Zeitschrift: Bulletin de l'Association suisse des électriciens

Herausgeber: Association suisse des électriciens

Band: 27 (1936)

Heft: 25

Artikel: Über die maximale mechanische, thermische und elektrische Belastbarkeit von Bimetallen

Autor: Erni, Enrico

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-1057555

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 22.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Setzen wir $x\sqrt{CRp} = 2\sqrt{\lambda p}$, also $\lambda = \frac{x^2 CR}{4}$, so finden wir die Primitive

$$I(x, t) = \sqrt{\frac{C}{\pi R}} \cdot \frac{e^{-\frac{x^2 CR}{4}}}{\sqrt{t}}$$

Man beachte die bedeutende Vereinfachung der Aufgabe infolge der Transformation, die die partiellen Differentialgleichungen mit zwei Unabhängigen in gewöhnliche mit einer überführt.

7. Schlussbemerkungen.

Wenn es zwar gelingt, die transformierte Gleichung zu lösen, nicht aber zu $y(p)$ die Primitive $Y(x)$ zu bestimmen, so wird man versuchen, wenigstens das asymptotische Verhalten von $Y(x)$ aufzuklären, d. h. das Verhalten der Funktion für x in der Umgebung von 0 oder ∞. Solche Untersuchungen funktionentheoretischer Natur sind ziemlich subtil. Ohne auf sie einzugehen, weisen wir darauf hin, dass sie besonders von G. Doetsch gefördert wurden, dem auch um die Aufdeckung des Zusammenhanges zwischen Symbolismus und Laplace-Transformation besondere Verdienste zukommen [4]). Dadurch wurde der Symbolismus seiner Mystik entkleidet, auf solide Grundlage gestellt und zugleich verallgemeinert auf Fälle nicht verschwindender Anfangsbedingungen. Besser als vom symbolischen Verfahren wird man von der Transformationsmethode sprechen. Sie ist eine Methode unter vielen zur Auflösung von Differentialgleichungen. Einer ihrer Vorteile besteht darin, dass sie die durch die Anfangsbedingungen eindeutig bestimmte Lösung ohne den Umweg über das allgemeine Integral liefert. Dass sie Aufgaben wesentlich zu vereinfachen gestattet, dürfte besonders das Beispiel von Abschnitt 6 gezeigt haben.

[4]) G. Doetsch, Die Anwendung von Funktionaltransformationen in der Theorie der Differentialgleichungen und die symbolische Methode, Jahresberichte der deutschen Mathematiker-Vereinigung, 43. Bd. 1934, Heft 9/12, S. 238 u. f.

G. Doetsch, Sätze von Tauberschem Charakter im Gebiet der Laplace- und Stieltjes-Transformation, Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften, math.-phys. Klasse, 1930. X.

Ueber die maximale mechanische, thermische und elektrische Belastbarkeit von Bimetallen.

Von *Enrico Erni*, Solothurn.

621.315.554

Der Verfasser untersucht die Spannungsverhältnisse im Innern eines Bimetallstreifens, leitet Gesichtspunkte für die Wahl der Metallegierungen ab und berechnet schliesslich die höchstzulässige Temperatur, Kraft und Stromstärke, die das Bimetall ohne Schaden noch zu ertragen vermag.

L'auteur étudie les conditions de tension à l'intérieur d'une lame bimétallique, en déduit des considérations pour le choix des alliages et calcule les températures, efforts et courants maximum que peut supporter la lame sans subir aucun dommage.

Bimetall wird im Apparatebau gerne zur Messung und Steuerung thermisch bedingter Vorgänge verwendet. Die Genauigkeit hängt in erster Linie von der Reproduktion des Nullpunktes ab. Darunter versteht man die Fähigkeit, immer wieder nach erfolgter Belastung und Entlastung, in den Nullpunkt zurückzukehren. Sie wird verbessert durch thermische Behandlung vor dem Einbau (Alterung) und durch Vermeidung von überelastischen Deformationen während des Betriebes.

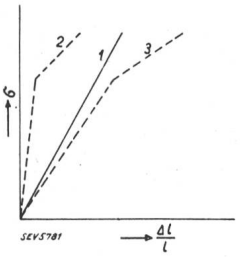

Fig. 1.
1 federnde Dehnung.
2 bleibende „
3 gesamte „

In jedem Bimetallkatalog sind Angaben zu finden, wie diese künstliche Alterung durchzuführen ist. Sie bezweckt, durch Ausglühen eine Stabilisierung des Zustandes und der elastischen Eigenschaften, die sonst während des Betriebes stattfinden würde [1]). Empfehlenswert ist auch, das Bimetall wiederholt mechanischen Beanspruchungen, die praktisch im Betrieb vorkommen, zu unterwerfen. Dadurch bleiben nur die federnden Deformationen wirksam (Fig. 1). Wie wichtig eine fachgemässe Alterung ist, lässt sich im Laufe dieser Untersuchung zeigen.

Es ist selbstverständlich, dass die Temperatur nicht nur eine Durchbiegung des Bimetalls, sondern auch innere Spannungen hervorruft, deren Maximalwerte, wie bereits betont, die zulässigen Grenzen nicht überschreiten dürfen.

