et la suppression de la cause de l'accident.

Le réenclenchement à contre-poids est d'une grande simplicité et forme un ensemble monté sur le châssis du disjoncteur. De ce fait le montage sur place est extrêmement simple et ne diffère guère de celui d'un disjoncteur ordinaire. Le remontage du contre-poids se fait sans peine à l'occasion des contrôles du réseau. Dans le cas d'exécution «outdoor» du disjoncteur, les déclencheurs sont exécutés sous forme de relais, montés dans la cabine de commande et actionnés par des transformateurs de courant, et, lorsque le courant dépasse 100 A, par des enroulements montés sur les traverses mêmes. Les disjoncteurs sont exécutés de préférence comme interrupteurs sur poteau (fig. 6).

La simplicité de ces commandes à contre-poids et leurs frais peu élevés les feront choisir dans tous les cas où une même station ne comporte qu'un ou quelques interrupteurs. La commande électrique par contre nécessite un transformateur de tension spécial avec coupe-circuit, mouvement d'horlogerie électrique et câblage. Elle a toutefois l'avantage du remontage automatique, c'est-à-dire d'un nombre illimité de fonctionnements. On lui donnera donc la préférence pour des stations comportant un certain nombre d'appareils.

Nous croyons avoir démontré que la continuité de l'exploitation des réseaux ruraux peut être sensiblement améliorée par le montage du dispositif de réenclenchement automatique sur les disjoncteurs existants ou de disjoncteurs supplémentaires à réenclenchement automatique, ou par la combinaison de ces deux mesures. Nous aimeraisons attirer l'attention sur le fait que l'application de ces mesures présente une possibilité de *fourniture rapide de travail pour l'industrie électrique*, le montage de ces dispositifs ou de disjoncteurs supplémentaires ne nécessitant qu'un temps de préparation minime de la part des exploitants.

## Seriekreis, gekoppelte Kreise und Bandfilter.

(Fortsetzung von Bull. SEV 1939, Nr. 19.)

Von Erwin de Gruyter, Zürich.

621.396.611.1

Zum Abschluss des Themas Parallel- und Seriekreis und als Einleitung für die hier folgende Abhandlung über gekoppelte Kreise und Bandfilter sei eine Gegenüberstellung von Sperr- und Saugkreis gemacht, die für die Rundfunkpraxis bestimmt ist. Die mathematische und graphische Fassung hat dabei eine so universelle und prägnante Form angenommen, dass sie leicht aus dem Gedächtnis reproduziert werden kann.

Im Nachtrag des ersten Teiles wurde darauf hingewiesen, dass es für die Bestimmung der Anpassung günstiger ist, die Seriewiderstände  $R_s$  des Par-

A titre de conclusion de l'étude des circuits en parallèle et en série, ainsi que d'introduction à l'étude qui suit sur les circuits couplés et les filtres passe-bande, l'auteur procède à une comparaison des circuits-filtres avec les circuits absorbants, destinée à la pratique de la radiophonie. La représentation mathématique et graphique a pris une forme si universelle et frappante qu'elle peut facilement être reproduite de mémoire.

allelkreises rechnerisch durch Parallelwiderstände  $R_p$  zu ersetzen. Das Schema für  $\beta_X$  geht damit in das Ersatzschema  $\beta_{(X)}$  über, das eine reine Parallel-

schaltung von Induktivität, Widerstand und Kapazität darstellt und sich damit streng invers verhält zum Schema  $\beta_Y$ , der *reinen* Serieschaltung. Dazu ist dann noch in der Uebersicht (Fig. 1..4) ein Ersatzschema  $\beta_{(Y)}$  abgebildet, eine Serieschaltung mit Parallelwiderständen, die sich streng invers verhält zur gebräuchlichen Parallelschaltung mit Seriewiderständen, Schema  $\beta_X$ . Dieses Schema ist ausführlich behandelt im Bull. SEV 1939, Nr. 4. Bei Asymmetrie ist zu beachten, dass die gleichliegenden Widerstände sich entsprechen: Der Spulenwiderstand von  $\beta_X$  entspricht dem Kondensatorparallelwiderstand von  $\beta_{(Y)}$  und umgekehrt.

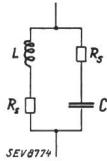


Fig. 1.

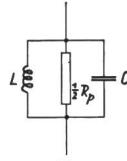


Fig. 2.

aufzustellen, unter der Voraussetzung, dass die Resonanzschärfe einen endlichen Wert hat. Zu diesem Zwecke werden folgende *reduzierten Größen* eingeführt:

$$\begin{aligned}\varphi \varrho &= \varphi' & 0 \dots \infty \\ \frac{z_{(X)}}{\varrho} &= z'_{(X)} & 0 \dots 1 \\ z_Y \varrho &= z'_Y & 1 \dots \infty\end{aligned}$$

$$\text{daraus folgt: } z'_Y = \frac{1}{z'_{(X)}} = \sqrt{1 + \varphi'^2} \\ \xi_Y = -\xi_{(X)} = \varphi'$$

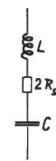


Fig. 3.

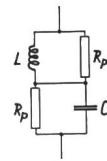


Fig. 4.

Ansatz der Impedanzwert-Gleichungen:

$$\begin{aligned}\delta_X &= \frac{1}{r_s + jv} + \frac{1}{r_s + \frac{1}{jv}} ; & \delta_{(X)} &= \frac{1}{r_p + i(v - \frac{1}{v})} ; & \delta_Y &= 2r_s + j(v - \frac{1}{v}) ; & \delta_{(Y)} &= \frac{1}{\frac{1}{r_p} + \frac{1}{jv}} + \frac{1}{\frac{1}{r_p} + jv}\end{aligned}$$

Aus  $r_s r_p = 1$  folgt  $\delta_X \delta_{(Y)} = \delta_Y \delta_{(X)} = 1$ .

Die Vektorfaktoren der Skalarprodukte sind also *invers* zueinander, d. h. sie sind den Werte nach reziprok, der Phase nach von entgegengesetztem Vorzeichen.

Aus  $r_s = r_p = 1$  folgt  $\delta_X = \delta_{(Y)} = 1 \neq F(v)$ .

Bei gemischten Schaltungen kann Frequenzunabhängigkeit erreicht werden. Die Impedanz ist dann rein ohmisch und den Werte nach gleich dem kritischen Widerstand (bedeutungsvoll vor allem für NF-Gang-Korrektur, besonders da die reduzierte Bandbreite bei zunehmender Dämpfung bis zur kritischen von  $1 \dots \infty$  wächst, im Gegensatz zu den reinen Schaltungen, bei denen sie konstant gleich 1 ist).

Führt man die Resonanzschärfe  $e = \frac{1}{r} = \frac{1}{2r_s} = \frac{r_p}{2}$  ein, und die Verstimmung  $\varphi = v - \frac{1}{v}$

so stellen sich die Gleichungen nach Reellmachen des Nenners wie folgt dar:

$$\delta_X = e \frac{1 + (\varphi^2/2) - ie\varphi}{1 + e^2\varphi^2} ; \quad \delta_{(X)} = \frac{1 - ie\varphi}{1 + e^2\varphi^2} ; \quad \delta_Y = \frac{1 + ie\varphi}{e} ; \quad \delta_{(Y)} = \frac{1}{e} \cdot \frac{1 + (\varphi^2/2) + ie\varphi}{1 + (\varphi^2/4)e^2} .$$

Im folgenden sind die Gleichungen für Wert und Phase angegeben, wie sie sich aus den obigen relativen Vektoren ergeben. Bei den gemischten Parallel-Serie-Schaltungen für  $\beta_X$  und  $\beta_{(Y)}$  ist  $1/e^2$  gegen 1 im Zähler der Ausdrücke vernachlässigt worden.

Wert.	Phase.	Wert.
$\begin{aligned}z_X &= e \frac{V(1 + \varphi^2/2)^2 + e^2\varphi^2}{1 + e^2\varphi^2} \\ z_X &\approx \underbrace{z \frac{e}{V1 + e^2\varphi^2}}_{\text{(bei } \varphi \ll 1\text{)}} \quad \left. \begin{aligned} z_{(X)} &= \frac{e}{V1 + e^2\varphi^2} \\ &\text{(Bandbreite bei } e\varphi = 1\text{)} \end{aligned} \right. \\ z_X &= e = z_{(X)} \quad \left. \begin{aligned} &\text{(bei } \varphi = 0\text{)} \\ &\text{(bei } \varphi \approx 1\text{)} \end{aligned} \right.\end{aligned}$	$\begin{aligned}z_{(X)} &= 0 \quad \text{(bei } \varphi = \pm \infty\text{)} \\ \zeta_X &= -\frac{e\varphi}{1 + \varphi^2/2} \\ \zeta_X &\approx -e\varphi \quad \text{(bei } \varphi \ll 1\text{)} \quad \left. \begin{aligned} \zeta_{(X)} &= -e\varphi \\ &\text{(Bandbreite bei } e\varphi = 1\text{)} \end{aligned} \right.\end{aligned}$	$\begin{aligned}z_Y &= \frac{1}{e} \cdot \frac{1 + e^2\varphi^2}{V(1 + \varphi^2/2)^2 + e^2\varphi^2} \\ z_Y &\approx \underbrace{z \frac{1}{e}}_{\text{(bei } \varphi \ll 1\text{)}} \quad \left. \begin{aligned} z_{(Y)} &= \frac{1}{e} \\ &\text{(bei } \varphi \approx 1\text{)} \end{aligned} \right. \\ z_Y &= \frac{1}{e} = z_{(Y)} \quad \left. \begin{aligned} &\text{(bei } \varphi = 0\text{)} \\ &\text{(bei } \varphi \approx 1\text{)} \end{aligned} \right.\end{aligned}$
$\begin{aligned}z_X &\approx \frac{1}{\varphi} \quad \text{(bei } \varphi \approx 1\text{)} \\ z_X &\approx \frac{V1 + 4e^2/\varphi^2}{2e} \quad \text{(bei } \varphi \gg 1\text{)} \\ z_X &= \frac{1}{2e} \quad \text{(bei } \varphi = \pm \infty\text{)} \\ \zeta_X &= -\frac{e\varphi}{1 + \varphi^2/2} \\ \zeta_X &\approx -e\varphi \quad \text{(bei } \varphi \ll 1\text{)} \quad \left. \begin{aligned} \zeta_{(X)} &= -e\varphi \\ &\text{(Bandbreite bei } e\varphi = 1\text{)} \end{aligned} \right.\end{aligned}$	$\begin{aligned}z_{(X)} &\approx \frac{1}{\varphi} \quad \text{(bei } \varphi \approx 1\text{)} \\ z_{(X)} &\approx \frac{2e}{V1 + 4e^2/\varphi^2} \quad \text{(bei } \varphi \gg 1\text{)} \\ z_{(X)} &= 0 \quad \text{(bei } \varphi = \pm \infty\text{)} \\ \zeta_{(X)} &= -e\varphi \quad \text{(bei } \varphi \ll 1\text{)} \quad \left. \begin{aligned} \zeta_{(X)} &= -e\varphi \\ &\text{(Bandbreite bei } e\varphi = 1\text{)} \end{aligned} \right.\end{aligned}$	$\begin{aligned}z_Y &\approx \varphi \quad \text{(bei } \varphi \approx 1\text{)} \\ z_{(Y)} &\approx \frac{2e}{V1 + 4e^2/\varphi^2} \quad \text{(bei } \varphi \gg 1\text{)} \\ z_Y &= \infty \quad \text{(bei } \varphi = \pm \infty\text{)} \\ z_{(Y)} &= 2e \quad \text{(bei } \varphi \approx 1\text{)} \\ \zeta_{(Y)} &= e\varphi \quad \left. \begin{aligned} \zeta_{(Y)} &= \frac{e\varphi}{1 + \varphi^2/2} \\ &\text{(bei } \varphi \ll 1\text{)} \end{aligned} \right.\end{aligned}$

#### Einführung des reduzierten Schwingkreisdiagrammes ( $\varrho \neq 0; \infty$ ).

Da bei Rundfunkschwingkreisen in der Hauptsache ihr Verhalten in der Nähe der Resonanz und der Bandbreite interessiert, genügen die wesentlich einfacheren Gleichungen für reine Parallel- oder Serieschaltung, Schema  $\beta_{(X)}$  oder  $\beta_Y$ . Hierbei ist es sogar möglich, Einheitsgleichungen und -diagramme

Der reduzierte Impedanzwert im Quadrat für die Serie- bzw. Parallelschaltung ist gleich der Summe von 1 plus der reduzierten Verstimmung im Quadrat, bzw. dem Reziprokwert der Summe. Die entsprechenden Phasenwerte sind gleich, bzw. entgegengesetzt gleich der reduzierten Verstimmung.

