

Zeitschrift: Bulletin de l'Association suisse des électriciens
Herausgeber: Association suisse des électriciens
Band: 28 (1937)
Heft: 10

Artikel: Zur Frage der Selbsterregung der Einphasenwechselstrom-Kollektor-Serie-(EKS)-Motoren : besonders mit Bezug auf Rekuperationsbetrieb von Einphasenwechselstrom-Bahnen
Autor: Latenser, A.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-1058728>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 14.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

ASSOCIATION SUISSE DES ÉLECTRICIENS

BULLETIN

RÉDACTION:
Secrétariat général de l'Association Suisse des Electriciens
et de l'Union des Centrales Suisses d'électricité, Zurich 8

ADMINISTRATION:
Zurich, Stauffacherquai 36 ♦ Téléphone 51.742
Chèques de postaux VIII 8481

Reproduction interdite sans l'assentiment de la rédaction et sans indication des sources

XXVIII^e Année

N^o 10

Vendredi, 14 Mai 1937

Zur Frage der Selbsterregung der Einphasenwechselstrom-Kollektor-Serie-(EKS-)Motoren, besonders mit Bezug auf Rekuperationsbetrieb von Einphasenwechselstrom-Bahnen.

Von A. Laternser, Zürich.

621.3.013.62 : 621.333.4

Die Bedingungen der Selbsterregung bei EKS-Motoren im Bremsbetrieb werden im allgemeinen und im besonderen für eine bestimmte Nutzbremsschaltung untersucht. Die allgemeine Bedingung für die Unterdrückung der Selbsterregung drückt sich in der Beziehung aus: $IR > E$. Neben dieser allgemeinen Bedingung gilt für den untersuchten Fall noch die besondere, dass die Quadratur der Widerstände, bzw. die Resonanz mit Bezug auf den Fremdstrom, verhindert werden muss.

L'auteur examine les conditions de l'auto-excitation dans les moteurs série monophasés à collecteur en régime de freinage en général et plus particulièrement pour un montage spécial de récupération. La condition générale pour la suppression de l'auto-excitation s'exprime par la formule $IR > E$. Dans le cas examiné, une seconde condition vient s'ajouter à la première, c'est qu'il faut empêcher la quadrature des résistances, respectivement la résonance par rapport au courant séparé.

Es ist bekannt, dass bei elektrischen Triebfahrzeugen ausser der mechanischen Bremse (Luftbremse, Handbremse) eine elektromotorische Bremse dort angewendet wird, wo es die Betriebsverhältnisse gestatten, bzw. erfordern. Die elektrische Bremse wirkt als Schon- und Sicherheitsbremse zugleich. Sie verhindert auch die Entstehung von Bremsstaub. Alle Bergbahnen (Nebenbahnen) haben elektromotorische Bremse, hauptsächlich als Dauerbremse. Auch die Strassenbahnen besitzen sie durchweg, hauptsächlich für das Anhalten. Bei Vollbahnen wird von Fall zu Fall entschieden, ob sie angewendet werden soll oder nicht. Vollbahnen mit steiler Rampe wenden sie an, Flachlandbahnen verzichten auf sie, insofern es sich nicht um Vorortbahnen handelt. Bei der elektrischen Bremsung kann die abgebremste (potentielle und kinetische) Energie in Wärme umgesetzt oder rekuperiert werden. Die ausgeprägten Bergbahnen (Zahnradbahnen) und die Strassenbahnen vernichten im allgemeinen die abgebremste Energie in Widerständen. Vollbahnen und Nebenbahnen mit steiler Rampe arbeiten im allgemeinen mit Energierückgewinnung (Rekuperation). Die Rekuperation ist meistens die wirtschaftliche Bremsart und die Widerstandsbremse mit Vernichtung der Bremsenergie das Gegenteil davon. Für grosse Bremsleistung kommt einzig die Rekuperationsbremse in Betracht. 100 %ige Rekuperation erfordert nicht nur sicherheitshalber eine durchgehende Luftbremse, sondern auch eine Rekuperationseinrichtung, die wenig Verluste bedingt, ganz abgesehen von der Möglichkeit, sie auf dem Triebfahrzeug unterzubringen. Anfänglich kam für Energierückgewinnung nur

Gleich- und Drehstrombetrieb in Frage. Mit der Einführung des Einphasentraktionssystems in grösserem Maassstabe begann man sich auch für eine Einphasenrekuperationseinrichtung zu interessieren. Als einzige praktisch zur Verwendung gekommene Einrichtung ist diejenige der Maschinenfabrik Oerlikon anzusehen, die vor 20 Jahren entwickelt wurde. Dieses Verfahren ist in etwa 100 schweizerischen Triebfahrzeugen angewendet, ohne dass es sich indessen mit der Zeit technisch weiter entwickelt hat. Es lässt hinsichtlich Rekuperationsverlusten, also hinsichtlich Leistungsfähigkeit noch zu wünschen übrig, weil es mit niedrigem Leistungsfaktor arbeitet. Versuche, den Leistungsfaktor zu verbessern, scheiterten an dem Phänomen der Selbsterregung, das die Oerlikon-Schaltung mit Nebenschlusserregung nicht kennt. Stände ein Einphasen-Rekuperationsverfahren zur Verfügung, das mit einfachen, wenig voluminösen Mitteln den Zweck erreicht, einen maximalen, wirtschaftlichen Rekuperationseffekt mit einem besten technischen Bremseffekt zu verbinden, so hätte es keinen grossen Sinn, heute noch Einphasen-Triebfahrzeuge mit Bremseinrichtung für Energievernichtung (Widerstandsbremse) zu verwenden. Eine Verbesserung der Einphasenrekuperation ohne genaue Kenntnis der Selbsterregungserscheinung ist nicht möglich. Die nachfolgende Untersuchung soll diese Selbsterregungserscheinungen einer weiteren Klärung entgegenführen *).

Bei Normal(Motor-)betrieb der Einphasen-Kollektor-Serie-(EKS-)Motoren sind Feld- und Anker-

*) Vgl. auch A. v. Brunn, «Die Expedanz als Ursache der Selbsterregung und der allgemeinen Resonanz». Bull. SEV 1936, Nr. 6.

wicklung so verbunden, dass jede Stromänderung eine gleichsinnige Feldänderung nach sich zieht. Steigendem Strom wirkt z. B. eine steigende, stromhemmende Rotations-EMK entgegen und umgekehrt. Die Motorschaltung ist stabil. Selbsterregung ist ausgeschlossen. Um auf Generatorbetrieb überzugehen, kehrt man in üblicher Weise, bei gleichbleibender Drehrichtung des Motorankers, die Feld- oder Ankerwicklung, d. h. vertauscht deren Klemmen, da man ja ein rückhaltendes, gegenüber Motorbetrieb umgekehrtes Drehmoment wünscht. Bei Betrieb des EKS-Motors als Seriengenerator bewirkt jede Stromänderung ebenfalls eine gleichsinnige Feldänderung, die sich nun aber anders auswirkt. Steigender Strom bewirkt hier wieder eine steigende, nun aber stromfördernde Rotations-EMK und umgekehrt. Die Seriengeneratorschaltung ist grundsätzlich instabil. Der Strom könnte sich ins Unendliche steigern, wenn diesem Kurzschluss praktisch nicht durch die Feldeisensättigung und durch den Spannungsabfall im Stromkreis eine Grenze gezogen würde. Der Strom stabilisiert sich auf einen Wert, für den Rotations-EMK (E) und Verlustspannung (IR) im Gleichgewicht sind. Schnittpunkt von Leerlaufkurve und Widerstandsgerade! (s. Fig. 1).