Sie sollen nun unter folgenden Annahmen berechnet werden:

1. dass auf das Bimetall nur die Temperatur wirkt,
2. dass das Bimetall als einen einseitig eingespannten Balken angesehen wird,
3. dass das Bimetall bei Raumtemperatur (20° C) spannungslos und gerade ist, d. h. dass alle Fasern der beiden Metallschichten gleiche Länge besitzen,
4. dass vor und nach der Deformation ebene Querschnitte eben bleiben,
5. dass die elastische Linie durch einen Kreisbogen ersetzt werden darf [2]),
6. dass das Hooksche Gesetz gültig ist.

Es bedeuten:

die Indices 1 und 2 die Zugehörigkeit der betreffenden Grössen zu den Komponenten mit dem grössern, bzw. mit dem kleineren Wärmeausdehnungskoeffizienten,

a die Länge der neutralen Schichten der Komponenten 1 und 2 vor den Erwärmungen,

[1]) M. J. Colonna-Ceccaldi: Note sur l'utilisation des bilames comme moteur thermique. Electricité, mai 1936.

[2]) Acieries d'Imphy. Note sur les bilames de précision.

v die Länge der neutralen Schicht der Komponente 1 nach der Erwärmung,
u die Länge der neutralen Schicht der Komponente 2 nach der Erwärmung,
$E_1\, E_2$ die Elastizitätsmodule,
$\alpha_1\, \alpha_2$ die Wärmeausdehnungskoeffizienten,
h den Abstand zwischen den neutralen Schichten,
ϱ den Krümmungsradius,
ϑ die Temperatur,
$\sigma_{1Z}\, \sigma_{2Z}\, \sigma_{1D}\, \sigma_{2D}$ Zug und Druckspannungen der Komponenten 1 und 2, Bedeutung der übrigen Symbole nach Fig. 2.

Es ist:

$$v = a\,(1 + \alpha_1 \vartheta) \tag{1}$$

$$u = a\,(1 + \alpha_2 \vartheta) \tag{2}$$

$$\varphi\varrho = u = a(1 + \alpha_2\vartheta)\,;\quad \varphi(\varrho + h) = v = a(1 + \alpha_1\vartheta)$$

$$\varphi = \frac{a\,(1 + \alpha_2\,\vartheta)}{\varrho} = \frac{a\,(1 + \alpha_1\,\vartheta)}{\varrho + h}$$

$$\varrho = \frac{h\,(1 + \alpha_2\,\vartheta)}{(\alpha_1 - \alpha_2)\,\vartheta} \tag{3}$$

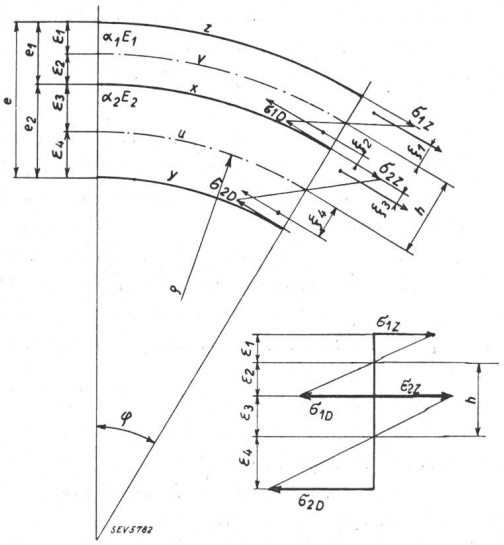

Fig. 2 und Fig. 3.

Laut Hookschem Gesetz gilt

$$\frac{\Delta l}{l}\,E_2 = \frac{x - u}{u}\,E_2 = \sigma_{2Z} \tag{4}$$

$$\frac{x}{\varrho + \varepsilon_3} = \frac{a\,(1 + \alpha_2\,\vartheta)}{\varrho}\,;\quad x = \frac{a\,(1 + \alpha_2\,\vartheta)\,(\varrho + \varepsilon_3)}{\varrho}$$

$$\frac{a\,(1 + \alpha_2\,\vartheta)\,(\varrho + \varepsilon_3) - \varrho\,a\,(1 + \alpha_2\,\vartheta)}{\varrho\,a\,(1 + \alpha_2\,\vartheta)}\,E_2 = \sigma_{2Z}$$

$$\frac{\varepsilon_3\,E_2}{\varrho} = \sigma_{2Z} \tag{5}$$

ϱ aus Gl. 3 eingesetzt, ergibt

$$\frac{\varepsilon_3\,(\alpha_1 - \alpha_2)\,\vartheta}{h\,(1 + \alpha_2\,\vartheta)}\,E_2 = \sigma_{2Z} \tag{6}$$

oder, da

$$1 + \alpha_2\,\vartheta) \cong 1\,;\qquad \varepsilon_3\,\frac{(\alpha_1 - \alpha_2)\,\vartheta}{h}\,E_2 = \sigma_{2Z} \tag{7}$$