Die reduzierten Größen entstehen also durch Multiplikation mit  $\varrho$  bzw.  $1/\varrho$ . In der Darstellung

von «Impedanzwert in Funktion der Verstimmung» (vgl. auch Fig. 5) verhalten sich alle Serienkreise *ähnlich erster Ordnung* (gleicher Maßstabsfaktor in beiden Achsenrichtungen, wie z. B. verschiedene grosse Kreise in der Geometrie), die Parallelkreise dage-

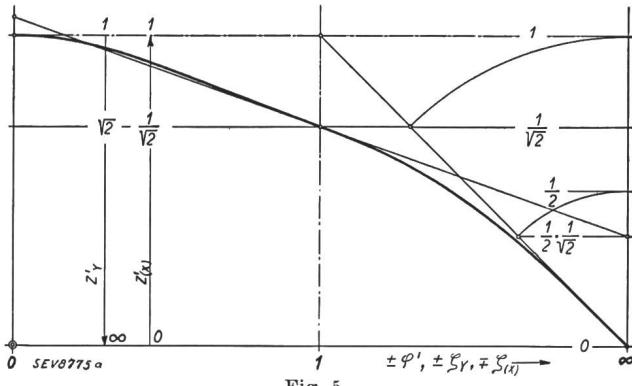


Fig. 5.

Reduzierter Impedanzwert von Serie- und Parallelkreis in Funktion der reduzierten Verstimmung, bzw. des entsprechenden Phasenwertes.

gen *ähnlich zweiter Ordnung* (ungleicher Faktor, wie z. B. verschiedene geformte Ellipsen<sup>1)</sup>).

Kurvendiskussion:

$$\begin{aligned} \varphi' = 0 & \left\{ \begin{array}{l} z'_{(x)} = 1 \\ \operatorname{tg} \psi_0 = 0 \end{array} \right. \\ \varphi' = 1 & \left\{ \begin{array}{l} z'_{(x)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \operatorname{tg} \psi_1 = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \end{array} \right. \\ \frac{1}{\varphi'} = 0 & \left\{ \begin{array}{l} z'_{(x)} = 0 \\ \operatorname{tg} \psi_\infty = 1 \end{array} \right. \end{aligned}$$

### B. Gekoppelte Kreise.

In diesem Kapitel sollen Eigenfrequenzbetrachtungen angestellt werden von Kreisen, an denen ein anderer angekoppelt ist.

Man geht zweckmässig von dem allgemeinsten Fall aus, dass die beiden Kreise eine gemeinsame Impedanz  $\beta_{12}$  oder die Koppelimpedanz  $\beta_k$  haben (Fig. 6). Den Impedanzen gibt man einfachheits-

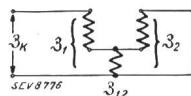


Fig. 6.  
Allgemeines Ersatzschaltbild  
zweier gekoppelter Kreise.

halber die Form von Serienkreisen. Nach den früheren Erörterungen verhalten sich ja die reinen Parallelkreise reziprok zu diesen; die gemischten Schaltungen erzeugen in Resonanznähe fast identische Impedanzkurven, die aber eine viel kompliziertere Darstellung haben.

Wir stellen nun die Impedanzgleichung des ersten Kreises auf, die sich unter dem Einfluss des zweiten, angekoppelten Kreises ergibt<sup>2)</sup>.

$$\beta_K = \beta_1 - \beta_{12} + (\beta_2 - \beta_{12}) \beta_{12} / \beta_2$$

<sup>1)</sup> Vgl. Backhaus: «Theorie der kurzen Siebketten» (Z. HF-Techn. Bd. 24, S. 12 u. 13), wo diese Formulierung für den Stromverlauf beim Saugkreis angewendet wird.

Nach Trennung von Widerstand und Reaktanz heisst die allgemeinste Gleichung explizit:

$$\begin{aligned} \beta_K = \left\{ R_1 - 2 R_{12} \frac{R_{12} R_2 + X_{12} X_2}{Z_2^2} + R_2 \left( \frac{Z_{12}}{Z_2} \right)^2 \right\} + \\ + j \left\{ X_1 - 2 X_{12} \frac{R_{12} R_2 + X_{12} X_2}{Z_2^2} + X_2 \left( \frac{Z_{12}}{Z_2} \right)^2 \right\} \end{aligned}$$

$$\beta_K = R_K + jX_K$$

Die Analogie im Aufbau der Komponenten ist total.

Bei den folgenden Rechnungen ist meist vorausgesetzt, dass die beiden gekoppelten Kreise einander ähnlich sind, also gleiche Verlustwiderstände und Induktivitäten haben. Geändert wird die Frequenz des zweiten Kreises durch Variation seiner Kapazität. In Abhängigkeit davon werden die Eigenfrequenzen des ersten Kreises betrachtet. — Die angegebenen allgemeinsten Formeln lassen aber auch eine Rechnung zu, wenn diese Bedingungen nicht erfüllt sind.

Die relativen, wieder mit kleinen Buchstaben bezeichneten Frequenzwerte beziehen sich auf den ersten, festen Kreis:

$$f_{o1}^2 = \frac{1}{L_o C_{o1}} \text{ bzw. } f_{s1}^2 = \frac{L - W^2 C_1}{L_o^2 C_1}; R = 2W$$

Der in den ersten beiden Abschnitten betrachtete Koppelfrequenzwert  $v_{oK}$  bezieht sich auf die *ideale* Schwingfrequenz des Kreises 1 und trägt dort keine Indizes; wohl aber im dritten Abschnitt in Gegenüberstellung mit dem Wert  $v_{sK}$ , der sich auf die *gedämpfte* Schwingfrequenz des 1. Kreises bezieht.

Im ersten Fall haben die Dämpfungen auf den kritischen Widerstand des ersten Kreises Bezug, im zweiten Fall auf den des Kreises mit Ankopplung, worauf später noch eingegangen wird.

<sup>2)</sup> Eine nützliche «Merkregel für die praktische Berechnung von Impedanz-Parallel-Schaltungen» gibt Vilbig in seinem «Lehrbuch der HF-Technik», 1937, S. 48 (dort fehlerhaft). Danach haben  $n$  parallel geschaltete Impedanzen folgende Resultierende:

$$\beta_n =$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{i=n} (R_i \cdot Z_1^2 \cdot Z_2^2 \dots [ohne Z_1^2] \dots Z_n^2) + j \sum_{i=1}^{i=n} (X_1 \cdot Z_1^2 \cdot Z_2^2 \dots [ohne Z_1^2] \dots Z_n^2)}{\left( \sum_{real} K^{(n-1)} \right)^2 + \left( \sum_{imag} K^{(n-1)} \right)^2}$$

Der Realteil ist die Summe der Produkte aus Widerstand der einen Impedanz multipliziert mit allen anderen Impedanzen. Der Imaginärteil ist die entsprechende Produktsumme mit der Reaktanz anstatt des Widerstandes. Der gemeinsame Nenner ist gleich dem Quadrat der Summe der reellen Verkopplungen plus dem der imaginären. Bei den Verkopplungen werden alle möglichen Produkte  $(n-1)^{ten}$  Grades summiert, die entweder reell oder imaginär sind. Als Beispiel seien die Verkopplungssummen für  $n = 3$  angegeben.

$$\sum_{real} K^{(n-1)} = R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1 - X_1 X_2 - X_2 X_3 - X_3 X_1$$

$$\sum_{imag} K^{(n-1)} = R_1 X_2 + R_2 X_3 + R_3 X_1 + X_1 R_2 + X_2 R_3 + X_3 R_1$$

$$R_{o1}^2 = L/C_1 \text{ bzw. } R_{oK}^2 = L_K/C_K$$

Die relativen Gleichungen lauten demnach:

$$\begin{aligned}\delta_{oK} &= r_{oK} + jx_{oK} \text{ (Index «o» i. a. weggelassen!)} \\ \text{bzw. } \delta_{sK} &= r_{sK} + jx_{sK}\end{aligned}$$

### 1. Feste Kopplungen (Uebertrager).

Bei den *festen* Kopplungen sind die später definierten *Koppelfaktoren* gross gegen die *Dämpfung*. Man kann daher die Impedanz des zweiten, angekoppelten Kreises durch seine Reaktanz ersetzen.

$$a) \text{Reaktanzkopplung: } R_{12} = 0.$$

Die Impedanz lautet allgemein:

$$\mathfrak{Z}_K = \left\{ R_1 + R_2 \left( \frac{X_{12}}{Z_2} \right)^2 \right\} + j \left\{ X_1 - X_2 \left( \frac{X_{12}}{Z_2} \right)^2 \right\}$$

und in der relativen Fassung unter den erwähnten Voraussetzungen speziell:

$$\delta_K = r \left\{ 1 + \left( \frac{x_k}{x_2} \right)^2 \right\} + j \left\{ x_1 - \frac{x_k^2}{x_2} \right\}$$

Die Koppelfaktoren beziehen sich als weitere relative Werte auf konstante Größen und werden so definiert, dass sie laut Ersatzschema (Fig. 6) mit festerer Kopplung wachsen:

$$k_L = L_k/L ; k_C = C_1/C_k$$

Wenn die Dämpfung vernachlässigbar ist, kann man den Schwing- durch den Realfrequenzwert ersetzen, der dazu bei reiner Serieschaltung gleich dem idealen Schwingfrequenzwert ist. Den Realfrequenzwert erhält man, wenn man den Imaginärteil der Impedanz gleich Null setzt:

$$\begin{aligned}x_1 x_2 - x_k^2 &= 0 ; x_1 = v - 1/v \\ x_2 &= v - v_2^2/v \\ x_k &= k_L v - k_C/v\end{aligned}$$

eingesetzt, ergibt die in  $v^2$  quadratische Gleichung:

$$(1 - k_L^2) v^4 - (v_2^2 + \{1 - 2 k_L k_C\}) v^2 + (v_2^2 - k_C^2) = 0 ;$$

$$v^2 = v_2^2 = k_C/k_L$$

oder die in  $v_2^2$  lineare Gleichung:

$$v_2^2 = \frac{k_C^2 + (1 - 2 k_L k_C) v^2 - (1 - k_L^2) v^4}{1 - v^2}$$

Pol bei  $v^2 = 1$

<sup>3)</sup> Koppelfaktor  $k$  und Streufaktor  $s$  werden oft uneinheitlich definiert. Es ist logisch, das *lineare Verhältnis* z. B. von Koppel (und analog Streu)-Induktivität zu Eigeninduktivität mit dem *linearen Faktor*  $k_L$  zu bezeichnen.

$$k_L = L_k/L$$

Da Kopplung und Streuung *geometrische Angelegenheiten* sind, ist es zweckmäßig, z. B. die Eigeninduktivität als die *geometrische Summe* von Koppel- und Streuinduktivität aufzufassen.

$$L = \sqrt{L_k^2 + L_s^2}$$

daraus folgt

$$k^2 + s^2 = 1$$

Die beiden Lösungen für  $v^2$  lauten unter Ausführung der Substitution  $k_L - k_C = k_D$ :

$$v^2 = \frac{v_2^2 + (1 - 2 k_L k_C) \pm \sqrt{(1 - v_2^2)^2 + 4 k_D (k_L v_2^2 - k_C)}}{2 (1 - k_L^2)}$$

Nullstelle bei  $v_2^2 = k_C^2$

$$v_2^2 = 0 ; v^2 = \frac{1 - 2 k_L k_C + \sqrt{1 - 4 k_C k_D}}{2 (1 - k_L^2)}$$

$$k_D = 0 ; v^2 = 1$$

Bemerkenswert ist, dass hier auch die Differenz der Koppelfaktoren auftritt:  $k_L - k_C = k_D$  = Differenz-Koppelfaktor. Im allgemeinen entstehen bei identischen Kreisen (Resonanz:  $v_2^2 = 1$ ) zwei Koppelfrequenzen; nicht dagegen, wenn die Faktoren gleich sind.

