

Zeitschrift: Bulletin de l'Association suisse des électriciens
Herausgeber: Association suisse des électriciens
Band: 27 (1936)
Heft: 5

Artikel: Die Form der Häufigkeitskurven der Spannungsänderungen im Elektrizitätswerk und bei den Energieabnehmern
Autor: Kummer, W.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-1057487>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 09.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Die Form der Häufigkeitskurven der Spannungsänderungen im Elektrizitätswerk und bei den Energieabnehmern.

Von W. Kummer, Zürich.

621.3.615.2

Die Häufigkeitskurven der Spannungsänderungen im Elektrizitätswerk weisen normal eine unsymmetrische Glockenform auf; dieselbe Form ergeben auch die entsprechenden Häufigkeitskurven bei den entferntesten Gruppen von Energieabnehmern, jedoch zu jenen Kurven spiegelbildlich orientiert, mit der Axe der Häufigkeiten als Spiegel. Beide Gruppen von Häufigkeitskurven können unmittelbar als solche der Benutzung der Abnehmer-Anschlussleistungen aufgefasst werden; als solche stellen sie dann Grundlagen a posteriori für die Ermittlung des Belastungsfaktors der Anlagen dar. Die Beschaffung dieser Grundlagen a priori, mittels der Wahrscheinlichkeitsrechnung, mit analogen Häufigkeitskurven, erscheint damit in gesicherter Stellung.

Die mit registrierenden Voltmetern in Kraftwerken, in Unterwerken und für Gruppen von Energieabnehmern festgestellten Spannungsänderungen im praktischen Betriebe sind bisher nur selten wissenschaftlich bearbeitet worden. Für eine solche soll nun in einer gegebenen Beobachtungszeit T (beispielsweise in 24 Stunden) jede Spannungsänderung ΔU relativ zu einer als Festwert genommenen Normalspannung U (z. B. Nennspannung) dem Registriendiagramm entnommen und in Prozenten in der Form:

$$u = 100 \cdot \frac{\Delta U}{U}$$

ausgedrückt werden. Das Zahlenmaterial dieses Kollektivs wird praktisch zweckmässig eingeschränkt durch Wahl nicht allzu kleiner ΔU (z. B. solcher von 2 Volt). Jeder gleiche Einzelwert u wird dann nach Massgabe der Gesamtzeitdauer Σ (ΔT) seines Auftretens innerhalb der Zeit T zum ordnenden «Merkmal» oder «Argument» für die in Prozenten ausgedrückte, in der Form:

$$t = 100 \cdot \frac{\Sigma(\Delta T)}{T}$$

gebildete «Häufigkeit». Die kurvenmässige Darstellung der Werte t über den bezüglichen Werten u ergibt die sog. Häufigkeitskurve der Spannungsänderungen. Solche, und zwar ideal geformte, Häufigkeitskurven, gibt Fig. 1, gleichzeitig für Span-

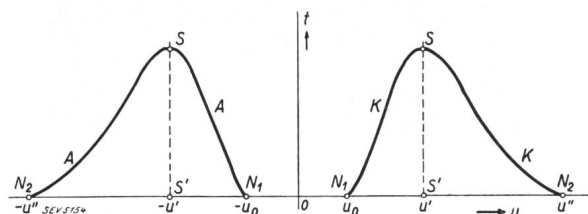


Fig. 1.

Ideale Häufigkeitskurven der Spannungsänderung im Kraftwerk (K) und bei einer entferntesten Abnehmergruppe (A).

nungsänderungen im Kraftwerk (Kurve K) und bei einer entferntesten Abnehmergruppe (Kurve A). In Fig. 2 sind solche Kurven zu sehen, die auf Grund realer, empirischer Beobachtungen gebildet

Normalment les courbes de fréquence des variations de la tension dans les usines électriques accusent une forme de cloche asymétrique; ces courbes de fréquence accusent la même forme pour les groupes de consommateurs d'énergie les plus éloignés, mais renversée par rapport à l'axe des fréquences. Les deux groupes de courbes peuvent être considérés comme représentant la fréquence d'utilisation des puissances installées chez les consommateurs. Comme telles, elles fournissent les éléments du calcul a posteriori du facteur de charge et du facteur de diversité des installations. Ainsi, l'évaluation a priori de ces facteurs, basée sur les courbes de fréquence obtenues par le calcul des probabilités, semble être justifiée.