Dementsprechend ergeben sich für die andern Spannungen die Werte

$$\frac{-\varepsilon_4\,(\alpha_1 - \alpha_2)\,\vartheta}{h}\,E_2 = \sigma_{2D} \tag{8}$$

$$\frac{\varepsilon_1\,(\alpha_1 - \alpha_2)\,\vartheta}{h}\,E_1 = \sigma_{1Z} \tag{9}$$

$$\frac{-\varepsilon_2\,(\alpha_1 - \alpha_2)\,\vartheta}{h}\,E_1 = \sigma_{1D} \tag{10}$$

Ferner aus den Gleichgewichtsbedingungen $\Sigma P = 0$ und $\Sigma M = 0$ und aus dem geometrischen Verhältnis findet sich:

$$\varepsilon P = \sigma_{1Z}\frac{\varepsilon_1}{2} + \sigma_{2Z}\frac{\varepsilon_3}{2} - \sigma_{1D}\frac{\varepsilon_2}{2} - \sigma_{2D}\frac{\varepsilon_4}{2} = 0 \tag{11}$$

$$\varepsilon M = \sigma_{1Z}\frac{\varepsilon_1}{2}(\xi_1 + \varepsilon_2) - \sigma_{2Z}\frac{\varepsilon_3}{2}\,\xi_2 - \sigma_{1D}\frac{\varepsilon_2}{2}\,\xi_3$$

$$+ \sigma_{2D}\,\frac{\varepsilon_4}{2}(\xi_4 + \varepsilon_3) = 0 \tag{12}$$

$$\xi_1 = \frac{2}{3}\,\varepsilon_1\,;\quad \xi_2 = \frac{1}{3}\,\varepsilon_2\,;\quad \xi_3 = \frac{1}{3}\,\varepsilon_3\,;\quad \xi_4 = \frac{2}{3}\,\varepsilon_4$$

$$h = \varepsilon_3 + \varepsilon_4 \tag{13}$$

$$e_1 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \tag{14}$$

$$e_2 = \varepsilon_3 + \varepsilon_4 \tag{15}$$

Aus den Gl. (7) bis (15) lassen sich die unbekannten σ_{1Z}, σ_{2Z}, σ_{1D}, σ_{2D}, ε_1, ε_2, ε_3, ε_4, h ausrechnen. Einfachheitshalber führt man Vereinfachungen ein unter Benützung bekannter Tatsachen und unter gleichzeitiger Einführung des Doublierungsverhältnisses:

$$\psi = \frac{e_1}{e_2} \tag{16}$$

Aus der Ableitung der elastischen Linie ergibt sich:

$$h = \frac{2}{3}\,e\left[1 + \frac{(E_2\,e_2^2 - E_1\,e_1^2)^2}{4\,e\,e_1\,e_2\,E_1\,E_2}\right]$$

$$e_1 + e_2 = e \tag{17}$$

$$e_1 = \frac{\psi\,e}{\psi + 1} \tag{18}$$

$$e_2 = \frac{e}{\psi + 1} \tag{19}$$

$$h = \frac{2}{3}\,e\left[1 + \frac{(E_2 - \psi^2\,E_1)^2}{4\,\psi\,E_1\,E_2\,(\psi + 1)^2}\right] \cong \frac{2}{3}\,e \tag{20}$$

ebenfalls aus der sinngemässen Verteilung der Spannungen (Fig. 3) folgt:

$$\sigma_{1D}\,\varepsilon_2 + \sigma_{2D}\,\varepsilon_4 = \sigma_{1Z}\,\varepsilon_3 + \sigma_{2Z}\,\varepsilon_1$$

$$\varepsilon_2^2\,E_1 + \varepsilon_4^2\,E_2 = \varepsilon_3^2\,E_3 + \varepsilon_1^2\,E_1$$

$$\varepsilon_2 + \varepsilon_3 = h \qquad \varepsilon_3 = h - \varepsilon_2$$

$$\varepsilon_2 + \varepsilon_1 = e \qquad \varepsilon_1 = e_1 - \varepsilon_2 = e_1 - h + \varepsilon_3$$

$$\varepsilon_3 + \varepsilon_4 = e_2 \qquad \varepsilon_4 = e_2 - \varepsilon_3$$

$$(h - \varepsilon_3)^2 E_1 + (e_2 - \varepsilon_3)^2 E_2 = \varepsilon_3^2 E_2 + (e_1 - h - \varepsilon_3)^2 E_1$$

$$e_2^2 E_1 - e_1^2 E_1 + 2\, h\, e\, E_1 = 2\, e_2\, \varepsilon_3\, E_2 + 2\, e_1\, \varepsilon_3\, E_1$$

Schliesslich erhält man unter Berücksichtigung der Gl. (18), (19), (20):

$$\frac{e}{2}\,\frac{\dfrac{E_2}{\psi+1} - \psi^2\dfrac{E_1}{\psi+1} + \dfrac{4}{3}E_1\psi}{E_2 + \psi E_1} = \varepsilon_3 \qquad (21)$$