*Resonanz:*

$$v_2^2 = 1 ; v_{res}^2 = \frac{1 - k_L k_C \pm k_D}{1 - k_L^2} = \frac{1 \mp k_C}{1 \mp k_L}$$

$$k \ll 1 ; v_{res}^2 \approx 1 \pm k_D$$

für die obere bzw. untere Koppelfrequenz.

Sind außerdem die Koppelfaktoren gleich

$$(k_L = k_C) = k_N$$

so ist:  $k_D = 0 ; v_{res}^2 = 1 \neq F(k_N)$

Man erhält also nur eine Lösung, die dazu noch unabhängig vom Koppelfaktor ist (Neutralisation).

Bei *neutralisierter Kopplung*<sup>4)</sup> lautet die Gleichung für die Eigenfrequenzwerte:

$$v^2 = \frac{v_2^2 + (1 - 2 k_N^2) \pm (1 - v_2^2)}{2 (1 - k_N^2)}$$

mit den beiden Lösungen

$$v^2 = \begin{cases} 1 \\ \frac{v_2^2 - k_N^2}{1 - k_N^2} \end{cases}$$

Die hyperbelähnlichen Kurven gehen beim Erreichen der Grenze  $k_D = 0$  in ihre Asymptoten über (Fig. 7a).

Die zweite Lösung ist eine Gerade mit der Neigung

$$\operatorname{tg} \psi = 1/(1 - k_N^2) \text{ im linearen Gebiet;}$$

$1/v_2^2 = 0 ; \operatorname{tg} \psi_\infty = 1 - k_N^2$  gilt für das Doppel-Reziprokgfeld.

Weiter ist  $v^2 = 0$  bei  $v_2^2 = k_N^2$

$$v_2^2 = 1 ; v^2 = 1$$

Die lose Kopplung wird in Abschnitt 2 und 3 besonders behandelt.

Bei fest gekoppelten Kreisen (Uebertragern) hat man es meist nicht mit gemischter *L-C*-Kopplung zu tun, sondern mit einem Transformator oder mit einem Kondensator.

<sup>4)</sup> Vgl. auch Kohlrausch «Kl. Leitfaden d. prakt. Physik», 1932, S. 309: Entkopplung von HF-Verstärkern (Neutrodyn-Schaltung) und über das gleiche Thema die Zeitschrift «Funk», 1938, Heft 24, S. 678.

Es folgen die entsprechenden Gleichungen.

a) *Induktive Kopplung:  $k_C = 0$  ( $C_{12} = \infty$ )*

$$v^2 = \frac{1 + v_2^2 \pm \sqrt{(1 - v_2^2)^2 + 4 k_L^2 v_2^4}}{2(1 - k_L^2)}$$

$$v_2^2 = 0; \quad v^2 = 1/(1 - k_L^2)$$

$$k_L \ll 1; \quad v^2 = 1 + k_L^2$$

*Resonanz:*

$$v_2^2 = 1; \quad v_{\text{res}}^2 = 1/(1 + k_L)$$

$$k_L \ll 1; \quad v_{\text{res}}^2 = 1 \pm k_L$$

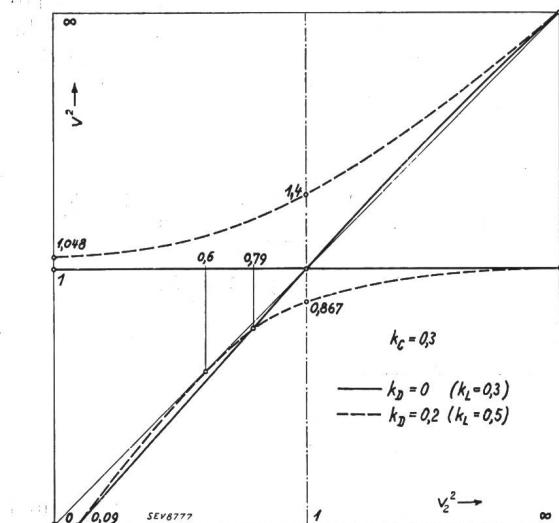


Fig. 7a.

Koppelfrequenzwerte bei Reaktanzkopplung.

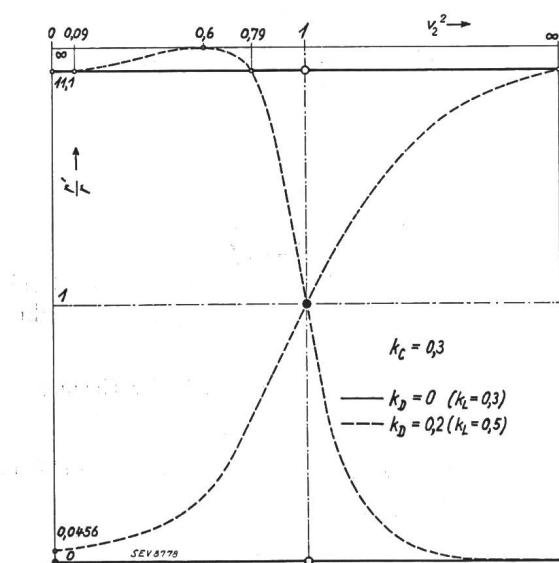


Fig. 7b.

Zusätzliche Dämpfungswerte bei Reaktanzkopplung.

β) *Kapazitive Kopplung:  $k_L = 0$  ( $L_{12} = 0$ )*

$$v^2 = \frac{1}{2} \left\{ 1 + v_2^2 \pm \sqrt{(1 - v_2^2)^2 + 4 k_C^2 v_2^2} \right\}$$

$$v_2^2 = 0; \quad v^2 = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \sqrt{1 + 4 k_C^2} \right\}$$

$$k_C \ll 1; \quad v^2 = 1 + k_C^2$$

*Resonanz:*

$$v_2^2 = 1; \quad v_{\text{res}}^2 = 1 \pm k_C$$

Betrachtet man die Impedanzwertgleichung bei Reaktanzkopplung

$$z_K = r \{ 1 + (x_K/x_2)^2 \} + j \{ x_1 - x_K^2/x_2 \}$$

so sieht man, dass die Eigenfrequenz sich mit der Ankopplung ändert. Das ist nicht der Fall, wenn die Reaktanz des zweiten Kreises sich mit der Kopplungsreaktanze so ändert, dass das Verhältnis  $x_K^2/x_2$  konstant bleibt. Dies wird nach der Schweizer Patentschrift 199 060 durch eine Variometerkopplung nach Fig. 8 erreicht.

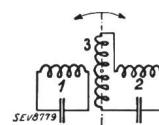


Fig. 8.

Veränderliche Kopplung ohne Verstimmung.

Die Spule von Kreis 1 und ein Teil derjenigen von Kreis 2 befinden sich auf dem Stator; der Rotor trägt den restlichen Spulenteil 3 von Kreis 2. Dreht sich der Rotor im Uhrzeigersinn, so tritt eine vermehrte Kopplung sowohl mit Spule 1 (festere Kopplung) als auch mit Spule 2 ein (Erhöhung der Reaktanz von Kreis 2) und umgekehrt. Die Korrektheit des Ausgleichs hängt von der Anordnung der Spulen und von dem Induktivitätsverhältnis von Spule 2 und 3 ab<sup>5)</sup>.

#### Koppeldämpfungen.

Der Koppeldämpfungswiderstand beträgt allgemein nach der Impedanzgleichung:

$$R_K = \frac{R}{Z_2^2} \{ Z_2^2 - 2 k_R (k_R R^2 + X_K X_2) + Z_K^2 \}$$

$$R_K = R + R'$$

Der Koppeldämpfungswiderstand ist gleich dem Einzelkreis-Dämpfungswiderstand plus einem zusätzlichen Dämpfungswiderstand.

Bei fester Reaktanzkopplung gilt der relative Ansatz

$$r_K = r \{ 1 + (x_K/x_2)^2 \} = r + r'$$

wenn man die Dämpfung des Kreises mit Ankopplung auf den kritischen Widerstand des ersten, festen Kreises bezieht. Dies ist bei nicht zu grossen Koppelfrequenzabweichungen durchaus erlaubt. Ist diese Voraussetzung nicht erfüllt, muss man die Dämpfung des Kreises mit Ankopplung auf seinen eigenen kritischen Widerstand beziehen. Die Grundlagen dafür werden im dritten Abschnitt über Koppelfrequenzen bei starker Dämpfung gegeben.

Unter den erwähnten Voraussetzungen ergibt sich nun:

$$\frac{r'}{r} = \left( \frac{k_L v^2 - k_C}{v^2 - v_2^2} \right)^2 \quad (\text{Beispiel Fig. 7b})$$

$$v^2 = v_2^2 = k_C/k_L; \quad \lim(r'/r) = \infty$$

$$v^2 \rightarrow v_2^2$$

<sup>5)</sup> Vgl. Deutsche Patentschrift 651 804, in der eine praktische Ausführung eines HF-Eisenkern-Variometers beschrieben ist. In einer axialen Nut des zylindrischen Kerns, der ganz (Transformator) oder teilweise (Bandfilter) aus HF-Eisen besteht, liegt die Statorwicklung. Ein rechteckiger Klemmrahmen aus Isolierstoff trägt die Rotorwicklung. Diese achslose Konstruktion ist platzsparend und verbürgt geringe Verluste.

Bei *neutralisierter* Kopplung ist:

$$\frac{r'}{r} = \begin{cases} 0 \\ 1/k_N^2 \end{cases}$$

Beide Lösungen sind unabhängig von  $v_2^2$ ; sie gelten mit der Ausnahme:

$$v_2^2 = 1; r'/r = 1$$

Bei abnehmender Differenzkopplung gehen die Kurven immer steiler durch den Koordinaten-Mittelpunkt, um im Grenzfall zu springen 0...1...1/k\_N^2 und umgekehrt. Im Falle der *Resonanz* ist nämlich allgemein:

$$v_2^2 = 1; v_{\text{res}}^2 = \frac{1 \mp k_C}{1 \mp k_L}$$

Daraus folgt:  $(r'/r)_{\text{res}} = 1$  oder  $(r_K/r)_{\text{res}} = 2$

Bei Reaktanzkopplung in Resonanz ist der Koppeldämpfungswert unter den gemachten Voraussetzungen doppelt so gross wie der Einzelkreis-Dämpfungswert. Er ist gleich gross für beide Koppelfrequenzen und unabhängig von der Kopplung.

### b) Widerstandskopplung: $X_{12} = 0$ .

Die Widerstandskopplung wird an zweiter Stelle behandelt, weil sie im Wesen anders ist als die Reaktanzkopplung, von der die Spulenkopplung am geläufigsten ist; sie hat man in der Vorstellung, wenn man von gekoppelten Kreisen spricht. Man wird sehen, dass die Widerstandskopplung eng mit der Dämpfung verknüpft ist, so dass dem Kapitel «Widerstandskopplung ohne Berücksichtigung der Dämpfung» mehr theoretischer Wert beizumessen ist. Deswegen wird die Impedanzkopplung im ersten Abschnitt auch nicht behandelt; dieser allgemeine Fall mit Widerstands-, Spulen- und Kondensator-Kopplung wird daher nur bei Berücksichtigung auch der Dämpfung untersucht.