wurden. Sowohl die Kurven K als auch die Kurven A der Fig. 1 und 2 zeigen deutlich die unsymmetrische Glockenform. In Fig. 1, in der durch Buchstaben die Kurventeile unterschieden wurden, ist besonders leicht ersichtlich, dass die Kurve K den stärker gegen die t -Axe geneigten Kurventeil (N_1 S) links vom Scheitel (S) aufweist, während die Kurve A ihn rechts vom Scheitel zeigt. Die Häufigkeitskurven K und A einer gegebenen Anlage sind also spiegelbildlich gegeneinander orientiert, wobei die t -Axe den Spiegel bildet. Die exakte Spiegelung nach Fig. 1 entspricht einem idealen Grenzfall; im Normalfall, nach Fig. 2, ist die Spiegelung nur

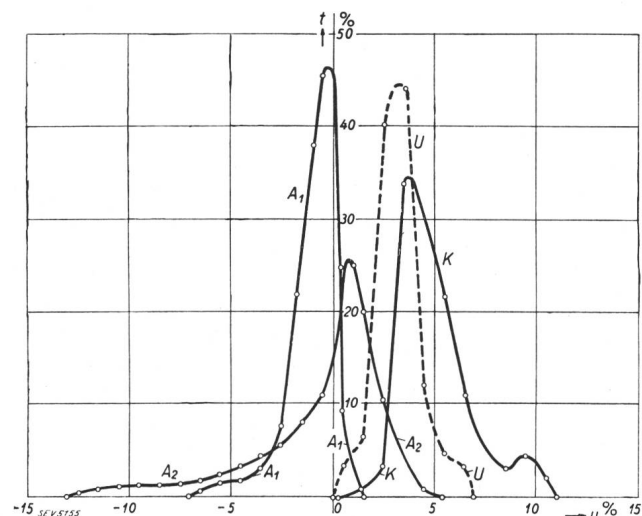


Fig. 2.

Häufigkeitskurven aus einer Teilanlage von London aufgenommen.

K im Kraftwerk.
U im Unterwerk.
A1, A2 bei entferntesten Abnehmern.

noch dem Typus nach feststellbar. Bei Fig. 2 handelt es sich um Beobachtungen von Spannungsänderungen, die in London für ein gewisses Versorgungsgebiet in der Zeit von 24 h aufgenommen wurden, bei Vornahme der Registrierungen im Kraftwerk (Kurve K), in einem Unterwerk (Kurve U) und bei zwei entferntest liegenden Abnehmergruppen (Kurven A1 und A2); sie entstammen der Arbeit «Voltage variation at consumers' terminals» von E.

B. Wedmore und W. S. Flight in der Londoner Zeitschrift «The Journal of the Institution of Electrical Engineers», vom Juni 1935¹⁾.

Bekanntlich dient die Spannungsregelung im Betriebe der Elektrizitätswerke dem Ziele, den Energieabnehmern die von ihnen bezogene Energie bei einer möglichst konstanten Spannung zu verschaffen. Nach Massgabe einer Leitungsimpedanz z und einer Intensität I von Uebertragungsströmen treten aber Spannungsgefälle ($z \cdot I$) in der Uebertragungsanlage auf, die durch Hinaufregeln der Kraftwerksspannung um Beträge ΔU_r , etwa ganz, meistens aber nur teilweise ausgeglichen werden. Die den Werten u der Kurven K und A der Fig. 1 zugrunde liegenden Differenzen ΔU sind dann folgendermassen bestimmt:

$$\text{Kurve } K: \quad \Delta U = \Delta U_r,$$

$$\text{Kurve } A: \quad \Delta U = \Delta U_r - \Delta(z \cdot I).$$

Für die Annahme genügender Unabhängigkeit der Spannungsregelung im Kraftwerk K von der Spannungsregelung allfällig parallel geschalteter Kraftwerke misst dann ΔU_r geradezu die Belastungen des betrachteten Kraftwerks, jedoch ohne strenge Proportionalität. Analog misst in einem entferntesten Abnehmergebiet die daselbst festgestellte Grösse ΔU die Belastung dieses Gebiets bei der weiteren Annahme einer genügenden Unabhängigkeit der Spannungsänderung dieses Gebiets von jener der Nachbargebiete. In gut dimensionierten und hinsichtlich der Spannung gut geregelten Anlagen dürften solche Annahmen als normal zulässig gelten. Dann zeigen die Nullstellen N_1 und N_2 der Kurven in Fig. 1 extreme Belastungszustände an, nämlich N_1 den relativen Leerlauf und N_2 die relative Maximalbelastung im betrachteten Gebiet. Andererseits weisen die Kurvenscheitel S auf das Auftreten derjenigen Belastungen hin, denen die grösste Häufigkeit des Auftretens eignet; es sind dies genau oder angenähert, je nach der kleineren oder grösseren Unsymmetrie der Kurven, die Durchschnittsleistungen der Anlagen. Der allgemeine Verlauf der Kurven K und A der Fig. 1 lässt folgende Feststellungen zu: Von der Nullstelle N_1 , bzw. von einem Leerlauf ausgehend, wird über den kürzeren Abszissenabschnitt $N_1 S'$ rasch der Kurvenscheitel S erreicht; das kürzere Stück $N_1 S$ der Kurve ist daher relativ stark gegen die t -Axe geneigt. Ueber dem längeren Abszissenstück $S' N_2$ senkt sich dann der Kurventeil $S N_2$ mit ausgesprochen geringerer Neigung gegen die t -Axe, bzw. gegen die Stelle N_2 , die die Maximalleistung anzeigt. Die Unsymmetrie der Kurven findet also ihre Begründung in der Tatsache, dass die häufig auftretende durchschnittliche Leistung dem Zustand des Leerlaufs näher liegt als demjenigen der Maximalleistung.

¹⁾ Ueber diese, übrigens, gemäss dem Titel, vorwiegend die Verhältnisse der Spannungsänderung bei den Abnehmern behandelnde Arbeit siehe auch Bull. SEV 1935, S. 725. Unsere Fig. 2 entspricht der Fig. 12 der englischen Arbeit.

Die Belastungsverhältnisse im Kraftwerk, bzw. bei einer Abnehmergruppe lassen sich aber auch als Summationen von Abnehmer-Anschlussleistungen darstellen. Man denke sich nämlich für eine genügend grosse Abnehmerzahl den Mittelwert ihrer Anschlussleistungen festgestellt und mit P_a bezeichnet. Unter den vorhin bezüglich der Unabhängigkeit von ΔU in bezug auf Nachbargebiete gemachten Annahmen stellen wir dann, mit den Abszissen u_0 , u' , u'' und mit der Proportionalitätskonstanten C , die Näherungswerte P für die Durchschnittsleistung und P_{max} für die Maximalleistung im Kraftwerk, bzw. für eine Abnehmergruppe dar, gemäss:

$$P = \sim C \cdot P_a \cdot (u' - u_0); \quad P_{max} = \sim C \cdot P_a \cdot (u'' - u_0).$$

Dann gilt für den Belastungsfaktor b des Gebiets:

$$b = \frac{P}{P_{max}} = \frac{u' - u_0}{u'' - u_0}.$$

Für die weitere Annahme, allen Abnehmern eigne je die selbe Abnehmer-Benutzungsdauer T_a und die selbe mögliche Verbrauchszeit H , wobei: $T_a < H \leq T$, kann die sog. Werk-Benutzungsdauer T_w durch

$$T_w = b \cdot H$$

ausgedrückt werden. Zuzufolge des sog. Belastungsausgleichs ist bekanntlich stets:

$$T_w > T_a.$$

Auch der sog. *Verschiedenheitsfaktor* der Energie-lieferung, den wir in der 1901 durch A. Wright gegebenen Form darstellen und mit v bezeichnen, folgt nun gemäss der Formel:

$$v = \frac{T_a}{T_w} = \frac{T_a}{b \cdot H}.$$

Die Grössen b und v lassen sich, vorbehaltlich der Zulässigkeit der bei ihrer Einführung gemachten Annahmen auch aus den realen Häufigkeitskurven K und A , nach Fig. 2, errechnen; wenn auch in konkreten Fällen hinsichtlich der Zulässigkeit der Annahmen Zweifel berechtigt sind, so können doch, an Hand der berechneten Werte b und v , praktisch wertvolle Einsichten gewonnen werden.

Aus Wattmeter-Registrierdiagrammen kann man natürlich die Werte b und v direkt und streng ermitteln; bemerkenswert ist jedoch, dass, wie hier gezeigt, diese Werte auch etwa aus Häufigkeitskurven der Spannungsänderungen gefunden werden können.