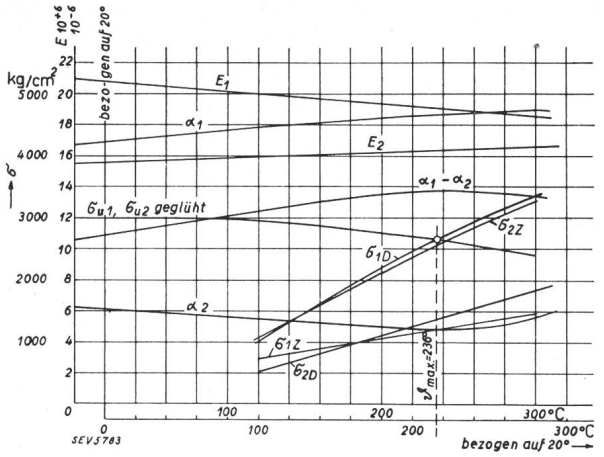

Fig. 4.

Die Spannungen ergeben sich somit zu

$$\sigma_{2Z} = \frac{3}{2}\,\frac{\dfrac{E_2}{\psi+1} - \psi^2\dfrac{E_1}{\psi+1} + \dfrac{4}{3}E_1\psi}{2\,(E_2 + \psi E_1)} \cdot (\alpha_1 - \alpha_2)\,\vartheta\, E_2 \qquad (22)$$

$$\sigma_{2D} = -\frac{3}{2}\left[\frac{1}{\psi+1} - \frac{\dfrac{E_2}{\psi+1} - \psi^2\dfrac{E_1}{\psi+1} + \dfrac{4}{3}E_1\psi}{2\,(E_2 + \psi E_1)}\right](\alpha_1 - \alpha_2)\,\vartheta\, E_2 \qquad (23)$$

$$\sigma_{1Z} = \frac{3}{2}\left[\frac{\psi}{\psi+1} - \frac{2}{3} + \frac{\dfrac{E_2}{\psi+1} - \psi^2\dfrac{E_1}{\psi+1} + \dfrac{4}{3}E_1\psi}{2\,(E_2 + \psi E_1)}\right](\alpha_1 - \alpha_2)\,\vartheta\, E_1 \qquad (24)$$

$$\sigma_{1D} = -\frac{3}{2}\left[\frac{2}{3} - \frac{\dfrac{E_2}{\psi+1} - \psi^2\dfrac{E_1}{\psi+1} + \dfrac{4}{3}\psi E_1}{2\,(E_2 + \psi E_1)}\right](\alpha_1 - \alpha_2)\,\vartheta\, E_1 \qquad (25)$$

Sie sind also von der Dicke unabhängig.

In Tabelle I sind für einen bestimmten Fall diese Spannungen in kg/cm² ausgerechnet und im Diagramm Fig. 4 dargestellt.

Tabelle I.

$\psi = 0{,}86$; $\psi^2 = 0{,}74$; $e = 0{,}5$ mm; $e_1 = 0{,}23$ mm; $e_2 = 0{,}27$ mm; $h = 0{,}333$ mm

ϑ*		100°	200°	280°
E_1	kg/cm²	$2 \cdot 10^6$	$1{,}92 \cdot 10^6$	$1{,}86 \cdot 10^6$
E_2	kg/cm²	$1{,}6\ 10^6$	$1{,}64 \cdot 10^6$	$1{,}69 \cdot 10^6$
$\alpha_1 - \alpha_2$		$12{,}4 \cdot 10^{-6}$	$13{,}7 \cdot 10^{-6}$	$13{,}5 \cdot 10^{-6}$
ε_3	mm	0,180	0,175	0,173
ε_2	mm	0,133	0,158	0,160
ε_1	mm	0,097	0,072	0,070
ε_4	mm	0,090	0,095	0,097
σ_{1Z}	kg/cm²	720	1135	1480
σ_{2Z}	kg/cm²	1080	2350	3300
σ_{1D}	kg/cm²	−990	−2500	−3400
σ_{2D}	kg/cm²	−525	−1280	−1850

* Die Temperatur ϑ ist entsprechend den Annahmen auf die Raumtemperatur 20° bezogen.

Führt man in Fig. 4 noch die maximal zulässigen Spannungen σ_{u1} und σ_{u2} ein, so ergeben dessen Schnittpunkte mit σ_{2Z} und σ_{1D} die maximal zulässigen Temperaturen ϑ_{1max}, ϑ_{2max} der Komponenten 1 und 2. Unter σ_{1u} und σ_{2u} ist die Ursprungsfestigkeit zu verstehen.

Wird das Bimetall als Ganzes angesehen, so ist von den beiden nur die tiefere Temperatur ϑ_{max} massgebend. Gleichzeitig ist sie auch maximale Betriebstemperatur.

Naturgemäss verschieben sich im Diagramme, je nach der Härte des Bimetalles, die Kurven σ_{u1} und σ_{u2} und dementsprechend ändert sich die Temperatur ϑ_{max}. Diese wird für das ausgeglühte Bimetall tiefer sein als für das harte.

Besteht während des Betriebes die Möglichkeit eines Ausglühens, so ist nur der Wert ϑ_{max} ausgeglüht von Bedeutung; bei Ueberschreiten desselben treten Ueberspannungen und demzufolge Verschiebungen des Nullpunktes ein.