Die Impedanz bei Widerstandskopplung lautet allgemein:

$$Z_K = \left\{ R_1 - R_2 \left( \frac{R_{12}}{Z_2} \right)^2 \right\} + j \left\{ X_1 + X_2 \left( \frac{R_{12}}{Z_2} \right)^2 \right\}$$

oder relativ speziell:

$$\delta_K = r \left\{ 1 - \left( \frac{r_k}{x_2} \right)^2 \right\} + j \left\{ x_1 + \frac{r_k^2}{x_2} \right\}$$

In Analogie mit der Reaktanzkopplung wird auch hier zunächst der Koppelfaktor eingeführt:

$$k_R = R_k / R$$

Nullsetzen des Imaginärteiles:

$$x_1 x_2 + r^2 k_R^2 = 0$$

Führt man die bei der Reaktanzkopplung angegebenen Substitutionen aus, so erhält man die in  $v^2$  quadratische Gleichung:

$$v^4 - \{v_2^2 + (1 - r^2 k_R^2)\} v^2 + v_2^2 = 0$$

oder die in  $v_2^2$  lineare Gleichung:

$$v_2^2 = v^2 \frac{(1 - r^2 k_R^2) - v^2}{1 - v^2}$$

Der Widerstandskoppelfaktor tritt nicht isoliert auf wie der Spulen- und Kondensator-Koppelfaktor, sondern in Verbindung mit dem frequenzunabhängigen Widerstandswert. Es ist daher zweckmäßig, den Koppelwiderstandswert als Parameter einzuführen. Tritt bei späteren Rechenoperationen die Dämpfung  $r$  wieder auf, so muss man die im Kopplungsglied liegende Dämpfung  $r_k$  als unabhängig davon auffassen.

Die Gleichung lautet dann:

$$v_2^2 = v^2 \frac{(1 - r_k^2) - v^2}{1 - v^2} \quad \begin{array}{l} \text{Nullstelle bei } v^2 = 1 - r_k^2 \\ \text{Pol bei } v^2 = 1 \end{array}$$

Löst man dagegen nach  $v^2$  auf, so erhält man:

$$v^2 = \frac{1}{2} [v_2^2 + (1 - r_k^2) \pm \sqrt{[v_2^2 + (1 - r_k^2)]^2 - 4 v_2^2}]$$

In der Nähe von  $v_2^2 = 1$  gibt die Gleichung keine reellen Lösungen.

Die Grenzen liegen bei  $v_2^2 = (1 \pm r_k)^2$

$$r_k \ll 1; v_2^2 \approx 1 \pm 2 r_k$$

Der biquadratische Gleichungssatz unter Vernachlässigung der Dämpfung gibt die vollständige Lösung, denn die beim späteren bikubischen Ansatz mit Dämpfungs-Berücksichtigung auftretende dritte Lösung ist physikalisch ohne Bedeutung.

## 2. Kopplungen aller Art (Bandfilter).

Unter diesem allgemeineren Titel werden die Fälle behandelt, bei denen die Dämpfung einen Einfluss auf den Koppelfrequenzwertverlauf hat. Die Einschränkungen  $k \gg r$  und  $z_2 \approx x_2$  werden demnach fallengelassen. Die Dämpfung wird aber wieder als klein angenommen. Die Näherung  $v_s \approx v_r = 1 = v_0$  gilt auch hier.

Die losen Kopplungen finden in der HF-Technik Anwendung bei den Bandfiltern, die nach grosser Verbreitung der Zwischenfrequenz-Verstärkung mit einer Hauptrolle spielen bei der drahtlosen Übertragung von Ton und Bild.

Diese ganze Abhandlung ist mit dem Ziel geschrieben worden, dem Bandfilter mathematisch korrekte Ausdrucksformen zu geben, sein Verhalten nach Impedanz und Phase in allen Einzelheiten darzulegen.

Unter dem laufenden Kapitel B: «Gekoppelte Kreise» ist zunächst die Eigenfrequenz solcher Einheiten in Untersuchung gezogen, da nach früheren Erläuterungen die Eigenfrequenzen mit praktisch genügender Annäherung mit den Resonanzfrequenzen zusammenfallen. — Im letzten Kapitel C: «Bandfilter» wird dann unter spezieller Berücksichtigung dieser Kopplungsart Impedanz und Phase untersucht.

### a) Reaktanzkopplung.

$$x_1 z_2^2 - x_2 z_k^2 = 0; z_2^2 = r^2 + (v - v_2^2/v)^2$$

alle anderen Substitutionen wie früher.

Nach Einsetzen erhält man die in  $v^2$  kubische Gleichung:

$$0 = v^6 \{1 - k_L^2\} - \\ - v^4 \{(2 - k_L^2) v^2 + (1 - 2 k_L k_C - r^2)\} + \\ + v^2 \{v_2^4 + 2(1 - k_L k_C) v_2^2 - (k_C^2 + r^2)\} - \\ - \{v_2^4 - k_C^2 v_2^2\}$$

oder die in  $v_2^2$  quadratische Gleichung:

$$0 = v_2^4 \{v^2 - 1\} - \\ - v_2^2 \{(2 - k_L^2) v^4 - 2(1 - k_L k_C) v^2 - k_C^2\} + \\ + \{(1 - k_L^2) v^6 - (1 - 2 k_L k_C - r^2) v^4 - (k_C^2 + r^2) v^2\}$$

mit den beiden Lösungen:

$$v_2^2 = \frac{\left[ \begin{array}{l} v^4 \cdot (2 - k_L^2) - \\ - v^2 \cdot 2(1 - k_L k_C) - \\ - k_C^2 \end{array} \right] + \sqrt{\begin{array}{l} v^8 \cdot k_L^4 - \\ - v^6 \cdot 4(k_L^3 k_C + r^2) + \\ + v^4 \cdot 2(3k_L^2 k_C^2 + 4r^2) - \\ - v^2 \cdot 4(k_L k_C^3 + r^2) + \\ + k_C^4 \end{array}}}{2(v^2 - 1)}$$

Pol bei  $v^2 = 1$

Nullstelle bei  $v^2 =$

$$\frac{(1 - 2 k_L k_C - r^2) + \sqrt{(1 + r^2)^2 - 4 k_L k_C (1 + r^2) - 4(r^2 k_L^2 - k_C^2)}}{2(1 - k_L^2)}$$

$$k_D = 0; \quad k_N \ll 1; \quad v^2 \approx 1.$$

Die in  $v^2$  kubische Gleichung hat 3 Lösungen, wovon 2 imaginär werden können. Bei Resonanz ( $v_2^2 = 1$ ) ist die eine Lösung  $v^2 = 1$ , wie man sich durch Einsetzen leicht überzeugen kann. Die beiden anderen Lösungen findet man schnell, wenn man die Impedanzwertgleichung für identische Kreise aufstellt:

$$\delta_K = r \{1 + (x_k/z)^2\} + j x \{1 - (x_k/z)^2\}$$

$$z^2 - x_k^2 = 0;$$

$$v_{res}^2 = \frac{(1 - k_L k_C - (r^2/2)) \pm \sqrt{k_D^2 - r^2(1 - k_L k_C - (r^2/2))}}{1 - k_L^2}$$

$$k \ll 1; \quad v_{res}^2 = 1 \pm \sqrt{k_D^2 - r^2}$$

Zwei Lösungen sind imaginär, wenn  $k_D^2 < r^2$  ist. Führt man das Verhältnis von Koppelfaktor zu Dämpfung ein

$$\text{«Kopplung» } \kappa = k/r,$$

so nennt man  $\kappa = 1$  zweckmäßig die *kritische Kopplung*. Bei  $\kappa_D^2 > 1$  weist die Kurve einen «rückläufigen» Teil auf (mit der Lösung  $v^2 = 1$

für  $v_2^2 = 1$ ), der physikalisch instabil ist<sup>6)</sup>. Es bleiben zwei stabile Lösungen in der näheren oder weiteren Umgebung von  $v_2^2 = 1$  übrig, je nachdem die Kopplung loser oder fester ist. Bei  $\kappa_D^2 < 1$  gibt es im ganzen Bereich von  $v_2^2$  nur eine Lösung, die in der Nähe von 1 bleibt, dem Werte ohne angekoppelten zweiten Kreis.

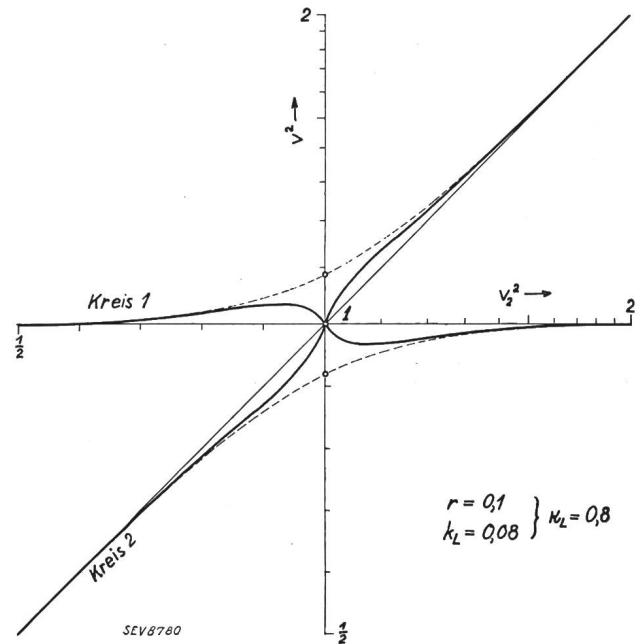


Fig. 9.  
Unterkritische Kopplung, Koppelfrequenzen beider Kreise.

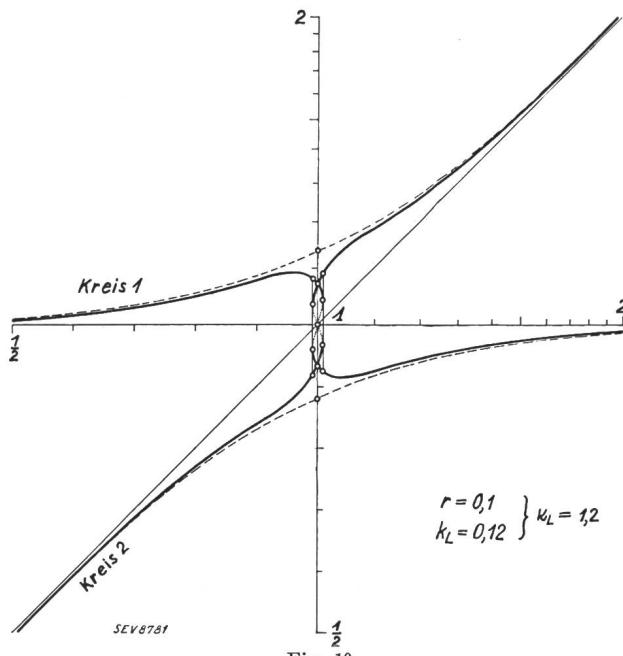
Besonders muss darauf hingewiesen werden, dass diese Lösungen sich alle nur auf den ersten Kreis beziehen. *Analoge Lösungen bestehen für den zweiten Kreis*, da physikalisch gesehen keiner vor dem anderen einen Vorzug hat (vgl. Fig. 9 und 10, wo der Einfachheit halber rein induktive Kopplung angenommen ist).

Man kann bei der Reaktanzkopplung von einem «Auseinanderdrängen» der Koppelfrequenzen in der Nähe der Resonanz sprechen. Bei untermittlicher Kopplung haben beide Kreise bei Resonanz ihre Eigenfrequenz, wie im ungekoppelten Zustand; bei überkritischer Kopplung bestehen in Resonanznähe für beide Kreise je zwei stabile Eigenfrequenzen (also im ganzen vier verschiedene Frequenzen), die bei Resonanz zu je zwei und

<sup>6)</sup> Vgl. den Abschnitt über Koppeldämpfungen. — «Instabil» ist wohl nicht der treffende Ausdruck für die Erscheinung, dass die mittlere Frequenz bei Selbsterregung (z. B. in Dynatronshaltung) nicht anschwingt, da sie eine höhere Dämpfung hat als die beiden äusseren Frequenzen. Welche von diesen anschwingt, hängt von der Richtung ab, in der man das Frequenzverhältnis durchläuft. In beiden Fällen wird der Dämpfungsanstieg unendlich gross, wenn man zu den Umkehrpunkten gelangt. Der in Fig. 10 ausgetragen dargestellte Frequenzgang fand sich vom Verfasser im Experiment bestätigt.