Nun lassen sich ausserdem, und zwar mittels der Wahrscheinlichkeitsrechnung, Häufigkeitskurven der Abnehmer-Anschlussleistungen auch a priori bilden, wie wir dies übrigens schon vor zehn Jahren vorgenommen haben²⁾. Die nahen Beziehungen dieser a priori bestimmten Häufigkeitskurven zu den soeben betrachteten, die a posteriori ge-

²⁾ Vergleiche Bull. SEV 1926, Seite 289 (Juli 1926) und Seite 451 (September 1926).

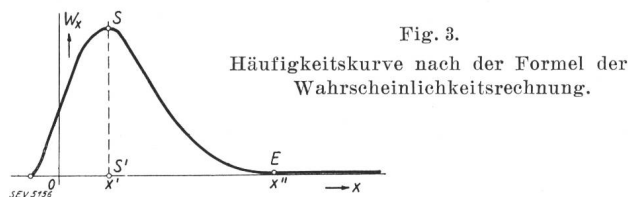
wonnen wurden, rechtfertigen eine kurze Rekapitulation der Bestimmungsweise a priori. Dabei geht man von einer Zahl Z von «gleichartigen», d. h. je dieselben Kennwerte P_a , T_a , H aufweisenden, Abnehmern aus und deutet die relative Benützungsdauer:

$$t_a = \frac{T_a}{H}$$

als Mass der Wahrscheinlichkeit dafür, dass einer der Z gleichartigen Abnehmer gerade an die elektrische Anlage angeschlossen ist; dass ein solcher Anschluss nicht bestehe, beurteilt die Grösse $(1 - t_a)$. Der Gleichzeitigkeit von x Abnehmer-Anschlüssen entspricht eine, ebenfalls im relativen Zeitmass erscheinende Wahrscheinlichkeit w_x , die nach der «Binomialformel» (nach J. Bernoulli):

$$w_x = \binom{Z}{x} \cdot t_a^x \cdot (1 - t_a)^{Z-x}$$

berechnet werden kann. Sie liefert über dem Merkmal x die Häufigkeitskurve nach Fig. 3. Diese Kurve zeigt einen ähnlichen Verlauf wie die Kurve K der Fig. 1, jedoch mit anderer Lage des Koordinaten-Nullpunkts und mit ins ∞ fallender Nullstelle N_2 . Wiederum weisen aber gewisse Abszissenwerte der Kurve nach Fig. 3, ebenso wie jene der



Kurven K und A der Fig. 1 und 2 auf charakteristische Belastungszustände der elektrischen Anlage hin. Da übrigens die Abszissen x der Kurve nach Fig. 3 ohnehin Abnehmerzahlen bedeuten, die Abnehmer aber durch identische Anschlussleistungen P_a gekennzeichnet sind, entspricht also der Abszisse x genau die Leistung ($P_a \cdot x$). Der Kurvenscheitel mit der Abszisse x' entspricht mit der maximalen Häufigkeit deshalb der Durchschnittsleistung P der Anlage, wobei gemäss der Kurvengleichung x' analytisch festliegt mit dem Werte:

$$x' = Z \cdot t_a$$

Für grössere Werte Z dient x' , wofür wir nunmehr y setzen, als Parameterwert für eine einfachere, von S. D. Poisson gegebene Form der Gleichung für w_x :

$$w_x = e^{-y} \cdot \frac{y^x}{x!}$$

wobei e den Wert 2,718... besitzt. Für diese wie für jene Form der Gleichung gilt Fig. 3; weil danach die Nullstelle N_2 ins ∞ fällt, muss für sie eine Ersatzstelle E im Endlichen gefunden werden, um die Maximalbelastung darstellen zu können. Wir haben denjenigen Kurvenpunkt E der Fig. 3 mit einer Abszisse x'' als richtig erkannt, für den die

Ordinate $w_{x''}$ gerade gleich einer kleinen Zeit τ wird, die nach der Erfahrung in elektrischen Anlagen gerade zum Anstieg der Leistung auf ein Maximum ausreicht und für die wir den Ansatz:

$$\tau = 6,3 \text{ s} = 0,73 \cdot 10^{-4} \text{ Tage} = 0,20 \cdot 10^{-6} \text{ Jahre},$$

je nach der Rechnungszeit T , als richtig erachten. Dann folgt, je nach der Wahl der Abnehmerzahl Z , bzw. je nach der Wahl der allgemeinen Mittelwertsgrösse y , a priori berechnet, der Belastungsfaktor b zu:

$$b = \frac{P}{P_{\max}} = \frac{x' \cdot P_a}{x'' \cdot P_a} = \frac{x'}{x''} = \frac{y}{x''}.$$