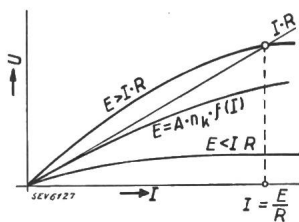


Fig. 1.
Leerlaufkurven mit Widerstandsgerade.

Einen Wechselstrom-Seriengenerator bestimmter Frequenz, ohne Fremderregung, gibt es nicht. Treibt man einen EKS-Motor bei gekehrtem Feld und Motordrehrichtung von aussen an, so gibt er bei geschlossenem Stromkreis keinen Wechselstrom, sondern einen Gleichstrom, wenn er sich überhaupt selbst erregt. Der Anstoss zur Selbsterregung beruht, abgesehen von der durch richtige Bürsteneinstellung usw. vermeidbaren Hilfsfelderregung, auf der magnetischen Remanenz der lamellierten Hauptpole. Diese Remanenz hängt davon ab, in welchem Zeitpunkt des Wechselstromverlaufes innerhalb des Stromwechsels im Motorbetrieb der Strom vor dem Wiedereinschalten im Generatorbetrieb unterbrochen wurde. Die EKS-Motoren erregen sich deshalb als reine (Gleichstrom-)Seriengeneratoren, unmittelbar auf Motorbetrieb folgend, sehr ungleich, bald rascher, bald langsamer, bald überhaupt nicht. Für Abbremszwecke im Versuchsstand muss man sie deshalb vorerst polarisieren. Abgesehen davon haben die Seriengeneratoren eine kritische Drehzahl (n_k), bei der sie sich erst erregen. Diese Drehzahl ist abhängig von der Grösse des im Stromkreis liegenden induktionslosen Widerstandes (R). Für Nichteintritt der Selbsterregung muss, die Remanenz ungefähr gleich Null angenommen, die Tangente im Nullpunkt an die Leerlaufkurve $E = I \cdot A \cdot n \cdot f(I)$ tiefer liegen als die Widerstandsgerade (IR), d. h. es muss in jedem Zeitpunkt gelten:

$$I \cdot R > E = I \cdot A \cdot n \cdot f(I) \quad (1)$$

$E = IAn$ ($A = \text{Konstante}$) entspricht der Leerlaufgeraden mit $f(I) = 1$, d. h. bei Vernachlässigung der Feldeisensättigung, oder bei kleinen Strömen. Die Grenzbedingung für den Eintritt oder Nichteintritt der Selbsterregung ist demnach:

$$IR = E = IAn \text{ oder auch } R = An \quad (2)$$

Die Selbsterregung des (Gleichstrom-)Seriengenerators leitet sich mit einem Stromstoss ein, der um so höher ist, je divergenter die beiden oberwähnten Geraden zu liegen kommen, d. h. je ausgeprägter die Ungleichung $IR < IAn$ ist, wobei natürlich $n > n_k$. Die allgemeine mathematische Form des Gleichstromstosses lässt sich durch eine Exponentialfunktion ausdrücken:

$$I = (\varepsilon^{-\lambda_1 t} - \varepsilon^{-\lambda_2 t}) \frac{E}{2L\sqrt{(R/2L)^2 - (1/LC)}} \quad (3)$$

wo $\lambda_1 = (R/2L) - \sqrt{(R/2L)^2 - (1/LC)}$ und $\lambda_2 = (R/2L) + \sqrt{(R/2L)^2 - (1/LC)}$.

Mit $C = \infty$ wird $1/LC = 0$, $\lambda_1 = 0$ und $\lambda_2 = R/2L$. Der erste Exponentialfaktor ist demnach 1 und der zweite nach kurzer Zeit gleich Null, so dass sich der Gleichstrom bei Auswirkung der Feldeisensättigung auf die Erfüllung der Gleichung (4) stabilisiert:

$$IR = E = IAn f(I) \quad (4)$$

Die Ungleichung $IR < IAn f(I) = E$ kann nicht bestehen bleiben, sondern sie wird zwangsläufig auf $IR = IAn f(I) = E$ übergeführt.

Ein Wechselstrom-Seriengenerator mit erzwungener Frequenz wird praktisch bei der «Rückstrombremsung» elektrischer Wechselstrom-Triebfahrzeuge mit EKS-Motoren verwendet. Die erzwungene Erregung wird hierbei so erzielt, dass man bei Motordrehung in den Motorstromkreis (Anker — gekehrtes Feld — Bremswiderstand) eine Wechselspannung mit Netzfrequenz einfügt. Diese Generatorschaltung wirkt nun allerdings nicht als Nutzbremse, da zwecks Aufhebung des Kurzschlusses in den Motorstromkreis noch der erwähnte Bremswiderstand (induktionsloser Widerstand) eingeschaltet ist. Die Erregerwechselspannung, die durch die Sekundärwicklung des Fahrzeugtransformators geliefert wird und die nun netzfrequente EMK des Ankers arbeiten in Serie auf den Bremswiderstand. Liegt die Widerstandsgerade höher als die Leerlaufkurve des Motors, so ist der Bremsstrom ein netzfrequenter Wechselstrom und die Bremse ist brauchbar. Die vom Motor nicht aufgebrachte Verlustenergie wird dem Netz entnommen. Wird der Bremswiderstand verkleinert, bis Widerstandsgerade und Leerlaufkurve zum Schnitt kommen, tritt neben dem Netzstrom noch ein Fremdstrom auf. Der Gesamtstrom ist unter Vernachlässigung jeglicher Kapazität im Stromkreis analytisch bestimmt durch die Differentialgleichung

$$U\sqrt{2} \sin \omega t = L \frac{di}{dt} + (R - An f(I)) i = L \frac{di}{dt} + R' i$$

Der Gesamtstrom ergibt sich hieraus zu

$$i = I_0 \cdot e^{-\frac{R - An f(I)}{L} t} + \frac{U \sqrt{2}}{\sqrt{(L\omega)^2 + (R - An f(I))^2}} \sin \left[\omega t - \arctg \frac{L\omega}{R - An f(I)} \right] \quad (5)$$