Die Temperatur ϑ_{max} ausgeglüht bildet also die Grenze zwischen einem stabilen und einem labilen Gebiet. Somit sind die am Anfang dieses Aufsatzes erwähnten Erkenntnisse bestätigt.

Nun verlangen gewisse Anwendungsmöglichkeiten von Bimetallen, dass diese Betriebstemperatur hoch liege. Dies ist nach den vorhergehenden Untersuchungen erreichbar:

1) durch Verwendung möglichst hitzebeständiger Legierungen hoher Festigkeit ($\sigma_{1u}\,\sigma_{2u}$),
2) durch Verminderung der auftretenden Spannungen.

Die erste Bedingung ist klar und bedarf keiner weitern Erörterungen. Für die zweite spielen ausschliesslich die Grössen E_1, E_2, ψ, $(\alpha_1 - \alpha_2)$ eine Rolle (vgl. Gl. (22) bis (25). Die Resultate der Berechnung sind in den Tabellen II und III gegeben, wo die Einflüsse von α und E_1, E_2 festgelegt sind, wobei $\nu = \dfrac{E_1}{E_2}$ und A, B, C, D als $f\,(\nu, \psi)$ die zugehörigen Koeffizienten von $\sigma_{2Z}\,\sigma_{2D}\,\sigma_{1Z}\,\sigma_{1D}$ sind. Es

stellt sich heraus, dass $\nu = 1$ und $\psi = 1$ die günstigsten Verhältnisse ergeben.

Tabelle II.

$\psi = 0{,}86$ $\vartheta = 100^0$			
ν	0,8	1	1,25
A	0,507	0,52	0,685
B	0,298	0,285	0,275
C	0,161	0,216	0,273
D	0,542	0,495	0,582

Tabelle III.

$\nu = 1$ $\vartheta = 100^0$			
ψ	0,86	1,0	1,20
A	0,52	0,50	0,48
B	0,285	0,25	0,20
C	0,216	0,25	0,30
D	0,495	0,50	0,52

Der Faktor $(\alpha_1 - \alpha_2)$, der ein Mass der Empfindlichkeit darstellt, beeinflusst sinngemäss die Grösse der Spannungen. Es liegt nun in der Hand des Herstellers, durch Befolgung der gefundenen Erkenntnisse bei der geschickten Wahl der Komponenten, die maximale Betriebstemperatur des Bimetalles zu erhöhen. Dabei ist zu beachten, dass ν und $(\alpha_1 - \alpha_2)$ nicht freie unabhängige Grössen, sondern den gewählten Legierungen eigen sind, so dass gewisse Konzessionen in bezug auf die Empfindlichkeit gemacht werden müssen, d. h. dass bei hochempfindlichen Bimetallen eine kleine maximale Betriebstemperatur zu erwarten ist und umgekehrt.

Nun lässt sich die Frage aufwerfen, ob und wie eine am freien Bimetallende angreifende äussere Kraft die gewonnenen Resultate zu verändern vermag. Diese Kraft wird vom Bimetall selber erzeugt und hat, wenn

L die Länge des Bimetallstreifens,
e die Dicke des Bimetallstreifens,
J das Trägheitsmoment,
$E \cong \frac{E_1 + E_2}{2}$ den Elastizitätsmodul

bedeuten, die Grösse:

$$P = 3 f \frac{J E}{L^3} \tag{26}$$

$$f = \frac{3}{4} (\alpha_1 - \alpha_2) \vartheta \frac{L^2}{e} \tag{27}$$

$$P = \frac{9}{4} (\alpha_1 - \alpha_2) \frac{J E}{L e} \tag{28}$$

Die von ihr erzeugten Biegespannungen im Einspannquerschnitt (das Bimetall soll als homogen gelten) betragen

$$\sigma_B = \frac{P L}{\frac{2 J}{e}} = \frac{9}{8} \frac{(\alpha_1 - \alpha_2) \vartheta J E L e}{L e J} = \frac{9}{8} (\alpha_1 - \alpha_2) \vartheta E \tag{29}$$

Fig. 5a, b, c lässt erkennen, dass, solange die Totalspannungen

$$\sigma_{tot} = \sigma_B - \sigma_{1Z} \leqq \sigma_{1D} \text{ und } \sigma_{tot} = \sigma_B - \sigma_{2D} \leqq \sigma_{2Z}$$

die Kraft keinen Einfluss auf die Betriebstemperatur haben wird. Aus dieser Beziehung lässt sich die maximal zulässige Kraft, die das Bimetall noch leisten darf, ermitteln.