Indem wir für verschiedene, beliebig gewählte

$$y = Z \cdot t_a = x'$$

die Kurvenwerte w_x bestimmen, aus den Kurven oder den entsprechenden Zahlenreihen x' gemäss dem Maximum von w_x und x'' gemäss dem Ordinatenwerte von der Grösse τ entnehmen, können wir, wie in Fig. 4 ersichtlich, den Faktor b im Tag und im Jahr über der Grösse y allgemein gültig darstellen³⁾. Je nach Wahl von Z und H ist dann durch:

$$T_w = b \cdot H$$

auch die jeweiligen Werk-Benützungsdauern T_w und ist weiter auch der jeweilige Verschiedenheitsfaktor v gemäss:

$$v = \frac{T_a}{T_w} = \frac{T_a}{b \cdot H}$$

a priori darstellbar. Es bietet sich dann die Möglichkeit, den so gewonnenen Verschiedenheitsfaktor unmittelbar zur Bemessung des Preises für die elektrische Arbeit zu verwenden⁴⁾, sowie gar die Tarifrage umfassend zu beurteilen, was wir 1929 zum Gegenstand einer besondern Abhandlung «Die wissenschaftlichen Grundlagen der Preisbildung für die elektrische Arbeit»⁵⁾ gemacht haben.

Gestützt auf die gefundenen Beziehungen sind wir nun in der Lage, das durch Fig. 2 gebotene empirische Material zu behandeln. Wir machen die Annahme, für das Gebiet des betreffenden Kraftwerks und in den Abnehmergruppen mit den Kurven A_1 und A_2 hätten alle Abnehmer unter sich je in jedem Gebiet gleiche Anschlussleistungen, die indessen von Gebiet zu Gebiet auch verschieden sein können. Weiter nehmen wir an, die Spannungsverhältnisse in jedem Gebiet seien durch die Betriebsverhältnisse in Nebengebieten nicht gestört.

³⁾ In der erwähnten Arbeit im Bull. SEV von 1926 verwendeten wir statt des Belastungsfaktors b seinen Reziprokwert K , das sog. «Schwankungsverhältnis der Leistung»; die bezügliche Kurve, Fig. 1 auf S. 292, ist der vorliegenden untern Kurve b in Fig. 4 genau entsprechend reziprok ermittelt.

⁴⁾ Wir verweisen auf unsern Aufsatz im Bull. SEV 1929, Seite 113 (April 1929).

⁵⁾ Erschienen 1929 in Braunschweig, als Heft 100 der Sammlung Vieweg: «Tagesfragen aus den Gebieten der Naturwissenschaft und der Technik».

Dann finden wir aus den Kurven K sowie A_1 und A_2 folgende Werte des Belastungsfaktors im Tag:

$$\text{Kurve } K: \quad b = \frac{3,8 - 0,2}{11,0 - 0,2} = 0,333$$

$$\text{Kurve } A_1: \quad b = \frac{0,2 + 1,5}{7,0 + 1,5} = 0,200$$

$$\text{Kurve } A_2: \quad b = \frac{-0,8 + 5,5}{13,0 + 5,5} = 0,254$$

Für diese Werte b entnehmen wir nun der Fig. 4 die entsprechenden Mittelwertsgrößen y und finden

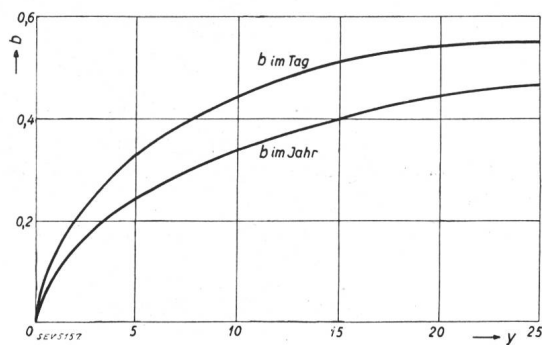


Fig. 4.