Der erste Teil, die Exponentialfunktion, stellt den Fremdstrom (Gleichstrom) und der zweite Teil, die sin-Funktion, den netzfrequenten Strom dar. $U \sqrt{2}$ ist die Amplitude der eingefügten Wechselspannung, ω die Kreisfrequenz des Netzstromes, L der Selbstinduktionskoeffizient des Stromkreises und I_0 der Höchstwert des Fremdstromes. Für das Verschwinden des Fremdstromes, bzw. für dessen Nichtentstehung muss die Exponentialfunktion in Gl. (5) zu Null werden, was der Fall ist, wenn wiederum gilt:

$$IR > IAn f(I) = E \text{ oder } R' > 0$$

Bei genügend verkleinertem Bremswiderstand

$$\frac{1}{LC} > \left(\frac{R'}{2L} \right)^2$$

tritt neben der relativ kleinen Induktivität auch die relativ kleine Kapazität C des Stromkreises in Erscheinung und beide bewirken das Auftreten eines niederfrequenten, netzfremden Wechselstromes, wobei dann der Gleichstrom verschwindet. Es liegt dies begründet in der Differentialgleichung 2. Grades, die man unter Berücksichtigung der Kapazität für den Strom aufstellen kann.

Durch Einfügen einer künstlichen Kapazität in den Bremsstromkreis kann man den Gleichstrom von vornherein unterdrücken, wofür dann sofort ein Fremdwechselstrom auftritt. Diese künstliche Kapazität kann man übrigens so abstimmen, dass die Fremdfrequenz mit der Netzfrequenz für gewisse Betriebszustände übereinstimmt.

Aus dem Vorstehenden ergibt sich, dass die Verwendung des EKS-Motors als Seriengenerator für Nutzbremssung nicht in Frage kommt. Die Erfüllung der Ungleichung $IR > IAn f(I) = E$ erfordert zuviel Widerstand, bzw. es lässt sich dabei kein energetischer Nutzen erzielen. Praktisch verwendbar für Nutzbremssung sind nur Schaltungen mit Nebenschlusserregung des Feldes mit unabhängigen Anker- und Feldstrom. Auch hier muss man die motorische Verbindung von Anker- und Feldwicklung je nachdem lösen (Fig. 9) und einen Feld- oder Ankerwechsel, bzw. einen Transformator-Klemmenwechsel vornehmen, um von motorischer auf generatorische Wirkung zu kommen (motorischer Drehsinn vorausgesetzt). Die bekannteste Nutzbremsschaltung (Fig. 2), die in einfacher Nebenschlusserregung eine künstliche Reaktanz im Ankerstromkreis verwendet, ist erfahrungsgemäss selbsterregungsfrei, stabil. Sie hat jedoch die eingangs erwähnten Nachteile hinsichtlich grosser Verluste. Gelegentlich vorgeschlagene Abarten dieser Schaltung, die eine Verbesserung in der erwähnten Richtung ergeben sollten, Schaltungen mit Nebenschluss- und gegenseitiger Motorerregung mit

Bremsmöglichkeit im kapazitiven Stromgebiet, sind aber nur bis zu einem gewissen Grade stabil. Es bestehen hierüber noch Unsicherheiten. Auch bei der erwähnten einfachen Nebenschlußschaltung ist dies noch der Fall. So ist wenig bekannt, dass sich diese Schaltung für motorische Betriebsweise (Fig. 9) selbst erregt. Eine mathematische Erklärung für

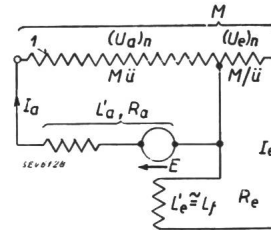


Fig. 2.

Nutzbremsschaltung

«Oerlikon».

1 Sekundärwicklung des Reguliertransformators.

die Stabilität dieser Schaltung für generatorischen Betrieb wurde bis heute, soweit mir bekannt ist, nicht versucht. Es möge dies nun im folgenden geschehen, gerade im Hinblick auf das Verständnis der erwähnten Schaltungen mit gemischter Erregung.

Anker und Feld des Motors liegen an passenden Teilspannungen des Reguliertransformators, wobei dem Anker noch eine künstliche Reaktanz vorgeschaltet ist. Die Primärwicklung des Reguliertransformators sei offen gedacht. Für die zwei über den Reguliertransformator, als nicht übersättigt gedachten Stromtransformator, verketteten Stromkreise, gelten die zwei Spannungsgleichungen:

$$0 = -M i_e' + L_a i_a' + (R_a - An L_f \ddot{u}) i_a \text{ sowie}$$

$$0 = -L_e i_e' - M i_a' + R_e i_e \text{ wo } i' = di/dt \text{ bedeutet} \quad (6)$$

Die Auflösung dieser beiden Differentialgleichungen ergibt die für Anker- und Feldstrom gleichlautenden Differentialgleichungen 2. Grades für den Fremdstrom:

$$i'' + (R'/L) i' + (1/LC) i = 0 \text{ oder, symbolisch,}$$

$$j\omega L i + R' i - j(1/\omega C) i = 0 \quad (7)$$

i'' bedeutet $d^2 i/dt^2$. Aus diesen typischen Schwingungsgleichungen ergibt sich der theoretische Fremdstrom zu

$$i = I \sqrt{2} e^{-(R'/2L)t} \sin(\omega t - \varphi) \quad (8)$$

$$\text{wo } \varphi = \arctg \frac{\frac{1}{\omega C} - \omega L}{R'}$$

$$\text{bzw. } \varphi = \arctg \frac{\frac{1}{\omega C} - \omega L}{jR}$$

$$I \cdot \sqrt{2} =$$

$$\frac{0}{\sqrt{\left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2 + (R')^2}} = \frac{j\sqrt{2} E}{\sqrt{\left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2 + (jR)^2}}$$

$$\omega = \sqrt{(1/LC) - (R'/2L)^2}, \quad L = L_a - M^2/L_e,$$

$$1/C = (R_a R_e - R_e An L_f \ddot{u}) / L_e = (R_a - An L_f \ddot{u}) R_e / L_e$$

$$R' = R_a + R_e (L_a/L_e) - An L_f \ddot{u} = R - R_1 \quad (9)$$

$L_a = M\ddot{u} + L'_a$, $L_e = (M/\ddot{u}) + L'_e$, $L_f \cong L'_e$ (Transformatorstreuung vernachlässigt bzw. in $L'_a L'_e$ inbegriffen).