Unter Berücksichtigung der Gl. (22) bis (25), (29) und $\nu = \frac{E_1}{E_2}$ folgt:

$$\sigma_B \leqq \sigma_{1Z} + \sigma_{1D}; \; \sigma_B \leqq \sigma_{2Z} + \sigma_{2D}$$

$$\frac{9}{8} (\alpha_1 - \alpha_2) \vartheta E \leqq \frac{3}{2} \frac{\psi}{\psi + 1} (\alpha_1 - \alpha_2) \vartheta_{max} E_1$$

$$\frac{9}{8} (\alpha_1 - \alpha_2) \vartheta E \leqq \frac{3}{2} \frac{1}{\psi + 1} (\alpha_1 - \alpha_2) \vartheta_{max} E_2$$

$$E = \frac{\nu - 1}{2 \nu} E_1 = \frac{\nu + 1}{2} E_2$$

$$\frac{3}{4} \frac{\nu + 1}{2 \nu} = \frac{\psi}{\psi + 1} \vartheta_{max} \tag{30}$$

$$\frac{3}{4} \frac{\nu + 1}{2} = \frac{1}{\psi + 1} \vartheta_{max} \tag{31}$$

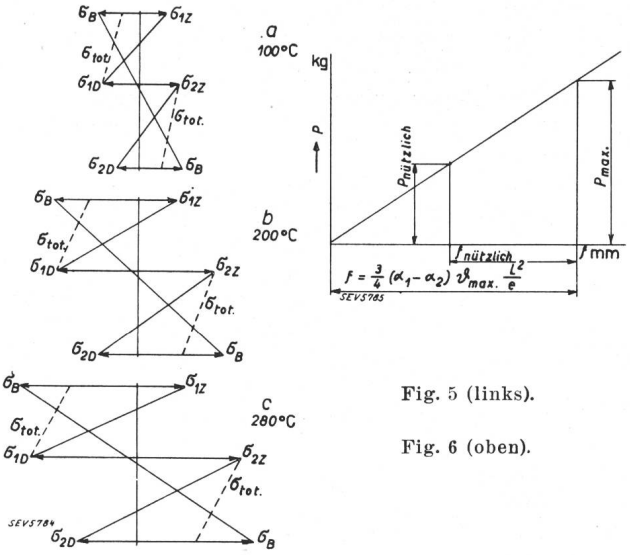

Fig. 5 (links).

Fig. 6 (oben).

Für den günstigsten Fall, also für $\nu = 1$, $\psi = 1$ gilt:

$$\frac{3}{4} \leqq \frac{1}{2} \vartheta_{max} \text{ und } \leqq \frac{2}{3} \vartheta_{max} \tag{32}$$

$$P_{max} \leqq \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{4} (\alpha_1 - \alpha_2) \vartheta_{max} \frac{J E}{L e} = \frac{3}{2} (\alpha_1 - \alpha_2) \vartheta_{max} \frac{J E}{L e} \tag{33}$$

allgemein:

$$P_{max} \leqq \frac{3}{2} K (\alpha_1 - \alpha_2) \vartheta_{max} \frac{J E}{L e} \tag{34}$$

$$K = \frac{(\psi + 1)(\nu + 1)}{4 \psi \nu}$$

Die nützliche zur Verfügung stehende Kraft ist, wie schon bewiesen wurde [3]), selbstverständlich kleiner; sie richtet sich nach dem nützlichen Wege (Fig. 6). Demnach muss der Apparatekonstrukteur entsprechend sorgen, dass diese Grenze nicht über-

schritten wird; sonst werden die teuer erkauften Vorteile durch Verwendung von Speziallegierungen nichtig gemacht.

Es kommt nun aber auch vor, dass die Betriebstemperatur ϑ_{max} im Zusammenhang mit der Zeit t steht. Man denke an die elektrotechnischen Anwendungen im Schalterbau, wo das Bimetall die Funktion des verzögernden Elementes übernimmt; es interessiert dabei, den Kurzschlußstrom, der als derjenige maximale Strom definiert werden soll, der in der Zeit t durch das Bimetall fliessen darf, ohne

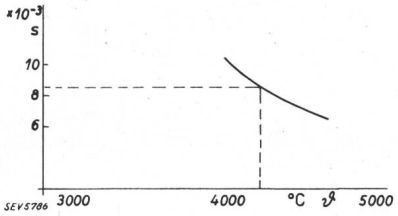

Fig. 7.

dass eine Veränderung der Auslösecharakteristik stattfindet, zu kennen.

Die Beziehung zwischen beiden Grössen ϑ_{max} und t [3]) ist, bei Heizung durch direkten Stromdurchgang, vom kalten

$$t = -\frac{G\,c}{\alpha\,O}\,\lg\frac{\vartheta_m - \vartheta_{max}}{\vartheta_m} \qquad (35)$$

oder, von dem durch den normalen Strom vorerwärmten Bimetall ausgehend:

$$t = -\frac{G\,c}{\alpha\,O}\,\lg\frac{\vartheta_m - \vartheta_{max}}{\vartheta_m - \vartheta_o} \qquad (36)$$

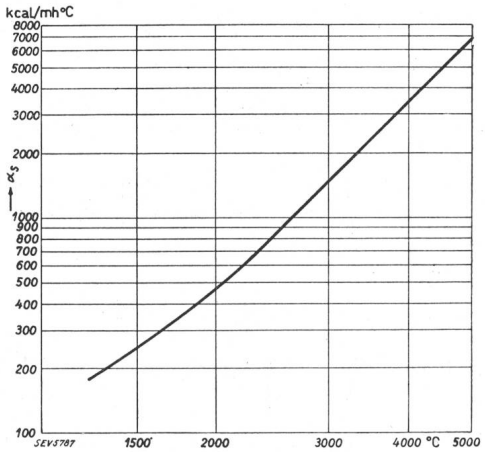

Fig. 8.

wo ϑ_m die Beharrungstemperatur bei dem Strom I,

ϑ_o die Beharrungstemperatur bei dem Normalstrom I_n,

G das Gewicht,

O die Oberfläche,

$\alpha = \alpha_s + \alpha_K$ die Wärmeübergangszahl,

c die spezifische Wärme

bedeuten.