Belastungsfaktor über der Mittelwertsgröße y .

der Reihe nach: $y=5,0$; $=1,9$; $=3,0$. Für die weitere Annahme, allen Energieabnehmern eigne die gleiche relative Anschlussdauer: $t_a = \frac{T_a}{H}$, lassen sich dann wegen: $y = t_a \cdot Z$ folgende Relativwerte von Abnehmerzahlen bilden:

Kurve K : $Z=5000$ Abnehmer

Kurve A_1 : $Z=1900$ Abnehmer

Kurve A_2 : $Z=3000$ Abnehmer

Auch die Verschiedenheitsfaktoren v können als Relativwerte angegeben werden, nämlich 0,30 für die Kurve K , sowie 0,50 und 0,39 für die Kurven A_1 und A_2 . Da aber, wie schon gesagt, in jedem Ge-

biete andere Werte der Abnehmer-Anschlussleistung nicht ausgeschlossen sind, ist auch nicht einmal relativ etwas über die Leistungen P und P_{max} der Gebiete angebar.

Eine besondere Betrachtung haben wir noch der Kurve U der Fig. 2 zu widmen. Da die Bezugsstelle dieser Kurve, ein Unterwerk, sich zwischen extremen Bezugspunkten, d. h. zwischen dem Kraftwerk und den entferntesten Abnehmergruppen befindet, deren Häufigkeitskurven spiegelbildlich unsymmetrisch sind, so ist es naheliegend, dass es zwischen den extremen Bezugspunkten einen Zwischenpunkt mit mehr oder weniger genau symmetrischer Häufigkeitskurve geben muss. Diese kann dann allerdings nicht mehr als Index von Belastungszuständen dienen, weil an der genannten Stelle ein Ausgleich von Spannungsgefällen ($z \cdot I$) durch Regelungen ΔU_r , derart stetig vor sich geht, dass sich in der Beobachtungszeit T die Beträge ($z \cdot I$) und ΔU_r statisch ausgleichen, wobei die resultierende Häufigkeitskurve zur «Fehlerkurve» dieses Ausgleichs wird und als solche symmetrisch ist. Ein solcher Zwischenpunkt kann zufällig sehr wohl in einem Unterwerk ohne Spannungsregulierung anzutreffen sein.

Die Auswertung von Spannungs-Registrierdiagrammen zu Häufigkeitskurven liefert Arbeitsmaterial für die sog. Grosszahlforschung, die auf dem Gebiete des Elektrizitätswerkbetriebes noch mancher wertvoller Anwendung fähig ist. Durch die oben erwähnte englische Arbeit wurden mit den Häufigkeitskurven der Spannungsänderung bemerkenswerte Feststellungen bezüglich der Wirkung von Spannungsänderungen auf die Verbrauchsapparate gemacht. In der vorliegenden Arbeit unternehmen wir den Versuch, diese Häufigkeitskurven unter dem Gesichtspunkt des Belastungsausgleichs in elektrischen Anlagen nutzbar zu machen. Wir möchten unsere Betrachtung abschliessen mit dem Hinweis darauf, dass den Problemen der Grosszahlforschung seitens der Elektropraxis überhaupt vermehrte Aufmerksamkeit geschenkt werden sollte.

Les différentes possibilités de réaliser les essais en charge des transformateurs.

Par P. Waldvogel, Aix-les-Bains.

621.314.21.0014

Après nous avoir fait remarquer les avantages de la méthode de récupération pour les essais en charge des transformateurs, l'auteur applique la théorie classique du transformateur et de la machine synchrone au circuit constitué par les deux transformateurs et l'alternateur, il en déduit ce qui se passe lors de ces essais. Vu la complexité des phénomènes dans le cas général, l'auteur établit un diagramme qui permet de résoudre toutes les questions qui peuvent se présenter pratiquement.

Nach einem Hinweis auf die Vorteile der Rückarbeitungsmethode bei Belastungsversuchen an Transformatoren wird die klassische Theorie des Transformators und der Synchronmaschine auf den Stromkreis der beiden Transformatoren und des Synchrongenerators angewendet, woraus sich die für den Versuch wichtigen Beziehungen ergeben. Im allgemeinen Fall sind die Verhältnisse sehr kompliziert; der Autor leitet daher ein Diagramm ab, aus dem die Lösung aller praktischen Fragen abgelesen werden kann.

Le fait que, parmi toutes les machines électriques, le transformateur est sans aucun doute celle qui se prête le mieux au calcul, oblige le constructeur à mettre un soin minutieux dans l'exécution des essais destinés à contrôler l'exactitude de ses prévisions. En particulier, la réalisation des

essais d'échauffement n'est pas sans présenter certaines difficultés, à cause même de la précision qu'on leur demande.

La première question qui se pose à ce sujet est celle de réaliser, effectivement ou par un artifice,