Der netzunabhängige selbsterregte Strom ist also rechnerisch ein Wechselstrom von bestimmter Grösse und Frequenz, behaftet mit einem Exponentialfaktor (Dämpfungsfaktor). Wir haben ein Schwingungssystem vor uns. Die genannten Schwingungsgrössen R' , L und C haben die Dimensionen von induktionslosem Widerstand, Induktionskoeffizient und Kapazität, sind aber, wie ersichtlich, Funktionen der entsprechenden elektrischen Elementargrössen. R' ist also der scheinbare induktionslose Gesamtwiderstand, L der Selbstinduktionskoeffizient der scheinbaren Gesamtinduktivität und C die scheinbare Gesamtkapazität des Schwingungssystems. Die 3 Grössen sind alle stromabhängig. Im übrigen bedeuten $L_a L_e L_f$ die wirklichen Selbstinduktionskoeffizienten der Gesamtinduktivität im Anker-, bzw. im Feldstromkreis, bzw. der Motorfeldes, $L'_a L'_e$ die entsprechenden ohne Reguliertransformator. M ist der Koeffizient der gegenseitigen Induktion für die Verkettung des Anker- und Feldstromkreises über den Reguliertransformator. \ddot{u} ist das Windungsverhältnis dieser Verkettung. $R_a R_e$ sind die wirklichen, induktionslosen Widerstände im Anker- und Feldstromkreis, ω die Kreisfrequenz des Fremdstromes, $E/\sqrt{2}$ und $I/\sqrt{2}$ die Spannungs- und Stromamplituden desselben, n die Drehzahl des Motors. Da voraussetzungsgemäss die Primärwicklung des Reguliertransformators offen ist, wird dieser nur als Stromtransformator benützt und die Schwingung ist netzunabhängig. Andernfalls wäre sie netzabhängig. (Bei jedem physikalischen Schwingungsvorgang findet eine periodische Energiewandlung von kinetischer in potentielle Form statt und umgekehrt. Damit sind Energieverluste verbunden, die den Vorgang bei freier Schwingung mit der Zeit abklingen lassen. Werden die bei der Energieumsetzung auftretenden Verluste von aussen gerade gedeckt, bzw. überdeckt, so entstehen erzwungene Schwingungen stehenden, bzw. anschwellenden Charakters.) Für eine Erklärung unseres speziellen Vorganges der Selbsterregung betrachtet man zweckmässig die Hysteresisschleife sowie Leerlaufkurve und Widerstandsgerade übereinandergezeichnet (Fig. 3). Die

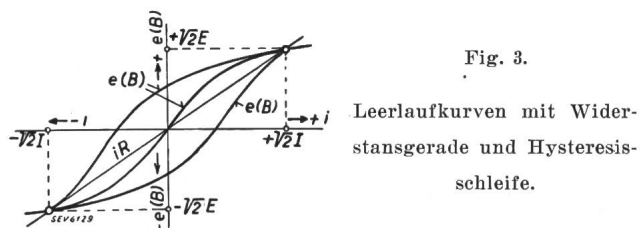


Fig. 3.

Leerlaufkurven mit Widerstandsgerade und Hysteresisschleife.

elektrische Schwingung wird durch den Remanenzstromstoss angeregt und dann von der Rotations-EMK, die im Ausdruck für R' enthalten ist, unterhalten, wobei von aussen mechanische Energie zur Unterhaltung des elektrischen Schwingungsvorganges zugeführt wird. Die wattlose Schwingungs-Ener-

gie steckt im Ausdruck $\int R' i^2 dt$. Dieser stellt keinen reinen Stromwärmeverlust dar, sondern er umfasst ausser den Kupferverlusten auch noch die Eisenverluste und einen Ueberschuss oder ein Manko an schwingender Energie. Das Arbeitsvermögen der Induktivität stellt beim Vorgang die Schwungmasse dar ($Li^2/2 = mv^2/2$).

Der Ausdruck von R' wird zum mathematischen Kriterium der Selbsterregung. R' spaltet sich in den positiven Teil $R = R_a + R_e(L_a/L_e)$ und in den negativen Teil $R_1 = AnL_f\ddot{u}$. R_1 ist der wirkliche elektromotorische und negative Widerstand des Ankers, entsprechend der Rotations-EMK. Die Stromabhängigkeit von R' zunächst unberücksichtigt, kann je nachdem $R' \gtrless 0$ d. h. $R \gtrless R_1$ der selbsterregte Strom auftreten und verschwinden, auftreten und sich stehend erhalten, oder schliesslich auftreten und sich verstärken. Es ergibt sich dies aus dem Dämpfungsfaktor zur Stromamplitude. Gleichung (8) mit $R' = 0$ geht über in die einfache sin-Grundform:

$$i_0 = I_0 \sqrt{2} \sin \omega_0 t \text{ wo } \omega_0 = \sqrt{1/LC} \text{ und } (1/\omega_0 C) - \omega_0 L = 0 \text{ und } I_0 \sqrt{2} = 0/0 = E_0 \sqrt{2} R \text{ ist.}$$

Der stehende selbsterregte Fremdstrom mit der selbsterregten Rotations-EMK $e_0 = E_0 \sqrt{2} \sin \omega_0 t$ hat demnach die exakte Form:

$$i_0 = (E_0 \sqrt{2}/R) \sin \omega_0 t = \frac{E_0 \sqrt{2}}{R_a + R_e(L_a/L_e)} \sin \omega_0 t \quad (10)$$

Mit $\omega_0 t = \pi/2$ ergibt sich wieder $i_0 = I_0 \sqrt{2} = E_0 \sqrt{2}/R$ und mit $E_0 \sqrt{2} = AnL_f\ddot{u} I_0 \sqrt{2}$ eine mit Gl. (4) analoge Form.

$$I_0 \sqrt{2} R = AnL_f\ddot{u} I_0 \sqrt{2} \text{ oder } (I_a \sqrt{2})_0 R = (I_e \sqrt{2})_0 AnL_f = E_0 \sqrt{2} \text{ oder } (I_a)_0 R = (I_e)_0 AnL_f = E_0 \quad (11)$$

R kann dabei angenähert konstant sein. $L_f = f(I_0)$ ist aber unter allen Umständen stromabhängig, d. h. mit steigendem Strom sinkend. Die Anlage verhält sich also für den Fall $R' = 0$ genau gleich wie ein Seriegenerator, der mit Selbsterregung auf einen induktionslosen Widerstand arbeitet. Da der Strom hier nun ein Wechselstrom ist, ist der Vorgang ein elektrisches Resonanzphänomen. Kapazitiver und induktiver Widerstand heben sich auf und die selbsterregte Spannung arbeitet nur auf den induktionslosen Widerstand. Der Strom passt sich dem geringsten Widerstand an! Die Kreisfrequenz ist hierbei wie bereits angeführt $\omega_0 = \sqrt{1/LC}$. Vergleicht man Gleichung (11) mit dem Ausdruck für R' [Gl. (9)], so sieht man, dass beide für $R' = 0$ das gleiche besagen, wenn $I_0 \sqrt{2}$ in Gleichung (11) gestrichen wird.