Sind die Grössen $\frac{c\,G}{O}$, α, ϑ_{max}, ϑ_o, t bekannt, so lässt sich ϑ_m bestimmen. Die Auflösung geschieht am besten auf graphischem Weg, indem man für verschiedene beliebig angenommene Werte von ϑ_m die Zeit in $f\,(\vartheta_m)$ aufträgt und bei dem entsprechenden bekannten Wert von t den Wert für ϑ_m abliest (Fig. 7).

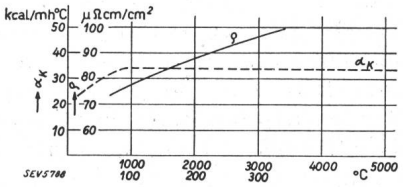

Fig. 9.

In Fig. 8 und 9 sind die Werte von α_s und α_K aufgetragen. Sie wurden auf rechnerischem Wege ermittelt, allerdings unter der Voraussetzung, dass die Gesetze, die sie regieren, unbeschränkte Gültigkeit haben.

Die Temperatur ϑ_m ist nur rechnerisch von Bedeutung, sie kommt praktisch nicht vor. Aus ihr lässt sich schliesslich der Strom I bestimmen aus

$$\vartheta_m = 0{,}86\,\frac{I^2\,R}{\alpha\,O} \qquad (37)$$

$$I_{max} = \sqrt{\frac{\alpha\,O\,\vartheta_m}{0{,}86\,R}} = \sqrt{\frac{\alpha\,U\,q\,\vartheta_m}{0{,}86\cdot\varrho_{\vartheta max}}} \qquad (38)$$

U Umfang des Bimetalles,

Q Querschnitt des Bimetalles,

$\varrho_{\vartheta max}$ spezifischer Widerstand des Bimetalles bei ϑ_{max} (Fig. 9).

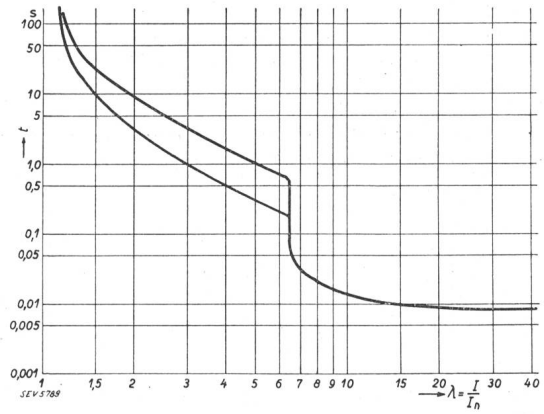

Fig. 10.

Logischerweise sind nach Gl. (35) und (36) zwei verschiedene Temperaturen ϑ_m und dementsprechend zwei verschiedene Kurzschlußströme für ein und denselben Bimetallstreifen vorhanden, je nachdem dieser kalt oder betriebswarm ist.

[3]) Erni, Beitrag zur Dimensionierung von Bimetallrelais. Bull. SEV 1935, Nr. 16.

Die gewonnenen Beziehungen wurden an einem Installationsselbstschalter nachgeprüft, dessen Charakteristik in Fig. 10 wiedergegeben ist. Das Bimetall war sorgfältig gealtert und hatte die Dimensionen 0,5·2 mm. Die Schaltzeit bei 1,4- und 6fachem Nennstrom wurde vor und nach einer Anzahl Belastungen mit 360 A gemessen. Es ergab sich folgendes Bild:

Tabelle IV.

Strom	Schaltzeiten vor Belastung s	nach 20 Belastungen s	nach 60 Belastungen s
1,4 I_n	28,50	28,53	29,3
6 I_n	0,7	0,7	0,7

Rechnerisch ermittelt sich die Kurzschlußstromstärke zu

$$\vartheta_{max} = 236^\circ \text{ C}; \ \vartheta_m = 4200^\circ \text{ C}; \ \alpha = 4150$$

$$t = 0{,}0085 \text{ s}; \ \varrho_{\vartheta max} = 0{,}95; \ q = 1 \text{ mm}^2; \ U = 5 \text{ mm}.$$

$$I_{max} = 328 \text{ A}.$$

Bei einem Bimetall von 0,5·1,6, das auf denselben Apparat eingebaut wurde, beträgt der Kurzschlussstrom

$$I_{max} = 267 \text{ A}.$$

Im Gegensatz zum ersten war dieses Bimetall nicht gealtert. Diese Tatsache und der kleinere Kurzschlußstrom zeigten ihren Einfluss bei der nachfolgenden Versuchsreihe:

Tabelle V.