Es wäre noch zu untersuchen, ob die mittlere Frequenz beim freien, gedämpften Ausschwingen nachzuweisen ist, was zumindest wegen des raschen Abklingens schwierig sein wird; bei kleiner Einzelkreisdämpfung kann sogar Aperiodizität vorliegen. — Im folgenden soll der Einfachheit halber trotzdem der Ausdruck «instabil» beibehalten werden.

zwei zusammenfallen<sup>7)</sup>. — Die in Fig. 10 auftretenden rückläufigen Kurventeile sind punktiert eingezeichnet.



Ueberkritische Kopplung, Koppelfrequenzen beider Kreise.

Zur Bestimmung der Tangente bildet man die Ableitung der Kurvengleichung in der impliziten Form:

$$\begin{aligned} F(v_2^2; v^2) &= 0 \\ \operatorname{tg} \psi &= \frac{d(v^2)}{d(v_2^2)} = - \frac{\partial F}{\partial(v_2^2)} / \frac{\partial F}{\partial(v^2)} \end{aligned}$$

Im Punkte  $(v_2^2 = 1; v^2 = 1)$  hat die Kurve die Neigung:

$$\operatorname{tg} \psi_1 = \kappa_D^2 / (\kappa_D^2 - 1)$$

Bei überkritischer Kopplung  $\kappa_D^2 > 1$  haben die beiden weiteren Schnittpunkte der Kurve mit der Senkrechten  $v_2^2 = 1$  für  $k \ll 1$  die Ordinatenwerte  $v^2 = 1 \pm r \sqrt{\kappa_D^2 - 1}$ . Durch Einsetzen in die Tangentengleichung erhält man die Kurvenneigung an den erwähnten Schnittpunkten. Die Werte gelten dort aber nur für die rein quadratische Darstellung  $v^2 = F(v_2^2)$ , also nicht für die Reziprok-Darstellungsweise. Bei Untersuchungen in Resonanznähe wird man sowieso eine vergrößerte, lineare Darstellung des Gebietes ( $v_2^2 \approx 1; v^2 \approx 1$ ) vornehmen.

Bei neutralisierter Kopplung ist  $k_D = 0$ ;  $\operatorname{tg} \psi_1 = 0$ . In Resonanznähe verhalten sich neutralisiert-gekoppelte Kreise wie ungekoppelte. Am Grad der Frequenzwert-Gleichung ändert sich aber nichts, auch nicht bei  $\kappa_N = 1$ .

Setzt man allgemein  $r = 0$ , so erhält man:

$$v_2^2 = \frac{(2 - k_L^2)v^4 - 2(1 - k_L k_C)v^2 - k_C^2 + (k_L v^2 - k_C)^2}{2(v^2 - 1)}$$

mit den beiden Lösungen:

$$v_2^2 = \left\{ \begin{array}{l} v^2 \\ \frac{(1 - k_L^2)v^4 - (1 - 2k_L k_C)v^2 - k_C^2}{v^2 - 1} \end{array} \right.$$

<sup>7)</sup> Vgl. auch die klar und anschaulich abgefassten Erläuterungen von Kohlrausch, Kl. Leitfaden d. prakt. Phys., 1932, S. 331, Abschn.: c) Kopplung.

Die neu hinzugekommene Lösung  $v_2^2 = v^2$  zu den beiden aus dem Ansatz ohne Berücksichtigung der Dämpfung ist aber «rückläufig» und daher physikalisch instabil (Fig. 11a). Der vereinfachte Ansatz für die Reaktanzkopplung ist also bei fester Kopplung gestattet, da er alle stabilen Lösungen liefert. Bis auf die instabile Lösung sind die Koppelfrequenzen der beiden Kreise stets identisch (Fig. 11b).

Fig. 11a.

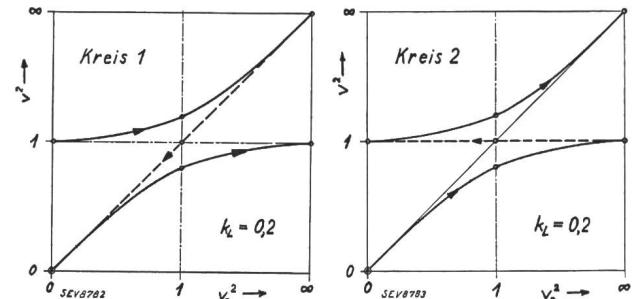


Fig. 11b.  
Alle drei Lösungen für  $k_L \gg r$ .

In speziellen Fällen lautet die Beziehung der Frequenzwerte:

a) Induktive Kopplung:  $k_C = 0$

$$v_2^2 = \frac{(2 - k_L^2)v^4 - 2v^2 + \sqrt{k_L^4 v^8 - 4r^2(1 - v^2)^2 v^2}}{2(v^2 - 1)}$$

$$v^2 = 0; \quad v_2^2 = 0$$

$$\text{Nullstelle bei } v^2 = \frac{(1 - r^2) + \sqrt{(1 + r^2)^2 - 4r^2 k_L^2}}{2(1 - k_L^2)}$$

Fig. 12 und 13 zeigen Beispiele für unter- und überkritische Kopplung.

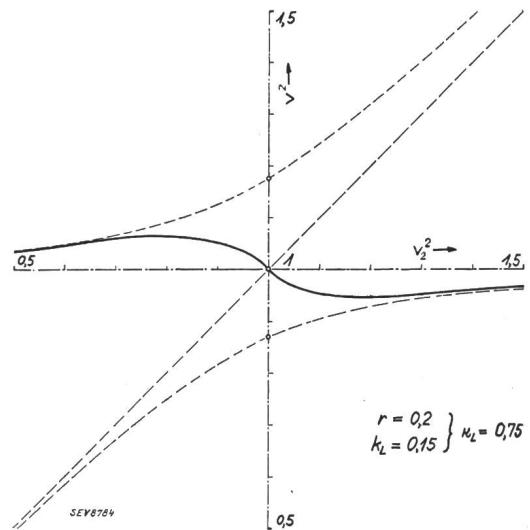


Fig. 12.  
Unterkritische, induktive Kopplung, rein quadratischer Maßstab.

β) Kapazitive Kopplung:  $k_L = 0$

$$v_2^2 = \frac{2v^4 - 2v^2 - k_C^2 + \sqrt{k_C^4 - 4r^2(1 - v^2)^2 v^2}}{2(v^2 - 1)}$$

$$v^2 = 0; \quad v_2^2 = \begin{cases} k_c^2 \\ 0 \text{ (instabil!)} \end{cases}$$

Nullstelle bei  $v^2 = \frac{1}{2} \left\{ (1-r^2) + \sqrt{(1+r^2)^2 + 4k_c^2} \right\}$

Beide Kurven haben den Pol und bei kleinen Koppelfaktoren auch die Nullstelle bei  $v^2 = 1$ . Die Neigung der Tangente im Punkte ( $v_2^2 = 1; v^2 = 1$ ) hat den gleichen Aus-

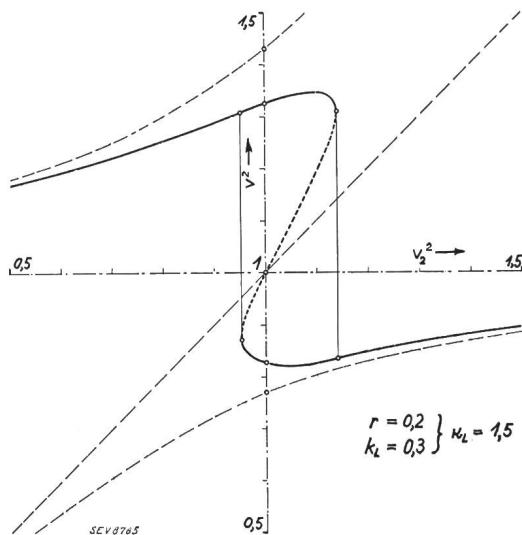


Fig. 13.

Ueberkritische, induktive Kopplung, rein quadratischer Maßstab.

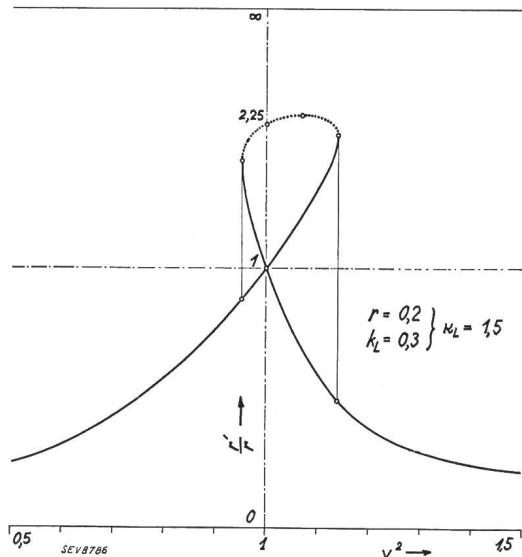


Fig. 14.

Zusätzliche Dämpfungswerte bei überkritischer, induktiver Kopplung.

druck für beide Kopplungsarten wie für die Reaktanzkopplung allgemein, da der Differenzfaktor nur im Quadrat kommt.

Bei überkritischer Kopplung  $\kappa_L$  oder  $\kappa_C$  gleich  $\kappa > 1$  haben die beiden weiteren Schnittpunkte beider Kurven mit der Senkrechten  $v_2^2 = 1$  die Neigung

$$\operatorname{tg} \psi \kappa = \frac{\kappa^2 - 3}{2(\kappa^2 - 1)} \text{ für } k \ll 1$$

$$\kappa^2 \rightarrow \infty; \quad \operatorname{tg} \psi \kappa \rightarrow 1/2$$

<sup>8)</sup> Vgl. auch das hierüber bei der allgemeinen Reaktanzkopplung Gesagte.

Bei enger Kopplung ändern sich in Resonanznähe die Koppelfrequenzquadrat nur halb so stark wie die Eigenfrequenzquadrat des variablen zweiten Kreises.

### Koppeldämpfungen.

Für die Reaktanzkopplung gilt der Ansatz:

$$r_K = r \{ 1 + (x_k/z_2)^2 \} = r + r'$$

$$\frac{r'}{r} = \frac{(k_L v^2 - k_C)^2}{r^2 v^2 + (v^2 - v_2^2)^2}$$

Die Werte von  $v_2^2$  und  $v^2$  sind für den zu untersuchenden Punkt der Kurve  $F(v_2^2; v^2) = 0$  zu entnehmen. Als Beispiel zeigt Fig. 14 den Verlauf des zusätzlichen Dämpfungswertes für den darüber abgebildeten Koppelfrequenzwertverlauf (Fig. 13) bei überkritischer, induktiver Kopplung.

Bei Resonanz ist  $v_2^2 = 1$

$$v_{\text{res}}^2 = \frac{1}{(1 - k_L k_C - (r^2/2)) \pm \sqrt{k_D^2 - r^2(1 - k_L k_C - (r^2/2))}} \frac{1 - k_L^2}{1 - k_L^2}$$

$$(r'/r)_{\text{res}} \begin{cases} = \kappa_D^2 \text{ ist instabil bei } \kappa_D^2 > 1 \\ \approx 1 \text{ ist imaginär bei } \kappa_D^2 < 1 \end{cases}$$

Bei Reaktanzkopplung in Resonanz wächst der zusätzliche Dämpfungswert linear mit der Differenzkopplung im Quadrat bei untermittlicher Kopplung, erreicht 1 bei kritischer Kopplung, um diesen Wert bei überkritischer Kopplung annähernd konstant beizubehalten, da Kopplung und Dämpfung keinen wesentlichen Einfluss mehr haben (Fig. 15).

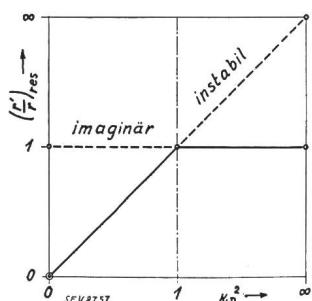


Fig. 15.