Es muss nun allerdings beachtet werden, dass $R' = 0$, je nachdem es stromabhängig oder stromunabhängig ist, verschiedenes bedeutet. $R' = 0$ stromunabhängig bedeutet die strikte Bedingung für das Nichtauftreten des selbsterregten Stromes, während $R' = 0$ stromabhängig stehenden Fremd-

strom bedeutet. Im ersten Falle wird automatisch $R' > 0$ durch die Eisensättigung des Motorfeldes, bzw. es wird $IR > E$. Andererseits bedingt $R' < 0$ noch keinen anschwellenden Strom, sondern es wird R' stromabhängig automatisch auf $R' = 0$ zurückgeführt. Der Fremdstrom ergibt sich aus dem Schnitt von Widerstandsgerade und Leerlaufkurve. Dies erklärt auch die Tatsache, dass der Fremdstrom über ein ausgedehntes Geschwindigkeitsgebiet stehend sich erhalten kann, wobei nur die Höhe des Stromes und allenfalls auch die Frequenz sich ändert.

Im vorstehenden wurde stillschweigend angenommen, dass sich, entsprechend der Seriengenerator-Charakteristik, Strom und Rotations-EMK verstärken. Dies ist nun aber nicht der Fall, wenn wir in der Schaltung das Feld bei Motordreh sinn elektrisch kehren und das Feld durch den Stromtransformator, der durch die verketteten Windungen des Reguliertransformators repräsentiert wird, speisen. Damit wurde zweimal eine Umkehrung des Feldes um je 180° vorgenommen (Fig. 9). Der Gesamteffekt ist demnach gleich Null und Ankerfremdstrom und entsprechendes Feld verstärken sich nicht. Ein Strom im Anker schwächt im Gegenteil das Feld und lässt demnach keinen Strom fließen. Mit unserem R' in Verbindung gebracht heisst das, R' wird aus jedem beliebigen negativen Wert automatisch auf $R' > 0$ zurückgeführt, weil jede Remanenz und jede selbsterregte Rotations-EMK, also auch jedes $\ddot{u}AnL_f$ auf Null zurückgeführt wird, womit R allein als positiver Wert für R' bestehen bleibt. Die Schaltung erregt sich deshalb unter den gemachten Voraussetzungen nicht; sie ist vollkommen stabil. Sie wird sich also auch bei geschlossener Primärwicklung des Reguliertransformators im eigentlichen Nutzbremsbetrieb nicht erregen. Geht man aber aus dem Nutzbremsbetrieb in motorischen Betrieb über, so ist die Schaltung instabil, weil hierbei das Feld oder der Anker bei gleichem Drehsinn nicht gekehrt ist und demnach ein Fremdstrom im Anker sich über das Feld verstärkt (Fig. 9). Das gleiche ist der Fall, wenn man bei nicht gekehrtem Feld den Drehsinn des Ankers wechselt.

Aus dem Vorgängigen geht hervor, dass die Bedingungen für die Nichtentwicklung des Remanenz-Gleichstromstosses zur Wechselstrom-Resonanz, was die Wechselstromselbsterregung ja ist, grundsätzlich die nämliche ist wie diejenige für die Unterdrückung des Gleichstromstosses selbst. Die Verlustspannung im Stromkreis muss grösser sein als die auf sie einwirkende selbsterregte Rotations-EMK. Daneben gilt, dass die Selbsterregung nur dann auftreten kann, wenn die transformatorische Verkettung Anker-Feld generatorisch (stromfördernd) wirkt, während «motorische» stromhemmende Verkettung keine Selbsterregung zulässt. Im übrigen müssen die Resonanzbedingungen für den Fremdstrom erfüllt sein.

Um die gegenseitigen Beziehungen zwischen den verschiedenen elektrischen Widerständen im Stromkreis für Eintritt der Selbsterregung in der motorischen Schaltung zu erhalten, multipliziert man

die Summenspannung im Feldstromkreis Gl. (6) mit \ddot{u} und setzt die so auf den Ankerstromkreis reduzierte Summenspannung gleich der Summenspannung im Ankerstromkreis. Nach Ordnen der Glieder ergibt sich dann, symbolisch geschrieben:

$$j\omega_0\ddot{u}^2(L_e - M/\ddot{u})I_a - j\omega_0(L_a - M\ddot{u})I_a + (R_a + \ddot{u}^2R_e - \ddot{u}AnL_f)I_a = 0 \quad (12)$$

oder auch

$$j\omega_0\ddot{u}^2L'_e - j\omega_0L'_a + (R_a + \ddot{u}^2R_e - \ddot{u}AnL_f) = 0 \quad (13)$$

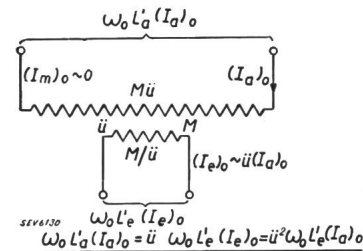


Fig. 4.

Generelle Darstellung der transformatorischen Verkettung der Reaktanzen von Anker- und Feldstromkreis auf Grund von Fig. 2.

Gleichung (13) ist erfüllt, wenn:

$$R_a + \ddot{u}^2R_e = \ddot{u}AnL_f \text{ oder } (R_a + \ddot{u}^2R_e)I_a = AnL_fI_e \quad (14)$$

$$\ddot{u}^2L'_e = L'_a \text{ oder } \omega_0\ddot{u}^2L'_eI_a = \omega_0L'_aI_a \text{ oder für } \ddot{u} = 1: L'_e = L'_a, \omega_0L'_e(I_a)_0 = \omega_0L'_a(I_a)_0 \quad (15)$$

Bei konstanten L'_a und L'_e würde sich die Selbsterregung bei einem ganz bestimmten \ddot{u} einstellen und sich nur bei dieser Uebersetzung erhalten. Bei

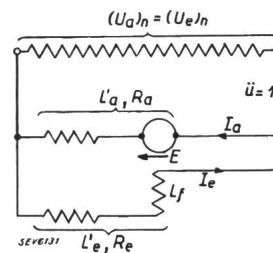


Fig. 5.

Nutzbremsschaltung «Oerlikon».

diesem \ddot{u} wäre dann der Fremdstrom um so grösser, je grösser die Drehzahl n ist. Da nun aber L'_a und L'_e stromabhängig sind, bzw. in keinem festen Verhältnis stehen, kann $L'_a/L'_e = \ddot{u}^2$ ganz verschiedene

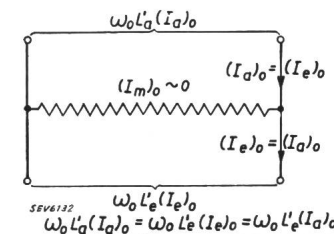


Fig. 6.