	Schaltzeiten vor Belastung s	nach Alterung während des Betriebes mit Normalstrom s	nach 40 Belastungen mit 360 A
bei 1,30 I_n	40	54	schaltet nicht aus

Wird der Wärmeübergang nicht berücksichtigt, so vereinfacht sich die Rechnung des Stromes zu

$$I = q \sqrt{\frac{c\,\vartheta_{max}}{\varrho_{\vartheta max}\, t}} \qquad (39)$$

Diese Gleichung ergibt aber, wie zu erwarten ist, tiefere Werte.

Bei indirekter Heizung gestaltet sich die mathematische Erfassung der thermischen Vorgänge schwieriger. Das von der Wärmeleitung erzeugte Temperaturgefälle gestattet eine Erhöhung von ϑ_m bzw. von I, es scheint also, dass diese Lösung kurzschlußsicherer ist.

Alle Unterlagen über die physikalischen Materialeigenschaften sind von der Société Anonyme Commentry Fourchambault et Decazeville Paris zur Verfügung gestellt worden, was hier bestens verdankt sei.

Technische Mitteilungen. — Communications de nature technique.

Hochspannungsprüfung durch Registrierung der dielektrischen Verluste.

621.317.384 : 621.315.61

Vor der Uebersteigerung der Prüfbedingungen bei Hochspannungsapparaten, beispielsweise vor der Wahl sehr hoher Prüfspannungen, die das Prüfungsobjekt beschädigen können, ist zu warnen. Schon frühzeitig vermied man in der Kabeltechnik derartige Auswüchse, indem man versuchte, die Güte der Isolation durch Messung der dielektrischen Verluste in Funktion der Spannung und der Prüfzeit mit einer Scheringbrücke zu bestimmen. Diese Prüfmethode stammt von J. C. van Staveren. Die von U abhängige Verlustkurve gibt den sog. Ionisierungsknick, der im Betrieb nicht erreicht werden darf, während die zeitabhängige Messung eher den erlittenen Schaden des Prüfobjektes kennzeichnet (die Verluste müssen konstant bleiben). Der tgδ, für kleine Werte angenähert das Verhältnis der Wirk- zur Blindleistung darstellend, ist nebst der öfters temperaturabhängigen Kapazität C die bedeutungsvollste Messgrösse. Beide Charakteristiken müssen für die Beurteilung der Dielektrika gemessen werden, da die Verlustleistung das Produkt $C(\varepsilon)\cdot \text{tg}\delta$ enthält. Bekannt ist, dass die Verlustleistung steigen kann, trotzdem tgδ = const. auf stabile Verhältnisse hindeutet. Der Verlustfaktor allein gäbe also kein richtiges Bild. Um beide Messwerte möglichst rationell für alle Prüfobjekte der Hochspannungstechnik zu ermitteln, entwickelte Siemens & Halske zwei neue Methoden nebst den hiezu nötigen registrierenden Instrumenten.

Das eine Verfahren berücksichtigt die Tatsache, dass Gleichstrominstrumente einen geringen Eigenverbrauch aufweisen. Man misst dabei nicht die Leistung, sondern nur die gleichgerichtete Wirkkomponente des Stromes. Zweckmässig wird dazu ein «schaltungsgesteuerter», mechanischer Gleichrichter verwendet. Das zweite Gerät, der Lichtkoordinatenschreiber, ist in Fig. 1 veranschaulicht. Man registriert den Wirkstrom in Funktion der Prüfspannung U_p, oder der Zeit (indem Galvanometer I mit einem mit der Zeit proportional wachsenden Strom gespeist wird). Die ganze Vorrichtung ist in einem tragbaren, viereckigen Kasten zusammengebaut.

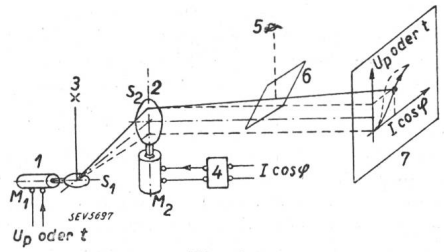

Fig. 1.
Lichtkoordinatenschreiber, grundsätzlicher Aufbau.

1 Galvanometer I mit Spiegel.
2 Galvanometer II mit Spiegel.
3 Lichtquelle.
4 Gleichrichter.
5 Direkte Beobachtung.
6 Glasscheibe.
7 Registrierfläche (Mattscheibe oder Film).

Die zweite Methode, mit Kompensationsverstärker und Doppel-Potentiometerschreiber, stellt im Prinzip eine automatisch sich einstellende, ΔC und tgδ direkt aufzeichnende Scheringbrücke dar. Um die nötige Ausgleichenergie für die ihr entsprechende Betätigung der Potentiometer zu erhalten, ist in der Brückendiagonale ein Verstärker eingebaut (Fig. 2). Verstärkerintensität und messtechnische Eigenschaften des Zählmotors sind ohne Einfluss auf die Ergebnisse; höchstens wird die Geschwindigkeit der Einstellung durch den