Zusätzlicher Dämpfungswert bei Reaktanzkopplung in Resonanz.

Bemerkenswert ist, dass beide Koppelfrequenzen bei Resonanz die gleiche Dämpfung erfahren, wie sich schon bei enger Kopplung zeigte. Im dritten Abschnitt erfährt man dann, dass dies nur näherungsweise der Fall ist. Die Figur zeigt, dass immer der untere Dämpfungswert physikalisch in Erscheinung tritt.

### b) Widerstandskopplung.

$$x_1 z_2^2 + x_2 r_k^2 = 0$$

Nach Ausführung der bekannten Substitutionen erhält man die in  $v^2$  kubische Gleichung:

$$v^6 - [2v_2^2 + (1 - r^2 - r_k^2)]v^4 + [v_2^4 + (2 - r_k^2)v_2^2 - r^2]v^2 - v_2^4 = 0$$

oder die in  $v_2^2$  quadratische Gleichung:

$$\{v^2 - 1\} v_2^4 - \{2v^4 - (2 - r_k^2)v^2\} v_2^2 + \\ + \{v^6 - (1 - r^2 - r_k^2)v^4 - r^2 v^2\} = 0$$

mit den beiden Lösungen:

$$v_2^2 = \frac{\{2v^4 - (2 - r_k^2)v^2\} + \sqrt{r_k^4 v^4 - 4r^2(1 - v^2)^2 v^2}}{2(v^2 - 1)}$$

Pol bei  $v^2 = 1$

$$\text{Eine Nullstelle bei } v^2 = \frac{1}{2}\{(1 - r^2 - r_k^2) + \sqrt{(1 - r^2 - r_k^2)^2 + 4r^2}\} \\ r \rightarrow 0; \quad v^2 \rightarrow 1 - r_k^2 \\ r \rightarrow \infty; \quad v^2 \rightarrow 1$$

Die Tangente im Punkte ( $v_2^2 = 1$ ;  $v^2 = 1$ ) hat die Neigung:

$$\operatorname{tg} \psi_1 = \frac{1}{1 + (r/r_k)^2} = \frac{k_R^2}{1 + k_R^2}$$

Die Gleichung  $v_2^2 = F(v^2)$  hat noch reelle Lösungen, wenn im Grenzfall die Wurzel verschwindet. (Extrema für die Gleichung  $v^2 = F(v_2^2)$ !)

$$v_0^2 = \{1 + (r_k^4/8r^2)\} \pm \sqrt{\{1 + (r_k^4/8r^2)\}^2 - 1} \\ r \rightarrow \infty; \quad v_0^2 \rightarrow 1$$

Legt man bei der Darstellung  $v_2^2 = F(v^2; r^2; r_k^2)$  den Kopplungswiderstandswert  $r_k$  fest, so bleibt die Dämpfung  $r$  als Parameter übrig (Fig. 16).

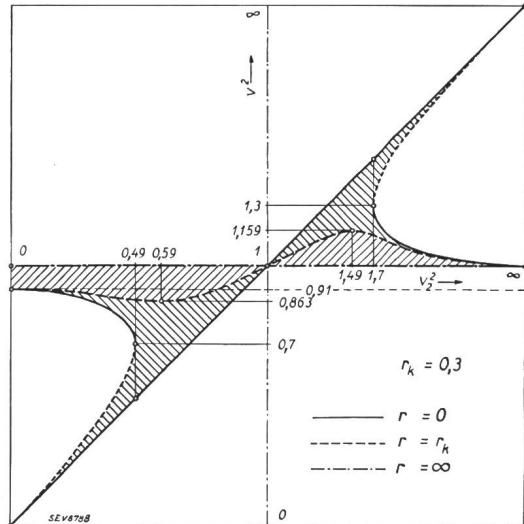


Fig. 16.  
Koppelfrequenzen bei Widerstandskopplung mit der Dämpfung als Parameter.

Ist  $r = r_k$ , so liegt die gesamte Dämpfung im Kopplungsglied; bei  $r > r_k$  nur ein Teil: Dies ist der gewöhnliche Fall der Widerstandskopplung bei gedämpften Kreisen. Bei  $r < r_k$  ist eine zusätzliche, negative Dämpfung nötig (z. B. Entdämpfung durch Rückkopplung), damit die positive Dämpfung im Kopplungsglied aufrecht erhalten wird<sup>9)</sup>. Die beiden vorgenannten Fälle sind in Fig. 16 durch die verschiedene Schraffur der betreffenden Felder gekennzeichnet. Die Grenzkurve für  $r \rightarrow \infty$  hat nur

<sup>9)</sup> Der Extremfall  $r = 0$  (Grenzkurve) ist schon früher behandelt worden unter der Voraussetzung  $k_R \gg r$ , woraus  $r_k \gg r$  folgt.

theoretische Bedeutung, um die Tendenz des Kurvenverlaufes bei verschiedenem Parameter anzudeuten. Die Eigenschwingungen hören schon auf, wenn die Dämpfung bei angekoppeltem Kreis den Wert 2 erreicht.

Mehrwelligkeit tritt überhaupt nur ausserhalb der Resonanz bei Entdämpfung auf, und zwar dann, wenn bei der bikubischen Gleichung  $v^2 = F(v_2^2)$  die zweite und dritte Lösung reell wird (senkrechte Wendetangente = Hangpunkt)<sup>10)</sup>.

Fig. 17 zeigt den Koppelfrequenzverlauf bei konstanter Dämpfung mit dem Koppelfaktor als Parameter. Hierfür bringt Fig. 18 die zusätzlichen Koppeldämpfungswerte.

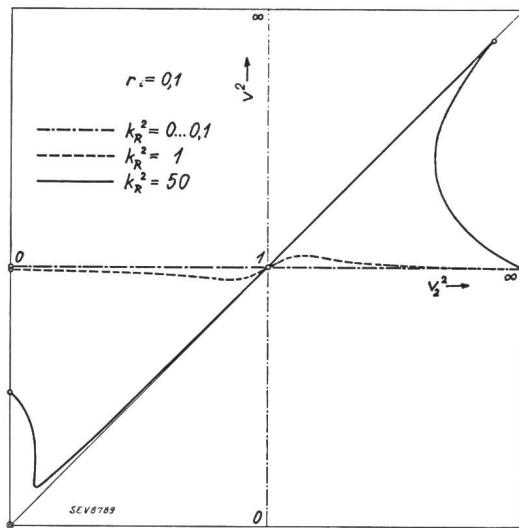


Fig. 17.  
Koppelfrequenzen bei Widerstandskopplung mit dem Koppelfaktor als Parameter.

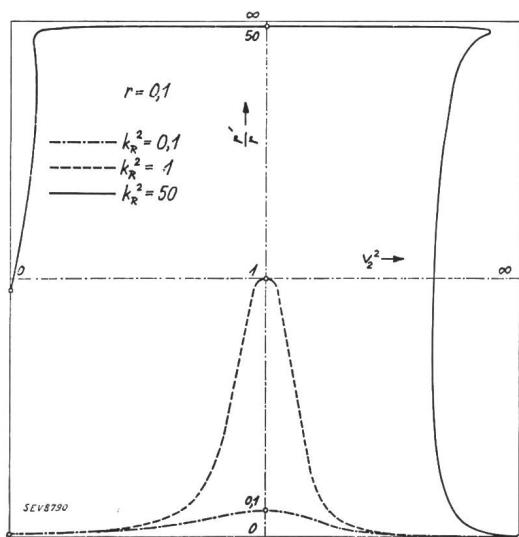


Fig. 18.  
Zusätzliche Dämpfungswerte bei Widerstandskopplung mit dem Koppelfaktor als Parameter.

<sup>10)</sup> Vgl. H. Kaiser: «Beitrag zur Theorie der Eigenfrequenzen und der Selbsterregung in elektrischen Schwingungskreisen», ENT, 1933, Heft 3, S. 123 (Literaturverzeichnis). — Im Zusammenhang interessieren die Kapitel über Sender mit folgendem Inhalt:

1. Schwingungsfähiges Gebiet: Koppelfrequenzen.
2. Schwingungslücken: Koppel- und Eigenfrequenzlücken.
3. Amplituden- und Stabilitätsfragen.

Für die in der Hochfrequenztechnik vorkommenden Dämpfungen weichen die Koppel- wenig von den Eigenfrequenzwerten ab. Im Gegensatz zur Reaktanzkopplung kann man bei der Widerstandskopplung von einem «Zusammenziehen» der Koppelfrequenzen beider Kreise in Resonanznähe sprechen (Fig. 20).

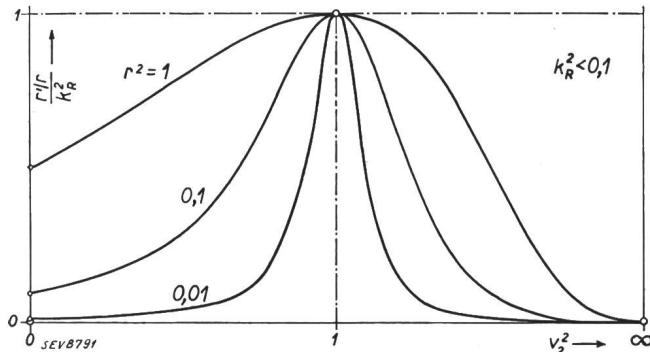


Fig. 19.

Reduzierter Dämpfungswert bei kleinem Widerstandskoppelfaktor.

Die Grenzkurve für  $r = 0$  ist gestrichelt angegeben. Bei fester Kopplung ändert sich in Resonanznähe das Koppelfrequenzquadrat nur halb so stark wie das Eigenfrequenzquadrat des variablen, zweiten Kreises, ähnlich wie bei der Reaktanzkopplung; allerdings existiert hier je Kreis nur eine Frequenz (vgl. Fig. 9).

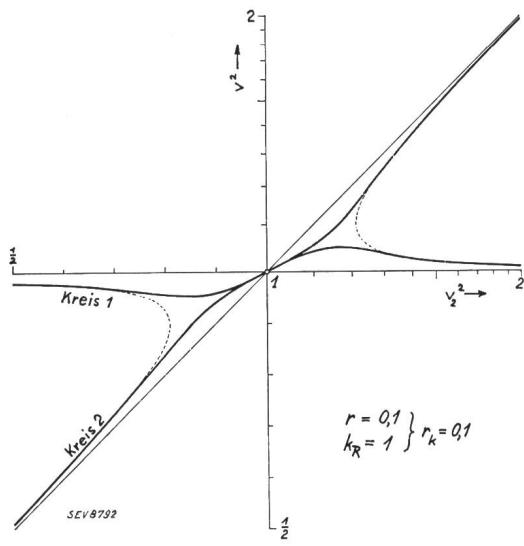


Fig. 20.

Totale Widerstandskopplung, Koppelfrequenzen beider Kreise.

Setzt man  $r = 0$ , so erhält man für  $v_2^2$  die Gleichung:

$$v_2^2 = v^2 \frac{2 - r_k^2(1 + 1) - 2v^2}{2(1 - v^2)}$$

mit den beiden Lösungen:

$$v_2^2 = \begin{cases} v^2 \\ v^2 \frac{(1 - r_k^2)v^2}{1 - v^2} \end{cases}$$

Die Gerade  $v_2^2 = v^2$ , mit  $45^\circ$  Neigung, fehlt als Lösung, wenn man beim Gleichungsansatz sofort

die Dämpfung vernachlässigt und  $z_2$  durch  $x_2$  ersetzt, wie dies im vorigen Abschnitt getan wurde. Bei der Widerstandskopplung ist zwar dieser hinzu kommende Teil der Kurve nicht «rückläufig», aber der zugehörige Dämpfungswert ist ständig unendlich, so dass auch hier die dritte Lösung physikalisch keine Bedeutung hat.