Generelle Darstellung der transformatorischen Verkettung der Reaktanzen von Anker- und Feldstromkreis auf Grund von Fig. 5.

Werte annehmen und \ddot{u} ist kein eindeutiges Kriterium für den Eintritt der Selbsterregung (Fig. 8).

Gleichung (15) lässt sich auch schreiben:

$$L_a + \ddot{u}^2L_e = 2M\ddot{u} \text{ od. } \omega_0(L_a + \ddot{u}^2L_e)I_a = 2\omega_0MI_e \quad (16)$$

eine mit Gl. (14) analoge Gleichung. Ist $M = 0$, Ankerstrom senkrecht auf Feldstrom oder starke Sättigung, bzw. $\ddot{u} = 0$, so ist auch $\omega_0 = 0$, also keine Selbsterregung möglich.

Die obstehenden Beziehungen nebst einer neuen für die Stromfrequenz erhält man, wenn man die allgemeinen Spannungsgleichungen für Anker- und Feldkreis des Netzstromes aufstellt und daraus durch Nullsetzen der Netzspannung wieder den Fremdstrom bestimmt. Man schreibt die Gleichungen (6)

$$U_a \sin \omega t = -M i_e' + L_a i_a' + (R_a - \ddot{u} A n L_f) i_a \quad \text{und} \quad U_e \sin \omega t = -L_e i_e' + M i_a' - R_e i_e \quad (17)$$

Aus diesen Gleichungen ergibt sich:

$$i_a = \frac{U_a \sqrt{2}}{\ddot{u}^2 \omega L_e'} \frac{\sqrt{(\ddot{u}^2 R_e)^2 + (\ddot{u}^2 \omega L_e')^2}}{\sqrt{\left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2 + R'^2}} \sin \left(\omega t + \arctg \frac{\omega L_e' \ddot{u}^2}{\ddot{u}^2 R_e} - \arctg \frac{R'}{\frac{1}{\omega C} - \omega L} \right) \quad (18)$$

$$i_e = \frac{U_e \sqrt{2}}{\omega L_e'} \frac{\sqrt{(\omega L_a')^2 + (\ddot{u} A n L_f - R_a)^2}}{\sqrt{\left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2 + R'^2}} \sin \left(\omega t + \arctg \frac{\omega L_a'}{\ddot{u} A n L_f - R_a} - \arctg \frac{R'}{\frac{1}{\omega C} - \omega L} \right) \quad (19)$$

Für $U_a = 0$ und $U_e = 0$, d. h. für den Fremdstrom, ist $i_e/i_a = \ddot{u}$, wenn:

$$\sqrt{(\ddot{u}^2 R_e)^2 + (\ddot{u}^2 \omega L_e')^2} = \sqrt{(\ddot{u} A n L_f - R_a)^2 + (\omega_0 L_a')^2} \quad (20)$$

Für $R' = 0$ muss auch sein:

$$\arctg \left(\frac{\ddot{u}^2 \omega_0 L_e'}{\ddot{u}^2 R_e} \right) - \arctg \left(\frac{\omega_0 L_a'}{\ddot{u} A n L_f - R_a} \right) = 0$$

Demnach muss auch sein:

$$\frac{\ddot{u}^2 \omega_0 L_e'}{\ddot{u}^2 R_e} = \frac{\omega_0 L_a'}{\ddot{u} A n L_f - R_a} = 1. \quad (21)$$

Da die Gleichungen (18) und (19) auch für den Netzstrom gelten, kann man sagen, dass man sich in der Nähe der Selbsterregung bewegt, wenn Anker- und Feldstrom um 90 Grad ($45 + 45 = 90$) verschoben und wenn der Fremdstrom in Anker und Feld gleichzeitig um 180 Grad [$45 - (45 + 180)$] verschoben ist. Unter den gemachten Voraussetzungen ist demnach die charakteristische Beziehung zwischen den verschiedenen Widerstandsgrößen des Fremdstromkreises bei Selbsterregung (Resonanz) die Quadratur derselben:

$$\omega_0 L_a' = R_a - \ddot{u} A n L_f = R_e \ddot{u}^2 = \omega_0 L_e' \ddot{u}^2 \quad (22)$$

Wenn man die Widerstände bzw. die Spannungen im Stromkreis aufzeichnet, so ergeben sie ein Quadrat. Für Nichteintritt der Selbsterregung gilt demnach:

$$\omega_0 L_a' \neq R_a - \ddot{u} A n L_f \neq R_e \ddot{u}^2 \neq \omega_0 L_e' \ddot{u}^2 \quad (23)$$

Die Kreisfrequenz des Fremdstromes ergibt sich zu

$$\omega_0 = R_e / L_e' = \frac{(R_a - \ddot{u} A n L_f)}{L_a'} = \frac{R_e \ddot{u}^2}{L_a'} \quad (24)^1$$

Grosse ohmsche Widerstände und kleine Induktivitäten heben die Fremdfrequenz, ebenso hohe

kritische Drehzahlen und umgekehrt. Starke Sättigung des Motors (kleines L_f) senkt die Fremdfrequenz. Hohe Frequenz bedeutet schwache Selbsterregung, niedere Frequenz starke. Frequenz Null heisst Aufhören oder Nichteintritt der Selbsterregung oder auch Kurzschluss. Eine Fremdfrequenz in der Nähe der Netzfrequenz führt zu Interferenzerscheinungen. Wird die Fremdfrequenz grösser als die Netzfrequenz, so spielt der Fremdstrom die Rolle einer Oberschwingung.

Die kritische Drehzahl des Motors bei Eintritt der Selbsterregung ist:

$$n_k = \frac{(R_a + R_e \ddot{u}^2)}{\ddot{u} A L_f} \quad (25)^2$$

Je grösser die induktionslosen Widerstände sind, um so höher ist die kritische Drehzahl. In gleichem Sinne wirkt starke Sättigung des Motors. Unter den Simultanbedingungen für das Auftreten des Fremdstromes figurirt, wie ersichtlich, auch die Seriengeneratorgleichung (14). Die Rolle der Kapazität im Schwingungskreis spielt die sekundäre negative Reaktanz:

$$(1/C) = L_e' (\ddot{u} \omega_0)^2 \text{ bzw. } (1/\omega_0 C) = \omega_0 L_e' \ddot{u}^2$$