### Koppeldämpfungen.

Bei der Widerstandskopplung gilt der Ansatz:

$$\begin{aligned} r_k &= r \{1 + (r_k/z_2)^2\} = r + r' \\ \frac{r'}{r} &= \frac{r_k^2 v^2}{r^2 v^2 + (v^2 - v_2^2)^2} = \frac{k_R^2 r^2 v^2}{r^2 v^2 + (v^2 - v_2^2)^2}; \text{ (Fig. 18)} \end{aligned}$$

Bei Resonanz ist  $v_2^2 = 1$  und  $v^2 = 1$

$$(r'/r)_{res} = (r_k/r)^2 = k_R^2$$

Bei Widerstandskopplung ist die zusätzliche Dämpfung gleich dem Koppelfaktor im Quadrat. Die Koppeldämpfung ist doppelt so gross wie die Einzelkreis-Dämpfung, wenn der gesamte Verlustwiderstand im Kopplungsglied liegt.

Diese totale Widerstandskopplung ( $k_R = 1$ ) entspricht der kritischen Reaktanzkopplung (Differenzkopplung  $\kappa_D = 1$  oder  $k_D = r$ ). Bei stark entdämpften Kreisen ( $r^2 \ll k_R^2$ ; ausgezogene Kurve Fig. 18) wird in der Nähe der Resonanz die Koppeldämpfung leicht so gross, dass keine Eigenschwingung mehr auftreten kann. Da die Dämpfungskurve aber keine Schleife bildet, wie bei Reaktanzkopplung (Fig. 14), sind weitere Lösungen nicht vorhanden, so dass in Resonanznähe keine Eigenschwingung möglich ist. Diese Tatsache kann bei gemischten Bandfilterkopplungen dazu ausgenutzt werden, störende Einschwingvorgänge zu eliminieren, ohne dass die Einzelkreisdämpfung gross gemacht zu werden braucht.

Bei  $k_R^2 < 0,1$  ist  $v^2 \approx 1 \neq F(v_2^2)$ . Daraus folgt:

$$\frac{r'/r}{k_R^2} \approx \frac{1}{1 + \left(\frac{1 - v_2^2}{r}\right)^2} \quad (\text{Fig. 19})$$

linear-symmetrisch bezüglich  $v_2^2 = 1$

$$v_2^2 = \begin{cases} 0 \\ 1; \\ \infty \end{cases} \quad \frac{r'/r}{k_R^2} = \begin{cases} r^2/(1 + r^2) \\ 1 \\ 0 \end{cases}$$

$$v_2^2 = 0; \quad \operatorname{tg} \psi_0 = 2 / \left(r + \frac{1}{r}\right)^2$$

$$1/v_2^2 = 0; \quad \operatorname{tg} \psi_\infty = 0$$

### c) Impedanzkopplung.

$$\begin{aligned} x_1 z_2^2 - 2x_k(r r_k + x_2 x_k) + x_2 z_k^2 &= 0; \\ z_k^2 &= r_k^2 + (k_L v - k_C/v)^2 \end{aligned}$$

alle anderen Substitutionen wie früher.

Nach Einsetzen erhält man die in  $v^2$  kubische Gleichung:

$$0 = v^6 \{1 - k_L^2\} - \\ - v^4 \{(2 - k_L^2) v_2^2 + (1 - 2 k_L k_C - r^2 [1 - 2 k_L k_R + k_R^2])\} + \\ + v^2 \{v_2^4 + (2 - 2 k_L k_C - r^2 k_R^2) v_2^2 - (k_C^2 + r^2 [1 - 2 k_C k_R])\} - \\ - \{v_2^4 - k_C^2 v_2^2\}$$

oder die in  $v_2^2$  quadratische Gleichung:

$$0 = v_2^4 \{v^2 - 1\} - \\ - v_2^2 \{(2 - k_L^2) v^4 - (2 - 2 k_L k_C - r^2 k_R^2) v^2 - k_C^2\} + \\ + \{(1 - k_L^2) v^6 - (1 - 2 k_L k_C - r^2 [1 - 2 k_L k_R + k_R^2]) v^4 - \\ - (k_C^2 + r^2 [1 - 2 k_C k_R]) v^2\}$$

mit den beiden Lösungen:

$$v_2^2 = \frac{\left[ \begin{array}{l} v^4 (2 - k_L^2) - \\ - v^2 (2 - 2 k_L k_C - r^2 k_R^2) - k_C^2 \end{array} \right] \pm \sqrt{\begin{array}{l} v^8 k_L^4 - v^6 \cdot 2 (2 k_L^3 k_C + r^2 (2 - 4 k_L k_R + k_L^2 k_R^2)) + \\ + v^4 (6 k_L^2 k_C^2 + r^2 (8 - 8 k_L k_R - 8 k_C k_R + 4 k_L k_C k_R^2 + r^2 k_R^4)) - \\ - v^2 \cdot 2 (2 k_L k_C^3 + r^2 (2 - 4 k_C k_R + k_C^2 k_R^2)) + k_C^4 \end{array}}}{2 (v^2 - 1)}$$

Diese Kurve geht nur dann durch den Koordinaten-Mittelpunkt ( $v_2^2 = 1; v^2 = 1$ ), wenn  $k_L = k_C$  ist und demnach  $k_D = 0$ . Weitere reelle Lösungen gibt es dann in der Resonanzlage nicht. Für identische Kreise gilt die Impedanzwertgleichung:

$$\delta_K = r \{1 - 2 r_k (r r_k + x x_k) / r z^2 + (z_k / z)^2\} + \\ + j x \{1 - 2 x_k (r r_k + x x_k) / x z^2 + (z_k / z)^2\}$$

Bei der Eigenfrequenz verschwindet der Imaginärteil:

$$x(z^2 + z_k^2) - 2 x_k (r r_k + x x_k) = 0$$

Demnach gehorchen die Lösungen für die Resonanz allgemein folgender Gleichung:

$$0 = v_{\text{res}}^6 \{1 - k_L^2\} - \\ - v_{\text{res}}^4 \{3 - 2 k_L k_C - k_L^2 - r^2 (1 - k_L k_R + k_R^2)\} + \\ + v_{\text{res}}^2 \{3 - 2 k_L k_C - k_C^2 - r^2 (1 - k_C k_R + k_R^2)\} - \\ - \{1 - k_C^2\}$$

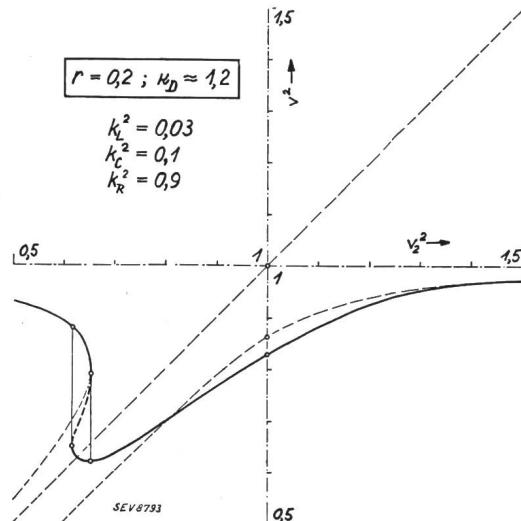


Fig. 21.

Koppelfrequenzwerte bei Impedanzkopplung  
(Zusatzdämpfung ganz im Kopplungsglied).

lösbar bei gegebenen Zahlenwerten. — Im Beispiel Fig. 21 sind dazu gestrichelt angegeben die asymptotischen Kurven für reine Widerstands- und Reaktanzkopplung.

### Koppeldämpfungen.

Für die Impedanzkopplung gilt der Ansatz:

$$r_K = r \{1 - 2 k_R (r r_k + x x_k) / z_k^2 + (z_k / z)^2\} = r + r'$$

$$\frac{r'}{r} = \frac{z_k^2 - 2 k_R (r r_k + x x_k)}{z_k^2}$$

$$\frac{r'}{r} = \frac{(k_L v^2 - k_C) \{(k_L v^2 - k_C) - 2 k_R (v^2 - v_2^2)\} - r^2 k_R^2 v^2}{(v^2 - v_2^2)^2 + r^2 v^2}$$

Im konkreten Falle sind die Werte für  $v_2^2$  und  $v^2$  punktweise der Kurve  $F(v_2^2; v^2) = 0$ , z. B. Fig. 21, zu entnehmen. Die so erhaltene Kurve für die zusätzlichen Koppeldämpfungswerte ist in Fig. 22 wiedergegeben.

Macht man alle Koppelfaktoren gleich

$$(k_L = k_C = k_R) = k_H$$

so erhält man bei homogener Kopplung für die zusätzliche Dämpfung in Resonanz ( $v_2^2 = 1$ ):

$$(r'/r)_{\text{res}} = -k_H^2$$

Schon dies deutet darauf hin, dass man bei Impedanzkopplung auch auf Entdämpfungen gefasst sein muss. Das ist leicht einzusehen, wenn man  $k_H = 1$  setzt und dafür das Ersatzschaltbild aufzeichnet.

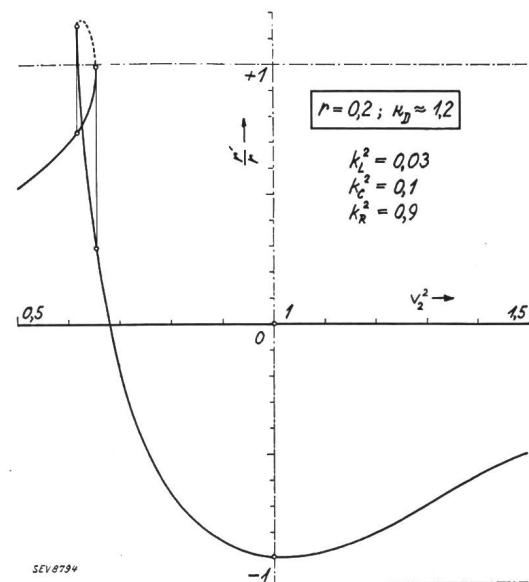


Fig. 22.

Zusätzliche Dämpfungswerte bei Impedanzkopplung  
(Zusatzdämpfung ganz im Kopplungsglied).

### 3. Koppelfrequenzen bei starker Dämpfung.

Bei den meisten gekoppelten Kreisen, die in der Technik Anwendung finden, ist die Bedingung  $w^2 \ll 1$  erfüllt, selbst bei den stark gedämpften Breitbandfiltern für Fernsehfrequenzen mit  $w^2 = 2 \dots 3 \cdot 10^{-3}$ .

Erst bei  $w^2 > 10^{-2}$  muss man die Eigenfrequenzerniedrigung berücksichtigen, wozu in diesem Abschnitt Anleitung gegeben werden soll.

Die Frequenzen werden jetzt auf die *gedämpfte Schwingfrequenz* des ersten Kreises bezogen:

$$f_{s1}^2 = \frac{L_o - W^2 C_{o1}}{L_o^2 C_{o1}} = \frac{L - W^2 C_1}{L_o^2 C_1}; \quad R = 2W^{11)}$$

Die allgemeine Koppelimpedanzwert-Gleichung heisst dann:

$$\delta_{sK} = r_{sK} + j x_{sK}$$

Es ist jetzt:

$$v_{s1}^2 = 1$$

und weiter

$$v_{s2}^2 = \frac{f_{s2}^2}{f_{s1}^2} = \frac{f_{o2}^2(1-w_2^2)}{f_{o1}^2(1-w^2)}; \quad \begin{aligned} w^2 &= W^2 \cdot C_1/L \\ w_2^2 &= W^2 \cdot C_2/L \\ w_2^2 &= (w/v_{o2})^2 \end{aligned}^{12)}$$

$$v_{s2}^2 = v_{o2}^2 \frac{1-(w/v_{o2})^2}{1-w^2}$$

$$v_{s2}^2 = \frac{v_{o2}^2 - w^2}{1-w^2} \quad 13)$$

Ferner ist

$$v_{sK}^2 = \frac{f_{sK}^2}{f_{s1}^2} = \frac{f_{oK}^2(1-w_{sK}^2)}{f_{o1}^2(1-w^2)}; \quad \begin{aligned} w_{oK}^2 &= W_K^2 \cdot C_1/L \\ w_{sK}^2 &= W_K^2 \cdot C_K/L_K \end{aligned}$$

$$v_{sK}^2 = v_{oK}^2 \frac{1-w_{sK}^2}{1-w^2}$$

Nach obiger Gleichung folgt aber auch:

$$\frac{L_o C_{o1}}{L_{oK} C_{oK}} = \frac{f_{oK}^2}{f_{o1}^2} = v_{oK}^2$$

$$L_{oK} C_{oK} = L_o C_{o1}/v_{oK}^2$$

Den Kreis mit Ankopplung kann man als einfachen Schwingkreis auffassen, dessen Induktivität  $L_K$  und Kapazität  $C_K$  sich nach bestimmten Regeln ändern, so dass die resultierende ideale Schwingfrequenz  $f_{oK}$  entsteht, die u. a. im vorigen Abschnitt behandelt wurde.