$$L = L_a' \text{ oder } \omega_0 L = \omega_0 L_a'$$

Für die bisherigen Ueberlegungen wurde die vereinfachende Annahme gemacht, dass der Reguliertransformator durch den Fremdstrom nicht übersättigt werde, dass also Anker- und Feldstrom um 180 Grad verschoben, $I_e = I_a \ddot{u}$ und der Magnetisierungsstrom demnach klein sei. Die Beziehung zwischen den 3 Strömen $I_a I_e I_m$ ist bekanntlich ausgedrückt durch den Ansatz:

$$I_a^2 = I_m^2 + \left(\frac{I_e}{\ddot{u}} \right)^2 + 2 I_m \frac{I_e}{\ddot{u}} \sin \alpha$$

wo α die Phasenverschiebung zwischen Flux und Magnetisierungsstrom ist. Um also eine stärkere Sättigung des Reguliertransformators mit nicht mehr zu vernachlässigendem Magnetisierungsstrom I_m zu berücksichtigen, müssen die Gleichungen (6) anders geschrieben werden:

$$0 = -M i_e' + L_a i_a' + R_a i_a - A n L_f i_e \quad \text{und} \quad 0 = -L_e i_e' + M i_a' - R_e i_e \quad (26)$$

wo i_a als Resultierende von i_e und i_m aufgefasst werden muss. Die exakte Lösung stösst auf Schwierig-

¹⁾ $R_s = 0,004 \Omega$, $L_s' = 0,006 \text{ H}$, $\omega_0 = 6,66$, $f_0 \cong 1 \text{ Hz}$.

²⁾ $\ddot{u} A n_{\max} L_f = 0,6 \Omega$, $\ddot{u} = 4$, $R_a = 0,03 \Omega$, $\ddot{u} A n_k L_f = 0,094 \Omega$, $n_k = 0,15 n_{\max}$.

keiten. Wir begnügen uns daher mit einer allgemeinen Kommentierung der Auswirkung der netzgebundenen Eisensättigung auf den Fremdstrom. Der Netzstrom ist nur von quantitativem, nicht qualitativem Einfluss auf den Fremdstrom. Durch den gleichzeitig fließenden Netzstrom werden alle Widerstände für den Fremdstrom verändert. Die induktionslosen und induktiven Widerstände werden netzgebunden. Durch den fließenden Netzstrom werden R_a und R_e erhöht, weil $(I_n + I_0)^2 R > I_n^2 R + I_0^2 R$ ist, während die Induktionskoeffizienten durch die stromgebundene

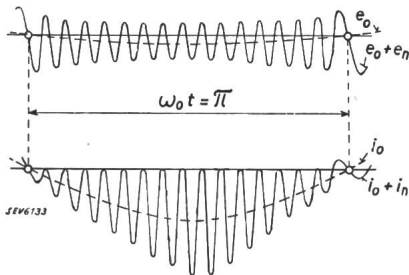


Fig. 7.

Spannungs- und Stromkurven von Netz- und Fremdstrom, siehe auch Fig. 8.

Sättigung des Eisens heruntergesetzt werden. Durch den Netzstrom wird die Selbsterregung erschwert. Für ein kleines M , also für starke netzgebundene Sättigung des Reguliertransformators nimmt die Tendenz zur Selbsterregung ab. Das gleiche ist der Fall für einen durch den Netzstrom stark gesättigten Motor. Ist der Motor vom Netzstrom stark gesättigt, so arbeitet er im flachen Teil der Leerlaufkurve, und die $I_0 R$ -Gerade, ausgehend vom Arbeitspunkt, schneidet die E_0 -Verlängerung, die durch Fremderregung bewirkt wird, nur noch flach oder gar nicht mehr. Massgebend für M ist das resultie-

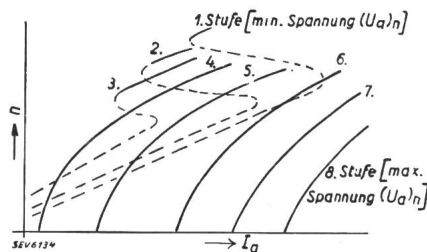


Fig. 8.

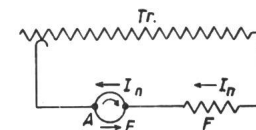
Regulierkurven für verschiedene U_a bzw. u bei stark gesättigtem Zwischentransformator vor dem Feld. Ab Stufe 4 keine Selbsterregung mehr. Stufe 1, 2 und 3 zeigen Ansätze zur Stabilität. Gestrichelte Kurven: Fremdstrom $(I_a)_0$. Ausgezogene Kurven: Netzstrom $(I_a)_n$.

rende Feld aus Netz- und Fremdstrom. Im übrigen ist aus den vorstehenden Gleichungen ersichtlich, dass allgemein grosses L_a , kleines L_e und natürlich grosse R_a und R_e erschwerend für die Selbsterregung wirken.

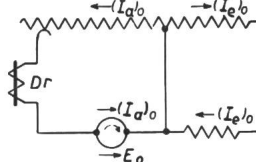
Es ist noch darauf hinzuweisen, dass mit stärkerer Sättigung des Reguliertransformators ($M \sim 0$, $I_a \sim I_m$) I_e aus Gegenphase zu I_a in eine bis zu 90 Grad nachteilende Phase zu I_a zu liegen kommt, was die transformatorische Verkettung von I_a und I_e ebenfalls aufhebt. Anstatt den Reguliertransformator oder den Motor stark zu sättigen, kann man vor das Feld einen stark gesättigten Zwischentransformator legen (Fig. 8). Da M für die

transformatorische Verkettung über den Reguliertransformator ausser der Sättigung auch noch von dem Produkt der Windungszahlen der Verkettung abhängt, hat man auch in u ein Mittel in der Hand, die Selbsterregung zu erschweren, insofern als man beispielsweise durch Primärregulierung oder Synchronregulierung von Feld- und Ankerstromkreis dem kritischen Übersetzungsbereich ausweichen kann. Als künstliches Mittel, die Quadratur der Widerstände zu stören, wären schliesslich noch kapazitive Widerstände (Kondensatoren) zu erwähnen.

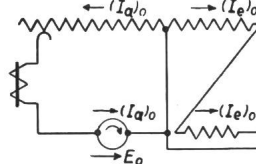
Wir haben gesehen, dass bei der untersuchten Schaltung Selbsterregung aus den angeführten Gründen bei generatorischem Betrieb nicht auftreten kann. Ein Umschlagen des Ankerstromes in Gegenphase zum Feldstrom wäre nur bei unendlich



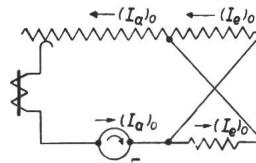
a Normaler Hauptschluss-Motorbetrieb.



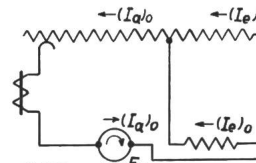
b Motorische (Nebenschluss-) Schaltung mit Selbsterregung (Fremdfeldverstärkung).



c Generatorische (Nebenschluss-) Schaltung ohne Selbsterregung (Fremdfeldschwächung).



d Generatorische (Nebenschluss-) Schaltung ohne Selbsterregung (Fremdfeldschwächung).



e Motorische (Nebenschluss-) Schaltung mit Selbsterregung (Fremdfeldverstärkung).

Fig. 9.

Prinzipschemata für verschiedene Schaltungen.

A Anker, F Feld, Tr Sekundärwicklung des Reguliertransformators, Dr Drosselschleife.

hoher Drehzahl möglich. Dieses Umschlagen ist aber bei Motorbetrieb der Schaltung möglich, wenn beispielsweise mit positiven Spannungen U_a und U_e auf Stillstand gebremst wird und dann rückwärts gefahren wird, oder wenn U_a oder U_e auf Null zurück und dann auf negative Werte wieder hoch reguliert wird, was ebenfalls Motorbetrieb bedeutet. Die Schaltung bleibt aber selbsterregungsfrei, wenn beide Spannungen U_a und U_e miteinander auf Null zurück und dann miteinander wieder auf negative Werte reguliert werden, also eine Umkehrung des Feldes zum Ankerstrom um 360 Grad stattfindet.

Die selbsterregte Spannung ist klein, da sie nur die Verlustspannung zu decken hat. Sie tritt neben der Netzspannung kaum in Erscheinung. Demgegenüber ist der Fremdstrom relativ gross, weil er nicht durch Induktivitäten gehemmt ist. Er bewirkt eine erhebliche Verzerrung des Netzstromes. Geht der Fremdstrom durch Null, so haben Netzstrom und Netzspannung normale Grösse. Erreicht der Fremdstrom seinen Amplitudenwert, so findet der Netzstrom gesättigtes Eisen vor, der magnetische Widerstand ist für ihn kleiner und seine Stromamplitude wird grösser. Andererseits wird seine Spannungsamplitude kleiner. Innert der Fremd-

stromperiode ändert der Netzstrom von normalem Wert auf ein Maximum, während die Netzspannung von normalem auf minimalen Wert ändert. Der Fremdstrom ist die Grundwelle und der Netzstrom die Oberwelle des zusammengesetzten Stromes (Fig. 7). Wie in der Fussnote ¹⁾ an einem konkreten Beispiel gezeigt ist, ist die Fremdfrequenz klein, ungefähr in der Nähe von 1/s. Der Fremdstrom bewirkt also für sich sowohl geringe Eisenverluste als auch geringe Reaktanzspannungen. Der Fremdstrom geht demnach auch in der Bildung der Frequenz den Weg des geringsten Widerstandes.

Les vibrations des lignes électriques aériennes et les moyens d'amortissement et de contrôle.

Par E. Jaquet, Bâle.

621.315.056.3

L'auteur donne une explication physique simple de la formation des vibrations des conducteurs et montre comment calculer approximativement la fréquence de ces vibrations. Il décrit ensuite le compteur d'oscillations Jaquet qui permet de lire sur un cadran le nombre de vibrations du conducteur. Ce nombre est un critérium du danger auquel le conducteur est exposé du fait des vibrations.

Es wird für das Entstehen der Leiterschwingungen eine einfache physikalische Erklärung gegeben und gezeigt, wie man die Schwingungsfrequenz angenähert berechnen kann. Hierauf wird der Schwingungszähler Jaquet beschrieben, der erlaubt, die Zahl der ausgeführten Leiterschwingungen auf einem Zifferblatt abzulesen. Die Zahl der Schwingungen gibt ein Kriterium der Gefährdung der Leiter durch die Schwingungen.

Les vibrations des lignes électriques aériennes attirent depuis quelques années déjà l'attention des techniciens d'Europe et d'Amérique parce qu'il est arrivé à plusieurs reprises que des câbles se sont rompus à la suite de fatigue par vibrations. Ces câbles vibrent dans un plan vertical avec des fréquences pouvant s'élever jusqu'à 60, même jusqu'à 100 par seconde dans des cas spécialement défavorables. On s'explique ce phénomène de la façon suivante:

Lorsque le vent souffle horizontalement contre un câble, des tourbillons se détachent périodiquement de la partie supérieure et inférieure du profil, formant derrière le câble la trainée de tourbillons de *v. Kármán*, comme la figure 1 le représente schématiquement. On sait que les deux séries sont décalées d'une demi-période, de sorte que l'on peut conclure que les tourbillons naissent avec la même

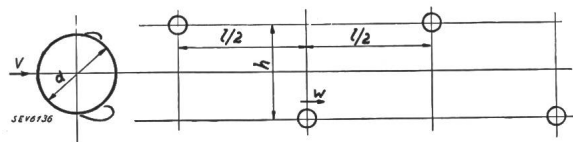


Fig. 1.
Série de tourbillons (schématique).

constante de phase. La formation unilatérale d'un tourbillon correspond à une asymétrie aérodynamique exposant le câble à une force périodique supplémentaire, dirigée approximativement dans le sens de la verticale. Il y a résonance lorsque cette fréquence coïncide plus ou moins avec une des fréquences propres du câble et les vibrations qui en résultent peuvent acquérir des amplitudes de quelques cm.

On peut déterminer, au moins approximativement, la fréquence et la distance entre deux nœuds. Pour simplifier le calcul supposons un câble à profil circulaire avec un diamètre d exposé au vent soufflant avec une vitesse constante v . Soit h la distance entre les deux séries de tourbillons et l la distance entre deux tourbillons de la même série. La condition de stabilité de *v. Kármán* exige que

$$h/l = 0,281 \quad (1)$$

Les tourbillons s'éloignent du câble avec une vitesse

$$w = v - u \quad (2)$$

v. Kármán et *Rubach* ¹⁾ ont trouvé d'après leurs essais avec des profils circulaires lisses les relations suivantes, ne dépendant que du profil tant que la résistance aérodynamique peut s'exprimer par une formule contenant la vitesse au carré:

$$u/v = 0,14; \quad l/d = 4,3 \quad (3)$$

On déduit de (1) et (3) la relation, confirmée également par l'expérience:

$$h/d = 1,21 \quad (4)$$

ainsi que la vitesse d'éloignement:

$$w = v \left(1 - \frac{u}{v}\right) = 0,86 \, v \quad (5)$$

Pendant la période T tout le système des tourbillons se déplace de la distance l avec une vitesse $w = l/T$, d'où résulte la fréquence des vibrations

¹⁾ *v. Kármán*, Nachr. Ges. Wiss. Göttingen 1911/12 — *v. Kármán* et *Rubach*, Phys. Z., tome 13 (1912), p. 49—59 — *Fuchs-Hopf*, Aerodynamik.