Nach der letztgenannten Gleichung ist das mit der Frequenz des zweiten Kreises mehr oder weni-

<sup>11)</sup> Der Grösse nach ist zwar  $R = 2W$ ; der Verlustwiderstand  $R$  beeinflusst aber den Koppelfrequenzgang dem Weisen nach, der Dämpfungswiderstand  $W$  macht nur eine Korrektur des Verlaufs notwendig.

<sup>12)</sup> Im zweiten Kreis wird die Frequenz nach Voraussetzung mit der Kapazität geändert.

<sup>13)</sup> Die Korrektur gegen  $v_{o2}^2$  ist meist vernachlässigbar; z. B. beträgt der Fehler maximal nur 1% bei  $r = 0,2$  im Intervall von  $v_{o2}^2 = 0,5 \dots 1,5$ .

ger variable Produkt  $L_{oK} C_{oK}$  gleich dem konstanten Produkt  $L_o C_{o1}$  des ersten, festen Kreises multipliziert mit dem von der Frequenz des zweiten Kreises abhängigen Korrekturfaktor  $1/v_{oK}^2$ .

Zur Bestimmung des kritischen Widerstandes  $R_{oK} = L_K/C_K$  ist die Aufteilung dieses Korrekturfaktors auf die beiden Produktglieder notwendig. Dazu dient folgende Ueberlegung. Bei rein induktiver Kopplung beeinflusst der angekoppelte zweite Kreis nur einen Teil der Induktivität des ersten Kreises, nicht aber seine Kapazität: In diesem Falle wird der Faktor ganz der Induktivität zugeteilt; analog bei rein kapazitiver Kopplung ganz der Kapazität. Bei gleichen Koppelfaktoren (neutralisierter Kopplung) geschieht die Verteilung logischerweise gleichmässig auf Induktivität und Kapazität.

Diese drei markanten Fälle sehen dann folgendermassen aus:

$$k_L = k_C; k_D \left\{ \begin{array}{l} = 0; L_{oK} \cdot C_{oK} = \begin{cases} (L_o/v_{oK}^2) \cdot C_{o1} \\ (L_o/v_{oK}) \cdot (C_{o1}/v_{oK}) \\ L_o \cdot (C_{o1}/v_{oK}^2) \end{cases} \\ \sqrt{L_{oK}/C_K} = R_{oK} = \begin{cases} R_{o1} \\ R_{o1} \cdot v_{oK} \\ R_{o1} \cdot v_{oK} \end{cases} \end{array} \right.$$

Bei gemischter Kopplung lauten die Beziehungen allgemein:

$$L_{oK} \cdot C_{oK} = (q L_o/v_{oK}) \cdot (C_{o1}/q v_{oK}); \quad R_{oK} = q R_{o1}$$

Darin bedeutet  $q$  einen Verteilungsfaktor, der die Verteilung des Korrekturfaktors je nach dem Anteil von induktiver und kapazitiver Kopplung auf die Induktivität und die Kapazität vornimmt.

Der Verteilungsfaktor muss die drei markanten Punkte einschliessen und im übrigen quadratisch-reziproken Charakter haben; diese Bedingungen erfüllt der Ausdruck:

$$q^2 = \frac{k_L^2 + k_C^2 v_{oK}^2}{k_L^2 v_{oK}^2 + k_C^2}$$

Wenn nun  $v_{oK}^2 \approx 1$ , wie in den ersten beiden Abschnitten vorausgesetzt ist, so wird

$q = 1$  wie bei neutralisierter Kopplung

$$k_L = k_C; k_D = 0$$

weiter folgt

$$q = v_{oK} \text{ bei } k_L = 0$$

und

$$q = 1/v_{oK} \text{ bei } k_C = 0$$

Bemerkenswert ist, dass in den letzten drei Formeln die Koppelfaktoren nicht isoliert auftreten.

Setzt man die Entwicklung für  $w_{sK}^2$  weiter fort, so ergibt sich:

$$w_{sK}^2 = W_K^2 \cdot C_K/L_K$$

$$w_{sK} = W_K/R_{oK}$$

$$w_{sK} = W_K/R_{o1} q$$

$$w_{sK} = w_{oK}/q$$

Im konkreten Fall ist  $w = r/2$  als mittlere Dämpfung den Daten des ersten Kreises zu entnehmen.

Die neuen, zusätzlichen Koppeldämpfungswerte entstehen aus den alten durch Division mit  $q$ . Eine kleine Umrechnung ergibt die mittlere Koppeldämpfung  $w_{SK}$ . Mit Hilfe dieser beiden Größen

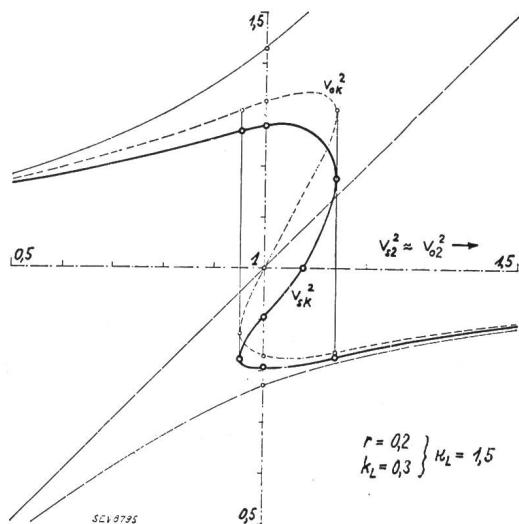


Fig. 23.  
Koppelfrequenzwerte (vgl. Text).

und der alten Kurve für die Koppelfrequenzwerte gibt von den beiden letzten eingerahmten Formeln die erste die Abszissenwerte und die zweite die Ordinatenwerte der neuen Koppelfrequenzwertkurve unter Berücksichtigung der Eigenfrequenz-Ernied-

rigung und der Variation des kritischen Widerstandes durch eine starke Dämpfung. — Die vereinfachten Bezeichnungen im vorigen Abschnitt lauten:  $r_K$  für  $r_{oK}$ ;  $v_2$  für  $v_{o2}$  und  $v$  für  $v_{oK}$ .

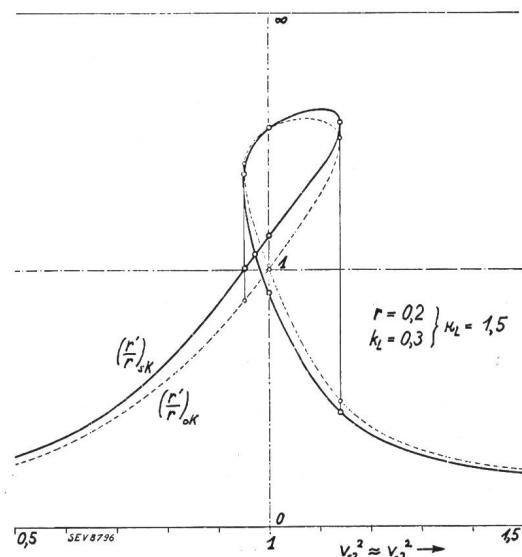


Fig. 24.  
Zusätzliche Dämpfungswerte (vgl. Text).

Fig. 23 und 24 zeigen den korrigierten Verlauf (ausgezogen) gegenüber dem Verlauf mit den im vorigen Abschnitt gemachten Vernachlässigungen (gestrichelt) von Koppelfrequenz- und zusätzlichem Dämpfungswert der Fig. 13 und 14. (Schluss folgt.)

## Hochfrequenztechnik und Radiowesen — Haute fréquence et radiocommunications

### Ein direkt anzeigendes elektrisches Höhenmessinstrument für Luftfahrzeuge.

[Nach Sadahiro Matsuo, Proc. Inst. Radio Engrs. Vol. 20 (1938), p. 848<sup>1)</sup>.]

531.719.33

Die bisherige Höhenmessung mit dem Aneroidbarometer hat die grossen Nachteile, dass sie relativ ungenau ist, nicht die Höhe über dem Boden, sondern über Meer anzeigt und überdies, was zu der grössten Unsicherheit führt, von Klimaänderungen während des Fluges abhängig ist. Vor der Landung musste deshalb die Bodenstation um Angabe des Normaldruckes angefragt werden. Für die Blindlandung bei unsichtigem Wetter ist es aber von besonderem Wert, ein rasch anzeigendes Instrument zu besitzen, das auch geringe Höhen von wenigen Metern genau anzeigt. Versuche, das Aneroidbarometer durch Echolotung mit Schall zu ersetzen, sind schon unternommen worden, scheinen sich jedoch nicht bewährt zu haben.

Ein Höhenmesser, der mit Radiowellen arbeitet, könnte im Prinzip auf zwei Arten hergestellt werden: Erstens könnte man versuchen, die mit der Höhe veränderliche Kapazität einer Flugzeugantenne zur Messung heranzuziehen. Dieses Verfahren ist jedoch nur für ganz geringe Bodenabstände brauchbar, da die Kapazitätsänderungen mit wachsender Höhe verschwindend klein werden. Zweitens könnte man daran denken, kurzzeitige Impulse vom Flugzeug nach dem Erdboden zu senden, die dort reflektiert und vom Flugzeug wieder empfangen werden. Aus der etwa oszillographisch

gemessenen Zeitdifferenz liesse sich die Höhe bestimmen. Man kann indessen leicht ausrechnen, dass für eine Höhe von 10 m nur eine äußerst geringe Impulsbreite von der Größenordnung  $10^{-7}$  s brauchbar wäre. Bisher ist es aber nicht gelungen, wesentlich kürzere Impulse als  $10^{-4}$  s herzu-

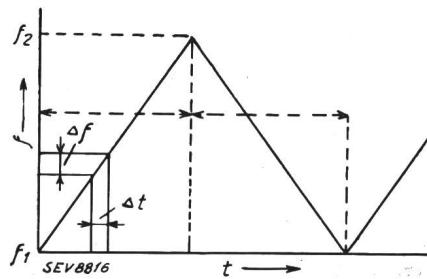


Fig. 1.  
Modulations-  
kurve,  
Abhängigkeit der  
Senderfrequenz  
von der Zeit.

stellen. Auch wenn diese Schwierigkeit überwunden werden sollte, dürfte der Empfang so kurzer Impulse infolge der grossen Frequenzbandbreite kaum in Frage kommen.

Der neuen Methode, die alle diese Nachteile nicht aufweist, liegt folgendes Prinzip zugrunde: Von einem kleinen Ultrakurzwellenrichtsponder des Flugzeuges wird eine Frequenzmodulierte Welle nach dem Erdboden gestrahlt. Die Frequenz hängt dabei in der in Fig. 1 gezeichneten Weise von der Zeit ab. Die grundsätzliche Anordnung zeigt Fig. 2, wo S den Sender und R den Empfänger bezeichnet. Die vom Empfänger direkt aufgenommene Welle besitzt dann etwa die Frequenz  $f$ , während die auf dem Umweg über den Erdboden eintreffende Welle, je nachdem, ob man sich gerade auf

<sup>1)</sup> Ein Artikel über das neue Verfahren ist bereits von R. Gsell in der technischen Beilage der Neuen Zürcher Zeitung vom 22. II. 39 erschienen.